1152 B. 8

NUOVI SAGGI

DELLA

IMPERIALE REGIA ACCADEMIA

DI

SCIENZE LETTERE ED ARTI

IN PADOVA

VOLUME TERZO

PADOVA

DALLA TIPOGRAFIA DELLA MINERVA

MDCCCXXXI

STATUTO

DELL' IMPERIALE REGIA ACCADEMIA

DI SCIENZE LETTERE ED ARTI IN PADOVA

Articolo I.

Delle diverse Classi dei Membri componenti l'Accademia.

§. I. L'Accademia è composta di Socii Attivi, Onorarii, Nazionali, Esteri, Corrispondenti ed Alunni.

§. II. La nomina di queste differenti Classi viene fatta dal Corpo dell'Accademia dietro proposizione del suo Consiglio.

Articolo II.

Dei Socii Attivi.

§. I. I Socii dell'Accademia, che hanno voto deliberativo, debbono essere tenuti a tutte le funzioni accademiche: sono trentasei, tutti indistintamente col nome di Socii Attivi dell'Accademia.

§. II. Questi debbono soggiornare in Padova, e passando ad abitare in altro paese, acquistano il titolo di Emeriti; come lo acquistano quelli che, dopo aver prestato lungo servigio all'Accademia, chiedono per l'età onorevole riposo.

§. III. I Socii Attivi sono divisi in quattro Classi: la prima di Scienze Fisiche, la seconda di Scienze Mediche, la terza di Matematiche, la quarta di Filosofia e Belle Lettere. Ogni Classe è composta di nove Membri.

§. IV. L'elezione si fa per concorso e successiva ballottazione dei Socii Attivi (*a*); il concorso viene pubblicato dal Presidente, inteso il Consiglio Accademico, e resta aperto per quindici giorni (*b*). Sono ammessi

a questo concorso esclusivamente i Socii Nazionali che soggiornano in Padova, e che hanno antecedentemente prodotto all'Accademia o fatto di pubblica ragione delle Memorie relative alla Classe alla quale è aperto il concorso (*c*). Il Presidente raccoglie le petizioni coi rispettivi titoli, indi col mezzo del Direttore della Classe, a cui appartiene il posto vacante, vengono eletti fra i Socii Attivi due Censori, destinati segretamente ad esaminare le Opere e gli scritti accademici dei concorrenti; dopo di che entro un mese verrà letto dal Direttore della Classe il giudizio dei Censori, tenendone celato il nome; e la Classe medesima, dal Presidente riunita, dichiarerà l'ammissibilità degli individui al Corpo Accademico per mezzo di ballottazione segreta a pluralità di voti, in cui ha parte anco il Presidente, nel caso che gl'individui votanti sieno pari. Appartenendo il Presidente alla Classe votante, l'uffizio di lui è sostenuto dal Vice-Presidente (*d*). Il Presidente, raccolto che avrà in iscritto dal Direttore il voto della Classe, e comunicato al Consiglio, porterà al Corpo Accademico le petizioni degli aspiranti ritenuti dalla Classe, e verranno questi sottoposti alla ballottazione segreta dell'Accademia (*e*). Tali ballottazioni devono avere i due terzi dei voti per essere favorevoli. Se però accadesse che nelle ballottazioni non potessero ottenersi i due terzi, fatti tre esperimenti consecutivi, si prendono i due più prossimi fra quelli che passano la metà nell'ultima ballottazione; e fatta una quarta ballottazione, il superiore di voti s'intende eletto: che se poi il numero dei voti risulterà allora eguale, la ballottazione verrà rimessa ad un'altra Seduta.

Articolo III.

Dei Socii Onorarii.

§. I. I Socii Onorarii sono scelti fra le persone più distinte per gradi eminenti, per coltura, e per favore che accordano alle Scienze, alle Lettere, alle Arti.

§. II. Il Socio Onorario presente alle Sedute gode di tutte le prerogative di Socio Attivo.

Articolo IV.

Dei Socii Nazionali.

§. I. I Socii Nazionali sono presi tra i sudditi del Regno Lombardo-Veneto più distinti per Opere pubblicate, e per rinomanza nelle Scienze, nelle Lettere e nelle Arti.

§. II. I Socii Nazionali che soggiornano in Padova saranno ripartiti secondo l'indole dei loro studii, e la loro dichiarazione all'una od all'altra delle quattro Classi dell'Accademia.

§. III. I Direttori delle rispettive Classi potranno chiamarli nelle convocazioni delle Classi, ed impiegare l'opera loro nei lavori accademici relativi alla Classe cui appartengono.

§. IV. Il loro numero è indeterminato: la proposizione per la loro nomina appartiene esclusivamente ai Socii Attivi. Due di essi, per lo meno, fuori della banca ne fanno in iscritto o riservatamente la proposizione motivata al Presidente, il quale la comunica al Consiglio, che, prese le necessarie informazioni, giudica dell'ammissibilità. Il Presidente, fatta estendere l'informazione sui meriti del proposto, la comunica coll'organo dei Segretarii al raccolto Corpo Accademico, e poscia lo propone alla ballottazione. Nel caso di giudicata inammissibilità, la decisione del Consiglio viene comunicata ai proponenti col mezzo dei Segretarii.

Articolo V.

Dei Socii Esteri.

§. I. I Socii Esteri sono presi fra i soggetti più distinti per fama, e accreditati per dottrina, fuori del Regno Lombardo-Veneto.

§. II. Si procede alla loro nomina coi metodi indicati pei Nazionali. Trasferendosi essi a soggiornare nel Regno Lombardo-Veneto, diventano di diritto Nazionali, fatta che ne abbiano all'Accademia formale dichiarazione. Essi non oltrepasseranno il numero di ventiquattro.

Articolo VI.

Dei Socii Corrispondenti.

§. I. Quelli che si metteranno in comunicazione coll'Accademia, mandando le loro Opere pubblicate o i proprii scritti da leggersi all'Accademia stessa, potranno essere nominati Socii Corrispondenti sopra proposizione del Consiglio Accademico, appoggiata all'informazione di quel Direttore di Classe cui si riferiscono i lavori trasmessi.

Articolo VII.

Degli Alunni.

§. I. Gli Alunni sono presi fra i giovani che in Padova si applicano con distinta diligenza a qualche ramo di scienza o di letteratura, ed hanno dato delle prove di buona condotta e singolari talenti.

§. II. Ognuna delle quattro Classi dell'Accademia avrà quattro Alunni, i quali saranno proposti dalla Classe, e ballottati dal Corpo Accademico.

§. III. Ogni Alunno dipenderà per gli oggetti accademici dal Direttore della Classe a cui appartiene.

§. IV. Quelli che si saranno procacciato dei meriti per l'attività ed assiduità loro, e per progressi nella carriera scientifica o letteraria, dopo tre anni potranno essere proposti dalla Classe al Corpo Accademico per la promozione a Corrispondenti, mediante ballottazione di tutto il Corpo Accademico; e trattandosi di Alunni appartenenti all'Università, la loro proposizione non potrà aver luogo se non quando abbiano compiuto il corso regolare dei loro studii.

§. V. Spetta al Direttore l'impiegare utilmente per l'Accademia gli Alunni della propria Classe.

§. VI. Quando l'Alunno nel corso dell'anno accademico manca tre volte, senza giustificazione approvata dalla Classe, alle ordinarie Sedute, e non si presta alle incombenze impostegli dal Direttore della Classe, questi ne partecipa all'Accademia la decadenza, ed invita la Classe ad una nuova proposizione.

Articolo VIII.

Della Presidenza e del Consiglio.

§. I. Il Consiglio dell'Accademia è composto di un Presidente, di un Vice-Presidente, di un Direttore di ciascheduna delle quattro Classi dei Socii Attivi, di due Segretarii, uno per le Scienze e l'altro per le Lettere, d'un Cassiere, e di un Archivista Bibliotecario.

§. II. Al Presidente è raccomandato il governo e la direzione generale dell'Accademia. A nome di esso si convoca il Consiglio e l'Accademia tutta, a norma dell'emergenza. Appartiene ad esso esclusivamente il firmare tutti gli Atti dell'Accademia, e il rappresentarla in ogni occasione.

§. III. Il Vice-Presidente supplisce alle funzioni del Presidente in mancanza di questo, ed a lui apparterrà l'invigilare all'esatta esecuzione delle Leggi Accademiche, come loro speciale conservatore.

§. IV. I Direttori della Classe hanno ispezione particolare sulla loro Classe. Possono convocarla quando credono necessario, e sono il mezzo di cui si serve il Presidente o il Consiglio per comunicare in ispezialità colla Classe medesima.

§. V. Il Presidente in ogni Sessione, prima di sciogliere l'Adunanza, pubblicherà il nome del Socio Attivo, a cui spetta la lettura nella Seduta seguente.

§. VI. È dovere dei Segretarii il tenere regolare Processo Verbale delle Sedute tanto del Consiglio quanto dell'Accademia. All'aprirsi d'ogni Sessione il Presidente invita il Segretario, che estese il Processo Verbale della precedente, a farne lettura. In esso si riferisce tutto ciò che nelle Sedute ha luogo, e spezialmente la fedele menzione delle Memorie che saranno state lette: ivi verranno inoltre ricordate le Opere a stampa o gli scritti che a mano a mano pervengono all'Accademia. I Segretarii non sono obbligati alle letture ordinarie prescritte ai Socii Attivi. Ad essi incombe il sostenere il carteggio accademico, che viene pure sottoscritto da uno dei Segretarii dopo la firma del Presidente.

§. VII. Al terminare della Seduta il Segretario, che ne estende il Processo Verbale, nomina i presenti, e fa menzione delle scuse che i mancanti avranno fatte pervenire al Presidente.

§. VIII. Il Cassiere amministra i fondi attualmente posseduti dall'Accademia, e che potessero alla medesima pervenire. Sono a lui riveduti i conti ogni anno entro il mese di Luglio dal Consiglio, cui spetta l'approvarli di anno in anno in apposita Seduta. Egli non può far pagamenti senza l'ordine in iscritto del Presidente.

§. IX. L'Archivista Bibliotecario ha la custodia di tutte le carte spettanti all'Accademia, la sopravveglianza alla stampa degli Atti, e alla vendita dei volumi stampati; e finalmente la cura della Biblioteca dell'Accademia. Egli raccoglie ed ordina al terminare dell'anno tutti gli Atti Accademici e i Processi Verbali delle Sedute, che debbono essergli consegnati dai Segretarii per depositarli nell'Archivio.

§. X. Alla fine di Giugno il Consiglio Accademico riconosce lo stato delle vendite fatte dal Bibliotecario, e delle somme da lui versate in cassa.

§. XI. Il Presidente è nominato per ischede ed eletto per ballottazione, incominciando da quello ch'ebbe nella nomina più schede. Egli dura in carica due anni, e viene preso per turno dalle Classi coll' ordine con cui queste sono nominate nello Statuto.

§. XII. Il Presidente che cessa, diventa Vice-Presidente; ed in sua mancanza supplisce l'ultimo uscito dalla Presidenza.

§. XIII. I Direttori delle Classi vengono eletti per ischede e successiva ballottazione dal Corpo Accademico: durano due anni, e non possono essere rieletti se non dopo un biennio.

§. XIV. I Segretarii, il Cassiere, l'Archivista Bibliotecario sono perpetui.

Articolo IX.

Del modo di trattare gli affari accademici.

§. I. Per deliberare sugli affari accademici l'Adunanza deve essere composta di uno più della metà dei Socii Attivi.

§. II. Il Consiglio Accademico non può deliberare, se non sono presenti almeno sette de' suoi individui. Ciascuno manifesta il proprio parere a voce sulle proposizioni che vengono fatte. Il Presidente espone i motivi della proposizione che viene da lui portata alla ballottazione della Accademia.

§. III. Tutte le ballottazioni debbono avere i due terzi de' voti dei Socii presenti per essere favorevoli; e trattandosi di Adunanze di Classe, perchè sieno i voti legali, se ne esigono almeno sei. In caso di parità, il Presidente ha due voti.

§. IV. Il Consiglio, nelle cose che risguardano gli uffizii a lui destinati, stabilisce da sè i metodi d'interna amministrazione. Ma trattandosi di regolamenti che tendono ad obbligare tutto il Corpo, il Consiglio deve assoggettarli ai voti del Corpo Accademico.

Articolo X.

Delle Sedute e Letture Accademiche.

§. I. L'Accademia incominciando entro la prima metà di Novembre, si raduna due volte ciascun mese nel giorno di Martedì nelle ore pomeridiane per le sue ordinarie Sedute, a riserva dei mesi di Luglio, Agosto, Settembre ed Ottobre. Finito il corso delle Sedute ordinarie, ne ha luogo una pubblica, che viene aperta dal Presidente con breve Allocuzione allusiva alla circostanza, e nella quale uno dei Segretarii alternativamente fa la Relazione delle Letture dell'anno accademico.

§. II. Dopo la Seduta pubblica, riveduti ed approvati dal Consiglio i conti del Cassiere, si eleggeranno in una Seduta straordinaria le Cariche accademiche per l'anno successivo.

§. III. Nella prima Seduta di ogni anno accademico si estraggono per turno dalle quattro Classi i nomi degli Accademici che dovranno leggere nell'anno prossimo; e prima della successiva Seduta il Presidente ne fa consegnare l'elenco a stampa a tutti gli Accademici.

§. IV. Le Sedute non dureranno più di due ore: ciascheduna incomincierà colla lettura fatta da un Socio Attivo coll'ordine prestabilito. Il Presidente, coll'intelligenza dei Direttori di Classe, disporrà per le opportune successive Letture di ogni Seduta.

§. V. Il Socio Attivo, fatta la sua Lettura di obbligo, consegna immediatamente al Segretario, che tiene il Processo Verbale della Seduta, l'estratto della sua Memoria, onde ne faccia regolare ed esatta relazione. Entro un mese dalla seguíta Lettura, al più tardi, dovrà inoltre essere dallo stesso Socio Attivo depositato in mano del Presidente il suo ma-

noscritto, ritirandone ricevuta. Per tutti gli altri Accademici basterà che sia esibito l'estratto della Lettura al Segretario, onde poterne fare menzione nel Processo Verbale.

§. VI. Il Presidente consegnerà il manoscritto al Direttore della Classe cui appartiene l'argomento trattato, tenendone annotazione nei proprii registri. Il Direttore nominerà segretamente due Censori, per avere in iscritto da ciascuno di essi a parte una relazione motivata da sottomettersi al giudizio della Classe per determinare se quel manoscritto sia degno della stampa fra gli Atti dell'Accademia. Questo giudizio si emette dalla Classe a pluralità di voti segreti. Lo stesso metodo ha luogo per le Memorie o lette o spedite da Socii Nazionali e Corrispondenti.

§. VII. I Socii Attivi, che mancassero per tre Sedute consecutive senza giustificazione approvata dal Consiglio, perderanno il loro posto.

§. VIII. Ogni Socio Attivo è obbligato a leggere una Memoria ogni due anni nel giorno destinatogli dalla sorte. Mancandovi senza giustificazione approvata dal Consiglio, potrà per la prima volta impegnarsi a leggerne due nel susseguente biennio; e mancandovi nuovamente, perderà il posto.

§. IX. Ogni biennio viene pubblicato un Volume degli Atti Accademici: trascorso questo periodo di tempo senza che sia intrapresa la stampa, gli Autori potranno disporre a talento delle loro Memorie, purchè ne rendano avvertito il Presidente con apposita dichiarazione in iscritto.

CATALOGO

DEI MEMBRI COMPONENTI L'I. R. ACCADEMIA DI SCIENZE LETTERE ED ARTI IN PADOVA

CONSIGLIO ACCADEMICO.

Presidente.

Signor Montesanto Dott. Giuseppe, Prof. Pensionato dell'I. R. Università.

Vice-Presidente.

Signor Melandri Dott. Girolamo, Prof. Ord. di Chimica Generale Animale e Farmaceutica nell'I. R. Università.

Direttore della Classe Matematica.

Signor Santini Dott. Giovanni, Prof. Ord. di Astronomia Teorica e Pratica nell'I. R. Università.

Direttore della Classe di Fisica Sperimentale.

Signor Da-Rio Conte Niccolò, Direttore della Facoltà Filosofico-Matematica nell'I. R. Università.

Direttore della Classe Medica.

Signor Zecchinelli Dott. Giovanni Maria, Regio Ispettore Generale, Medico Sanitario delle Terme Euganee, Direttore della Casa degli Esposti.

Direttore della Classe di Belle Lettere.

Signor Ab. Svegliato Dott. Giovanni Batt., Prof. di Filologia e di Letteratura Classica Latina nel Seminario Vescovile di Padova.

Segretario perpetuo per le Scienze.

Signor Ab. Franceschinis Conte Cav. Cons. Dott. Francesco Maria, Prof. di Matematica Applicata, e Continuazione della Meccanica Sublime dei Fluidi, Idraulica Pratica e Stradale, Geodesía e Idrometría nell' I. R. Università.

Segretario perpetuo per le Lettere.

Signor Ab. Menin Dott. Lodovico, Prof. Ord. di Storia Universale e Scienze Ausiliarie nell' I. R. Università.

Archivista e Bibliotecario.

Signor Ab. Bonfadini Dott. Giacomo, Prof. Ord. di Filosofia Teorica e Pratica nell' I. R. Università.

Cassiere.

Signor Ab. Bernardi Giuseppe, Prefetto dell' I. R. Ginnasio.

SOCJ ONORARJ.

S. A. I. R. l'Arciduca RAINERI, Vice-Rè del Regno Lombardo-Veneto.

S. A. I. R. l'Arciduca GIOVANNI BATTISTA d'Austria.

S. A. il Principe Clemente Venceslao Lotario di Metternich-Winneburg di Ochsenhausen, Duca di Portella ec. ec., Cancelliere della Casa Imperiale, della Corte e dello Stato, Ministro di Stato, delle Conferenze, e degli Affari Esteri.

S. E. il sig. Conte di Saurau, Barone di Ligist e Wolkenstein, Gran Maresciallo Ereditario della Stiria.

S. E. il sig. Conte Pietro di Göes, Barone di Carlsberg e Mosburg, ec. ec.

S. E. il sig. Conte d'Inzaghi, Consigliere Intimo di S. M. I. R. A., e Governatore della Moravia.

S. E. il sig. Conte Cav. Gio. Battista di Spaur, Governatore delle Provincie Venete, Ciambellano di S. M. I. R. A., Consigliere Intimo effettivo, Membro Onorario dell'Ateneo e Socio Onorario dell'Imperiale Regia Accademia di Belle Arti di Venezia, nonchè della Imperiale Regia Società Agraria della Carniola.

S. E. Monsignor Rev. Jacopo Monico, Primate della Dalmazia, Metropolita dell'Istria e delle Diocesi ec. ec., Consigliere Intimo, Gran Dignitario e Cappellano della Corona del Regno Lombardo-Veneto.

Nobile sig. Barone Galvagna, Presidente del Magistrato Camerale in Venezia.

S. E. il sig. Conte Giacomo Mellerio, Consigliere Intimo attuale di Stato di S. M. I. R. A., ec. ec.

S. E. il sig. Barone Giuseppe di Stifft, Consigliere di Stato e delle Conferenze, Archiatro e Protomedico, Direttore degli Studii Medici, e Presidente della Facoltà Medica in Vienna.

S. E. Monsig. Rev. Ladislao Pyrker, Patriarca, Arcivescovo di Erlau.

S. E. il sig. Giuseppe Luigi Jüstel, Consigliere di Stato e delle Conferenze, Preposto Mitrato di Bunzlau, Assessore presso la Commissione Aulica di Legislazione Giudiziaria.

Signor Francesco Innocenzo Lang, Consigliere Aulico, Canonico di Gross-Wardein, Membro della Commissione Aulica degli Studii.

Signor Giovanni Debrois, Nobile di Brugek, Consigliere Aulico.

Signor Barone Luigi Türkheim, Consigliere Aulico, e Relatore per gli Affari di Sanità, Primo Vice-Direttore dello Studio Medico-Chirurgico, Membro della Commissione Aulica degli Studii.

Signor Giuseppe Mayer di Gravenegg, Consigliere Aulico attuale.

Signor Leopoldo Wetzl di Wellenheim, Consigliere Aulico attuale.

S. Emin. Placido Zurla, Cardinale, Vicario Generale di Sua Santità il Sommo Pontefice Gregorio XVI.

Signor Federico Wiebecking, Consigliere Intimo di S. M. il Re di Baviera, ec.

Monsig. Rev. Modesto Farina, Vescovo di Padova, Cavaliere, Consigliere di Governo.

Signor Marchese Luigi Rangoni, Presidente della Società Italiana.

Signor De-Pauli, Nobile di Frenheim, Regio Delegato della Provincia di Padova.

Monsig. Rev. Gio. Batt. Canova, Vescovo di Mindo.

Signor Conte Gio. Batt. Stratico Cavaliere, Regio Delegato della Provincia del Friuli.

Nob. sig. Carlo Isidoro Roner d'Ehrenwerth, Vice-Delegato della Provincia di Padova.

Signor Barone Giuseppe Francesco di Jacquin, Consigliere di Governo della Bassa Austria, Professore di Botanica nella I. R. Università di Vienna.

Signor Cav. Gaudenzio Caccia, in Novara.

Signor Francesco Dott. Aglietti, Consigliere di Governo e Proto-Medico Pensionato, Membro dell' I. R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti in Venezia.

Signor Conte e Cav. Girolamo Polcastro, in Padova.

Monsig. Ab. Angelo May, Prefetto della Vaticana.

Signor Giuseppe Venturoli, Direttore Generale delle Acque e Strade, Prof. di Matematica in Roma.

Signor Adriano M. Le Gendre, dell'Istituto di Francia.

Signor Cav. De Graefe, Consigliere Privato di S. M. il Re di Prussia, Medico Ispettore Generale delle sue Armate, Direttore dell'Accademia di Medicina di Berlino.

Signor Agostino San Martino, Prof. di Matematica in Catania.

Signor Cav. Luigi Angeli, Archiatro Onorario Pontificio, e Professore in Imola.

Signor Conte Cav. Prospero Balbo, Ministro di Stato di S. M. il Re di Sardegna, Decurione della Città di Torino.

Signor Cav. Antonio Pezzoni, Consigliere di Stato di S. M. l'Imperatore di tutte le Russie, e Medico addetto al Dipartimento Sanitario dell'Impero Russo.

Signor Strekfuss, Consigliere Aulico in Prussia.

Signor Wismayr Giuseppe, Supremo Consigliere Ecclesiastico di S. M. il Re di Baviera.

Signor Barone De Zach, Astronomo.

SOCJ ATTIVI ED EMERITI.

Della Classe Matematica.

Li Signori

Bernardi Ab. Giuseppe, suddetto.

Bonfadini Ab. Giacomo, suddetto.

Conti Dott. Carlo, I. R. Aggiunto alla Specula in Padova.

De La Casa Dott. Vittorio, Prof. Ord. nell' I. R. Università.

Dal Negro Ab. Salvatore, Prof. Ord. di Fisica Teoretica e Sperimentale nell'I. R. Università.

Franceschinis Dott. Ab. Francesco Maria, suddetto.

Francesconi Dott. Ab. Daniele, I. R. Bibliotecario.

Santini Dott. Giovanni, suddetto.

N. N. (vacante)

SOCJ EMERITI.

Classe suddetta.

Li Signori

Cataneo Dott. Francesco, Ingegnere.

Magarotto Ab. Francesco, Prof. Ord. di Matematiche Pure nel R. Liceo di Vicenza.

Zendrini Ab. Dott. Angelo, Membro e Segretario dell'I. R. Istituto, Prof. Pensionato della I. R. Università.

SOCJ ATTIVI.

Della Classe di Fisica Sperimentale.

Li Signori

Catullo Dott. Tommaso Antonio, Prof. di Storia Naturale nell'I. R. Liceo di Vicenza, Supplente alla stessa Cattedra nell'I. R. Università di Padova.

Configliachi Dott. Ab. Luigi, Prof. di Agraria nell'I. R. Università.

Da-Rio Conte Niccolò, suddetto.

Gallini Dott. Stefano, Prof. Ord. di Anatomia Sublime e Fisiologia nell'I. R. Università.

Jappelli Giuseppe, Ingegnere.

Melandri Dott. Girolamo, suddetto.

Menin Ab. Dott. Lodovico, suddetto.

Romano Ab. Dott. Girolamo.

Molin D.r Gir., P. O. di Veterinaria e Rettore Magnifico dell'I. R. Università.

SOCJ EMERITI.

Classe suddetta.

Il Signor

Arduini Dott. Luigi, Prof. Emerito dell'I. R. Università.

SOCJ ATTIVI.

Della Classe di Medicina.

Li Signori

Brera Dott. Valeriano Luigi, I. R. Consigliere di Governo e Membro Onorario dell'I. R. Istituto, Prof. Ord. di Clinica Medica e Terapía Speciale delle malattie interne nell'I. R. Università.

Dalle Ore Dott. Maria Antonio, Prof. Pensionato dell'I. R. Università.

Fanzago Dott. Francesco, Prof. Emerito dell'I. R. Università, Direttore della Facoltà Medica della stessa, e Direttore dello Spedale di Padova.

Fedrigo Dott. Gaspare, Prof. Ord. di Clinica Medica pei Chirurghi, e Supplente alla Clinica Medica e Terapía Speciale delle malattie interne nell'I. R. Università.

Malacarne Dott. Vincenzo Gaetano, Prof. Pensionato della I. R. Università.

Mandruzzato Dott. Salvatore, Prof. Emerito dell'I. R. Università.

Montesanto Dott. Giuseppe, suddetto.

Zecchinelli Dott. Giovanni Maria, suddetto.

N. N. (vacante)

SOCJ EMERITI.

Classe suddetta.

Li Signori

Bonato Dott. Giuseppe, Prof. Ord. di Botanica nell'I. R. Università.

Caldani Dott. Floriano, Prof. Ord. di Anatomia umana nell'I. R. Università.

SOCJ ATTIVI.

Della Classe di Belle Lettere.

Li Signori

Furlanetto Ab. Giuseppe.

Mabil Cav. Dott. Luigi, Prof. Emerito dell'I. R. Università.

Meneghelli Ab. Dott. Antonio, Prof. Ord. di Diritto Mercantile Marittimo e di Navigazione nell'I. R. Università.

Nodari Mons. Antonio, Canonico della Cattedrale, Prof. Emerito dell'I. R. Università.

Quaini Ab. Dott. Gregorio.

Scarabello Mons. Dott. Niccolò, Canonico della Cattedrale, Prefetto degli Studii nel Seminario Vescovile di Padova.

Svegliato Ab. Gio. Battista, suddetto.

Zandonella Ab. Dott. Giambattista, Prof. Ord. della Storia Ecclesiastica, Patrologia, e Storia Letteraria Teologica nell'I. R. Università.

SOCJ EMERITI.

Classe suddetta.

Li Signori

Barbieri Ab. Dott. Giuseppe, Prof. Emerito dell'I. R. Università.

Giuliani Ab. Dott. Jacopo, Prof. Ord. delle Scienze e Leggi Politiche nella I. R. Università.

Lanfranchi Dott. Luigi, Prof. e Bibliotecario nell'I. R. Università di Pavia.

Pieri Dott. Maria, Prof. Pensionato dell'I. R. Università.

SOCJ NAZIONALI.

Li Signori

Aprilis D. Bartolommeo, Prof. di Fisica nell'I. R. Liceo di Udine.

Bettío Ab. Pietro, I. R. Bibliotecario della Marciana in Venezia.

Bordoni Antonio, Prof. di Matematica nell'I. R. Università di Pavia.

Bossi Co. Luigi, Membro Pensionato dell'I. R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti del Regno in Milano.

Comparetti Pietro, Dott. di Legge in Pordenone.

Corniani Co. Marco, in Venezia.

De-Lazzara Giovanni, Cav. Gerosolimitano.

De Min Giuseppe, Prof. di Pittura.

Dianin Ab. Dott. Felice, Prof. Ord. d'Istruzioni Religiose nell'I. R. Università di Padova.

Diedo Antonio, P. U. Segr. dell'Imp. R. Accademia di Belle Arti in Venezia.

Fappani Dott. Agostino, Membro della Congregazione Centrale di Venezia.

Franceschi Nob. sig. Luigi, Ingegnere in Istria.

Frari Dott. Angelo, Consigliere di Governo, e Presidente del Magistrato di Sanità Marittima di Venezia.

Fusinieri Dott. Ambrogio, Fisico in Vicenza.

Ghirlanda Dott. Gaspare, R. Medico di Delegazione in Treviso.

Gianelli Dott. Giuseppe, Prof. Ord. di Polizia Medica nella I. R. Università.

Labus Dott. Giovanni, in Milano.

Manzoni Alessandro.

Marabelli Francesco, Prof. Ord. di Chimica nell'I. R. Università di Pavia.

Marsand Ab. Dott. Antonio, Prof. Emerito dell'I. R. Università.

Marzari-Pencati Nob. sig. Giuseppe, Consigliere per le Miniere nelle Provincie Venete.

Melan Mons. Dott. Sebastiano, Canonico della Cattedrale di Padova, e Direttore della Facoltà Teologica dell'I. R. Università.

Miliara, Prof. di Pittura in Milano.

Orsi Tranquillo, Prof. di Disegno nell'I. R. Accademia di Belle Arti in Venezia.

Pagani-Cesa Conte Giuseppe Urbano, in Belluno.

Papafava Marsilio.

Racchetti Alessandro, Prof. Ord. nell'I. R. Università.

Saggini Andrea, Podestà di Padova.

Sanfermo Nob. sig. Marco Cavaliere, Ingegnere.

Scarpa Dott. Antonio, Prof. Emerito della I. R. Università di Pavia, Direttore della Facoltà Medica della stessa, Membro Pensionato dell' I. R. Istituto.

Scopoli Conte Giovanni Commendatore, in Verona.
Scolari Dott. Filippo, I. R. Segretario dell'Intendenza di Vicenza.
Thiene Dott. Domenico, Medico in Vicenza.
Traversa Dott. Francesco.
Trivellato Ab. Giuseppe, Prof. nel Seminario Vescovile di Padova.
Venanzio Dott. Girolamo, in Porto-Gruaro.
Villabruna Mons. Conte Guido, Canonico della Cattedrale di Feltre.
Zannini Dott. Paolo, Medico Primario dell'Ospedale di Venezia.

SOCJ ESTERI.

Li Signori

Anguissola Conte Giovanni Battista, in Piacenza.
Berni Dott. Giuseppe, Prof. Ord. di Medicina Legale, e di Polizia Medica nell'I. R. Università di Vienna.
Berzelius Giovanni Giacomo, Prof. di Chimica e Segretario dell'Accademia delle Scienze di Stokolm.
Corsin Vittorio, Prof. di Filosofia nella Facoltà delle Lettere a Parigi.
Farini Ab. Pellegrino, Prof. di Belle Lettere in Ravenna.
Fischer G. L., Fisico in Pietroburgo.
Fuss Cav. Nicola, Consigliere di Stato di S. M. l'Imperatore di tutte le Russie.
Gargallo Tommaso, Cav. Gerosolimitano.
Gay-Lussac, Prof. di Chimica e di Fisica, Membro dell'Accademia delle Scienze di Parigi.
Ghiliossi Conte di Lemie Giuseppe Ignazio, in Torino.
Harles C. G. Consigliere, Prof. di Medicina Pratica nella Regia Università di Roma.
Humboldt Federico Enrico Alessandro Barone, Membro della Società Reale di Londra, e dell'Accademia delle Scienze di Francia.
Khuostof Conte De, Senatore di Russia.
Lindenau Barone De, Direttore Generale del Censo in Prussia.
Maffei Ab. Cav., Prof. di Letteratura e di Lingua Italiana nella R. Paggeria di Monaco.
Morichini Domenico, Prof. di Chimica nella Sapienza di Roma.

Oersted H. C., Prof. di Fisica a Copenaghen.
Paoli Domenico Conte De, in Pesaro.
Pezzana Angelo, Bibliotecario in Parma.
Portal Antonio, dell'Accademia R. di Francia, Officiale della Legion d'Onore.
Teschoenberg Dott. J. J. Alberto di Copenaghen, ora a Napoli.
Thomson, Prof. di Chimica nella Università di Edimburgo.

SOCJ CORRISPONDENTI.

Li Signori

Baldasserini Marchese Francesco, Segr. dell'Accademia Agraria di Pesaro.
Ballardini, Medico di Delegazione in Sondrio.
Basso Luigi, Dott. di Legge in Padova.
Bellingeri Dott. Francesco, Medico della R. Corte in Torino.
Bellini Gio. Battista, Chirurgo in Lugo.
Benvenisti Dott. Donato, Medico in Padova.
Bettoni Niccolò, Tipografo.
Bianchi Dott. Giovanni, Prof. di Fisiologia in Modena.
Bianchi Dott. Giuseppe, Astronomo in Modena.
Biego Dott. Alessandro, R. Medico di Delegazione in Rovigo.
Biscaccia Niccolò, in Rovigo.
Bonefas Matteo, Direttore dell'Orto Agrario in Torino.
Boni Gio. Antonio, Ispettore Aggiunto alla Direzione Generale d'Acque e Strade in Venezia.
Brognoni Francesco, R. Medico di Delegazione in Padova.
Bruni Dott. Carlo, Medico in Conegliano.
Brusoni Dott. Giacomo, Avvocato in Padova.
Calegari Ab. Dott. Antonio.
Calegari Dott. Pietro, Medico Primario dell'Ospitale in Padova.
Calogeropulo Dott. Niccolò, Medico in Corfù.
Campilanzi Emilio, Ingegnere in Venezia.
Carrer Luigi, in Padova.
Casoni Marchese, in Seravalle.
Ceresa Carlo, Dott. di Medicina in Vienna.
Cittadella Conte Giovanni, in Padova.

Cittadella Conte Andrea, in Padova.
Coltellini Cav. Agostino, in Cortona.
Cristofori Andrea, Medico in Mantova.
Duchelard Michele, Prof. di Oculistica.
Fabeni Dott. Vincenzo, Prof. Ord. di Chirurgia Teorica, e Direttore dell'Armamentario Chirurgico nell'I. R. Università.
Fabris Dott. Girolamo, Proto-Fisico in Fiume.
Facchini Dott. Francesco, Avvocato in Montagnana.
Faccio Domenico, Impiegato presso l'I. R. Biblioteca in Padova.
Formentini Ab. Antonio, in Padova.
Holler Emerico Tommaso, in Vienna.
James, Medico Inglese.
Lenguazza Leone, Dott. in Medicina.
Losanna Matteo.
Liberali Sebastiani, Dott. in Medicina, e Direttore dell'Ospedale di Treviso.
Macoppe Dott. Marino, Maestro di Matematica nella Scuola Elementare Maggiore in Padova.
Malagò Dott. Pietro Paolo, Prof. di Medicina e Chirurgia in Ferrara.
Malfatto Luigi, Ingegnere in Padova.
Manzoni Dott. Luigi, Chirurgo in Verona.
Marchesi Pompeo, Prof. di Scoltura in Milano.
Marcolini Dott. Francesco, Direttore dell'Ospedale in Udine.
Mazzoni Dott., Prof. di Chirurgia in Firenze.
Meli Dott. Domenico, Chirurgo in Ravenna.
Meneghini Dott. Andrea.
Mocenigo Conte Pietro.
Morelli Dott. Luigi, Prof. di Medicina Pratica nell'Università di Pisa.
Naccari Dott. Fortunato Luigi, Vice-Console del Regno delle due Sicilie in Chioggia.
Nocca Ab. Domenico, Prof. Emerito nell'I. R. Università di Pavia.
Nodari Pietro, Dott. in Medicina.
Olmi Dott. Agostino, Primo Medico nell'Ospedale di Santa Maria Nuova in Firenze.
Orli Gio. Girolamo.
Pasetti Dott. Floriano, Ingegnere in Capo nelle Provincie di Rovigo.
Pasini Ab. Pietro, Prof. del Ginnasio di Padova.

Pastrovich Ab. Giovanni.

Penolazzi Dott. Ignazio, Primo Medico in Montagnana.

Petrettini Spiridione, in Corfù.

Piovani Cav. Francesco, in Ostiano.

Poletti Geminiano, Prof. di Matematica Applicata nell'Università di Pisa.

Playfayr Dott., Prof. di Fisica nell'Università di Edimburgo.

Puccinotti Dott. Francesco, Prof. di Medicina in Macerata.

Quadri Dott. Giovanni Battista, Prof. di Oculistica nella R. Università di Napoli.

Ravagnan Ab. Girolamo, Professore di Filosofia nel Seminario Vescovile di Chioggia.

Rovida Cesare, Prof. di Matematica Pura nel R. Liceo di Porta-Nuova in Milano.

Ruggieri Dott. Gaetano, Proto-Medico della Sanità Marittima in Venezia.

Salomoni Filippo, Avvocato.

Salvatori Francesco, in Bagnacavallo.

Schiappati Dott. Stefano, Impiegato presso il Tribunale d'Appello in Venezia.

Schizzi Conte Folchino, in Cremona.

Selvatico Pietro, Marchese Estense.

Serafini Giuseppe, Dott. in Medicina.

Serristori Cav. Luigi, in Firenze.

Sicuro Dott. Marino, di Zante.

Smania Michel Angelo, di Verona.

Soli-Muratori Dott. Fortunato, Legale in Modena.

Spongia Dott. Filippo, Medico Direttore Supplente dello Spedale di Padova.

Speranza Dott. Carlo, Prof. di Medicina Legale nell'Università di Parma.

Stancovich Ab. Pietro, Canonico di Barbana in Istria.

Tadini Mons. Placido, Vescovo in Biella.

Tantini Dottor Francesco, Professore Onorario di Medicina nell'Università di Pisa.

Tecchio Sebastiano, Dottore in Legge.

Todeschini Dott. Giuseppe, Prof. Emerito dell'I. R. Università.

Tonelli Dott. Giuseppe, Medico in Paliano presso Roma.

Trevisan Dott. Francesco, Medico in Castelfranco.

Tuzzi Vincenzo Antonio, Ingegnere.

Vatmann, Prof. di Clinica Chirurgica nell'I. R. Università di Vienna.
Vedova Giuseppe.
Venturi Dott. Luigi, Medico Primario della città di Sanseverino.
Viero Dott. Giovanni Antonio.
Visiani De Roberto, Medico in Sebenico.
Zacco Conte Teodoro.
Zerbinati Francesco, Dottore in Medicina.
Zola Dott. Francesco, Ingegnere.

CENNI BIOGRAFICI

DEGLI

ACCADEMICI DI PADOVA

MANCATI A' VIVI DOPO LA PUBBLICAZIONE DEL PRIMO VOLUME DEI *NUOVI SAGGI* MDCCCXVII

DEL SOCIO ATTIVO

ANTONIO MENEGHELLI

La nostra Accademia, seguendo le orme di quella di Francia, e di altre non meno famigerate, sino dalla sua istituzione si fece un dovere di rendere un breve tributo di laude a que' Socii che nella successione dei tempi mancarono a' vivi. Sino all'anno 1794 satisfece al tenero e triste ufficio il Cesarotti con quella grazia e semplicità che richiama alla memoria gli Elogi Accademici del Fontenelle. Politiche vicende sospesero la stampa degli Atti, e fu soltanto nel 1809 che comparvero le *Memorie Accademiche;* ma non si fece verun cenno dei Membri passati fra i più nel periodo di quasi tre lustri. Il Prof. Caldani fu incaricato di lavare la macchia di un'omissione increscevole, e parlò acconciamente dei molti che dal declinare del secolo scorso sinò al 1817 aveano chiuso gli occhi alla luce. Quel suo lavoro sta in fronte al primo volume, il cui titolo: *Nuovi Saggi dell'Accademia, ec.* Convien dire che il pentirsi e il fallire di bel nuovo sia retaggio dell'umana fralezza anche negli affari che alla letteratura appartengono, giacchè l'Accademia nel 1825 pubblicò il secondo tomo dei *Nuovi Saggi ec.,* e motto veruno non fece dei chiari ingegni che dormirono il sonno di morte. Che grave le torni questa nuova obblivione ne fa guarentigia il fermo volere, che le Memorie del presente volume sieno precedute da un'accurata Biografia dei Membri che un dì l'onorarono coi loro scritti, o colle loro virtù. E giacchè perfetta, e non manchevole, deve essere l'ingiunta riparazione, non lascieremo di avvertire, che negli ultimi cenni biografici si desidera il nome di Giuseppe Greatti. Da lui adunque prenderemo le mosse.

Il Greatti ebbe a patria Pasiano, picciolo villaggio del Friuli, e vide la luce il 3 Gennajo del 1758. Nella tenera età di circa due lustri venne affidato alle cure de' Barnabiti di Udine. Rapidi e lusinghieri furono i suoi progressi nella letteratura, e specialmente nella poesia. Passò da poi al Seminario di quella città, dove diede opera alla filosofia e alle scienze sacre, necessarie a chi volea iniziarsi nel sacerdozio. Brama di estendere le sue cognizioni, di conversare coi dotti, lo determinò a recarsi a Padova. Studiò a tutta possa, e volle conseguire la laurea; ambì la grazia e l'amicizia dei più riputati, nè andarono falliti i suoi voti. Era caro al Cesarotti, all'Avanzini, all'Olivi: il primo, con un cuore nato fatto per amare, solea chiamarlo il suo primogenito. La poesia era in cima de' suoi pensieri, e dettava a quando a quando dei versi che l'additavano non illegittimo figlio di Apollo. È celebre la sua *Lettera di Abelardo ad Eloisa*, che però non vide la luce; e non sono men commendevoli l'*Epistola a Temira*, il *Passeggio di Vanzo*, alquanti *Sonetti in lode del Petrarca*, produzioni già rese di pubblico diritto, omesse le molte che andava scrivendo per servire alla consueta importunità di chi volea un'oda, una canzone, un sonettino per festeggiare un imeneo, una monachella, una laurea. Soggiornò qualche mese a Venezia per dare l'ultima mano agli studii di un giovane di largo censo; ma presto presto prese commiato, e ritornò fra le mura di Antenore. Desideroso di appartenere alla nostra Accademia, ottenne un posto di Socio Urbano, e nella Seduta del 27 Gennajo 1791 lesse la Dissertazione, il cui titolo: *Esame critico della Vita di Cicerone scritta da Plutarco.* È una specie di continuazione della Memoria letta da Pellegrino Gaudenzi sopra lo stesso argomento. Quel valente Forlivese erasi accinto a purgare il buon Cicerone dalla triplice accusa di debolezza, di mordacità, di vanagloria, datagli dal biografo di Cheronea. Lo scolpò dalla prima, nol potè dalle altre, perchè morte nol consentì. Il Greatti si prefisse di supplire, e ridusse all'evidenza che Cicerone non era altrimenti mordace; con animo di mostrare da poi, che anche la vanagloria gli era stata straniera. Ma il lavoro rimase sospeso: taluno è forse di avviso che avrebbe durata non poca fatica a liberar la sua fede. Quell'ottimo repubblicano era forse tormentato un po' troppo dalla sete di rinomanza; e quanto disse il Middleton per iscolparlo, addita un biografo più ingegnoso che veritiero. Il Greatti fu annoverato fra i Membri Onorarii, nè andò guari che venne eletto a Pubblico Bibliotecario. Per poco gustò le dolcezze di una vita agiata e tranquilla. Una fantasia troppo fervida non gli permise di essere semplice spettatore di certi

avvenimenti; assunse le parti di attore, e fu gran ventura per lui di poter cangiar cielo senza incontrare il naufragio. Si riparò a Milano, ov'ebbe il posto di Bibliotecario in Brera, che assai presto dovette abbandonare, perchè là pure non ebbe il buon destro di tacere e di lasciar fare. Andò errando fra inospitali regioni, finchè gli fu dato di ritornarsene incolume in seno della famiglia, presso cui se ne stette sino al 1805. Nuove vicissitudini l'invitarono a nuove cure; ma ammaestrato dall'esperienza vi si adoperò con più di calma. Tornò utile a tutti, fuorchè a sè stesso, e s'ebbe la povertà a indivisa compagna anche quando conferiva cariche e impieghi. Finalmente, convinto che l'uomo di lettere dee vivere alle lettere, si restituì al suo Pasiano, da cui non si sarebbe più allontanato, se i molti che lo pregiavano non l'ayessero astretto ad assumere l'incarico di Rettore nel Collegio di S. Vito. Si arrese all'inchiesta, e nel Novembre del 1811 lo veggiam tutto inteso a disporre le cose pel migliore andamento della più utile e insieme difficile impresa. E già ne avea la maggiore attitudine, chè molto addentro vedeva nell'argomento della educazione, come ce ne assicura una lettera inedita che abbiam sotto gli occhi, un tempo diretta a ragguardevole personaggio, nella quale, avvertiti i mali dei vecchi sistemi, additati gli opportuni rimedii, mostra che non si potrà ottenere lo scopo, se in gran parte non si ometta di fare il già fatto, e non si faccia quello che non si è mai avvertito di fare. Seguendo le traccie da lui stesso segnate, avrebbe richiamato quel Collegio a nuova vita; ma non potè cogliere il frutto desiderato, perchè morte lo colpì in sugli esordii di quella destinazione, cioè nel dì 27 Febbrajo del 1812.

Di assai diverso dal Greatti per vicende, per indole, pel tenore degli studii fu Angelo Maria Bignami, che quasi meteora appartenne a cotesta Università, all'Accademia, tanto fu breve il tempo del suo magistero nell'una, così poco intervenne alle Sessioni dell'altra. Nacque il Bignami a Codogno l'ottavo giorno di Ottobre del 1754. Fu là che, varcati gli anni della puerizia, studiò umane lettere e filosofia; e con tale profitto da offrire un pubblico saggio, da cui ne trasse gran lode. Nell'Università di Pavia attese agli studii teologici, e vi ottenne la laurea. Nell'anno seguente, cioè nel 1777, fu promosso al sacerdozio. Volle vedere la più bella parte d'Italia; e sopra tutto abbracciare lo zio paterno, che a Napoli occupava il posto di Segretario nella Segreteria di Stato. Chiesto di rimanersene, sulle prime aderì; e raffermò l'adesione quel vedersi occupato nella Segreteria dello zio col titolo un po' se-

ducente di Uffiziale onorario. Ma poco soddisfo di quel tenore di vita, scontento di un clima alla sua salute nocevole, nel 1781 rimpatriò. Il Seminario di Codogno tenne in conto di lietissimo avvenimento quel suo ritorno, e si affrettò a nominarlo Rettore e Maestro di Rettorica. Nel 1787 fu invitato a leggere Filosofia, e così corrispose alla espettazione de' suoi, tanto crebbe la fama anche al di fuori, che dopo il volgere di pochi anni venne promosso alla Cattedra dell'analisi delle idee nell'Università di Bologna. Il Decreto è del 25 Dicembre 1802. Sostenne con molto valore il nuovo magistero, e il Discorso che lesse nell'anno seguente, *Sullo studio preparatorio alle scienze*, suggellò in certa guisa la concepita opinione. Conseguenza dell'acquistata celebrità furono gli onori e le distinzioni, che forse gli resero più dolce la vita. Fu Rettore Magnifico, Elettore nel Collegio dei Dotti, Cavaliere della Corona di Ferro, e due volte fece le parti di Presidente nel Collegio Elettorale dell'alto Po. Nel 18 Gennajo del 1809 fu destinato a Professore di Economia Pubblica e di Commercio in cotesta Università, ma non salì la Cattedra che nell'Aprile seguente. Piacquero le sue lezioni; ma l'Elogio di Cesare Beccaria, riguardato come economista, diede a conoscere l'altezza e l'estensione delle sue cognizioni. Niuno avrebbe creduto che la recitazione di quel Discorso, seguíta nel Maggio del 1810, dovesse precedere di pochi mesi la quiete da lui implorata e ottenuta. Ma la morte del fratello, la necessità di provvedere agl'interessi dei nipoti l'astrinse all'inchiesta, e inclinò il Governo alla grazia. Milano divenne il suo soggiorno. Non si ristette per altro dalla consueta operosità, e seppe rendersi utile al pubblico, benchè molto occupato delle bisogne domestiche. Nel 1818 fu eletto Reggente del Liceo di S. Alessandro, e accettò. Quale riescisse in quel ministero ce lo dice il giorno de' suoi funerali, che fu il 7 Gennajo del 1821. Cadeva dirottissima pioggia; ma l'accompagnamento era di oltre mille persone, la maggior parte giovani studenti, sulle cui faccie stava dipinto il più vivo dolore. Nè potea avvenire altramente; chè le doti del Bignami aveano allacciati tutti gli animi, precipuamente quelli dei giovanetti; tanto era l'illibatezza de' suoi costumi, la fecondità dell'ingegno, la bontà del cuore, la soavità delle maniere. Morì di tabe senile, benchè non ancora compiuto l'anno sessagesimosettimo.

Antonio Collalto nacque con quelle felici disposizioni che doveano renderlo celebre nelle Matematiche pure, applicate, nella Fisica, ec. Venezia sua patria fu spettatrice di una tale attitudine, e lieta misurava, per così

dire, coi giorni i prodigiosi progressi. Il Seminario patriarcale ebbe il merito della prima instituzione; il celebre fisico e matematico Ab. Miotti convertì gli elementi in una decisa scienza profonda. L'educazione, che per altri è meta, per lui fu indirizzo onde proseguire il cammino. Non avea per anco toccato l'anno trentesimo, ed era autore di due Opere che l'additavano assai bene innoltrato nella provincia che formava le sue delizie. Offriva l'una un *Metodo analitico per conoscere la fallacia di alcune dimostrazioni;* conteneva l'altra alcuni *Discorsi sul metodo di studiare le Matematiche.* Nè in minor conto si tennero le *Annotazioni matematiche alla Fisica del Poli*, e la *Traduzione* e l'*illustrazione di alcune parti delle Transazioni filosofiche di Londra.* Fu prezzo di questi lavori la sua elezione a Maestro di Matematica e Fisica nelle Pubbliche Scuole di Venezia, avvenuta nel 1795, alla quale ben presto successe l'altro incarico di Esaminatore in quelle dell'Arsenale e Marina. Straordinarie vicende e destinazioni di molto diverse lo tolsero all'insegnamento, alla cattedra, finchè lasciato il patrio suolo visitò le Fiandre, l'Olanda, e gran parte della Francia. Se nel viaggiare tutto vide, tutto osservò, nel suo non breve soggiorno di Parigi trasse non lieve profitto dalla società degli uomini più celebri nelle scienze sacre a Matesi. E ben lo diede a vedere quando, rivarcate le Alpi e fissato il suo domicilio a Milano, pubblicò l'Opera intitolata *Identità del calcolo differenziale con quello delle serie, ec.* Ben presto lo si volle restituito a quella pubblica educazione in cui tanto si era distinto a Venezia. Sembrava nato per l'istruzione dei giovani. Altro è sapere, ed altro saper insegnare; il Collalto a molta scienza annodava molta desterità, molta chiarezza. Così attemperavasi all'intelligenza dei suoi alunni, che i meno pronti poteano tener dietro a' suoi passi, i più svegliati sempre gli stavano al fianco. Nel 1803 fu promosso alla Scuola del Poligono e degli Uffiziali di artiglieria, e nel 1805 ottenne l'altra Cattedra di Matematica applicata nella scuola militare. Sempre inteso al maggiore profitto degli allievi alle sue cure affidati, pubblicò due Opere che accrebbero la sua riputazione: tali la *Geometria analitica a due coordinate*, e l'altra *Dell'istruzione teorico-pratica degl'Ingegneri*, entrambe stampate a Pavia, dove sosteneva il magistero affidatogli.

Ma il Collalto, malgrado un posto così onorevole, non era contento; la nostalgía, propria di qualche popolo, era la malattia del suo cuore. Anelava al patrio cielo, desiderava di rivedere, di abbracciare gli amici, di dividere con essi l'aura della vita primiera. Tanto fece, che nel 1806 venne invitato

a professare l'Introduzione al calcolo sublime in questa nostra Università. Nell'anno seguente furono aggiunte alquante lezioni teorico-pratiche di Geodesia. Sempre eguale a sè stesso nell'attività, nel fervore, stampò due Opere che gli diedero nuovi diritti alla estimazione dei dotti. È intitolata la prima: *Nuove Lezioni di Geometria analitica a due e a tre coordinate, ec.;* sta in fronte della seconda: *Nuovo saggio di Poliodrimetria analitica.* Nè tutto questo impedivagli di eseguire colla maggiore sollecitudine qualche pubblica commissione. Fra le altre nel 1808 si ebbe quella di esaminare col Prof. Avanzini certa macchina dei fratelli Galvani di Pordenone, di calcolarne gli effetti, e di additare dove si potesse erigerne una in Padova per assicurarsi degli asseriti risultamenti, e per trarne i vantaggi desiderati. A quell'epoca già era stato ascritto al Collegio dei Dotti, sedeva fra i Membri Onorarii dell'Istituto. Fu da poi uno dei XL. della Società Italiana, e appartenne alle più illustri Accademie. Cessarono le occupazioni della Cattedra, ma non cessarono le pubbliche commissioni, nè gli venne meno quel caldo amore di studio che avea palesato nel fiore degli anni. Quanto alle commissioni, primeggia quella del 1819 di esaminare e di scegliere il luogo più adatto per l'erezione di un ampio Stabilimento per la generale macinazione ad acqua delle foglie de' tabacchi, di por tutto a calcolo, di farne un distinto e ragionato rapporto, accompagnato da esatti disegni, che il tutto ponessero in pienissima luce. Riguardo agli studii, lavorava a tutta possa per compiere un'Opera di lunga lena, già cominciata da molto tempo, il cui titolo: *Descrizione, maneggio ed uso dei principali strumenti di Matematica, applicabili alle Scienze ed alle Arti, ec.* Dovea essere di sei grossi volumi in 4.°, ed ogni volume illustrato e arricchito di trenta e più intagli. È facile l'immaginarsi quanto prezioso sarebbe riescito quel dotto e paziente lavoro agl'Ingegneri, ai costruttori, agli artisti, quanto utile alle Matematiche teorico-pratiche, se l'ottimo Autore avesse potuto condurlo al fine desiderato. Ma rea morte lo tolse alla famiglia, agli amici, alle scienze il dì 16 Luglio del 1820 nell'età fresca di cinquantaquattr'anni non ancora compiuti. Le produzioni accennate non sono le sole uscite dalla sua penna; ve n'ha alcune fra le Memorie della Società Italiana, del R. Istituto, e della nostra Accademia.

Non è raro il caso che alcuni studii sieno una specie di eredità nelle famiglie. I Riccati il provarono colle Matematiche, gli Assemani colle scienze sacre e colle lingue orientali. Simone Assemani, di cui prendiamo a parlar

brevemente, non volle essere da meno de' suoi zii, saliti in altissima fama per Opere applaudite in ogni maniera di argomenti sacri e di orientale filologia. Originario di Tripoli di Soria, nacque in Roma nel Febbrajo del 1752. Là ebbe la sua educazione, e nella Sapienza ottenne il grado di Dottore teologo. Fu promosso al sacerdozio secondo il rito de' Maroniti; ma per ispeziale privilegio potè uniformarsi al nostro, e perciò si scriveva *Sacerdote Maronita di rito latino.* Volle visitare la casa avíta e la patria, e vi andò munito di amplissimo Breve Pontificio, mercè cui gli era dato di accorrere ai bisogni spirituali di quelle genti. Le cose che narrava di quel viaggio e di quella missione erano veramente orientali. Ritornato a Roma, per poco vi si trattenne. Visitò la Germania, e fece non breve soggiorno nella Capitale dell'Austria. Viaggiò di bel nuovo, e dopo svariati andirivieni giunse a Venezia con animo di condurre una vita tranquilla. Trovò grazia presso il Cav. Jacopo Nani, che ben presto lo invitò a porre in ordine, ad illustrare i codici orientali e le medaglie Cufiche, di cui era fornito a dovizia. In pochi anni condusse l'opera al termine desiderato, e la pubblicò col titolo di *Catalogo dei Codici manoscritti orientali della Biblioteca Naniana, e di alcune monete Cufiche,* vol. 3 in 4.° Il Mecenate studiò come potesse ricambiare i servigi dell'Assemani, e vi riescì adoperandosi perchè fosse destinato a insegnare lingue orientali in questo Seminario. Veramente il caso era nuovo, perchè a que' soli era accordato di sedere a maestri, che fatte vi aveano le parti di allievi; ma un ottimate che pregava non dovea dubitare della vagheggiata eccezione. Esercitò il suo magistero sino al 1807, cioè sino alla sua elezione a Professore delle stesse lingue orientali in cotesta Università; e vi stette godendo dell'affetto degli uomini dotti che onoravàno quel celebre Palladio dei buoni studii. Nè incresceva anche quando era più sollecito della propria che dell'altrui lode, e scherzando lo si paragonava a quegli eroi di Omero, che senza riserva diceano le mille cose del loro valore. L'insegnamento non era per l'Assemani che una frazione delle occupazioni. Il solo carteggio col fiore dei letterati d'Europa era affare da porre alle prove la costanza dei più operosi. Il Professore Driuzzo gentilmente ci trasmise il catalogo dei molti con cui avea commercio di lettere, e ci parve che le spedite all'Assemani possano ascendere a parecchie centinaja (1). Copioso è pure il catalogo delle sue

(1) Avevamo già estesi questi brevi cenni intorno all'Assemani, quando ci venne di rilevare che l'indicato carteggio fu acquistato dal nostro dottissimo Collega Abate Prof. Francesconi.

Opere. Quattordici sono le pubblicate, altrettante le inedite, quasi tutte intese a svolgere argomenti relativi alle lingue e alla letteratura orientale. Giova sperare che l'ottimo Driuzzo porrà in piena luce quanto a quell'Orientalista appartiene, giacchè sappiamo ch'egli ha in animo di tesserne un elogio storico alquanto accurato. Fu Membro onorario dell'Istituto, e Socio di varie Accademie. Morì di febbre tifico-perniciosa nel dì 7 Aprile del 1821. Il Prof. Zabeo lodò i talenti ed il cuore dell'Assemani con assennata e affettuosa Orazione.

Infausto giorno per l'Università e per l'Accademia fu il 26 del 1822, giacchè mancato a' vivi Giovanni Farini, l'una perdette un abile Professore, l'altra un Socio per ogni titolo ragguardevole. Nacque in Russi, picciola terra del Ravennate, il 10 Aprile del 1778. Nel Seminario di Faenza, quindi nel Collegio di Ravenna attese alla prima sua educazione, cioè alle umane lettere. Volea incontanente consecrarsi alle Matematiche, ma le guerresche vicende non lo permisero. Ritornata la calma, volò tosto a Pisa, chiamato dalla celebrità del Prof. Pietro Paoli. Non è a dirsi con quanto fervore tenesse dietro all'insegnamento di quell'uomo dottissimo, e quanto ne profittasse nel primo anno del suo tirocinio. Troppo lunghe gli sembravano le vacanze, tanta era in lui la premura di compiere quel corso biennale. Rivide il Paoli; ma tosto dovette accomiatarsi, scorato dalle voci sparse che nella vicina Livorno sviluppata si fosse la *febbre gialla*. Non senza qualche stento, attese le discipline sanitarie adottate per evitare il minaccioso flagello, potè ripararsi a Bologna. Vi stette tre anni, studiò a tutto uomo, e ottenne la laurea ben meritata d'Ingegnere. Altri da meno del Farini avrebbero riposta la somma del sapere nei cimenti che gli aveano procurato l'alloro; ma egli non così la pensava, e prima delle sue cure fu il recarsi a Pavia, pendere dal labbro dei molti che insegnavano con tanto plauso, in ispezieltà le Matematiche. Vi avea fra questi il Brunacci, e fu con lui che strinse i più saldi legami di osservanza e di amicizia. Quanto giovamento traesse da quel nodo, da quel conversare incessante, lo mostrò colla bellissima analisi di un nuovo sostegno immaginato dal signor Betencourt, che piacque e venne inserita nel terzo volume degli Atti d'Incoraggiamento di Milano.

Frutto di quel dotto lavoro fu la promozione d'Ingegnere sotto gli ordini del signor Lessan all'Arsenale di Venezia; ma non gli andava molto a sangue un impiego che, oltre toglierlo a' suoi cari studii, il teneva impacciato in quelle brighe penose di guardarsi dalle insidie dei progettisti scaltriti, e di

astringere i meno onesti all'adempimento dei patti in tutto ciò che teneva alla costruzione dei navigli. Non andò guari che ritornò sulle orme primiere, e vi ritornò nel 1807, venendo eletto a Professore di Fisica generale nella nostra Università. Coprì come Supplente anche la Cattedra d'Introduzione al Calcolo sublime, e finalmente con Decreto Cesareo s'ebbe quella di Matematica pura, elementare. In tutti e tre questi rami d'insegnamento si mostrò non solo profondo, ma nato precisamente per ammaestrare la gioventù. Era così chiaro, così preciso, che rendea in certa guisa palpabili e popolari le idee più astratte e sublimi. Niente diremo del suo caldo affetto pei giovani di liete speranze, della sua pazienza instancabile nel sorreggere i deboli, della sua premura paterna per richiamare i traviati; gran lezione per chi istituisce la gioventù, se le anime vili e mercenarie sono però suscettive di nobili eccitamenti. Benchè tutto inteso all'adempimento dei doveri di Professore, non intralasciava quei di Accademico. Interveniva con assiduità alle Sessioni, e leggeva a quando a quando una qualche Memoria sempre degna di lui. Ve n'ha due inserite negli Atti; sta la prima nel vol. I. dei *Nuovi Saggi*, e porta il titolo: *Sopra una nuova macchina dell'Ingegnere Borgonso premiata dal C. R. Istituto;* esiste l'altra nel seguente, ed ha in fronte: *Nota al tomo IV. del Calcolo integrale di Eulero*. Eccellente al di fuori, non ismentì sè stesso fra le pareti domestiche. Fu ottimo marito, ottimo padre. Morì per lunga e molesta malattia polmonare nell'età fiorente di quarantaquattr'anni. Il Prof. Santini onorò la memoria del suo carissimo amico e collega con un'Orazione quanto lontana da ogni artifizio oratorio, altrettanto dotta e commovente.

Quantunque l'Ab. Giovanni Braus abbia pagato alla natura l'inevitabil tributo soltanto nell'Agosto del 1823, pure l'Accademia provò il dispiacere di non poterlo più annoverare fra' suoi Membri attivi sino dall'Ottobre del 1815. Speziale inspirazione di appartenere alla rinascente Compagnia di Gesù lo determinò a lasciare il Seminario, l'Accademia, gli amici. Il Braus dischiuse gli occhi alla luce nel giorno 26 Febbrajo 1774. Tiene fu la sua patria, e in Tiene attese ai primi studii con molto profitto. Compiti gli anni sedici entrò nel Seminario di Padova, e appena entrato diede a conoscere che sarebbe riescito superiore a molti, a niuno secondo. Riscosse applausi coltivando le lettere, seppe meritarli conversando colle scienze, precipuamente colle sacre, giacchè si era iniziato nella carriera ecclesiastica. Convinti i su-

periori che sarebbe riescito eccellente maestro chi era stato valentissimo allievo, il vollero a parte di quell' insegnamento. A tenore di una costumanza inveterata salì per gradi nel magistero. Insegnò Grammatica, da poi Umanità, finalmente Rettorica, dando sempre non equivoci segni di un ingegno svegliato, e, ciò che più vale, del maggiore interesse pel profitto de' suoi allievi. Era più il loro padre che il precettore; e temperando la severità della disciplina colla dolcezza delle forme, era l' arbitro dei loro cuori. Il Seminario non lasciò senza premio il suo Braus, e lo elesse a maestro dell'Accademia, posto il più lusinghiero nella carriera di quella educazione letteraria. Mostrò quanto potesse in ogni guisa di poesia greca, latina, italiana; e fra le molte Accademie che fece tenere a' suoi alunni, vive pur anco scolpita nella memoria di molti quella che avea per tema l'eccidio di Gerusalemme. Coltivò altresì l' eloquenza con qualche plauso, e ne fan prova le Orazioni funebri che recitò per onorare la memoria di alcuni uomini illustri per pietà o per sapere. Tali furono quella detta in morte del P. Ab. Trevisan di S. Giustina, l'altra nei funerali di Gio. Battista Ferrari, la terza in lode di Alvise Botelli Parroco in S. Bartolommeo. Fu questo il suo tenore di vita sino al 1815, epoca in cui, come si è detto, passò a Roma per indossare l'abito del Lojola. Visse da circa ott' anni diviso fra la piccola Reggio e la Capitale del mondo cattolico, sempre caro a' suoi confratelli, sempre stimato dagli altri. La cattedra, il pulpito, ed ogni foggia di ecclesiastico ministero formarono le sue occupazioni, finchè un' ostruzione ostinata decise de' suoi giorni nell' età fresca di quarantanove anni. Poche e di breve estensione sono le Opere che ci rimangono; le note si riducono alle seguenti.

Elegia Gualphardo Rodolphio Ariminens. Episcopat. ineunti. Veronae 1808 in 4.°

Amor conjugalis ad sepulcrum Lucretiae Obiciae. Hexametri. Patavii 1808 in 8.°

Quattro Anacreontiche in occasione di nozze. Padova 1809 in 12.°

De Patavino Canovae Monumento. In 4.°

Voto della povertà di Abano offerto alla Vice-Regina d'Italia. Padova 1812 in 8.°

Traduzione in Ode Alcaica latina della Jerogamia di Vincenzo Monti. Cremona 1810 in 8.°

Oratio de lectione pravorum librorum. Regii 1822 in 8.°

Hierosolimae excidium. Carmen. Patavii 1824 in 8.°

Vero Nestore della nostra Accademia fu l'Ab. Giovanni Coi, perchè vi appartenne sino dalla sua instituzione coll' onorevole incarico di Vice-Segretario per le scienze. Villanova, terra del Padovano, gli diede i natali nel giorno 11 Novembre del 1737. Di onesta e agiata condizione, ebbe tutti i mezzi per crescere alla probità ed al sapere. L'esempio de' suoi era la più efficace lezione per formare il cuore a virtù; le cure che si diedero per educare l'intelletto furono le più opportune. Si arroge, che avea sortita un'indole esimia, non comune l'ingegno. Non ci volea di più per ottenere i desiderati risultamenti. Tenerello entrò nel Collegio di Castelfranco, e vi fece le parti di alunno sino all'anno quindicesimo. L'ottima madre, che tutte aveasi le brighe domestiche, perchè il padre era mancato a' vivi, volle che il Seminario di Padova proseguisse l'incominciata educazione. Fu gran ventura pel giovanetto di entrarci quando quell'Istituto toccava l'apice della celebrità, tanti erano gli uomini sommi, cui stavano affidati a quell'epoca i varii rami dell'insegnamento letterario e scientifico. Nella letteratura ebbe a maestri il Faccioli e il Cesarotti; nella Filosofia il Cognolato. Di tempera gracile dovè abbandonare quel caro asilo; ma non così, che cessasse di appartenervi anche come studente; chè anzi diede opera alla Teologia sotto il magistero del Trivellato. La laurea teologica e l'aggregazione al Collegio sacro non furono pel Coi che conseguenze del merito; per altri poteano essere, od erano, frutto di una troppo esuberante indulgenza. Giunto al Sacerdozio, si fece un dovere non solo di continuare lo Studio, ma di prestarsi per la gioventù, calcolando che lo studiare per sè la è cosa buona, ottima lo studiare per rendersi utile agli altri. Ebbe scelta corona di allievi; scelta per la nobiltà della lor condizione, scelta per felice attitudine. A qual pro sudare per anime ottuse od inerti? A quell'epoca scrisse e pubblicò un *Ragionamento intorno ai fiumi del Veronese, del Polesine e Padovano*, opportuni rimedii additando contro i mali di cui quelle acque erano pur troppo feconde. Ma gl'Idraulici, accostumati e troppo gelosi del mistico linguaggio dell'Algebra, non fecero buon viso a un lavoro che con una chiarezza e semplicità popolare diceva cose attemperate all'intelligenza di tutti. È però vero che quei censori non isdegnarono di trarre qualche partito dalle osservazioni del Coi. Più fortunata fu l'Orazione gratulatoria per l'esaltamento di Monsignor Giustiniani alla Cattedra vescovile di Padova, che scrisse, recitò e rese di pubblica ragione per ordine del Collegio sacro. Diciamo più fortunata, perchè piacque a tutti, e da tutti venne applaudita. Quel Prelato sagace vide che il

Coi sarebbe riescito eccellente nel reggimento del Seminario. Lo elesse quindi a Rettore; nè s'ingannò nella scelta, chè in breve quell'Istituto respirò la vita primiera, anzi salì a maggiore celebrità; tanto è vero che ci venivano nobili alunni dalla Francia, dalla Spagna, dalla Polonia, dalle più lontane regioni. Fu per opera sua che crebbe l'insegnamento, e vi ebbero Cattedre di lingue orientali, di architettura, lezioni di lingua francese. Alle cure del Seminario associava quelle della tipografia. Così era geloso dell'onore di quell'arte e del luogo, che mai consentì che si stampassero Opere inutili od equivoche. Bensì fu ardente promotore di onorevoli imprese, se però talvolta non erano un po' troppo ardimentose. Ottimo fu per sè stesso il pensiero di ristampare l'Enciclopedia metodica, purgandola da molti articoli licenziosi in fatto di religione, di morale e di politica; ma forse non ottimo per conto dei risultati economici. In mezzo a tante occupazioni trovava delle briciole di tempo o per dettare ciò che credea non inutile alla istruzione, o per intrattenersi colle Muse quando l'urbanità, l'amicizia, il dovere invitavanlo a celebrare un imeneo, a lodare un pubblico magistrato. Fra i suoi scritti merita speziale ricordanza il Discorso che nel 1787 lesse alla nostra Accademia, riguardato dal Gennari qual nobilissimo e dottissimo panegirico delle tre lingue greca, latina e italiana. Giunto l'anno 1807, sentì un bisogno di provvedere alla sua quiete; chiese perciò di ristarsi dall'uffizio di Rettore, e venne esaudito. Fu all'incirca a quell'epoca che anche tra noi passò alla classe dei Socii Onorarii, classe che, nulla togliendo agli antichi diritti, dispensa dai consueti doveri. Al Coi sgombro di ogni occupazione restò quella che fu sempre in cima de' suoi pensieri, la beneficenza. Oh come era largo coi poverelli! A dir breve, benchè signore di un patrimonio non lieve, per essere benefico visse sempre una vita misera e disagiata. Giunse a tale, che alienò dei beni, altri ne ipotecò per alleviare i miseri, spezialmente nei duri tempi di carestia. Nè contento di questo, divideva con essi il suo breve pranzo. La stessa limosina della messa era in sull'istante l'elemosina degl'infelici che all'uscire di chiesa attendeanlo. Morì nel giorno 12 del 1824. Il Prof. Svegliato con eloquente Orazione lodò il Coi; ma la maggiore delle lodi stava nelle lagrime degl'indigenti, che deploravano la perdita del più generoso benefattore.

Se le scienze e le lettere potessero sempre annoverare fra' suoi degli uomini eguali ad Angelo Dalla Decima, i loro annali sarebbero quelli della più

ampia dottrina e della più specchiata bontà. È problema qual delle due primeggiasse; così erano in amico nodo congiunte, tanta era la nobile gara. Cefalonia fu la patria, Costantino e Stella Crasian i genitori, il 12 Febbrajo del 1752 l'epoca de' suoi natali. Giovanetto varcò il mare, entrò nel Collegio dei Somaschi di Padova, dove venne educato alle lettere amene. Quanto alle discipline filosofiche sortì a direttore il celebre Stellini; i progressi furono sommi, perchè sommo l'ingegno dell'allievo, sommo il sapere del precettore. Si decise per la Medicina; ma faceva camminare di pari passo la scienza d'Ippocrate e quella di Archimede: e non a torto, chè tanto meglio si congettura, quanto più si ragiona a dovere; e le Matematiche sono maestre in grado eminente di quel raffrontare severamente le idee, che guida alla verità, o non ci permette di patteggiar coll'errore. Nel 1775 gli venne conferita la laurea medica. Poco contento di quanto sapeva, volle far tesoro di nuove cognizioni: a tal uopo visitò Roma, Firenze, Pavia, tutto osservando con maturità e accuratezza. Strinse amicizia cogli uomini più illustri, specialmente coi matematici: tali un Boscovich, i due fratelli Fontana, Gregorio e Felice.

Ritornato a Venezia, diede non equivoci saggi della estensione del suo sapere, e li diede rendendo di pubblico diritto due opuscoli, accolti con assai di favore. Trattava l'uno del modo di determinare la linea che un corpo percorre, mentre è attratto nel tempo stesso, giusta le leggi del Newton, da altri due corpi; l'altro era inteso a determinare la forza di alcuni veleni confrontati con quello della vipera. Il Senato Veneto, che avea per norma delle sue elezioni la non equivoca rinomanza degli uomini, ben presto fisò gli occhi sopra il Dalla Decima, e nel 1786 lo destinò alla Cattedra dei Semplici in questa Università, che poi assunse il titolo di Materia medica. Mirando alla costumanza più inveterata, il nuovo Professore era una specie di eccezione alla regola, mentre contava poco più di sei lustri; ma la si riguardò come dovuta a chi molto spazio avea in poco tempo percorso. Come e quanto si adoperasse a pro dei giovani che dovea instituire, ce 'l dicono le due traduzioni, corredate d'importantissime aggiunte, del Linneo e del Cullen intorno alla Materia medica, che ben presto diede alle stampe. Fece anche di più; vale a dire, implorò e ottenne dalla sovrana munificenza l'instituzione di un Gabinetto, perchè i giovani avessero sotto gli occhi le sostanze minerali, vegetabili ec. che debbono entrare nei farmachi. Resa vacante la Cattedra di Geologia, e chiamato a farla da supplente, aderì, e vi si prestò come solea.

Mancava un testo opportuno, e tosto si fece ad estenderlo, tosto lo pubblicò, mostrando che fra i geologi potea pure occupare un posto di onore. Nel 1817, richiamata l'Università a un nuovo ordine di cose, toccò al Dalla Decima, oltre la Materia medica, l'insegnamento della Patologia. E anche allora, mirando al maggiore profitto de' suoi alunni, estese un Trattato accuratissimo, in cui raccolte si trovano le svariate opinioni degli antichi e dei moderni intorno alle cause, alle differenze, ai sintomi delle malattie. La pubblica istruzione, le Opere che andava dettando non erano le sole occupazioni di quell'uomo oltre ogni dire operoso. Tutto cuore pel profitto dei giovani, amava d'intrattenersi con essi anche fra le pareti domestiche, e precipuamente abbondava di sollecitudini per quelli della sua patria e di tutte le Isole Jonie. Nè si accontentava di arricchire il loro intelletto, chè dava mano ai soccorsi anche senza esserne chiesto; nel che sta la più sublime beneficenza. Sono molti quelli che senza di lui non avrebbero potuto proseguire gli studii, conseguire la laurea. Questa virtù, a dir vero di pochi, era di lui così propria, che quanti infelici gli chiedeano un conforto, tutti partivano da lui consolati. E ritornando alla sua instancabile attività, noteremo che, a fronte delle cure accennate, tanto gli restava di lena e di tempo da esaurire parecchie pubbliche commissioni, da satisfare ai doveri relativi alle molte Accademie di cui era Membro. A fronte di tutto questo, godeva della più ferma salute. E quando cominciò ad alterarsi per mala affezione della vescica, così se ne mostrò superiore, che gli altri lo seppero soltanto qualora divenuto il male gigante, troncò quasi direm sul momento il filo de' suoi giorni preziosi; il che avvenne nel 14 Febbrajo del 1825. Increbbe a tutti i ceti la morte del Dalla Decima, e increbbe perchè ai sommi talenti, alle più chiare virtù associava quelle forme care e gentili che legano gli animi, com'ebbe a notarlo il Prof. Caldani nell'Orazione recitata nel giorno delle esequie solenni.

Gli uomini d'alto ingegno dotati hanno diritto alla comune estimazione; ma non l'hanno all'affetto, ove un aureo cuore non abbiano sortito dalla natura. Giuseppe Avanzini provò le dolcezze della stima e dell'amicizia di quanti il conobbero, perchè a sommi talenti un animo eccellente congiunse. Ebbe a culla Gaino, piccola terra del Salodiano. Trasse i natali da Michele e da Orsola Fantini, poveri ma onesti genitori, e il primo giorno del viver suo fu il 13 Dicembre del 1753. Il Parroco del suolo natio ebbe il merito dei primi passi nella coltura dello spirito. Attese da poi alle lettere nel Collegio

di Salò, e presso i Gesuiti di Brescia s'iniziò nei misteri della Filosofia. In quel torno cadde il colosso Ignaziano; ma i magistrati di quella città, sempre teneri della migliore educazione dei giovanetti, agli espulsi figli d' Ignazio sostituirono dei precettori non meno idonei, anzi resero più ricca l'istruzione colla giunta di una Cattedra di Matematiche pure e applicate. Fu scelto a Professore quel Coccoli, il cui nome vale un elogio. L'Avanzini, nato per battere con assai di valore le vie di Matesi, vi si applicò col fervore più intenso, nè andò guari che divenne l'idolo del suo maestro. Compito il corso, fece bella prova de' suoi progressi sostenendo pubblicamente molte e molte proposizioni, che il più bel fiore delle scienze fisico-matematiche offrivano. Larghi furon di lodi gli astanti, somma la gloria del giovane alunno, che appena toccava l'anno vigesimoterzo. Giunto all' età canonica, venne ordinato Sacerdote. La fama vantaggiosa dell'Avanzini determinò il Conte Carlo Bettoni, vero mecenate delle scienze e dei loro cultori, a invitarlo a dividere con lui i piaceri dello studio, a gustar quelli di un' amicizia ospitale. Il Bettoni vedea molto addentro nelle Matematiche applicate, e sopra tutto nell' Idraulica. Frutto di quella dolcissima unione fu l' Opera che il Bettoni pubblicò nel 1802, intitolata: *Pensieri sul governo dei fiumi*, assai bene accolta dai dotti. L'Avanzini vi ebbe non poca parte, mentre sappiamo con certezza che sono di lui le sperienze ed i calcoli. Ma il Bettoni da lì a poco cessò di vivere, e l' Avanzini si trovò nella necessità di pensare a un'onesta esistenza. Cangiò cielo, e venne a Padova colla speranza di trarre qualche partito dalle sue cognizioni: speranza che non gli fallì; nè fallire doveagli, chè rado è il caso di una fortuna del tutto avversa a chi sa davvero, a chi davvero è probo ed onesto. Non andò guari che venne eletto a Maestro di Fisica e Matematica nel fiorente Collegio Garganego di Noventa; alla quale destinazione presto l' altra successe di Lettore di Geometria e di Fisica nel Collegio di S. Marco per Decreto dei Riformatori. L'Avanzini meritava per altro assai più; e questo più l'ottenne nel 1797 colla nomina di Professore di Geometria ed Algebra in cotesta Università. Vi stette, confortato dall'amore e dall' applauso de' suoi alunni, fino al 1801, anno in cui abbandonò la Cattedra per assecondare i voti de' suoi Bresciani, che il voleano Rettore e Segretario della loro Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. Vi si trattenne sino al 1803, epoca in cui passò a Bologna, perchè creato Membro Onorario e Vice-Segretario dell' Istituto; nell'anno seguente conseguì il posto di Membro Pensionario. Ma giacchè gli eventi non comportavano che

vivesse in seno della sua Brescia, anelava al soggiorno di quella Padova, che gli si era mostrata tanto propizia. Non prevedute combinazioni arrisero a' suoi desiderii, e nel 1806 ottenne la Cattedra di Fisica generale e di Matematiche applicate. Se l'Avanzini, malgrado le alternate destinazioni, un quasi continuo cangiare di cielo, mai si ristette da uno studio indefesso, è facile l'immaginarsi come e quanto assecondasse quel suo fervore vivendo una vita tranquilla, e solo occupata delle giornaliere lezioni della sua Cattedra. Dal dì che proluse sino al 1814 non altro si potrebbe dire di lui, se non che studiò, e senza posa, se una quistione che s'ebbe col Brunacci non avesse resi quegli anni troppo celebri per la storia delle baratterie letterarie, troppo molesti ad un uomo, ch'essendo intimamente convinto di avere l'evidenza a compagna, a tutrice, sdegnava che le sole armi di un violento potere e di un favore di partito avessero a decidere della sua sconfitta e dell'altrui vittoria. E molto più soffriva a malincuore che la viltà di chi più gli era da presso immolasse sull'altare di un'adulazione servile i sacri diritti della verità e della giustizia. Ma la prepotenza era circoscritta a breve suolo, ma la viltà allignava in que' pochi che, molto adulando, molto poteano sperare; e l'Avanzini s'ebbe il conforto, che il fiore dei Matematici a lui, non al potente avversario, dessero la palma della vittoria, dopo di avere esaminata la quistione come doveasi, cioè con senno e senza passione. A raddolcire le passate amarezze concorsero l'onorevole elezione a Membro della Società Italiana, e il non meno onorevole Decreto di Sua Maestà, che nel 1816 lo sostituì al celebre Cossali come Professore di Calcolo sublime. Così restituito alla calma primiera, continuò a coltivare le sue Matematiche; ma radi erano i giorni che alla severità del calcolo non facesse succedere gli ameni studii, chè non era no l'uomo da un libro solo, e molto gustava checchè alla letteratura, alle arti del bello appartiene. Ma quel calcolare continuo, ma le sofferte amarezze alternarono a grado a grado la sua salute; nel 1825 cominciò a sentire molesti insulti di nervi, e per un intero biennio menò una vita precaria e penosa. Colpito nel giorno 18 Giugno del 1827 da nuovo terribile assalto, perdè la favella, ben presto i sensi, indi la vita. Il Prof. De la Casa nel giorno dei solenni funerali lodò l'illustre collega coll'accento di un animo preso dal più fitto dolore; e n' avea ben donde, chè i dotti pari all'Avanzini son pochi. È inutile il dire quali e quante fossero le Accademie che, oltre le accennate, si gloriarono di averlo a Membro; come è inutile tessere il catalogo delle sue Opere. Le prime non accrescono la fama di un

uomo già celebre, e le seconde stanno registrate nell' Orazione del suo encomiatore, già resa pubblica colle stampe.

Se molto sapere a molta modestia congiunto, se un'anima costante fra i sinistri di maligna fortuna danno titoli all'altrui estimazione, sommi gli ebbe da vero il Prof. Angelo Ridolfi, mancato a' vivi da un lustro. Verona fu la sua patria, illustre il suo lignaggio. L'avito nome, e quello della madre Elisabetta Giusti dal Giardino, fanno pienissima prova di una nobile origine. Vide la luce nel dì 25 Maggio 1752. Trascorsi gli anni della puerizia, andò a Monte Oliveto Maggiore in Toscana, dove venne istituito nelle lettere umane e nella filosofia. Si distinse in quelle ed in questa, e l'Università di Siena lo insignì della laurea filosofica. Indossò l'abito de' suoi institutori, e recatosi a Roma per attendere alle scienze teologiche, si mostrò sempre eguale a sè stesso per intensa applicazione e per non comune profitto. Pavia era a quella stagione doviziosa di uomini sommi in ogni tempra di studii, e precipuamente nei sacri. Il Ridolfi volle far tesoro delle lezioni che la filosofia e la legislazione aveano per iscopo, e ne colse il frutto desiderato. Tanto fervore alle più amabili maniere congiunto lo tenne raccomandato per guisa, che in breve fu eletto a Ripetitore di Logica e Metafisica. A questo uffizio successero gli altri di Reggente e Maestro di Storia generale e Geografia nelle scuole minori, poscia di Vice-Direttore, Bibliotecario e Ripetitore per la Cattedra di Diritto naturale nel Collegio Ghisilieri. Fra tante mansioni trovava dei ritagli di tempo per alcune geniali occupazioni, e lo provò colla traduzione *Dell'umano intelletto di Flëgel*, arricchita di opportunissime aggiunte, e colla versione pure italiana del *Saggio di Sulzer sul miglior modo di leggere le Opere classiche degli antichi*. Divenuta Bologna parte del Regno d'Italia, il Ridolfi venne chiamato a professare Diritto pubblico e delle genti in quella dotta Università. Non ismentì la fama che l'avea preceduto, e frutto di non equivoca estimazione fu l'aggiunto incarico della diplomazia e della storia. Quasi che i nuovi pesi lena a lena aggiungessero, diede alla pubblica luce un *Trattato di Diritto sociale*, che se a tutti non piacque, la colpa fu meno dell'autore che dell'argomento, troppo seminato di scogli, perchè senza rompere si possa aggiungere il porto. Stette però la sua fama, e continuò a godere dell'affetto comune, frutto dell'auree doti che l'adornavano. E avrebbe sempre gustato il néttare dell'amicizia e della estimazione di quella dotta città, se un Decreto Pontificio, comune a tutti gli stranieri che

vi teneano magistero, nel 1814 non l'avesse astretto a lasciarla. Fu allora che diede prove di non comune fermezza sostenendo da forte un tanto sinistro, e sperando giorni migliori nell'avvenire. Nobili avea sortiti i natali, come si è detto, ma breve era il censo; tutto doveva quindi a sè stesso, e la perdita della Cattedra in età di molto avanzata, la difficoltà di pronta e opportuna sostituzione dovea scoraggiare i meno timidi. Si recò a Padova, e nell'amicizia di un antico alunno trovò quell'appoggio che quasi tavola lo schermì dal naufragio. Ottenne la Cattedra di lingua e letteratura tedesca, alla quale da poi venne unito l'insegnamento della pedagogia; con che gli fu dato di assicurarsi una sussistenza onorata e decente finchè giunse l'estremo giorno del viver suo, che fu il 20 Febbrajo del 1825. Il Professore Configliacchi rese il dovuto encomio al collega. Oltre le Opere accennate, abbiamo del Ridolfi alcuni Pensieri intorno al Principe del Machiavelli, un Elogio di Pompeo Meri, una Descrizione del giardino della Viola, un Prospetto della letteratura alemanna. Fra i suoi scritti deve esistere una Vita di Fra Giocondo, che si desidera veder fatta di pubblica ragione.

Di cara e onorata memoria sarà sempre l'Ab. Francesco Dott. Bertirossi-Busata per quel fervore instancabile che lo distinse nell'adempimento dei doveri di Socio. I chiari nomi non bastano alle Accademie; è mestieri che ai talenti e alla fama aggiungano l'operosità, la frequenza, mentre sono fiorenti e sussistono a prezzo dell'intervento dei Membri, e la mercè delle lor produzioni. Il Busata assisteva fedele alle Sessioni, e quasi non vi ebbe anno in cui non leggesse, quantunque il dovere fosse circoscritto ad ogni biennio. E lesse Memorie di qualche pregio; alcune meritarono di essere inserite nei volumi dei Saggi Accademici. Nacque nel castello di Marostica il dì 3 Agosto 1765 da Andrea e da Caterina Cumano. Studiò in patria le belle lettere e gli elementi della Matematica. Fatto uomo di Chiesa, passò a questa Università, dove attese alla Filosofia con vera lode, conseguendo l'alloro desiderato. Tenero degli studii astronomici, viveasi indiviso dal Prof. Chiminello, con cui avea comune la patria; e profittando di quella società così cara, divenne alquanto ricco nella scienza del cielo. Un'aurea condotta, un ingegno felice nel 1805 gli meritarono il posto di Alunno nell'Accademia, e nel 1807 quello di Socio Attivo. Dovette pure a' suoi talenti, alla sua probità la nomina di Allievo aggiunto a questo Osservatorio col Decreto del cessato Governo Italiano dell'Aprile 1807. Il Chiminello fu astretto a intralasciare i

suoi studii per fiero colpo di apoplessia, e quindi sospendere la pubblicazione del Giornale Astro-Meteorologico. Vi si prestò il Busata, continuandolo fino agli estremi del viver suo. Ritornate le Provincie Venete sotto l'austriaca dominazione, con Sovrano Decreto del 6 Novembre 1817 fu creato Astronomo Aggiunto pel calcolo presso lo stesso Osservatorio. Visse da circa otto anni dopo quella destinazione, ma non tutti con quella salute prospera e ferma che ognuno dovea sperare, attesa una complessione alquanto robusta. Sino dal 1816 giacque lungamente per grave febbre biliosa. Si riebbe, ma sin d'allora contrasse una mala affezione di fegato. Gli assalti nel 1824 furono molto forti, finchè nel Novembre dell'anno seguente dormì il sonno di morte. Increbbe quella perdita, e increbbe perchè rapito nel fiore della virilità, perchè alla più morigerata condotta annodava l'urbanità, la lealtà, doti tanto più pregevoli, quanto meno comuni. L'amicizia del Socio nazionale Dott. Traversa richiamò alla memoria degli Accademici i pregi dell'egregio Busata.

V'ha degli uomini, la cui fama al di là non si estende del patrio suolo; e ve n'ha di quelli che sono più pregiati e più conti agli stranieri, che a' suoi. Ai secondi appartiene Jacopo Penada, nato in Padova il giorno 11 Dicembre del 1748. La sua prima educazione fu nel Seminario di Padova, vale a dir la migliore; e fra i precettori contò l'Ab. Costa, cioè il più classico di quella stagione in ogni foggia di letteratura greca e latina. Dai fiori colti conversando coi poeti passò alle spine della severa Sofia, e da questa alla Medicina, avendo a maestri i Dalla Bona, i Morgagni, i cui nomi vivranno finchè avran vita le scienze che professarono con tanto onore. Conseguita la laurea, attese alla Medicina pratica nello Spedale, alla sezione dei cadaveri nella Università, profittando dell'auree lezioni di Leopoldo Caldani, succeduto al principe degli Anatomici. Tanto crebbe nella Clinica medica, e tanta desterità acquistò nel maneggiare il coltello anatomico, che passati fra i più il Fiorati primo incisore, e il Trevisan protomedico, fu riputato degno di succedere a entrambi. Fra le prime sue produzioni v'ha un *Saggio di osservazioni medico-pratiche meteorologiche*, che comparve nel 1796. Le continuò pel corso di otto anni; ma le pubblicate abbracciano il solo periodo di sei. Come venissero accolte chiaramente ce 'l dice il celebre Roemer di Zurigo, che intitolando al Penada la sua Opera *Dissertationum Medicorum Italicorum etc.* non esita di porlo a fianco dei Fontana, dei Cirilli, dei Fortis, degli Spallanzani, degli Olivi, dei Comparetti. Se il confronto è forse un po'

troppo indulgente, varrà per lo meno a provarci che il Penada godeva fra gli stranieri non mediocre riputazione. L'altra Opera che ottenne gli elogi del Roemer è un primo *Saggio di osservazioni patologiche ed anatomiche*, stampato sino dal 1792, al quale successero altri due volumi dello stesso tenore. Che se in quelle osservazioni non sempre colse nel segno, e giudicò come frutto di sue scoperte ciò che assai prima avea detto il Vesalio, e diede per certi dei fatti smentiti dalla Scuola anatomica di Ferrara a prezzo di più accurate sperienze, non per questo scemò la sua riputazione, chè l'uomo, comunque dotto, non è altrimenti infallibile. Ma vi ebbero delle Memorie che piacquero, che riscossero pienissima lode. Lo Scarpa, a cagione di esempio, encomiò il *Saggio sulla nuova anatomica descrizione delle fibre componenti il così detto seno quadrato del cuore*, e la Società Italiana dei XL. onorò dell'*accessit* la *Dissertazione sopra la tosse convulsiva*, e l'inserì ne' suoi Atti. Nè meno estimatrice fu la nostra Accademia, che altre Memorie del Penada riputò degne della pubblica luce. Già fino dal 1806 ci appartenne come Alunno, passando assai presto nel novero dei Socii Attivi. E giacchè parliamo di ascrizioni onorevoli, diremo che fu Professore Onorario dell'Imperiale Università di Vilna in Lituania. Lesse più volte come Corrispondente nelle Sedute del Cesareo Istituto, e lesse confortato dalla più gentile accoglienza. Se il Penada a molto sapere avesse associata una lingua più colta, una più felice disposizione delle materie, e quel dire quanto precisamente conviene all'argomento, di gran lunga maggiori sarebbero stati i suoi titoli alla celebrità. Ma volea dir troppo, dire senza quel *lucidus ordo* tanto raccomandato da Orazio, largheggiare di passi presi qua e là dai poeti, incastonarli a violenza, e dire senza por mente a quella gran verità, che il pregio dei nostri concetti è nella ragione diretta della precisione dei segni, delle forme aggraziate, di cui ci serviamo per dar loro vita e dipingerli. Molti altri scritti abbiamo di lui. Tra questi v'han tre Memorie che doveano piacere quando il Saros del Toaldo era di moda. Persuaso il Penada che il ritorno di quegl'identici aspetti lunari potesse anzi dovesse influire non solo nell'aria, ma anche nel corpo umano, così fu di avviso che dopo il Ciclo di 223 lunazioni avessero a ricomparire le malattie che diciotto anni prima aveano afflitta l'umanità. Ma oggi si terrebbe poco conto di questi calcoli di analogia, come non sono valutati gran fatto quelli del Toaldo riguardo al ritorno degli stessi fenomeni dell'atmosfera. Se però meno piaceva qualche sua produzione, il Penada non era meno tranquillo. Forse dovette a quella specie di

stoicismo una vita longeva. Il Fontenelle visse molto, perchè non volle saperne di quistioni, di brighe letterarie. Di fatto il nostro Socio toccò l'anno ottantesimo; la sua morte seguì il 23 Febbrajo del 1828. Nella Biografia Universale v' ha un articolo che parla del Penada con onore, e mette querele perchè *i suoi non abbiano onorata la memoria di lui almeno di un sasso che ne ripeta ai posteri il nome.* Per lenire in qualche guisa l'amarezza di quell'affettuoso biografo, diremo che vivrà sempre ne' suoi scritti, sempre nella memoria di quest' Accademia. E come no, se non v' ebbe chi lo superasse nell'assiduità dell' intervento, nella copia delle Dissertazioni lette pel periodo di oltre vent'anni? Se l'Accademia avea mestieri di chi riempisse il vôto improvviso di qualche Sessione, rivolgeasi al Penada, e il Penada avea sempre di che intrattenere gli astanti.

Stefano Andrea Renier è pur troppo fra i molti di cui deploriamo la perdita. Nacque da nobile famiglia in Chioggia l' anno 1759. Verificati gli studii della puerizia in patria, venne affidato al Seminario di Padova, dove stette finchè s' iniziò nella carriera medica. Conseguita la laurea, passò a Bologna, quindi a Firenze, e fu in que' rinomati Spedali, che associando alle dottrine acquistate la diurna osservazione, venne a capo di esercitare con qualche gloria l'arte d' Ippocrate. Ma la Medicina non era il primo de' suoi pensieri; bensì lo era la Storia Naturale, per cui avea spiegata la più viva inclinazione sino dalla più verde stagione. E già non era senza qualche patrimonio d' idee sull' argomento, ma slegate, confuse, tali che non poteano costituire una scienza. Pensò dunque all' opportuna coordinazione e chiarezza, e invocò l'assistenza del valente Ittiologo Bartolommeo Bottari suo concittadino, che senza più gli pose in mano il Linneo. Il Renier studiò a tutto uomo quel sommo fra i Naturalisti, e in breve fu in istato di determinare come conviene le produzioni marine. I Molluschi dell'Adriatico, tanto nudi che muniti di guscio, formarono il primo oggetto delle sue instancabili osservazioni. Non fu scarso il frutto che ne colse, poichè nel 1804 diede al pubblico un accurato Catalogo. Ma alquanto prima si era dato a conoscere, rendendo nota negli Opuscoli scelti di Milano una produzione del tutto nuova e peregrina, spettante al genere dei Botrilli, che dal celebre Lamarck fu chiamata Botrillo Renieri. Il suo nome passò alle straniere nazioni, ed è fama che fosse invitato a professare altrove la scienza che formava le sue dolcezze; ma la fama stessa ebbe a dire che il nostro Ittiologo non consentì

di abbandonare il suolo patrio e le sue predilette osservazioni. Non è per altro fama che nel 1806 venisse promosso alla Cattedra di Storia Naturale in cotesta Università. Sgombro delle cure mediche, ebbe l'agio desiderato di riordinare i materiali raccolti nel periodo di alquanti lustri, per quindi rendere di pubblico diritto la sua *Zoologia Adriatica*, opera pregevolissima e per le tante specie non per anco osservate o poco note, e pel metodo semplice e nuovo della disposizione. Questo lavoro in gran parte eseguito, ma sventuratamente imperfetto, meritò gli elogi del Brocchi in quella sua *Conchiologia fossile subalpina;* e un elogio del Brocchi, a dir vero, è cosa di assai lusinghevole. Il Governo Italiano, che sapea quanto il Renier fosse ricco delle specie marine, l'invitò a formare ventiquattro collezioni, con intendimento che ogni Liceo ne fosse provveduto. A tal cenno il nostro Naturalista visitò di bel nuovo le venete lagune, e le visitò per procacciarsi qualche specie di cui potea abbisognare, trattandosi di un numero così esteso di serie, e altresì ad oggetto di ripetere le osservazioni, onde vieppiù assicurarsi della verità ed esattezza delle già fatte. In breve tutto pose in ordine, e servì ottimamente alla pubblica cosa. Sempre inteso a' suoi Molluschi, giunse a compierne la collezione. Si avvisò di farne un omaggio all'Augusto Monarca dell'Istro. Si recò a Vienna, venne accolto con clemenza, e fu ricambiato con una splendidezza veramente Cesarea. Benchè le Opere che divisava di pubblicare, le collezioni cui tenea dietro non poco tempo esigessero, non perciò veniva meno ai doveri della sua Cattedra. Alieno da qualunque distrazione sociale, circoscritto a' suoi studii, alla sua famigliuola, avea quel tempo che necessariamente manca a coloro che molto vivono agli altri, poco a sè stessi. Prova delle sue sollecitudini sono gli Elementi di Mineralogia, che cominciò a pubblicare, e non potè proseguire perchè morte lo colse. Non abbiamo che la prima parte, cioè la introduzione a quello studio; mancano le descrizioni specifiche. Contemporanea alla pubblicazione di quel volume fu la stampa di nuove Tavole zoologiche. In tutti e due gl'indicati lavori si vede l'uomo non solo informato delle vicissitudini, delle innovazioni alle quali soggiacquero la Mineralogia e la Zoologia, ma quanto occorre sagace per seguire o declinare dalle orme segnate dagli altri, secondo che gli sembravano sicure od incerte. Passò fra i più nel Gennajo del 1830. Il Professore Caldani con assennata Orazione encomiò l'amico e il collega. Il Renier appartenne al Cesareo Istituto, e fu Socio di varie Accademie. Era buono, urbano, prudente; taluno il desiderò più misurato nel suo domestico reg-

gimento, meno animoso nelle sue imprese, nè a torto. Un troppo famigerato filosofo ebbe a dire scherzando, che il gran segreto di viver bene sta nello scegliere il tempo dei nostri natali: il Renier invece sbagliò la famiglia; nobile, onesta, non povera, ma non doviziosa.

Credevamo il triste uffizio compito, e questi pochi cenni già stavano per essere mandati alla stampa, quando ria morte ci privò di un altro ragguardevole Socio nella persona di Anton-Claudio de Galateo, I. R. Colonnello pensionato del Genio, Cav. del R. Ordine della Corona di Ferro, Membro di parecchie insigni Accademie, mancato dopo lunga e penosa malattia d'idrope generale nel dì 16 Febbrajo dell'anno corrente 1831. Se la carriera dell'armi non consentì che fosse tra' nostri che a tarda stagione, cioè quando la sovrana clemenza gli accordò quella quiete che gli anni accresciuti e le sostenute fatiche chiedeano, colla moltiplicità e importanza delle Memorie, coll'assiduo intervento alle Sessioni adeguò, se non vinse, l'operosità ed i servigi dei più veterani. Nel volume degli Atti Accademici pubblicato l'anno 1825 vi hanno posto onorato due Saggi: l'uno *sull'arte di costruire le grandi latrine ad uso comune per caserme, case di ricovero e di forza, prigioni, spedali;* l'altro su quella *di costruire le piccole per pubblici e privati edifizii.* Abbiamo fidanza che altri lavori non meno pregevoli vedranno la luce, ben certi che onoreranno ad un tempo l'Accademia e l'Autore. Anton-Claudio de Galateo nacque in Spalatro l'undici Febbrajo del 1765: ebbe a padre il Capitano Francesco, originario del Friuli. Seguì l'orme paterne, e venne instituito nel celebre Collegio militare di Verona. Superò di gran lunga tutti i suoi colleghi, e nel 1785, nominato Alfiere degl'Ingegneri, fu spedito all'Isole Jonie, dove fece conoscere quanta fosse la sua perizia nell'arte di riattare le piazze: Parga, l'infelice Parga, non fu l'ultima delle sue cure. Non andò guari che, resa giustizia al suo merito, venne promosso al grado di Tenente. Migliorata la sua condizione economica, pensò ai nodi d'Imene, e nella nobile Virginia Malagagini trovò un'affettuosa compagna, che il rese padre di ventisei figli: sette soli rimasero, cioè due femmine e cinque maschi, quattro dei quali già militano sotto le auguste insegne di Cesare. Nel 1793 tornò in Italia, e sempre eguale a sè stesso prestò al suo Governo un eccellente servigio nei ripari della Piave e nella riattazione di Brondolo. Al sapere seppe congiungere un invitto coraggio, e lo mostrò nella giornata del 12 Maggio 1797 contro la veneta plebe, che, mentendo

amore di patria, mirava al più crudele saccheggio di quella città; e molto più nell'Ottobre del 1798, affrontando il primo il terribile incendio del Lido, suscitato dalla esplosione di quella polveriera. Tanto ardimento gli meritò il posto di Capitano del Genio, grado con cui passò al servigio della Repubblica Cisalpina, la quale, posti alle prove i suoi talenti con un esame severo di sette giorni, lo elesse a Capobattaglione. La guerra di que' giorni rese ondeggiante la sorte di lui; ma ritornata la pace, e fondato il così detto Regno d'Italia, salì al grado superiore di Colonnello: ciò avvenne nel 1804. Da quell'epoca sino al 1814 ebbe sempre onorevoli e difficili destinazioni. Fu per opera sua che Rocca d'Anfo divenne una fortezza inespugnabile, che le fortificazioni di Milano, di Bologna, di Cremona, di Mantova migliorarono di molto. Ed era appunto inteso a quelle di Mantova quando l'armi Austriache occuparono quella piazza; fu il Galateo che la consegnò agli Uffiziali del Genio Austriaco, correndo gli esordii del 1815. Continuò a servire nei reggimenti di S. M. l'Imperatore, finchè in sul declinare del 1816 implorò e ottenne, come si è detto, il bramato riposo. Da prima fissò il suo soggiorno a Este; ma presto vi sostituì quello di Padova, città di molto attemprata agli uomini che amano la quiete e lo studio. Sciolto dal pubblico servigio, visse tutto alle sue Matematiche, e fu in quell'ozio beato che stese e lesse alla nostra Accademia molte Memorie. Nè si circoscrisse alle nude teoriche, chè a quando a quando gli piacque di ridurle all'utile pratica. È celebre la ricostruzione del campanile di Ponzo dalle fondamenta sino a 36 piedi sopra il terreno, sostenendo con un artifizio veramente maraviglioso la parte superiore, ch'era di altri 72 piedi; celebre il ponte *di filo di ferro* che si vede nella riviera di S. Benedetto, il primo costruito in Italia, e ammirato per un certo insieme di solidità e leggierezza gratissimo all'occhio: e se non sono celebri le facciate di alcune case da lui ornate, attesa la modesta architettura, mostrano però come sapesse conciliare l'economia colla eleganza. Pari all'ingegno furono la bontà del cuore, l'urbanità delle maniere, il nobile disinteresse. Fra le pareti domestiche fu eccellente marito, ottimo padre; al di fuori amico costante, schietto, leale. Benchè di carattere ardente e focoso, giammai venne meno a moderazione, a gentilezza. Potè più volte trarre non lieve partito dagl'incarichi sostenuti; ma sempre fu sordo alle lusinghe dell'interesse, anteponendo all'agiatezza la fama e la coscienza di uomo integro e onesto.

DELLA

GENERAZIONE

DELLE LINEE NELLO SPAZIO E DELLE SUPERFICIE.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXIII GIUGNO MDCCCXXV

DAL SOCIO ATTIVO

CARLO CONTI

Dopo aver esposto alcuni esercizii di Geometria analitica intorno alla generazione delle linee in un piano, prendo ora a considerare la generazione delle linee nello spazio e delle superficie, soddisfacendo così in parte a quanto mi sono proposto in altra occasione.

L'argomento offre vasto campo; io però, dovendo limitarmi a qualche cenno, lascio ad altri l'occuparsene con maggiore successo.

Ho creduto bene distinguere in due parti questa Memoria, ritenendo nella prima gli esercizii generali, nella seconda i particolari.

Mi si potrebbe opporre d'aver dedotto da formule generali la soluzione di problemi che si possono trattare direttamente con tutta semplicità: si osservi però, che mio scopo si è di far vedere come si debbano risolvere i problemi generali riducendo tutto alla eliminazione, e che i particolari problemi sono semplicemente esempi di applicazione.

Mi sembra che lo stabilire tutte l'equazioni, e quindi procedere alla eliminazione, sia il mezzo più generale ed opportuno, separando così le due parti, quella cioè di tradurre il problema in equazioni, l'altra di ottenere da queste le equazioni delle linee o superficie ricercata. Per tal modo procedendo, si rende più palese lo spirito della soluzione.

PARTE PRIMA

ESERCIZII GENERALI.

§. I. Sistema generante invariabile.

Dei punti nello spazio.

1. Problema I. Dati più punti nello spazio, e le relazioni che aver debbono col punto generato, ritrovare quest'ultimo.

Sieno n i dati punti M_1, M_2, M_3, ... M_n, dei quali le rispettive coordinate sieno a_1, b_1, c_1; a_2, b_2, c_2; ... a_n, b_n, c_n; ed x, y, z sieno le coordinate del punto M generato. Generalmente la posizione di questo punto sarà data dalle tre equazioni

$$x = A, \; y = B, \; z = C.$$

Dovendo poi la posizione di questo punto dipendere per note relazioni dalla posizione degli n punti dati, saranno A, B, C funzioni note delle loro coordinate; onde avremo

$$x = f_1, \quad y = f_2, \quad z = f_3,$$

essendo f_1, f_2, f_3 funzioni di a_1, b_1, c_1; ...

2. Generalmente l'equazioni del punto M saranno

$$\varphi_1 = 0, \; \varphi_2 = 0, \; \varphi_3 = 0,$$

essendo φ_1, φ_2, φ_3 funzioni delle coordinate dei dati punti e del generato. Si vede poi che queste equazioni rappresentano le superficie, dalla intersezione delle quali ha origine il punto generato. Le coordinate dei dati punti ne sono i parametri.

3. L'equazioni generali delle superficie generatrici si possono rappresentare per $\Psi_1 \left\{ \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \right\} = 0$, $\Psi_2 \left\{ \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \right\} = 0$, $\Psi_3 \left\{ \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \right\} = 0$, essendo però Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 tali funzioni di φ_1, φ_2, φ_3, che si riducono a zero quando $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$.

Delle linee nello spazio.

4. Problema II. Data la linea generatrice, e data la relazione dei punti generatore e generato, determinare la linea generata.

Sieno $F_1 \left\{ x_1, y_1, z_1 \right\} = 0$, $\mathcal{F}_1 \left\{ x_1, y_1, z_1, \right\} = 0$ l'equazioni della linea generatrice; sia M il punto generato, del quale sieno x, y, z le coordinate. La posizione di questo punto sarà data dalle tre equazioni

$$x = f_1, \; y = f_2, \; z = f_3,$$

essendo f_1, f_2, f_3 funzioni di x_1, y_1, z_1.

Eliminando per mezzo di queste equazioni le coordinate del punto generatore, si avranno le due equazioni

$$F\,(x, y, z) = 0, \; \mathcal{F}\,(x, y, z) = 0$$

alla generata.

5. Generalmente la posizione del punto M sarà data dall'equazioni

$$(A) \qquad \varphi_1 = 0, \; \varphi_2 = 0, \; \varphi_3 = 0.$$

6. Come nelle linee in un piano, così nella generazione delle linee nello spazio conviene distinguere le famiglie generatrici *generali* dalle *particolari.*

Le famiglie generatrici generali sono rappresentate dall'equazioni (A), e più generalmente dalle altre

$$\Psi_1 \left\{ \varphi_1, \; \varphi_2, \; \varphi_3 \right\} = 0, \; \Psi_2 \left\{ \varphi_1, \; \varphi_2, \; \varphi_3 \right\} = 0, \; \Psi_3 \left\{ \varphi_1, \; \varphi_2, \; \varphi_3 \right\} = 0.$$

Le famiglie generatrici particolari sono rappresentate dall'equazioni che risultano combinando le tre equazioni (A) colle due $F_1 = 0$, $\mathcal{F}_1 = 0$. Quindi l'equazioni che rappresentano in generale le famiglie particolari, sono:

$$\Phi_1 \left\{ \varphi_1, \; \varphi_2, \; \varphi_3, \; F_1, \; \mathcal{F}_1 \right\} = 0,$$

$$\Phi_2 \left\{ \varphi_1, \; \varphi_2, \; \varphi_3, \; F_1, \; \mathcal{F}_1 \right\} = 0,$$

$$\Phi_3 \left\{ \varphi_1, \; \varphi_2, \; \varphi_3, \; F_1, \; \mathcal{F}_1 \right\} = 0.$$

È necessario per altro l'osservare che le funzioni Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3; Φ_1, Φ_2, Φ_3 debbono ridursi a zero, quando contemporaneamente si annullano

$$\varphi_1, \; \varphi_2, \; \varphi_3, \; F_1, \; \mathcal{F}_1.$$

7. Problema III. Date n linee, e date le relazioni che i punti generatori debbono avere fra di loro e col punto generato, determinare la linea generata. Sieno le equazioni delle date linee

$$F_1 = 0, \; \mathcal{F}_1 = 0; \; F_2 = 0, \; \mathcal{F}_2 = 0; \; \ldots\ldots \; F_n = 0, \; \mathcal{F}_n = 0;$$

$M_1, M_2, \ldots\ldots, M_n$ i punti generatori, ed M il generato, del quale sieno x, y, z le coordinate. Dovendo i punti generatori essere legati e dipendenti fra di loro, preso M_1 qual punto principale, una qualunque delle coordinate

degli altri punti deve essere funzione delle coordinate del punto M_1, e perciò avremo $n-1$ equazioni di relazione. La posizione del punto M sarà data dalle equazioni

$$\varphi_1 = 0,\ \varphi_2 = 0,\ \varphi_3 = 0.$$

Avremo così $2n+n-1+3=3n+2$ equazioni, per mezzo delle quali eliminando le coordinate degli n punti generatori, avremo due equazioni

$$F = 0,\ \psi = 0$$

fra le $x, y, z,$ che saranno alla ricercata linea.

Delle superficie.

8. Problema IV. Data la superficie generante, e la relazione dei punti generatore e generato, determinare la superficie generata.

Sia $F_1 \{ x, y, z, \} = 0$ l'equazione della superficie generatrice, sia M_1 il punto generatore, ed M il generato, cui corrispondano le coordinate x, y, z. La posizione di questo sarà data dall'equazioni

$$\varphi_1 = 0,\ \varphi_2 = 0,\ \varphi_3 = 0;$$

ed eliminando per mezzo di queste e della proposta le coordinate x_1, y_1, z_1, avremo un'equazione fra le coordinate $x, y, z,$ che rappresenteremo per $F(x, y, z) = 0$, e sarà questa l'equazione della superficie generata.

9. Problema V. Date n superficie generatrici, e date le relazioni che i punti generatori debbono avere fra di loro e col punto generato, determinare la superficie generata.

Sieno $F_1 = 0$, $F_2 = 0 \ldots F_n = 0$ l'equazioni delle superficie generatrici, ed M sia il punto generato. Dovendo gli n punti generatori essere legati fra di loro per determinate relazioni, avremo $2n-2$ equazioni di relazione fra le loro coordinate. La posizione del punto M sarà poi data dalle equazioni $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 0$, $\varphi_3 = 0$.

Con queste $3n+1$ equazioni eliminando le coordinate dei punti generatori, avremo un'equazione $F(x, y, z,) = 0$, che sarà alla superficie generata.

§. II. Sistema generante di famiglie.

Delle linee nello spazio.

10. Problema VI. Data una famiglia generatrice, e la relazione che il punto generatore di una linea generatrice aver deve col punto generato, determinare la linea generata.

Sieno l'equazioni della famiglia

$$F_1 \left\{ x_1, y_1, z_1, p_1 \ldots . p_n \right\} = 0,$$

$$\mathfrak{T}_1 \left\{ x_1, y_1, z_1, p_1 \ldots . p_n \right\} = 0,$$

contenenti n parametri variabili. Dovendo il punto generatore ritrovarsi sopra una determinata generatrice, avremo n equazioni che legano fra loro i parametri e le coordinate di esso. La posizione del punto generato sarà poi data da tre altre equazioni. Per tal modo avremo $n + \quad + 1$ equazioni, dalle quali eliminando gli n parametri, e le coordinate x_1, y_1, z_1, avremo due equazioni che saranno alla linea generata.

11. Non avendosi le n equazioni che legano i parametri colle coordinate del punto generatore, in luogo di avere per generata un'unica linea, si avranno delle linee ad uno o più parametri variabili.

12. Problema VII. Date più famiglie, e le relazioni che i punti generatori delle linee generatrici aver debbono fra di loro e col punto generato, determinare la linea generata.

Suppongasi che le famiglie sieno n, e che contengano rispettivamente $p, q, \ldots . t$ parametri variabili. Dovendo ogni punto generatore essere determinato sopra la rispettiva generatrice, avremo $p + q + \ldots t$ equazioni di relazione fra i parametri e le coordinate dei punti generatori e generato. A queste poi aggiungendo le $2n$ equazioni delle date famiglie, e le tre equazioni che determinano la posizione del punto generato rapporto ai generatori, e finalmente le $n - 1$ che legano fra di loro i punti generatori in un solo sistema, avremo l'equazioni necessarie e sufficienti onde eliminare tutti i parametri e le coordinate dei punti generatori. L'equazioni risultanti saranno fra le coordinate del punto generato, e rappresenteranno la linea generata.

Delle superficie.

13. Quanto alla superficie si potrebbero partitamente risolvere i due problemi delle generazioni, e quando unica è la famiglia generatrice, e quando

le famiglie generatrici sono il maggior numero; ma dopo quello che abbiamo esposto trattando delle linee nello spazio, la risoluzione di tali questioni non può ammettere alcuna difficoltà.

§. III. Sistema generante variabile.

14. Lasciando per ora di esporre esercizii più estesi intorno al moto delle linee nello spazio e della superficie, prenderemo a risolvere il seguente problema generale, del quale faremo alcune applicazioni negli esercizii particolari.

Problema VIII. Dati più punti che si muovono nello spazio con data legge, e data la relazione che aver debbono con un altro punto, determinare la linea da questo descritta.

Sieno M_1, $M_2 \ldots M_n$ i dati punti, de' quali sieno le rispettive coordinate $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; \ldots x_n, y_n, z_n$ ed M sia il punto descrittore, al quale corrispondano le coordinate x, y, z. Dovendo la posizione del punto M dipendere da quella dei punti $M_1, \ldots M_n$, avremo le tre equazioni

$$\varphi_1 = 0, \ \varphi_2 = 0, \ \varphi_3 = 0,$$

e φ_1, φ_2, φ_3 saranno funzioni delle coordinate dei punti dati e del generato. Essendo poi data la legge colla quale ciaschedun punto si muove, e la relazione dei movimenti di tutti questi punti, si vede che per ogni punto avremo due equazioni che legano fra di loro le coordinate, ed altre $n - 1$ equazioni che legano tutti questi punti fra di loro. Avendo così $3n - 1 + 3$ equazioni, eliminando le $3n$ coordinate dei punti in movimento, arriveremo alle equazioni della linea descritta dal punto M.

15. Si può facilmente vedere che questo problema è analogo a quello nel quale si ricerca una linea dipendente da n linee date. Se la legge di movimento di ogni punto è data parzialmente, questi problemi sono identici, poichè le due equazioni che esprimono questa legge rappresentano nello stesso tempo la linea descritta dal punto corrispondente, e questa dovrà riguardarsi come una delle n generatrici. Le $n - 1$ equazioni di relazione fra i movimenti divengono in tal caso le $n - 1$ equazioni che legano fra di loro gli n punti generatori in un solo sistema.

Generalmente però le n linee generatrici saranno date, per così dire, implicitamente, e quindi tale problema devesi considerare più generale dell'altro.

PARTE SECONDA

ESERCIZII PARTICOLARI.

16. Problema I. Muovendosi un punto nello spazio con data legge intorno ad un altro che descrive linea di data natura, data la relazione dei movimenti, determinare l'equazioni della linea descritta dal primo pel movimento risultante.

Prima di procedere alla soluzione stabiliremo di chiamare *punto descrittore* il primo, *direttore* il secondo. Sieno adesso a, b, c le coordinate del secondo; x, y, z le coordinate generiche del punto descrittore. Sia r la distanza di questi punti; β, λ gli angoli che le projezioni xz, yz della retta che unisce i due punti formano cogli assi delle x e delle y. Avremo fra queste quantità le seguenti relazioni:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2,$$

$$\text{tang. } \beta = \frac{z-c}{x-a},$$

$$\text{tang. } \lambda = \frac{z-c}{x-b}.$$

Dovendo poi essere date le equazioni della linea descritta dal punto direttore, avremo $F_1(a, b, c) = 0, \; \mathfrak{q}_1(a, b, c) = 0.$

Finalmente essendo data la legge colla quale il punto descrittore muovesi intorno al punto direttore, avremo

$$\beta = f_1(a), \lambda = f_2(a), r = f_3(a).$$

Eliminando per mezzo di queste equazioni le quantità $a, b, c, \beta, \lambda, r$, avremo due equazioni: $F(x, y, z) = 0, \; \mathfrak{q}(x, y, z) = 0,$

che saranno alla linea generata.

17. Generalmente in luogo delle tre ultime equazioni si avranno l'equazioni

$$\Phi_1 = 0; \; \Phi_2 = 0, \; \Phi_3 = 0,$$

essendo Φ_1, Φ_2, Φ_3 funzioni delle quantità $a, b, c, \beta, \lambda, r$, ed anche delle stesse coordinate x, y, z.

18. Risolvendo generalmente il problema, le tre ultime equazioni involgeranno come costanti le quantità relative al principio dei movimenti, che rap-

presenteremo colle stesse lettere, applicandovi un apice. Queste però saranno legate fra loro per mezzo delle prime cinque equazioni tradotte all'origine dei movimenti. Quindi l'equazioni finali conterranno quattro parametri. Potremo scegliere per questi le quattro quantità x_1, y_1, z_1, a_1.

19. Se le quantità costanti delle tre ultime equazioni sono determinate indipendentemente dalle quantità relative all'origine dei movimenti, potremo determinare per mezzo delle equazioni generali tradotte all'origine dei movimenti le posizioni primitive dei punti.

20. Eliminando dalle due ultime equazioni l'x_1, avremo un'equazione che apparterrà ad una superficie generata dal complesso delle linee descritte dai punti della retta dell'equazioni $Y = y_1, X = x_1$. Similmente si può ragionare se si elimini la y_1, o la z_1.

21. Considerando le quantità x_1, y_1, z_1 legate per mezzo dell'equazione (A) $F_1(x_1, y_1, z_1) = 0$, la linea non sarà più a quattro parametri variabili, ma a tre soltanto, e l'equazioni comprenderanno la famiglia delle linee descritte dai punti della superficie dell'equazione (A).

22. Considerando le quantità x_1, y_1, z_1 legate per mezzo dell'equazioni

$$(B) \qquad F^1(x_1, y_1, z_1) = 0, \quad \Psi^1(x_1, y_1, z_1) = 0,$$

eliminando per mezzo di queste e delle ritrovate equazioni le coordinate y_1, x_1, z_1, avremo l'equazione della superficie, complesso delle linee descritte dai punti della linea dell'equazione (B). Se poi con l'equazioni (B) si eliminano dalle equazioni ritrovate due parametri, queste comprenderanno la famiglia delle linee descritte dai punti della linea dell'equazioni (B).

23. Se nell'equazioni (B) si comprendono dei parametri di grandezza, e questi si legano coi parametri di movimento, la generazione diviene molto più generale.

24. Esempio. Il punto direttore si muova uniformemente lungo l'asse delle x, il descrittore si muova uniformemente intorno ad esso in un circolo, il cui piano sia normale all'asse della x; determinare l'equazione dell'elice descritta per questo movimento composto.

Sia r il raggio del circolo, e l'equazioni generali diverranno

$$(x - a)^2 + y^2 + z^2 = r^2, \text{tang.}\,\lambda = \frac{z}{y}, \; x - a = 0, \; a = k\lambda + g;$$

ed eliminando a, λ, avremo l'equazioni

$$y^2 + z^2 = r^2, \; x = k.\,\text{Arc. tang.}\frac{z}{y} + g.$$

Onde determinare le costanti k, g debba essere $z = r, x = 0, y = 0$ quando $a = 0$

$z = -r, x = 0, y = 0 \qquad a = \pi r,$

ed avremo $k = \frac{r}{2}, g = -\frac{\pi r}{2}$, e l'equazioni finali saranno

$$y^2 + z^2 = r^2, \; x + \frac{\pi r}{2} = \frac{r}{2} \text{ Arc. tang. } \frac{z}{y}.$$

25. Problema II. Muovendosi un punto con data legge intorno ad un altro che muovesi pure con data legge, e data la legge colla quale un terzo punto cangia di posizione rapporto a questi, determinare la linea descritta da quest'ultimo pel movimento risultante.

Sieno M_1, M_2, M_3 i dati punti, dei quali le rispettive coordinate sieno $a, b, c;\ x, y, z;\ X, Y, Z$. Quanto ai parametri di movimento del punto M_2 rapporto ad M_1, riteniamo le posizioni del problema precedente; per tal modo quelle stesse equazioni determineranno il moto di M_2 rispetto ad M_1. Quanto ad M_3 supponiamo che d_1, d_2 sieno le distanze di questo dagli altri due punti, onde avremo l'equazioni

$$X - a)^2 + (Y - b)^2 + (Z - c)^2 = d_1^2, \; (X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2 = d_2^2.$$

Sia poi α l'angolo che la projezione xy della retta congiungente i due punti M_1, M_3 forma coll'asse della x, ed avremo

$$\text{tang. } \alpha = \frac{X - x}{Y - y}.$$

Queste tre equazioni determinano la posizione del punto M_3 rapporto ad M_1, M_2, essendo $\alpha_1\ d_1, d_2$ determinate costanti. Se le distanze d_1, d_2 ed α variano con data legge, sarà $d_1 = f_1\ (x, a)$, $d_2 = f_2\ (x, a)$, $\alpha = f_3\ (x, a)$; ed in generale dipenderanno dagli elementi di posizione di M_1, M_2. Con queste sei equazioni, e con le altre del problema precedente, si potrà risolvere completamente il proposto problema.

26. Con questo sistema di equazioni si potrà determinare la linea descritta nello spazio dal vertice di un triangolo che con data legge si muove intorno al lato opposto, mentre un estremo di questo descrive linea di data natura, e l'altro si muove intorno ad esso con determinata legge. I lati poi del triangolo possono considerarsi variabili.

27. Omettendo l'equazione tang. $\alpha = \frac{X - x}{Y - y}$, l'unica equazione finale sarà alla superficie generata da un circolo, il di cui piano è normale alla retta che unisce i due punti $M_1\ M_2$, e il di cui raggio è dipendente dalle distanze d_1, d_2.

28. Essendo quattro i punti, si può risolvere, rispetto al vertice di una piramide, un problema analogo a quello che abbiamo enunciato rispetto al triangolo.

29. Problema III. Muovendosi nello spazio una superficie con data legge, determinare l'equazioni della famiglia di linee descritte dai varii punti di essa.

Sia $F_1\ (x_1, y_1, z_1) = 0$ l'equazione della data superficie, riferita a coordinate ortogonali. Si riferisca questa superficie ad un nuovo sistema di coordinate ortogonali. Chiamando x, y, z le coordinate novelle, a, b, c le coordinate della novella origine, ed esprimendo col solito algoritmo gli angoli formati dagli assi novelli coi primitivi, avremo le tre equazioni

$$(A)\quad \begin{aligned} x_1 &= a + x \cos. x_1\, x + y \cos. y_1\, x + z \cos. z_1\, x, \\ y_1 &= b + x \cos. x_1\, y + y \cos. y_1\, y + z \cos. z_1\, y, \\ z_1 &= c + x \cos. x_1\, z + y \cos. y_1\, z + z \cos. z_1\, z. \end{aligned}$$

A queste però conviene aggiugnere le sei equazioni di relazione fra gli angoli degli assi.

Ora considerando le coordinate x, y, z riferite ancora agli assi primitivi, è chiaro che i movimenti attribuiti ai piani coordinati saranno dovuti alla superficie in senso contrario, e che x, y, z saranno le coordinate di quel punto della superficie cui corrispondevano le x_1, y_1, z_1; cioè x, y, z saranno le coordinate del punto nella novella posizione. Si osservi poi, che le quantità a, b, c si riferiscono al movimento di traslazione della superficie, gli angoli $x_1\, x$, $x_1\, y$ al moto rotatorio. Quindi dodici saranno gli elementi del moto della superficie; ma siccome si hanno sei equazioni fra gli angoli, così sei soltanto saranno gli elementi arbitrarii, tre dovuti al moto progressivo, e tre al rotatorio.

Suppongasi che questi sei elementi variino con data legge, essendo legati per mezzo di cinque equazioni; è chiaro che il movimento della superficie nello spazio sarà determinato, e che i valori successivi delle coordinate x, y, z saranno i valori delle coordinate dei punti di quella linea che descrive il punto della superficie cui corrispondevano le coordinate primitive x_1, y_1, z_1.

Quindi eliminando dalle equazioni (A) e dalle altre undici i dodici parametri di movimento, l'equazioni risultanti

$$F\ (x, y, z) = 0,\ \varphi\ (x, y, z) = 0$$

saranno l'equazioni della famiglia delle linee descritte dai punti della superficie che muovesi con data legge. Queste equazioni contengono come parametri

le coordinate primitive x_1, y_1, z_1, le quali sono legate per l'equazione alla superficie $F_1 = 0$.

Quindi l'equazioni alla famiglia di linee descritte saranno a due parametri variabili.

30. Si osservi che di questo problema abbiamo fatto cenno al numero 21.; ma era necessario prenderlo sotto questo aspetto generale, dovendosi considerare questo metodo come il principio della teoria del moto dei punti, linee e superficie nello spazio.

31. Essendo x_1, y_1, z_1, costanti si hanno l'equazioni della linea descritta da un punto che ruota con data legge intorno ad un altro che descrive linea di data natura.

32. Se alla equazione $F_1 = 0$ se ne aggiugne un'altra $\eta_1 = 0$, l'equazioni finali saranno ad un solo parametro variabile, e rappresenteranno la famiglia delle linee descritte dai punti della linea dell'equazioni $F_1 = 0$, $\eta_1 = 0$.

33. Finalmente se per mezzo delle equazioni finali ad un solo parametro si ottiene un'equazione mancante di esso, questa rappresenterà la superficie generata dalla linea dell'equazioni $F_1 = 0$, $\eta_1 = 0$.

34. Veniamo a delle applicazioni. Suppongasi che la data superficie ruoti intorno ad una parallela all'asse della z; e l'equazioni generali diverranno

$$x_1 = a + x \cos. x_1 x + y \cos. y_1 x,$$
$$y_1 = b + x \cos. x_1 y + y \cos. y_1 y,$$
$$z_1 = c + z;$$

e chiamando λ l'angolo di rotazione intorno all'asse delle z, avremo

$$x_1 = a + x \cos. \lambda - y \text{ sen. } \lambda,$$
$$y_1 = b + x \text{ sen. } \lambda + y \cos. \lambda,$$
$$z_1 = c + z.$$

Il punto a cui corrispondono le coordinate a, b, c sarà il punto direttore, e quello a cui corrispondono le coordinate x, y, z, il descrittore.

35. Essendo $F_1 = 0$, $\eta_1 = 0$ l'equazioni che legano fra loro le quantità x_1, y_1, z_1; $f_1(a, b, c) = 0$, $f_2(a, b, c) = 0$ l'equazioni della linea descritta dal punto direttore; $\lambda = \varphi(a)$ l'equazione di relazione dei movimenti progressivo e rotatorio, eliminando da queste otto equazioni le quantità $x_1, y_1, z_1, a, b, c, \lambda$, l'equazione risultante sarà alla superficie generata dalla linea dell'equazioni $F_1 = 0$, $\eta_1 = 0$.

36. A questa generazione appartiene quella della superficie di rivoluzione. Ponendo $a = b = c = 0$, la rotazione si farà intorno l'asse della z, e l'equa-

zioni saranno
$$x_1 = x \cos. \lambda - y \text{ sen. } \lambda,$$
$$y_1 = x \text{ sen. } \lambda + y \cos. \lambda,$$
$$z_1 = z.$$

Quindi se l'equazioni della linea ruotante saranno
$$F_1 (x_1, y_1, z_1) = 0, \quad \eta_1 (x_1, y_1, z_1) = 0,$$
si avrà l'equazione della superficie di rivoluzione eliminando λ dalle due equazioni
$$F_1 (x \cos. \lambda - y \text{ sen. } \lambda, x \text{ sen. } \lambda + y \cos. \lambda, z) = 0,$$
$$\eta_1 (x \cos. \lambda - y \text{ sen. } \lambda, x \text{ sen. } \lambda + y \cos. \lambda, z) = 0.$$

37. Essendo $F_1 = f(z_1, x_1) = 0$, $\eta_1 = y_1 = 0$, l'equazione alla superficie di rivoluzione sarà $f(z, \sqrt{x^2 + y^2}) = 0$.

38. Ponendosi soltanto $a = b = 0$, e $c = \Phi(\lambda)$, l'equazioni si riferiranno alla generazione delle superficie *elicoidiche*.

39. Esempio. Sia $F_1 = y_1 = 0$, $\eta_1 = z_1 = 0$, $c = m\lambda$, la superficie elicoidica sarà data dall'equazione
$$z = m \text{ Arc. tang. } \frac{y}{x}.$$

40. Problema IV. Muovendosi una linea nello spazio con data legge mentre un suo punto muovesi sopra di essa, data la relazione dei movimenti, determinare la linea descritta da questo punto pel movimento risultante.

Sieno l'equazioni della data linea $F_1 = 0$, $\eta_1 = 0$, s l'arco contato da un punto fisso, e sarà $s = \int d x_1 \sqrt{\left\{ 1 + \left(\frac{d y_1}{d x_1}\right)^2 + \left(\frac{d z_1}{d x_1}\right)^2 \right\}}$.

Sieno x, y, z le coordinate generiche della linea in moto; a, b, c; $x_1\, x, y_1\, y \ldots$ i parametri di movimento, ed avremo fra queste quantità quattordici equazioni.

Considerando poi, che deve essere data la relazione dei movimenti della linea nello spazio e del punto sopra di essa, avremo un'altra equazione di relazione fra i parametri di movimento e l'arco s. Eliminando da queste diciotto equazioni i parametri di movimento, l'arco s e le coordinate x_1, y_1, z_1, avremo due equazioni fra x, y, z, che saranno alla linea ricercata. Le costanti poi introdotte dalla integrazione si riferiranno all'origine dei movimenti.

41. A questi metodi generali si possono sostituire dei metodi più semplici in alcuni casi particolari; noi ci limiteremo ai due seguenti.

I. Muovendosi nello spazio con data legge un piano, e sopra di esso muovendosi una linea od un punto, date le relazioni di movimento, determinare la superficie o linea generata.

II. Muovendosi nello spazio una sfera, e sopra di essa muovendosi con data legge un punto, date le relazioni di movimento, determinare la linea da esso punto descritta.

42. Veniamo al primo. Si premetta la seguente trasformazione di coordinate dovuta all'Eulero. Sia l'equazione di un piano $x - \cot.\beta . y - \cot.\lambda . z - c = 0$, e per il punto d'intersezione di questo piano coll'asse della x sia condotta in esso piano una normale alla traccia xy. Si consideri adesso la traccia xy come asse delle ascisse X, e quella retta come asse della Y di punti esistenti sopra questo piano. Ciò posto, indicando per x, y, z le coordinate dello spazio del punto al quale nel piano corrispondono le coordinate X, Y; ed esprimendo con i l'inclinazione del piano con quello delle xy, avremo

$$z = Y \operatorname{sen.} i,$$
$$x = c + X \cos.\beta + Y \cos. i \cos.\beta,$$
$$y = X \operatorname{sen.}\beta - Y \cos. i \operatorname{sen.}\beta,$$
$$\cos. i = \frac{\cot.\lambda}{\sqrt{1 + \cot.\beta^2 + \cot.\lambda^2}} = \frac{\cos.\lambda}{\sqrt{1 + \operatorname{sen.}\lambda^2 \cot.\beta^2}}.$$

43. Sia ora in questo piano una linea la quale si muova con data legge, e determiniamo la superficie generata da questa linea.

L'equazioni che determinano il movimento di una linea in un piano sono (A) $\quad F_1(X_1, Y_1) = 0$ equazione delle linee, e le seguenti:

$$X_1 = a + X \cos.\gamma - Y \operatorname{sen.}\gamma,$$
$$Y_1 = b + X \operatorname{sen.}\gamma + Y \cos.\gamma,$$
$$f(a, b) = 0, \qquad \gamma = \Psi(a),$$

ove a, b sono le coordinate del punto direttore, e γ l'angolo di rotazione (1).

Dovendosi poi il piano muovere con data legge, e dovendo essere data la relazione dei movimenti, avremo tre altre equazioni:

$$\Phi' = 0, \ \Phi'' = 0, \ \Phi''' = 0.$$

Eliminando per mezzo di queste dodici equazioni i parametri di moto e le coordinate X, Y, X', Y', l'equazione risultante sarà alla ricercata superficie.

44. Se si eccettui l'equazione (A), e dalle altre si eliminino i parametri di movimento e le coordinate X, Y, avremo due equazioni fra le x, y, z, che saranno alla linea descritta dal punto di coordinate primitive X_1, Y_1. Le quantità X_1, Y_1 saranno i parametri di questa linea; quindi se si considerino

(1) Vedi la mia Memoria sulla generazione delle linee in un piano, inserita nel tomo VII. degli Atti dell'Accademia di Padova.

legati per mezzo della equazione (A), i due parametri si ridurranno ad un solo, e le due equazioni finali rappresenteranno la famiglia delle linee descritte dai punti della linea data.

45. Per discendere a qualche applicazione supponiamo che il piano sia sempre normale al perimetro di una data linea tracciata nel piano delle xy. Essendo $F_1(x_1, y_1) = 0$ l'equazione di questa linea, avremo

$$z = Y, \; x = x_1 + y_1 \frac{dy_1}{dx_1} + X \frac{dy_1}{\sqrt{dx_1^2 + dy_1^2}},$$

$$y = X \frac{dx_1}{\sqrt{dx_1^2 + dy_1^2}}.$$

A questa particolare applicazione appartiene la generazione dei canali a direttrice piana ed a generatrice piana qualunque, e quindi caso particolare si è la generazione dei canali circolari a direttrice qualunque.

46. Per esempio supponiamo descritto nel piano della xy un circolo, del quale il centro sia all'origine delle coordinate, e nel piano mobile sia descritto un circolo avente il centro nel punto d'intersezione del piano mobile col perimetro dell'altro circolo. Sieno poi r, R i rispettivi raggi variabili con data legge, avremo

$$(\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2 + z^2 = R^2, \text{ tang. } \beta = \frac{y}{x}, \Phi'(r, R, \beta) = 0, \Phi''(r, R, \beta) = 0.$$

Eliminando da queste β, r, R, l'equazione risultante sarà alla superficie anulare ricercata.

47. Sieno r, R costanti, l'equazione sarà $(\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2 + z^2 = R^2$. Sia r costante, ed $R = \beta$, avremo

$$(\sqrt{x^2 + y^2} - r)^2 + z^2 = \overline{\text{Arc. tang. } \frac{y}{x}}^{\,2}$$

48. Supponiamo adesso che l'equazione del circolo sul piano mobile sia

$$X^2 + Y^2 - 2a(X + Y) = R^2;$$

essendo R costante, ed $a = k\beta$, l'equazione della superficie generata sarà

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2k \text{ Arc. tang. } \frac{y}{x} \left\{ z + \sqrt{x^2 + y^2} \right\} = R^2.$$

49. Queste ricerche sopra la generazione delle superficie anulari si possono estendere al caso generale delle direttrici a doppia curvatura.

50. Termineremo questo cenno con una applicazione al movimento di un punto, risolvendo la seguente questione. Mentre il piano mobile normale al piano coordinato xy ruota intorno all'origine, un punto situato in esso si

muova con data legge sopra una linea data; si domanda l'equazione della linea da questo descritta.

Le equazioni generali si riducono alle seguenti:

$$z = Y,\ x = X \cos.\ \beta,\ y = X \text{ sen. } \beta,$$

$$f(X, Y) = 0,\ X = \varphi(\beta).$$

Essendo $Y = mX$, $X = k\beta$, l'equazioni della linea generata saranno

$$z = m\sqrt{x^2 + y^2},\ \frac{my}{z} = \text{sen. } \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{k}.$$

51. Prendiamo a risolvere il secondo problema. « Muovendosi il centro di » una sfera nello spazio con data legge, e sopra di essa muovendosi un pun- » to od una linea, date le relazioni dei movimenti, determinare l'equazioni » della linea o superficie generata. »

Preso sopra la sfera un punto come polo, e determinato un circolo massimo, un punto qualunque della sfera sarà determinato di posizione, quando fatto passare per il polo e per questo punto un circolo massimo, si conosce la distanza di esso dal polo, e l'inclinazione di questo circolo al primitivo. Data pertanto la posizione del centro della sfera, del circolo massimo fisso, del polo, e date le coordinate *sferico-polari* di un punto, potremo determinare le coordinate rettangole nello spazio.

A quest'oggetto preso il piano del circolo fisso parallelo a quello delle xz; a, b, c rappresentino le coordinate del centro; r il raggio della sfera; A B C le coordinate del polo; ε l'inclinazione dell'asse al piano delle x, y; λ la distanza del punto dal polo; δ l'inclinazione dei due circoli massimi; x, y, z le coordinate rettangole del dato punto; ed avremo

$$A = a + r \cos.\ \varepsilon,\ B = b,\ C = c + r \text{ sen. } \varepsilon,$$

$$y = b + r \text{ sen. } \lambda \text{ sen. } \delta,$$

$$z = c + r \text{ sen. } \lambda \cos.\ \delta \cos.\ \varepsilon + r \cos.\ \lambda \text{ sen. } \varepsilon,$$

$$x = a + r \cos.\ \lambda \cos.\ \varepsilon - r \text{ sen. } \lambda \cos.\ \delta \text{ sen. } \varepsilon.$$

Ciò posto, sieno $F_1(a, b, c) = 0$, $\eta_1(a, b, c) = 0$ l'equazioni della linea descritta dal centro della sfera, $\Psi_1(a, b, c, \lambda, \delta) = 0$, $\Psi_2(a, b, c, \lambda, \delta) = 0$ l'equazioni di relazione dei movimenti. Eliminando da queste equazioni le coordinate del centro della sfera, e le coordinate *sferico-polari* del punto in movimento, avremo due equazioni:

$$F(x, y, z) = 0,\ \eta(x, y, z) = 0,$$

che saranno alla linea descritta dal dato punto pel movimento risultante.

52. Essendo $\Psi(\delta, \lambda) = 0$ l'equazione della linea descritta sulla sfera, sostituita all'equazioni $\Psi_1 = 0$, $\Psi_2 = 0$, si paragoni colle altre, e si eliminino le stesse quantità; otterremo un'equazione $F(x, y, z) = 0$, che sarà alla superficie descritta da questa linea col determinato movimento.

53. Introducendo nell'equazione $\Psi = 0$ dei parametri di posizione, e legandoli con gli altri parametri di movimento, potremo far muovere eziandio la linea sopra la stessa sfera in moto.

54. Si può considerare variabile la inclinazione ε, e funzione determinata dei parametri di movimento.

55. Questa maniera di determinare l'equazioni delle linee o superficie generate dal movimento di un punto o di una linea sopra di una sfera in moto, si può estendere facilmente alle linee descritte sopra di una superficie di rivoluzione qualunque, prendendo per polo lo stesso polo di rivoluzione.

56. Veniamo ad un esempio. Suppongasi la terra sferica, e che il suo centro descriva intorno al sole un cerchio: determinare l'equazione della famiglia delle linee descritte dai suoi punti.

Sia il raggio della terra r, R il raggio dell'orbita. Sia l'asse della y la linea degli equinozii, xy il piano dell'ecclitica. Supponiamo inoltre che λ sia il complemento della latitudine geografica, e δ' la longitudine del punto della sfera che descrive la ricercata linea, riferita al meridiano perpendicolare all'ecclitica all'istante del solstizio jemale, ε l'obbliquità dell'ecclitica, T la durata dell'anno tropico espressa in giorni. L'origine poi de' movimenti sia all'istante del solstizio d'inverno. Posto tutto questo, l'equazioni che risolvono il problema saranno:

$$y = b + r \text{ sen. } \lambda \text{ sen. } \delta,$$

$$z = r \text{ sen. } \lambda \text{ cos. } \delta \text{ cos. } \varepsilon + r \text{ cos. } \lambda \text{ sen. } \varepsilon,$$

$$x = a + r \text{ cos. } \lambda \text{ cos. } \varepsilon - r \text{ sen. } \lambda \text{ cos. } \delta \text{ sen. } \varepsilon,$$

$$a^2 + b^2 = R^2, \ \delta - \delta' = T \text{ Arc. cos. } \frac{a}{R},$$

e l'equazioni finali saranno:

$$\text{Arc. sen. } \frac{y - \sqrt{\left\{ R^2 - \left(x + z \text{ tang. } \varepsilon - \frac{r \text{ cos. } \lambda}{\text{cos. } \varepsilon}\right)^2 \right\}}}{r \text{ sen. } \lambda} =$$

$$T \text{ Arc. cos. } \frac{x + z \text{ tang. } \varepsilon - \frac{r \text{ cos. } \lambda}{\text{cos. } \varepsilon}}{R} + \delta'.$$

$$\text{Arc. cos.}\frac{z - r\cos.\lambda\,\text{sen.}\,\varepsilon}{r\,\text{sen.}\,\lambda\cos.\varepsilon} = T\,\text{Arc. cos.}\frac{x + z\,\text{tang.}\,\varepsilon - \frac{r\cos.\lambda}{\cos.\varepsilon}}{R} + \delta.$$

57. Posto $\lambda = 0$, l'equazioni generali divengono

$$y = b,\ z = r\,\text{sen.}\,\varepsilon,\ x = a + r\cos.\varepsilon,\ a^2 + b^2 = R^2,$$

dalle quali si ricava

$$z = r\,\text{sen.}\,\varepsilon,\ (x - r\cos.\varepsilon)^2 + y^2 = R^2, \text{ come deve essere.}$$

58. L'equazione della superficie descritta da un parallelo sarà

$$r^2\,\overline{\text{sen.}}\,\lambda^2\,\overline{\cos.}\,\varepsilon^2 = \left\{y\cos.\varepsilon - \sqrt{(R^2\cos.\varepsilon^2 - (x\cos.\varepsilon + z\,\text{sen.}\,\varepsilon - r\cos.\lambda)^2)}\right\}^2$$
$$+ (z - r\cos.\lambda\,\text{sen.}\,\varepsilon)^2.$$

59. Posto $\lambda = 0$, l'equazione precedente si risolve nelle due

$$z = r\,\text{sen.}\,\varepsilon,\ y^2\,\overline{\cos.}\,\varepsilon^2 = R^2\,\overline{\cos.}\,\varepsilon^2 - (x\cos.\varepsilon + z\,\text{sen.}\,\varepsilon - r)^2,$$

cioè nelle due

$$z = r\,\text{sen.}\,\varepsilon,\ (x - r\cos.\varepsilon)^2 + y^2 = R^2, \text{ come sopra.}$$

60. Problema V. Muovendosi una data linea, radendo due linee date con data legge, determinare l'equazione della superficie generata.

Sieno l'equazioni delle due direttrici C_1, C_2;

$$(A) \qquad F_1(x_1, y_1, z_1) = 0,\ q_1(x_1, y_1, z_1) = 0$$
$$F_2(x_2, y_2, z_2) = 0,\ q_2(x_2, y_2, z_2) = 0$$

l'equazioni delle linee in moto sieno

$$(B)\ f_1(x, y, z, a, b, c, d) = 0,\ f_1(x, y, z, a, b, c, d) = 0,$$

e l'equazione di relazione fra i punti direttori sia

$$\Psi(x_1, y_1, z_1, x_2 \ldots) = 0.$$

Si traducano l'equazioni (B) rispettivamente alle coordinate x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2, e si ottengano l'equazioni

$$(B)\ f_1\left\{x_1, y_1, z_1, a, b, c, d\right\} = 0,\ f_1\left\{x_1, y_1, z_1, a, b, c, d\right\} = 0$$
$$f_1\left\{x_2, y_2, z_2, b, b, c, d\right\} = 0,\ f_1\left\{x_2, y_2, z_2, a, b, c, d\right\} = 0.$$

Eliminando da tutte queste equazioni le coordinate dei punti direttori ed i quattro parametri di movimento, l'equazione risultante $F(x, y, z) = 0$ sarà alla superficie generata.

61. Supponendo che l'equazioni alla linea in moto contengano un maggior numero di parametri, legandoli con gli altri potremo rendere il problema molto più generale.

62. Veniamo ad alcune applicazioni.

Le direttrici sieno due linee piane, l'una disegnata sopra il piano delle xy, l'altra esistente in un piano a questo parallelo, e si ricerchi la linea generata da una linea retta, la quale essendo sempre perpendicolare alla prima, le rada ambedue. In questo caso all'equazione di relazione fra i due punti direttori dovremo sostituire l'equazione che esprime la condizione, che la linea in moto sia normale alla prima. L'equazioni pertanto che risolvono il problema sono:

$$F_1\ (x_1, y_1) = 0,\ z_1 = 0,\ F_2\ (x_2, y_2) = 0,\ z_2 = m$$

$$z = ax + b,\ y = cx + d,\ z_1 = ax_1 + d,\ y_1 = cx_1 + d$$

$$z_2 = ax_2 + b,\ y_2 = cx_2 + d,\ 1 + c\frac{dy_1}{dx_1} = 0,$$

che si riducono alle altre:

$$F_1\ (x_1, y_1) = 0,\ F_2\ (x_2, y_2) = 0,$$

$$\frac{z}{z-m} = \frac{x-x_1}{x-x_2},\ y-y_1 = -\frac{dx_1}{dy_1}(x-x_1),\ y-y_2 = -\frac{dx_1}{dy_1}(x-x_2).$$

63. Per farne un esempio particolare supponiamo che una delle direttrici sia lo stesso asse delle x, l'altra una retta dell'equazioni

$$y_2 = x_2 \text{ tang. } \alpha,\ z_2 = m.$$

Si osservi che in questo caso la linea in moto non può rappresentarsi colle due projezioni xy, xz, esistendo in un piano parallelo a quello delle zy; però modificando convenevolmente le equazioni superiori, e facendo le necessarie eliminazioni, l'equazione alla ricercata superficie sarà

$$z = \frac{m}{\text{tang. } \alpha} \cdot \frac{x}{y}.$$

64. Se la seconda direttrice ruota intorno all'asse della ze sia $\alpha = kx$, l'equazione alla superficie generata sarà

$$z = \frac{m}{\text{tang. } kx} \cdot \frac{y}{x}.$$

65. Prendiamo a risolvere quest'altro problema. Mentre un circolo di raggio variabile si muove col suo centro lungo una data linea, conservando il suo piano parallelo a quello delle yz rada una linea data, si domanda l'equazione della superficie generata.

Sieno l'equazioni delle due linee direttrici

$$F_1\ (x_1, y_1, z_1) = 0,\ \eta_1\ (x_1, y_1, z_1) = 0,$$
$$F_2\ (x_2, y_2, z_2) = 0,\ \eta_2\ (x_2, y_2, z_2),$$

e sia r il raggio del circolo; avremo

$$(z - z_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2, \; x = x_1,$$
$$(z_2 - z_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = r^2, \; x = x_2.$$

Eliminando da queste le coordinate dei punti direttori ed r, avremo un'equazione $F(x, y, z) = 0$, che sarà alla ricercata superficie.

66. L'equazioni delle due linee sieno

$$y_1 = 0, \; z_1 = 0; \; y_2 = x_2 \text{ tang. } \alpha, \; z_2 = m,$$

e l'equazione alla generata sarà

$$z^2 + y^2 = m^2 + x^2 \overline{\text{tang. } \alpha}^2.$$

67. Supponiamo adesso che, date due linee, si consideri un circolo, il di cui piano conservandosi parallelo a quello delle yz, ed il raggio essendo variabile, con data legge si muova radendolo; si domanda l'equazione della superficie generata, e della linea descritta dal centro.

Sieno l'equazioni delle due linee direttrici $F_1 = 0$, $\eta_1 = 0$; $F_2 = 0$, $\eta_2 = 0$, e le coordinate del centro del circolo sieno a, b, il raggio r. L'equazioni che risolvono il problema saranno:

$$F_1(x_1, y_1, z_1) = 0, \; \eta_1(x_1, y_1, z_1) = 0, F_2(x_2, y_2, z_2) = 0, \; \eta_2(x_2, y_2, z_2) = 0$$

$$(A) \qquad (z_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 = r^2, \; (z_2 - a)^2 + (y_2 - b)^2 = r^2$$

$$x = x_1, \; x = x_2, \; r = \Phi(x)$$

$$(B) \qquad (z - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$$

Eliminando da queste le coordinate dei punti direttori, le coordinate del centro ed il raggio del circolo, l'equazione risultante $F(x, y, z) = 0$ sarà alla superficie generata; eliminando poi dalle equazioni (A) le coordinate dei punti direttori ed r, e ponendo $x = c$, avremo due equazioni

$$F(a, b, c) = 0, \; \eta(a, b, c) = 0$$

che rappresenteranno la linea descritta dal centro.

68. Esempio. L'equazioni delle due direttrici sieno

$$y_1 = 0, \; z_1 = 0, \; y_2 = 0, \; z_2 = 2m \text{ ed } r = x + 2m.$$

L'equazione alla superficie sarà

$$(z^2 - 2mz + y^2) = 4y^2(x + m)(x + 3m).$$

La linea descritta dal centro è una iperbole dell'equazioni

$$a = m, \; b^2 = (c + 2m)^2 - m^2.$$

69. Problema VI. Muovendosi nello spazio una superficie ed una linea, data la relazione dei movimenti, determinare l'equazione della linea delle successive intersezioni.

Per semplicità supponiamo che la superficie e la linea si muovano ruotando intorno ad un asse parallelo a quello delle z, e nello stesso tempo abbiano un moto determinato di traslazione.

Sia l'equazione della superficie $F_1 (x_1, y_1, z_1) = 0$, e l'equazioni della data linea sieno $F_2 (x_2, y_2, z_2) = 0$, $\mathcal{F}_2 (x_2, y_2, z_2) = 0$. Sieno poi x, y, z le coordinate della linea generata; a, b, c le coordinate del punto direttore, e λ l'angolo di rotazione rapporto alla superficie; A, B, C le coordinate del punto direttore, e φ l'angolo di rotazione rapporto alla linea; avremo le seguenti equazioni:

$$x_1 = a + x \cos. \lambda - y \text{ sen. } \lambda, \quad x_2 = A + x \cos. \varphi - y \text{ sen. } \varphi,$$
$$y_1 = b + x \text{ sen. } \lambda + y \cos. \lambda, \quad y_2 = B + x \text{ sen. } \varphi + y \cos. \varphi,$$
$$z_1 = c + z, \qquad z_2 = C + z.$$

L'equazioni delle linee descritte dai punti direttori sieno

$$f_1 (a, b, c) = 0, \; f^1 (a, b, c) = 0,$$
$$f_2 (A, B, C) = 0, \; f^2 (A, B, C) = 0,$$

e l'equazioni che determinano le relazioni dei moti progressivi e rotatorii sieno

$$\Phi_1 (\lambda, a) = 0, \; \Phi_2 (\varphi, A) = 0;$$

finalmente l'equazione di relazione dei movimenti sia

$$\Psi (\lambda, \varphi, a, A) = 0.$$

Eliminando da queste equazioni le coordinate dei punti direttori, i due angoli di rotazione, e le coordinate della linea e superficie, avremo due equazioni

$$F (x, y, z) = 0, \; \mathcal{F} (x, y, z) = 0$$

che saranno alla linea delle intersezioni.

70. Si osservi che questo problema è caso particolare dell'altro: date tre superficie che si muovono ruotando intorno ad un asse parallelo a quello delle z, e sono dotate di moti progressivi determinati, trovare la linea delle comuni intersezioni.

71. Quanto alla soluzione del problema precedente, reso eziandio generale il movimento, non vi ha difficoltà veruna dopo quello che si è detto al num. 29.

72. Così pure potremo risolvere l'altro problema analogo: « Muovendosi nel» lo spazio due superficie, data la relazione dei movimenti, determinare la su» perficie delle successive intersezioni. »

73. Problema VII. Date due superficie, determinare quella superficie, da qualunque punto della quale condotte due normali alle date, le loro lunghezze sieno dipendenti per data legge.

Sieno $F_1(x_1, y_1, z_1) = 0$, $F_2(x_2, y_2, z_2) = 0$ l'equazioni delle due superficie; x, y, z le coordinate dei punti della superficie generata; N, N' le normali condotte da un punto generato sopra le superficie date, e $\Psi(N, N') = 0$ l'equazione di relazione fra la lunghezza di queste normali; l'equazioni che risolvono il problema saranno le seguenti:

$$F_1(x_1, y_1, z_1) = 0, \quad F_2(x_2, y_2, z_2) = 0$$

$$N^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2, N'^2 = (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)$$

$$0 = x - x_1 + (y - y_1)\left(\frac{dz_1}{dx_1}\right), (z - z_1)\left(\frac{dz_1}{dx_1}\right) + x - x_1 = 0,$$

$$0 = x - x_2 + (y - y_2)\left(\frac{dy_2}{dx_2}\right), (z - z_2)\left(\frac{dz_2}{dx_2}\right) + x - x_2 = 0,$$

$$\Psi(N, N') = 0.$$

Eliminando infatti da queste equazioni le coordinate dei punti delle superficie date N, N', avremo un'equazione $F(x, y, z) = 0$, che sarà alla ricercata superficie.

74. Suppongasi sopra una delle due superficie disegnata una linea; è chiaro che il sistema di normali a queste superficie che hanno il loro piede sopra di queste linee, corrisponderà sopra la superficie generata una determinata linea, ed un'altra linea pure determinata sopra l'altra superficie: si tratta però di ritrovare l'equazioni di queste due, data la prima. Sia l'equazione $q(x_1, y_1, z_1) = 0$ quella che, aggiunta alla data $F_1 = 0$, determina la linea in questione. Eliminando per mezzo di questa equazione e delle antecedenti le stesse quantità, avremo due equazioni

$$F(x, y, z) = 0, \quad q(x, y, z) = 0,$$

che saranno alla ricercata linea disegnata sopra la superficie generata. Che se dall'equazioni superiori, sostituendo alla $F_2 = 0$ la $q_1 = 0$, si eliminino le coordinate x_1, y_1, z_1; x, y, z ed N, N', l'equazione risultante $q_2(x_2, y_2, z_2) = 0$, insieme alla $F_2 = 0$, determinerà la linea seconda ricercata.

75. Prendiamo adesso a risolvere il seguente problema. Sieno nello spazio due linee piane, ciascheduna delle quali racchiuda un'area determinata; si domanda quella superficie, ciaschedun punto della quale considerato come vertice di due superficie coniche, aventi per base quelle date aree, le solidità da loro comprese sieno dipendenti per data relazione.

Quando la generatrice è una retta, e la base costante, le solidità di ciaschedun cono saranno proporzionali alle altezze, e però tale questione si riduce ad un caso particolare del problema ora risoluto, vale a dire a determinare

quella superficie, da qualunque punto della quale condotte due normali a due dati piani, stieno queste in un determinato rapporto.

Sieno l'equazioni dei due piani

$$A_1 x_1 + B_1 y_1 + C_1 z_1 + D_1 = 0, A_2 x_2 + B_2 y_2 + C_2 z_2 + D_2 = 0,$$

e l'equazione alla superficie generata sarà

$$\Phi \left\{ \frac{D_1 + A_1 x + B_1 y + C_1 z}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}, \frac{D_2 + A_2 x + B_2 y + C_2 z}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \right\} = 0.$$

Se le solidità debbono stare fra loro in un rapporto costante di $m : 1$, l'equazione alla superficie ricercata sarà

$$D_1 + A_1 x + B_1 y + C_1 z = m \left\{ D_2 + A_2 x + B_2 y + C_2 z \right\} \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}},$$

vale a dire sarà un piano.

76. Essendo una delle due linee disegnata sopra il piano delle xy, l'equazione finale sarà

$$z = m. \frac{D_2 + A_2 x + B_2 y + C_2 z}{\sqrt{(A_2^2 + B_2^2 + C_2^2)}}.$$

77. Problema VIII. Per un dato punto s'intenda condotta una retta ad un punto di una linea data, e per altro punto sia condotta una retta che intersechi altra linea data, ed incontri in altro punto la prima retta; essendo questo punto alla generata, se ne domanda l'equazione. Facciamo le seguenti posizioni:

Coordinate del primo punto P_1; a, b, c. Equazioni della prima linea L

$$F_1 (x_1, y_1, z_1) = 0, \quad \eta_1 (x_1, y_1, z_1) = 0.$$

Coordinate del secondo punto P_2; A, B, C. Equazioni della seconda linea L_1

$$F_2 (x_2, y_2, z_2) = 0, \quad \eta_2 (x_2, y_2, z_2) = 0.$$

L'equazioni della prima retta saranno

$$z - c = \frac{z_1 - c}{x_1 - a} (x - a), \; y - b = \frac{y_1 - b}{x_1 - a} (x - a),$$

e quelle della seconda

$$z - C = \frac{z_2 - C}{x_2 - A} (x - A), \; y - B = \frac{y_2 - B}{x_2 - A} (x - A).$$

Eliminando da tutte queste equazioni le coordinate dei punti delle due linee, l'equazioni risultanti $F (x, y, z) = 0$, $\eta (x, y, z) = 0$ saranno alla linea ricercata.

78. Il problema proposto si potrebbe rendere molto più generale, facendo variare con data legge la posizione dei due punti, e facendo muovere nello spazio con data legge le due linee date.

79. Essendo le due linee disegnate sopra una stessa superficie, avremo $F_1 = F_2$, ritenendo che $F_1 = 0$ sia l'equazione della superficie suddetta.

80. Determinata una delle due linee, si può determinar l'altra dietro alcune relazioni che debba avere colla prima. Supponiamo, p. e., che il punto P_1 esista sopra della data superficie, e che preso sopra la linea un punto M, si faccia passare pei punti M_1, P_2, P_1 un piano intersecante la data superficie in una linea, e che dal punto P_1 si prenda sopra di questa un arco, determinata funzione delle coordinate di M, e l'estremità di questo sia punto alla seconda linea L_1. In questa ipotesi si vede che la linea generata sarà una linea secatrice degli archi della linea esistente nel piano $M P_1 P_2$, intercetti fra i punti M, P_1. Vediamo però come si debba cangiare l'equazione $\eta_2 (x_2, y_2, z_2) = 0$, cioè quale equazione debba a questa sostituirsi.

Prendiamo per l'equazione del piano $M P_1 P_2$ l'equazione

$$X + M Y + N Z + Q = 0,$$

e per determinare le costanti M, N, Q tradurremo quest'equazione alle coordinate di tre punti pei quali deve passare. Avremo poi $F_1 (X, Y, Z) = 0$, e $\int dX \sqrt{\left\{ 1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2 + \left(\frac{dZ}{dX}\right)^2 \right\}}$ esteso da $X = a$ sino ad $X = x_1$, e quindi da $X = a$ sino ad $X = x_2$ ci somministrerà l'espressione di due archi che chiameremo s_1, s_2, e supporremo dipendenti per l'equazione $\Phi (s_1, s_2) = 0$.

Quindi essendo $s_1 = \Psi (a, x_1)$, $s_2 = \Psi (a, x_2)$, l'equazione da sostituirsi alla $\eta_2 (x_2, y_2, z_2) = 0$ sarà l'altra $\Psi \left\{ \Psi (a, x_1), \Psi (a, x_2) \right\} = 0$.

81. Omettendo l'equazione $\eta_1 = 0$, se elimineremo le quantità x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2 dall'ultimo sistema di equazioni, si avrà quella superficie che risulta dal complesso di tutte le linee secatrici particolari, e che potremo chiamare *superficie secatrice*.

82. Si osservi che se i punti P_1, P_2 stanno sopra l'asse di una superficie di rivoluzione; la superficie secatrice è la superficie di rivoluzione della linea secatrice della linea generatrice della superficie data, ed ha per asse di rivoluzione lo stesso asse di rivoluzione della superficie data. Essendo la superficie data una sfera della equazione $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = r^2$, ed essendo $a = 0$, $b = 0$, $c = r$; $A = B = C = 0$, e volendo che $s_1 = m\, s_2$, la superficie secatrice sarà data dall'equazione

$$\text{Arc. tang.} \frac{2 (r - z) \sqrt{(x^2 + y^2)}}{x^2 + y^2 - (r - z)^2} = m \text{ Arc. tang.} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}.$$

83. Problema IX. Dati tre punti, per questi si conducano tre rette che, intersecando una superficie, concorrano poi in uno stesso punto. Essendo le coordinate dei punti d'intersezione di queste rette colla superficie dipendenti per data relazione, ed essendo il punto di concorso delle rette alla superficie generata, se ne domanda l'equazione.

Sieno P_1, P_2, P_3 i tre punti de' quali le coordinate rispettive sieno a_1, b_1, c_1; a_2, b_2, c_2; a_3, b_3, c_3; e l'equazione della data superficie sia $F_1\ (x_1, y_1, z_1) = 0$; e le coordinate dei punti alla generata sieno x, y, z: finalmente esprimendo per X_1, Y_1, Z_1; X_2, Y_2, Z_2; X_3, Y_3, Z_3 le coordinate dei punti d'intersezione delle tre rette colla superficie data, sia $\Psi\ (X_1 \ldots) = 0$. Ciò posto, l'equazioni che risolvono il problema saranno le seguenti:

$$z - c_1 = \frac{Z_1 - c_1}{X_1 - a_1}\ (x - a_1),\quad y - b_1 = \frac{Y_1 - b_1}{X_1 - a_1}\ (x - a_1),$$

$$z - c_2 = \frac{Z_2 - c_2}{X_2 - a_2}\ (x - a_2),\quad y - b_2 = \frac{Y_2 - b_2}{X_2 - a_2}\ (x - a_2),$$

$$z - c_3 = \frac{Z_3 - c_3}{X_3 - a_3}\ (x - a_3),\quad y - b_3 = \frac{Y_3 - b_3}{X_3 - a_3}\ (x - a_3),$$

$$F_1\ (X_1, Y_1, Z_1) = 0,\quad F_2\ (X_2, Y_2, Z_2) = 0,\quad F_3\ (X_3, Y_3, Z_3) = 0$$

$$\Psi\ (X_1, Y_1 \ldots) = 0.$$

Eliminando da queste equazioni le coordinate dei punti d'intersezione, l'equazione risultante $F\ (x, y, z) = 0$ sarà alla linea generata.

84. Suppongasi che la superficie data sia il piano delle xy; l'equazioni generali si cangiano nelle seguenti

$$z - c_1 = \frac{c_1}{a_1 - X_1}\ (x - a_1),\quad y - b_1 = \frac{Y_1 - b_1}{X_1 - a_1}\ (x - a_1),$$

$$z - c_2 = \frac{c_2}{a_2 - X_2}\ (x - a_2),\quad y - b_2 = \frac{Y_2 - b_2}{X_2 - a_2}\ (x - a_2),$$

$$\Psi\ (X_1, Y_1 \ldots) = 0.$$

$$z - c_3 = \frac{c_3}{a_3 - X_3}\ (x - a_3),\quad y - b_3 = \frac{Y_3 - b_3}{X_3 - a_3}\ (x - a_3).$$

85. Collo stesso metodo si potrebbe sciorre il problema preso più generalmente, cioè considerando che n fossero i punti pei quali si conducono le rette, che intersecando la data superficie concorrono in uno stesso punto.

86. Problema X. Sopra una linea particolare di data famiglia, intersecante una superficie data, si prenda un arco partendo dal punto d'intersezione, e l'estremo di quest'arco sia alla superficie generata; data la legge colla quale deve variare la lunghezza di quest'arco, determinare la superficie generata.

L'equazione della data superficie sia $F_1\ (x_1, y_1, z_1) = 0$, e l'equazioni della data linea sieno $F_2\ (x_2, y_2, z_2, a, b) = 0$, $\eta_2\ (x_2, y_2, z_2, a, b) = 0$.

Sieno poi p, q, r le coordinate del punto d'intersezione, ed x, y, z le coordinate ai punti della superficie generata; finalmente sia l'arco $= \varphi$, essendo φ nota funzione delle coordinate del punto d'intersezione.

Avremo in primo luogo

$$F_1\ (p, q, r) = 0,\ F_2\ (p, q, r, a, b) = 0,\ \eta_2\ (p, q, r, a, b) = 0$$
$$F_2\ (x, y, z, a, b) = 0,\ \eta_2\ (x, y, z, a, b) = 0.$$

Quindi sarà $\varphi = \Psi\ (p, x)$. Eliminando da queste equazioni le coordinate del punto d'intersezione, ed i parametri variabili a, b, l'equazione risultante $F\ (x, y, z) = 0$ sarà alla superficie generata.

87. Abbiamo assunto l'equazioni della data famiglia a due parametri, avvegnachè se fosse ad un solo, le linee della famiglia intersecherebbero la data superficie in una linea, e la generata sarebbe una linea in luogo d'essere una superficie.

88. La famiglia delle linee sia data dall'equazioni $z_2 = a\, x_2, y_2 = b\, x_2$, e l'equazioni generali si cangeranno nelle altre

$$F_1\ (p, q, r) = 0,\ r = a\, p,\ q = b\, p,\ z = a\, x,\ y = b\, x$$
$$\varphi = \sqrt{1 + a^2 + b^2}\ (p - x),$$

e l'equazione generale alla superficie generata nel caso di φ costante, o funzione di x, y, z, sarà

$$F_1 \left\{ x\left(1 + \frac{\varphi}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right), y\left(1 + \frac{\varphi}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right), z\left(1 + \frac{\varphi}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right) \right\} = 0,$$

e questa sarà l'equazione generale delle superficie concoidee di data superficie generatrice.

89. Volendo che la famiglia delle linee sia la famiglia delle normali alla data superficie, prendendo φ costante, si avranno l'equazioni per la ricerca delle superficie parallele.

90. Problema XI. Data l'equazione di una superficie, determinare la famiglia delle superficie generatrici.

Come abbiamo osservato nella generazione delle linee, il problema è indeterminato; senza però ripetere quanto a questo proposito si è detto, assumiamo tre famiglie di superficie ad un parametro variabile, e determiniamo la relazione necessaria fra i parametri, onde dalla intersezione successiva delle corrispondenti superficie abbia origine la data.

Sieno $F_1\ (x_1, y_1, z_1) = 0$, $F_2\ (x_2, y_2, z_2) = 0$, $F_3\ (x_3, y_3, b_3) = 0$ l'equazioni delle tre superficie, e $F\ (x, y, z) = 0$ l'equazione della data; eliminando x, y, z dalle superiori equazioni, la risultante $\varphi\ (a, b, c) = 0$ racchiuderà la ricercata relazione dei parametri. Si vede perciò che due rimangono arbitrarii.

91. Quantunque generalmente tre debbano essere le superficie generatrici di una data, con una conveniente scelta di due superficie generatrici potremo considerar la data superficie per sezioni. Infatti l'equazione della data superficie essendo

$$F\left(\varphi'\ (x, y, z),\ \varphi''\ (x, y, z)\right) = 0,$$

le superficie generatrici avranno l'equazioni della forma

$$F_1\left(\varphi'\ (x, y, z),\ \varphi''\ (x, y, z),\ a\right) = 0$$

$$F_2\left(\varphi'\ (x, y, z),\ \varphi''\ (x, y, z),\ b\right) = 0.$$

Ben si vede che la condizione analitica corrisponde a quella di una simile generazione.

Eliminando da queste equazioni le funzioni φ', φ'', l'equazione risultante $\varphi\ (a, b) = 0$ esprimerà la necessaria relazione fra i parametri.

92. Si vede perciò, che a qualunque superficie, generalmente parlando, corrispondono delle coppie di superficie generatrici, dalla intersezione delle quali si può considerar generata.

93. Sia, p. e., la sfera dell'equazione $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, le due equazioni

$$F_1\ (x^2 + y^2, r^2 - z^2, a) = 0,\quad F_2\ (x^2 + y^2, r^2 - z^2\ b) = 0$$

saranno l'equazioni generali delle famiglie generatrici per sezioni. Basti per ora aver fatto questo cenno.

COMUNICAZIONI

DI TRE FATTI FISICI

RELATIVI ALLE TERME PADOVANE.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XII GENNAJO MDCCCXXVI

DAL SOCIO ATTIVO

GIO. MARIA ZECCHINELLI

Avrò l'onore in questa Adunanza di depositare nel seno vostro, o illustri Accademici, tre fisici fatti relativi alle Terme Euganee; fatti che furono nei tempi passati da qualche autore accennati, e che vennero poi contrastati e negati da altri, ma che recentemente sono stati da particolari mie osservazioni convalidati, e posti fuor d'ogni dubbio. Io non sono in caso di trarre conseguenze da questi fatti; nè lo vorrei, se prima due di essi non fossero corredati da analisi chimiche determinate, ed il terzo non fosse di nuovo e ripetutamente veduto e studiato.

I fatti di cui io avrò l'onore di parlarvi sono i seguenti:

1.° Esistenza dello zolfo nelle Terme di Abano, e modo di ottenerlo con l'arte.

2.° Esistenza di un sale ferruginoso presso le sorgenti termali di S. Elena alla Battaglia.

3.° Esistenza di un'erba viva e vegetante nel fango termale di Montegrotto ad altissima temperatura.

Col nominare queste tre diverse Terme di Abano, di S. Elena e di Montegrotto, non voglio io già intendere di significare che a ciascheduna di esse sia limitata l'esistenza della sostanza minerale e della vegetabile che le attribuisco, e che questa sostanza non si trovi nelle altre due Terme, e

non nelle altre Terme Euganee, da me non nominate, di Monte Ortone, di S. Pietro Montagnone e della Valle Calaona, presso le quali sono eretti Stabilimenti da Bagni; e neppure nelle altre numerose sorgenti termali della Provincia di Padova, cui non è annesso Stabilimento veruno, e nonpertanto sono caldissime ed abbondantissime. Zolfo, ferro ed erbe vive si troveranno per avventura in tutte le nominate Terme; ma io non ebbi a trovare lo zolfo che nelle Terme di Abano, presso quelle di S. Elena un sale ferruginoso, e nel fango di Montegrotto una pianterella vivente, che dirò poi quale essa fosse: e mi farò un dovere di non parlarvi, o Signori, che di ciò che ho veduto io stesso, per poterlo depositare nel seno vostro come cosa certissima.

I. *Esistenza dello zolfo nelle Terme di Abano, e modo di ottenerlo con l'arte.*

Vi sono già note le diverse opinioni che da quattro secoli in poi furono tenute sulla esistenza o non esistenza dello zolfo nelle Terme padovane. Questa divisione di opinioni fu comune sì agli autori che trattarono *ex professo*, o parlarono brevemente delle Terme suddette, e sì a quelli che non ne scrissero parola; e tanto a quelli che fondarono il loro giudizio sulle sole qualità sensibili, come agli altri che, a queste qualità poco o nulla badando, ricorsero alle analisi della chimica. La mancanza di osservazione delle tranquille operazioni della natura fu l'unica cagione delle controversie, e quindi una sicura osservazione di esse operazioni era la sola che poteva farle affatto cessare. Il caso, come spesse volte succede, fece la strada a tale osservazione; ed io non aspiro che al picciolo merito di avere creduto a tutti ed a nessuno di quelli che parlarono intorno allo zolfo delle Terme di Abano, e di essermi posto ad osservare pazientemente il cammino lento, spontaneo ed immutabile della natura.

Per quanto io so, gli antichi che parlarono delle Terme padovane, cioè Strabone, Plinio, Lucrezio, Marziale, Claudiano ec., non parlarono dello zolfo; cioè non s'internarono a trattare della natura e dei componenti di quelle acque. Solamente Cassiodoro posteriormente a quelli ha scritto (1), che la loro forza medicamentosa deriva dallo zolfo e dalla salsedine. Dopo il risorgimento

(1) *Variar. Lect.* Lib. 2. Epist. 39.

delle scienze gli autori che trattarono di esse Terme agitarono subito la questione della esistenza dello zolfo, e questa questione durò viva ed acerba precisamente dall'anno 1388 fino al giorno 18 del mese di Settembre dell'anno 1817, nel quale si è realmente trovato non poco zolfo cristallizzato presso le Terme di Abano.

A tre classi si possono ridurre le opinioni che per più di quattro secoli furono tenute sullo zolfo delle Terme di Abano: la prima ne esclude la esistenza; la seconda vuole che vi esista in quantità bastante per poterle chiamare solfuree; la terza esclude la esistenza dello zolfo in natura o sostanza, ma ammette l'esistenza di uno *spirito* o *alito solfureo*, così chiamato. Giovanni Dondi, che fu il primo a scrivere medicamente sulle Terme Euganee verso l'anno 1388, disse (1) che non si trovò traccia di zolfo nelle acque di Abano. Cinquant'anni dopo di lui il Montagnana sostenne (2) che quelle Terme sono in massima parte solfuree; ed il contemporaneo Savonarola asserì per contrario (3), che *non vi si forma, nè vi si può formar zolfo.* Di quelli che scrissero sulle Terme padovane un secolo dopo del Montagnana e del Savonarola (e nello spazio frammezzo nessuno, ch'io sappia, ne scrisse), chi fu del parere del primo, e chi del secondo; chi si astenne dal proferire la propria opinione, e chi non parlò dello zolfo. Il Pasini chiamò i bagni di Abano miniera solfurea (4). Mengo Blanchello seguì l'opinione del Savonarola (5). Il Viotti da Clivolo lasciò il giudicarne ai lettori, pensando però che quelle acque contengano zolfo (6). Il Frigimelica, Ugolino da Montecatino, il Morelli, Gentile de Fulgineo nulla opinarono sullo zolfo, od almeno non l'ho rimarcato. Finalmente il Falloppio insegnò (7) che nelle acque di Abano vi è qualche traccia di zolfo, non però la *sostanza solida* del medesimo, ma soltanto lo *spirito* e gli *aliti solfurei*, i quali disse che talvolta nell'inverno si condensano in *vero zolfo* negli acquedotti. Ed il Falloppio insegnò anche un'altra cosa importantissima, della quale non si è mai fatto caso veruno da nessuno di quelli che trattarono questo argomento, ma che spiega la cagione della diversità delle opinioni, anco dei chimici, sulla esistenza o mancanza

(1) *De Fontib. calid. agr. Patav.* Cap. I.
(2) *De Balneis Patav.* Cap. I.
(3) *De Balneis et Thermis.* ec.
(4) *Ibid.*
(5) *Ibid.*
(6) Nella raccolta: *De Balneis omnia quæ extant*, 1554, *apud Juntas*, nella quale si trovano anche le opere sopraccitate dal num. 2. in poi.
(7) *De Thermalibus Aquis.* Cap. XVII.

dello zolfo nelle Terme di Abano; ed è, che quegli *aliti solfurei* stanno uniti all'acqua fino a che essa mantiene il suo calore naturale, ma che si dileguano quando l'acqua raffreddasi. Il Bacci pensò (1) che le acque di Abano siano tanto solfuree, quanto salse; ma che però non contengano che l'*alito* dello zolfo, non la stessa sostanza: ed imitò in ciò il Falloppio. Il Graziani nel 1700 non dubitava dell'esistenza dello zolfo nelle Terme di Abano; ma intendeva per zolfo una certa da lui detta *pinguedine infiammabile*, asserendo però che in esse acque *non si trova zolfo* (2). Per contrario il Portinari fece menzione di zolfo trovato sotterra (3). Il Vandelli asserì di averne egli stesso trovato più di una libbra sublimato in un *acquedotto coperto* (4); e la stessa cosa asserì il Bertossi (5). Lo stesso Vandelli, parlando nuovamente in altra opera (6) dello zolfo delle Terme di Abano, disse: che se si soprappongano pietre e tegole agli acquedotti coperti ed alle cavità in modo da impedire che svaniscano tutti i vapori solfurei, una parte si condenserà in vero zolfo. Ma il Mandruzzato, venuto dopo di tutti questi, scrisse (7): « che restarono deluse le » sue molte, lunghe e ripetute ricerche per trovare nelle Termali di Abano, o » sopra le pietre che ricoprono alcuni rivoli dove esse scorrono, qualche con- » crezione di zolfo. » Pel corso di 28 anni, durante i quali egli è stato Professore delle Terme, cioè dal 1789 al 18 di Settembre 1817, stette fermo nell'escludere lo zolfo dalle Terme di Abano; e posto in dubbio ciò che aveva scritto il Vandelli, e perfino quello che gli aveva mostrato il Marchese Dondi Orologio, cioè alcuni pezzetti di zolfo cristallizzato da lui stesso trovati nel Montirone di Abano, sostenne contro il Vandelli, che « è del tutto falso che » zolfo cristallizzato ottenere si possa coprendo, come quegli disse, i fori che » mandano vapori; » e protestò nel 1789, « che dalla scomposizione del fluido » gasoso, che dà a quelle acque quel qualunque odore epatico, egli non ot- » tenne punto di zolfo, e nemmeno indizio veruno di sua presenza (8). » Sottoposto poi da lui a migliore esame il gas delle Terme, 26 anni dopo che avea pronunciato l'anzidetta opinione escluse dalla composizione di esso gas l'*idrogeno solforato*, ed altro *gas solforato* (9).

(1) *De Thermis.* Lib. IV.

(2) *Therm. Patav. Exam.* Cap. IV.

(3) *Della felicità di Padova.* Lib. II. Cap. IV.

(4) *Diss. tres de Apon. Thermis.* Diss. I. Cap. II.

(5) *Delle Terme Padovane.* Cap. II.

(6) *De Thermis Agr. Patav.* Cap. III.

(7) *Dei Bagni di Abano.* Vol. I. Sez. II. pag. 77. 78., e Vol. II. pag. 128.

(8) Loc. cit. Sez. III. §. VI. e XIX.

(9) Loc. cit. Vol. III. Sez. VI.

Se non che stanca natura di tante controversie, le troncò affatto, alzando un lembo del velo sotto il quale ama per l'ordinario di starsi nascosta, e nella notte del dì 17 Settembre dell'anno 1817 diede luogo ad un avvenimento, per cui poi nel giorno seguente si palesò la reale esistenza dello zolfo nelle Terme di Abano. Rottasi in quella notte un'arginatura artefatta, che chiudeva una fossa con sorgenti sul colle Montirone verso il Nord, dall'impeto dell'acqua termale, la quale si aveva formato un ostacolo al proprio corso libero per la via solita, con l'aver prodotto nei tempi addietro grandi masse di incrostazioni; per levare queste incrostazioni, e per deviare l'acqua termale dalla strada comunale per dove scorreva, si tagliò il fianco del colle all'Est, ed ivi tra sassi e sassi si scoprirono il giorno seguente 18 Settembre alcune piccole cavità, che avevano irregolarmente sparse le pareti di minutissime cristallizzazioni di zolfo. Vi accorse il Mandruzzato medesimo, allora proprietario delle Terme di Abano, ed osservò « che in quelle cavità vi erano delle fessure, dalle » quali usciva un caldo vapore, e per le quali il trapelare della termale aveva » prodotto quei vuoti, e dato luogo all'introduzione del gas ed alla formazio- » ne dello zolfo »... e di tali cristallizzazioni egli stesso ne ha raccolto oltre a sei libbre mediche. Da lui avvisato, come Ispettore delle Terme, mi portai tosto sul luogo, e vidi chiaramente lo zolfo cristallizzato. Posta fuori di dubbio l'esistenza dello zolfo nelle Terme di Abano, lo stesso Mandruzzato con opportuna dissertazione narrò al pubblico l'accaduto ritrovamento, e provò con chimici esperimenti, « che del gas termale di Abano è un ingrediente anche » l'idrogeno solforato, benchè in minima porzione » (1).

Assicurato io pure della formazione dello zolfo nelle Terme di Abano, mi posi ad osservare come si conducesse natura in questa operazione. Chiusi nell'anno 1818 con sassi l'apertura della principale cavità in cui erasi trovato lo zolfo cristallizzato sul declivio Est del Montirone, al fondo della quale cavità scorreva perenne un rivoletto d'acqua termale, e collocai li sassi in modo che non toccassero l'acqua. Dopo due o tre settimane cominciai a vedere sopra i sassi qualche punto lucido, che faceva sperare futuro cristalletto di zolfo. Se non che quel sito essendo accessibile a tutti, e nuova essendo la cosa, e comune la curiosità di vedere dove erasi scoperto lo zolfo, sempre era da tutti posta mano in quella cavità, e guastato l'apparato dei sassi, e quindi la

(1) *Sulla improvvisa sboccatura di un copioso getto di acqua termale, ec.* An. 1828 In 4.

formazione dello zolfo non compariva. Frattanto ancora in qualche altro sito, e specialmente al Sud-Est del colle, coprendo con sassi qualche foro del sasso del colle, per dove scaturiva acqua caldissima, osservai che si copriva di picciolissimi punti lucidi e gialli. Per due anni di seguito nulla di più potei ottenere, ma finalmente con pazienza mi è riuscito l'intento. Nel 1820 aspettai che corressero i primi giorni del Novembre, quando cioè nessuno più bada alle Terme, e sono terminate le preparazioni delle conserve del fango anco sul Montirone, e collocai molto addentro nell'apertura della piccola cavità sunnominata due grossi sassi, chiusi gli interstizii da essi lasciati con sassi minori e con terra, e coprii il tutto con terra ed erba in modo, che quel sito fosse sottratto al pericolo di essere rimarcato e guasto. Fortunatamente nessuno vi ha posto mano per tutto il verno seguente, sicchè lo trovai intatto nei primi giorni del Maggio 1821. Aprii allora il nascondiglio, e trovai li sassi coperti di zolfo cristallizzato. Uno dei due sassi maggiori l'ho dato il dì 27 Agosto 1821 al Nob. sig. Barone Consigliere Reviczky di Revisnye, allora Consigliere di Governo in Venezia, ora Vice-Presidente nel Regno di Gallizia, che ho trovato ai Bagni della Battaglia, perchè ne facesse omaggio al Museo privato di S. A. I. R. il Vice-Re nostro, come esempio di *zolfo nativo d'Abano*, e come tale non ancora posseduto dai Musei di Storia Naturale. L'altro sasso è quello che vedete (*).

La cristallizzazione dello zolfo che sta sopra 'l sasso, è dunque il lavoro della natura per sei mesi continui; ed io conobbi in due anni di osservazioni e di prove, che alla formazione dello zolfo naturale cristallizzato nelle Terme di Abano sono necessarie le condizioni seguenti, senza delle quali, per quanto ho potuto conoscere, non più si forma lo zolfo. E sono:

1.° Che un rivoletto d'acqua minerale sempre d'alta temperatura, almeno al di sopra di 40. gr. R., scorra sotterraneamente.

2.° Che scorrendo formi nella terra col proprio vapore una qualche piccola cavità, o passi per una simile cavità già fatta, vale a dire per un canaletto.

3.° Che l'acqua scorra perennemente, e così somministri sempre nuovo vapore alle piccole concavità sotterranee.

4.° Che scorra lentamente, e solo in tanta quantità, quanta basti a bagnare il fondo delle cavità, e non mai le pareti e la volta di esse.

5.° Che queste piccole concavità siano affatto chiuse, o quasi affatto, all'aria esterna.

(*) L'autore mostrò all'Accademia un sasso coperto di cristallizzazioni di zolfo.

6.° Che non accada cambiamento alcuno a queste cavità almeno per un mese, per esempio che non si apra o rompa spesso il terreno per vedere nell'interno, lasciandovi così entrare di frequente aria atmosferica; che non vi sia qualche pertugio o buco da cui esali continuamente dall'interno il vapore dell'acqua, e v'entri dell'aria; che non si sospenda lo scorrere dell'acqua termale a segno che ristagni, e si alzi a bagnare le pareti e la volta delle cavità, e diminuisca di temperatura. Sotto queste condizioni le pareti dei canaletti, o acquedotti, e delle cavità, e le pareti dei sassi in esse collocati si coprono di cristalli di zolfo. Ma questa operazione si fa lentissimamente, a tal segno che solamente dopo venti e più giorni è visibile qualche minutissimo punto lucido, primo atomo dello zolfo che va formandosi in minuti cristalli; e solamente dopo varii mesi si ottiene che sia coperto di cristalletti di zolfo un qualche sasso nel modo leggierissimo che Voi vedete chiaramente sul sasso che vi presento; sicchè per formare quella minima porzione di zolfo sono stati necessarii sei interi mesi. È dunque da credere che minima sia nelle Terme la quantità dello zolfo, se tanto tempo è necessario, e sempre novello vaporè delle acque Termali, perchè si formino soltanto alcuni minimi cristalletti. E quindi io penso che una minima porzione soltanto di gas solforato qualunque entri nella composizione dell'abbondante gas che sprigionasi perennemente dalle Terme di Abano, e che insieme a questo entri nei pori dell'acqua, e svanisca poi col vapore di lei quando essa raffreddasi, come aveva detto il Falloppio. E che per questa ragione l'esame chimico delle acque non abbia presentato indizii di esistenza dello zolfo nè al Vandelli, nè al Mandruzzato, perchè forse non eseguito sul luogo: giacchè è un fatto, che tentate quelle acque ed il loro gas nelle stesse sorgenti con qualche reattivo, p. e. col nitrato d'argento, danno col loro annerimento indizii di probabile esistenza dello zolfo; mentre poi quando si levano e le acque ed il gas dalle sorgenti, subito non danno più indizio di questa esistenza. Ma io mi sono proposto, o Signori, di astenermi dal trarre conseguenze da quanto sono per esporvi, e di narrarvi soltanto dei fatti. Il perchè passerò a narrarvi alcuna cosa sul secondo fatto che vi ho citato.

II. *Esistenza di un sale ferruginoso presso le sorgenti Termali di S. Elena alla Battaglia.*

Gli stessi contrasti che per l'esistenza dello zolfo, si fecero per quella del ferro nelle acque Termali Euganee. Se non che di questo si è parlato molto meno che di quello dagli autori che trattarono delle dette Terme.

Il Graziani disse 120 anni sono, che quasi tutti gli scrittori delle Terme padovane stabilirono che non vi entra ferro di sorta, e che con nessuno sperimento ha potuto trovare che contenessero del ferro (1). Ma il Vandelli per contrario asserì di avere osservato in un acquedotto delle Terme di Abano del ferro purissimo aderente alla pietra, il quale subito veniva attratto dalla calamita, e che le acque Aponensi depongono un sedimento in cui entra del ferro. Affermò che il ferro è il maggiore agente delle Terme di S. Pietro Montagnone e di S. Elena, e che entra alcun poco nelle Terme di Montegrotto. Asserì finalmente, che tutte le Terme Euganee lasciano nel sedimento una terra giallastra simile all'*ocra*, ma specialmente le acque Termali di S. Pietro Montagnone e di S. Elena (2). Il Marchese Dondi Orologio però scriveva al Mandruzzato (3), che « il Vandelli aveva sognato l'*ocra marziale* in tutta » quella sostanza gialla che vedesi nei rivoli e nelle lagune delle acque Ter- » mali, mentre quella sostanza gialla sono piante del genere delle *Ulve.* » Ed in vero il Falloppio già aveva detto che nell'acqua di S. Pietro *continetur materia illa, quae assimilatur ochrae, ochra tamen non est.* Il Dondi però confessa che in un luogo speciale delle Terme di S. Pietro Montagnone dietro l'osteria, ora anco Stabilimento da Bagni, ritrovasi un tratto di ocra trasportato dall'acqua dai luoghi superiori. Il Mandruzzato scrisse (4) che non ha potuto osservare alle Terme di Abano nè ferro, nè terra ferruginosa, nè ocra marziale; « osservazione, soggiunge egli, della quale ci fece dono il Van- » delli, l'unico a cui toccasse di vedere le abbondanti sublimazioni di pretto » zolfo e di ferro cristallizzati sulle pietre che coprono i rivoli di Abano. » Il Mandruzzato medesimo però narra (5) d'essersi assicurato con esperimenti,

(1) Loc. cit. Cap. VI.

(2) *Diss. tres etc. Diss. I.*, e *De Thermis Agr. Patav.* Cap. III.

(3) *Mandruzz.* l. c. vol. I. Sez. II. e nota 7.

(4) L. c. §. XXII. e XXIII., e nota 7.

(5) *Memoria sulla improvvisa sboccatura di un copioso getto di acqua termale*, ec. Pag. 18.

» che l'acqua del fonte di S. Pietro Montagnone trasporta veramente seco e
» depone nei canaletti, che la contengono, una terra argillosa mista ad un'ocra
» gialla di ferro. »

Io non ho per anco potuto trovare alcun indizio di esistenza di ferro nelle Terme di Abano e di S. Pietro; ma confesso ancora di non avere gran fatto cercato. Trovai bensì un sale ferruginoso alle Terme di S. Elena, ed è quello che vi presento (*) e separato ed attaccato al sasso sul quale io lo trovai. E fu nell'anno 1821, nei primi giorni del mese di Agosto, che osservai sopra il sasso nudo del colle di S. Elena alla Battaglia quella fioritura particolare, la quale al solo sapore astringente si conosce essere ferruginosa, probabilmente un solfato di ferro. Il sito dove la trovai è al Sud-Est del colle, e vi era stato di fresco tagliato il sasso perpendicolarmente, per mettere allo scoperto una sorgente di acqua Termale che trapelava in quel sito, la quale tuttora vi si vede, ed è della temperatura di gr. 51. R.

Nel 1817, appiè dello stesso colle tagliando nelle radici il sig. Ingegnere Giuseppe Jappelli, ha trovato alcuni tratti di quei massi coperti di una crosta piritosa di ferro.

L'analisi chimica, che sta per fare il nostro peritissimo Socio sig. Professore Melandri, delle Terme Euganee farà vedere se il ferro entra nelle acque di S. Elena, o solamente nel sasso del colle da cui scaturiscono.

III. *Il terzo fatto, di cui debbo parlarvi, è l'esistenza di un'erba viva e vegetante nel fango termale di Montegrotto.*

Anche sopra questo argomento, come sugli altri di cui vi parlai, diverse furono le opinioni manifestate dagli autori, alcuni asserendo che nelle Terme di altissima temperatura nascono e vivono delle erbe, altri negando la cosa, e tenendola per impossibile. E queste diverse opinioni regnarono niente meno che da Strabone fino al Mandruzzato. Se non che quasi tutti gli autori parlarono in generale, senza nominare la specie delle erbe, nè il grado del calore dell'acqua. E chi nominò le piante che nelle acque termali si trovano, non citò che tali specie, le quali forse non sono vegetabili organizzati, ma sostanze vegetabili miste ad animali, disciolte nell'acqua Termale, e da questa deposte nel raffreddarsi, sotto certe circostanze particolari. Plinio il naturalista ha

(*) L'autore mostrò all'Accademia questa sostanza.

scritto (1): *Patavinorum aquis calidis herbae virentes innascuntur;* e non più scrisse di ciò. Prima di lui, secondo il Bacci (2), Strabone aveva detto la stessa cosa. In seguito Claudiano cantò (3), che in Abano *audace-Vegeta l'erba, disprezzati i fuochi;* ma non disse se vegeti nell'acqua Termale, o ad essa vicino. Cassiodoro narrò (4), che *dove dall'ardente acqua si genera il sale, si nutrisce anco la verdura;* ma egli parlava a nome di un conquistatore, e il suo dire, più oratorio che storico, spesso oltrepassava la verità, e prometteva più di quello ch'essa comporta. Otto secoli dopo Cassiodoro (e in quel tempo, come Voi ben sapete, le tenebre dell'ignoranza regnavano sulla terra) Giovanni de' Dondi scriveva di non avere osservato nelle Terme padovane che un *sedimento erbaceo* (5). E dopo del Dondi per altri due secoli, sino al Falloppio ed al Bacci, nessuno autore, ch'io sappia, parlò dell'erbe che nascono in esse Terme.

Il Falloppio pertanto scrisse chiaramente (6) di avere veduto delle piante nell'acqua caldissima di Abano, e di averne egli stesso talvolta estratte di verdeggianti e nutrite, con fiori e con semi: *extraxi aliquando plantas ex illis rivulis virentes ac pingues, cum floribus et seminibus.* Il Bacci (7) parlò di piante viventi sui margini delle fonti di Abano, e dove qualche vena di acqua tepida si meschia alla calda; ma tale vegetazione sopra quei margini è cosa comunissima, e da tutti veduta. Ed è un fatto, che sul colle Termale di Abano, vicinissimamente all'acqua della temperatura di 60 a 67 gr. R., scaturisce acqua di soli 36 gradi di calore; sicchè potrebbe essere opposto al Falloppio, che l'acqua dalla quale egli ha estratto l'*erbe vive e fiorite* non sarà stata la più calda; ch'egli non disse il grado del calore, e non lo poteva; e che se la chiamò *ferventissima,* ha parlato collettivamente delle varie sorgenti di Abano, le quali vanno distinte fra loro in quanto al grado della temperatura. Se però potessimo badare a un poeta in fisico argomento, avremmo da un effetto fisico, da un poeta narrato, il grado dell'acqua in cui si trovarono erbe vive. Carlo Dottori nel poema dell'Asino cantò di Abano (8):

Erba giace nell'acque, e non si lessa,
Benchè bollano sempre a ricorsojo;
Sicchè l'oste vicin pela con essa
I polli, e non farebbe più un rasojo.

(1) *Nat. Hist.* Lib. II. Cap. 106.
(2) Loc. cit.
(3) *De Apono Epigr.* vers. 18.
(4) Loc. cit.
(5) Loc. cit.
(6) Loc. cit. Cap. XVII.
(7) Loc. cit. Lib. IV.
(8) Canto VI.

L'acqua nella quale anche presentemente si spennano i polli, e si spelano perfino i porci, ha la temperatura di gradi 60. a 67. R. — Però anco il Dottori, come il Falloppio, può non avere o saputo o distinto che vicinissimamente a sorgenti dei citati gradi di calore ne scaturiscono di meno calde d'assai.

Il Vallisnieri insorse contro queste asserzioni, e sostenne essere falso ciò che narrano Plinio, Claudiano, Cassiodoro e il Pignoria, dell'esistenza cioè di erbe vive nelle acque calde di Abano; « conciossiachè, egli dice, nei dintorni delle » ripe di alcuni rivoli in qualche luogo, *dove l'acqua ha perduto quell'ar-* » *dente calore*, vi si veggono certamente alcune erbe acquajuole ed ignobili, » *ma non già dove bolle, e dove mantiene gradi di un calore più che ordi-* » *nario; chè sarebbe un miracolo* » (1).

Tutti questi autori parlarono veramente di erbe e d'acque calde in generale, senza determinare la specie dell'erba e la temperatura dell'acqua.

Il Vandelli, che fu il primo a trattare di proposito dell'erbe delle Terme padovane, asserì (2) che tanto in quelle di Abano, come in quelle di S. Pietro Montagnone e di Montegrotto, nascono erbe *nella stessa acqua calda*. Se non che il Vandelli non parla, per verità, che di erbe crittogame, e mette in dubbio il narrato dal Falloppio, che vi nascano erbe con fiori. Il Vandelli insegnò che nelle acque di Abano nascono due specie di piante, da lui denominate *Conferva aponitana* e *Conferva alba*, ma ne' rivoli nei quali l'acqua non ha che 38 gr. di calore; che in S. Pietro Montagnone nasce nell'acqua a 50 gr. la *Conferva ramosa alba*, così da lui denominata; e che nell'acqua di Montegrotto, dove ha 34 gr. di calore, nasce la *Conferva capillacea simplex* e la *Conferva capillacea ramosa;* e dove ha gradi 49. $\frac{1}{2}$, come anco in qualche sito di Abano, nasce l'*Ulva thermalis valvulosa*, dal Linneo poi chiamata *Ulva labyrinthiformis;* e finalmente che nelle cavità del Montirone di Abano nasce la *Tremella glutinosa;* e in qualche rivolo il *Byssus hemisphaericus thermalis*, ed il *Byssus coriaceus thermalis niger*. Ma tutte queste così denominate piante dal Vandelli sono, come dissi, crittogame. Il Mandruzzato scrisse (3) che vegetano e crescono alcune piante dentro quelle acque di Abano, che non oltrepassano il gr. 40. di ca-

(1) *Opere fisico-med.* T. II. pag. 433.

(2) *Diss. tres etc. Diss. I.* Cap. III., e *De Thermis etc.* Cap. II.

(3) *Dei Bagni ec.* Vol. I. §. II. nota 4. e 5., e vol. III. §. X.

lore, al di là del quale periscono; e quindi, secondo lo stesso, « fu troppo » generale il passo di Plinio sopraccitato, ed è stata una poetica esagerazione » quella di Claudiano, con cui descrive il vegetar delle piante in mezzo al- » l'ardore.... E fu un errore di tutti quelli che tennero per sicura la pro- » duzione di piante nelle fonti più calde di Abano, perciocchè è del tutto » falso che pianta qualunque vegeti dentro a quelle acque dal 40. fino al 60. » grado di calore. » Così il Mandruzzato. Però anco le piante tutte, di cui parla il Mandruzzato, sono crittogame, del pari che quelle di cui parla il Vandelli, ed anzi le stesse *Conferve*, *Ulve*, *Tremelle*, *Bissi*; piante ch' egli *prudentemente* confessa « che non furono ancora opportunamente raccolte, » osservate e determinate. » E dico *prudentemente*, perchè s'io volessi secondare il pensiero che mi desta la vista di quelle pretese piante crittogame ogni volta che vedo come esse si formano nelle diverse Terme Euganee, e che osservo le svariate apparenze che prendono nei varii siti delle Terme, nei varii modi di loro formazione in essi siti nelle diverse temperature dell'acqua e nelle diverse stagioni dell'anno, nelle varie loro età ec., sarei inclinato a dire non solamente che da queste diverse circostanze e modi di formazione derivano le varie specie inventate dal Vandelli, dal Mandruzzato e da altri, le quali poi probabilmente possono ridursi ad una specie sola; ma direi di più, che questa stessa specie non sia altrimenti una pianta, ma sì una sostanza mista di vegetabile e d'animale decomposti, tenuta in dissoluzione dalle acque caldissime, le quali poi la depongono; e che essa sostanza vada formandosi per deposizione e per raffreddamento, e vada crescendo per soprapposizione, e non per vegetazione; e che il vario colore delle varie pretese *Conferve* termali, delle *Ulve* ec., il bianchissimo, il verde vivissimo, il cinereo, il carneo, il giallo-rossiccio ec. non sia che una modificazione della stessa sostanza sotto la varia influenza che esercitano sulla sua formazione le varie circostanze accennate.

Quella pianta però, di cui è mio intendimento parlarvi, non è una tuttora oscura e controversa sostanza o pianta termale, non un vegetabile che faccia le nozze *in segreto*, ma un'erba che le fa *pubblicamente* in gentilissimi fiorellini. Nei primi giorni del mese di Maggio dell'anno 1820 io ho trovato nella conserva del fango termale di Montegrotto una picciola pianta in fresca vegetazione, non però fiorita, perchè non era per anco il tempo in cui quell'erba suole fiorire. Essa aveva le radici nel fango termale. Il fango aveva la temperatura di gr. 54, e l'acqua che sempre lo copre per mezzo piede

aveva la temperatura di 58. Io feci estrarre quell'erba col fango attaccato, ed era presente il Dottor Antonio Mingoni proprietario di quelle Terme, e la riconobbi pel *Samulus Valerandi L.* La pianterella è quella stessa che vi presento (*), e la desidererei meglio conservata.

Il *Samulus Valerandi L.* è assai frequente nei dintorni delle Terme sparse per la campagna di S. Pietro, e si trova benissimo fiorito nei mesi di Giugno e di Luglio fino sugli orli dei rivoli per cui scorre acqua termale della temperatura da 50 a 62 gr. Ma, a dir vero, dentro al fango o nell'acqua termale a queste alte temperature non mi è più accaduto di trovare vivente quella graziosa pianterella, per quanto io abbia sempre osservato passando per quelle termali località. Non è però cosa meno vera, che quella pianta, che vi presento, fosse viva ed in fresca vegetazione nell'acqua a 58 gr.

È da sapere che quel fango non è la belletta di laghi termali, come quello di S. Elena; ma si leva dai fossi della campagna, pei quali però scorre perennemente l'acqua termale, che talvolta è mista alla dolce o di pioggia o di fosso, specialmente allontanandosi dalla sorgente della superba antichissima vasca. È bensì vero, che si leva da que' fossi nei mesi di Ottobre e di Novembre, onde porlo nelle conserve dove trovansi sorgenti di acqua ad altissima temperatura; sicchè il fango, nel quale era nato e cresciuto il *Samulus Valerandi L.*, giaceva in quella conserva da più di sei mesi. È dunque da credere che nell'autunno insieme al fango siansi trasportati nella conserva caldissima i semi del *Samulus*, i quali siensi accostumati al calore di 58 gr., a segno di svilupparsi, germogliare e crescere nel Maggio seguente.

Ciò è quanto io aveva a dirvi, o Signori, e non mi resta che a ringraziarvi della tolleranza per me dimostrata.

(*) L'autore fece vedere la pianterella attaccata a fango termale.

CONSIDERAZIONI

SULL'UTILITÀ DEL METODO ANALITICO

PER CONOSCERE LE CAUSE E LE LEGGI DELLE AZIONI MORALI DELL'UOMO.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XV GIUGNO MDCCCXXVI

DAL SOCIO ATTIVO

STEFANO GALLINI

Sino dal primo momento, che io mi sono dedicato allo studio della fisica del corpo umano per servire di guida all'istruzione de' giovani medici, mi sono proposto di considerare e far considerare questo corpo quale già l'anatomia ce lo può ad ogni istante far conoscere. Ma fu mia principale cura di esaminare comparativamente tanto la posizione, la conformazione, l'intima tessitura, ed i legami delle diverse parti di esso corpo, quanto le proprietà o forze che le diverse parti manifestano nelle diverse circostanze della vita, per dedurre se, quanto e come queste sole osservazioni e comparazioni potevano palesare le cause delle diverse azioni dell'uomo vivente. Io non ho però preteso di dare per mie e per originali le proposizioni tutte, e tutte le deduzioni che ho raccolte con qualche ordine nel *Saggio d'osservazioni concernenti i nuovi progressi della fisica del corpo umano*, pubblicato nell'anno 1792, per formare di esse un corpo di dottrina atto a rendere ragione delle operazioni dell'uomo, e delle funzioni con cui i differenti suoi organi concorrono ad esse operazioni. Ho soltanto tutta la fiducia di aver fatto sin d'allora un qualche nuovo passo coll'esaminare comparativamente tutte le proprietà inerenti nei diversi tessuti più semplici costituenti gli organi diversi, le quali si manifestano in determinate circostanze. Ho potuto diffatti mostrare che esse

proprietà tutte, pure quelle inerenti durante soltanto la vita, derivano da un grado diverso di mutua affinità degli elementi componenti le molecole primitive animali, e da un conseguente grado diverso di coerenza mutua delle molecole stesse. Un secondo nuovo passo parmi aver fatto coll' osservare che tutti i vasi del corpo umano formano una sola cavità continuata, o un solo sistema di cui il centro dalle cavità del cuore è costituito; e che tutti i nervi formano un altro insieme o un altro sistema col riunirsi tutti, o direttamente o dopo aver formati dei ganglii, nel cervello; quando non sia più esatto il dire, col riunirsi nel sito di unione delle due midolle allongata e spinale, ove è costituito il centro massimo del sistema nervoso, del qual centro il cervello ed il cervelletto ne sono la continuazione.

Io non riporterò qui tutti i fondamenti sui quali ho appoggiate le proposizioni fisiologiche; nè risponderò alle pretese di alcuni che attribuirono il merito di esse ad altri valenti soggetti, i quali le appoggiarono ad apposite esperienze, ed a dissezioni anatomiche più ragguagliate; nè finalmente mostrerò che i tentativi praticati da altri per dare un migliore aspetto alle medesime non abbiano condotto a idee più fondate, più chiare e più precise. Io porto speranza di avere esposto tutto questo con abbastanza d'ordine e di chiarezza nell'operetta latina pubblicata nel 1824 col titolo: *Summa observationum anatomicarum, ac physico-chymicarum, quae usque ab anno* 1792 *expositae, praecurrerunt nova elementa physicae corporis humani*. Ricorderò soltanto, che l'utilità dell'esposizione dei due sistemi generali vascolare e nervoso non sembra essere stata bene intesa da quelli che giudicarono miglior consiglio il moltiplicare il numero dei sistemi, o, come alcuni di essi li chiamarono, degli apparati di parti concorrenti a diverse determinate funzioni od operazioni animali, e di esaminare separatamente l'uno dall'altro quei sistemi moltiplicati. Non si danno organi, nervi e muscoli inservienti alle funzioni soltanto concorrenti all'una o all'altra classe generale di operazioni animali, come tra gli altri il Bichat aveva preteso. Tutti gli organi dei corpi animali, e soprattutto del corpo umano, per avere vasi che tutti formano una cavità continuata, o un solo sistema di cui le cavità del cuore costituiscono il centro, concorrono alle operazioni vegetative, che risguardano la conservazione dell'individuo e di tutti i suoi organi. Tutti parimente gli organi, per avere nervi che tutti formano un insieme continuato o un solo sistema, di cui il cervello è il centro o almeno la continuazione del centro, concorrono alle operazioni propriamente animali, che risguardano la formazione di successive serie di sensazioni,

d'idee e di determinazioni susseguite sempre da corrispondenti moti animali, i quali le manifestano o le eseguiscono.

Considerando sotto questo aspetto generale le funzioni tutte che concorrono all'una od all'altra classe di operazioni animali, mi sembrò sempre risultare chiaramente come esse tutte sieno prodotte in grazia della particolare distribuzione e conformazione nel primo caso dei vasi e cavità che costituiscono essenzialmente il sistema vascolare, e nel secondo caso dei nervi e dei tessuti essenzialmente costituenti il sistema nervoso; unitamente sempre al grado di vitalità particolare inerente o nei pareti dei vasi e cavità, o nei nervi e nei tessuti componenti il sistema nervoso. Conviene soltanto osservare, che nel centro massimo del sistema nervoso e nel cervello, e piuttosto nella massa che nell'uomo soprattutto riempie la cavità del cranio, risiede una facoltà, o l'anima a cui essa facoltà appartiene, la quale distinguendo le impressioni preponderanti di forza, sia quando sono fatte contemporaneamente negli organi dei sensi e trasmesse contemporaneamente al centro massimo, sia quando in esso centro esse si compongono, decompongono, e in nuovo ordine si compongono, fa avere all'uomo corrispondenti sensazioni, o fa formare ad esso le corrispondenti idee e determinazioni che i moti susseguenti manifestano.

Con questo metodo di ravvisare l'insieme delle funzioni dell'uno o dell'altro sistema è reso certamente facile l'intendere la reciproca influenza delle operazioni vegetative o puramente fisiche con quelle che diconsi intellettuali o morali; ed in altri termini con questo metodo si manifesta la reciproca influenza dell'anima col corpo. Posso aggiungere, che sino dall'anno 1792 e nello stesso citato *Saggio d'osservazioni* ho dimostrato che i polmoni colla loro funzione, cioè colla respirazione, siano un nuovo mezzo di reciproca influenza tra le operazioni animali vegetative o fisiche, e le intellettuali o morali. Sino d'allora ho parimente dimostrato che i moti animali involontarii dipendano dall'essere prodotti in ragione delle impressioni preponderanti direttamente fatte nelle superficie interne delle cavità e vasi, e direttamente comunicate ai pareti di esse cavità e vasi, piuttosto che in ragione di quelle impressioni contemporaneamente trasmesse ai medesimi pareti col mezzo dei nervi; mentre i volontarii sono quei moti prodotti all'occasione, ed in ragione di impressioni preponderanti trasmesse agli organi, che li producono col mezzo soltanto dei nervi. Finalmente ho sin d'allora mostrato che tra i moti volontarii ve ne sono d'istintivi, i quali sono prodotti in grazia delle impressioni che sono fatte in determinati organi del senso, e che dai nervi, che in questi

organi le ricevono, devono essere trasmesse al centro massimo in un sito in cui più direttamente sono comunicate ai nervi che da quel sito vanno ai determinati organi del moto, i quali conseguentemente sono messi in azione.

Ma non è mio oggetto in questo discorso di far pompa di quanto ho cercato dimostrare sino dall'anno 1792, e di quanto in seguito ho potuto esporre con maggiore precisione, convalidando pure le mie deduzioni con le ulteriori indagini fatte da tanti illustri soggetti. Quello che m'indusse a ricordare queste poche cose, fu l'avere letto in un articolo della *Bibliothèque Universelle* di Ginevra, ed è nel primo articolo del fascicolo di Gennajo 1826, che per conoscere l'uomo e le sue operazioni tutte non basta studiare l'organizzazione sua materiale, perchè l'uomo non è quel corpo che i fisiologi esaminano e fanno cadere in pezzi sotto lo scalpello; e l'avere inoltre letto in esso articolo, che per conoscere l'uomo e le sue operazioni non si deve seguire il metodo analitico, osservato con tanto vantaggio in tutte le altre indagini puramente fisiche, ma si deve usare esclusivamente il metodo sintetico. Quindi l'autore dell'opera, su cui quell'articolo versa, vuole che non si possa per via analitica arrivare alle vere cause dei fenomeni e delle operazioni dell'uomo, ma che si debba dedurre la produzione di essi fenomeni ed operazioni da una facoltà attiva dell'uomo, la quale ha una spontaneità, una volontà, una libertà di operare a norma della sua coscienza o del suo *innato* sentimento, discernente il giusto dall'ingiusto, l'onesto dal disonesto. Io non mi arresterò a difendere i fisiologi dalla taccia di essere contenti di conoscere il corpo umano quale l'anatomico glielo pone sott'occhio nelle singole parti in cui col suo coltello divide i cadaveri. I fisiologi hanno sempre considerato che quelle parti, durante la vita dell'individuo, hanno inerenti alcune forze o proprietà, delle quali era necessario conoscere la natura e le leggi e le circostanze con cui o in cui operano; ed hanno determinato tutto ciò coll'osservare attentamente gli effetti allorchè esse proprietà in fatto operano, e col confrontare gli effetti che si manifestano prodotti dall'azione delle diverse proprietà o dalle diverse circostanze in cui sono eccitate all'azione. Io insisterò soltanto a provare che collo stesso metodo analitico, seguíto con tanto vantaggio nelle scienze puramente fisiche, si arrivò a scoprire esservi una facoltà particolare, residente nel centro massimo del sistema nervoso e nel cervello che n'è la continuazione, la quale facoltà distingue le impressioni che ad esso centro e cervello sono contemporaneamente trasmesse col mezzo dei nervi dagli organi che le ricevono, e la quale distingue pure le impressioni

risultanti nel centro massimo e nel cervello dalla composizione, decomposizione e nuova composizione delle trasmesse; e la quale, distinguendole, fa avere all'uomo corrispondenti sensazioni diverse, o gli fa avere corrispondenti idee e determinazioni, che i moti susseguenti sempre manifestano od eseguiscono. Io insisterò parimente nel provare che collo stesso metodo analitico si arrivò a determinare le circostanze stesse in cui essa facoltà può far discernere il giusto dall'ingiusto, e l'onesto dal disonesto, ed in cui distinguendoli concorre a far susseguitare i moti adattati a seguire il giusto e l'onesto, ed a fuggire i contrarii. Finalmente insisterò nel provare che collo stesso metodo analitico si arrivò a conoscere come l'uomo, a differenza di tutti gli animali, può rendersi conscio e rendere conscii i suoi simili della rettitudine de' suoi giudizii e delle sue determinazioni, i primi essendo manifestati e le seconde eseguite da alcuni moti animali che susseguitano; e mostrerò che l'uomo solo potendo far conoscere gli uni e le altre con quei moti che modulano corrispondentemente la voce nei suoni articolati, e designati colle lettere dell'alfabeto, da cui risultano le parole, l'uomo supera con questo tutti gli animali, e deve essere responsabile delle sue azioni.

Ma prima di tutto esporrò quanto viene proposto nell'articolo già citato della Biblioteca Universale di Ginevra. Il Jorombert, autore dell'opera di cui si tratta in quell'articolo, volle darne una che risguarda i principii del diritto politico. Ma siccome gli autori degli articoli della Biblioteca non vogliono entrare in questi argomenti, così nell'articolo in questione non viene riferito se non quanto sta esposto nella introduzione, la quale versa sui principii che devono servire, secondo l'autore dell'opera, di base non solo alla scienza politica, ma ancora a tutta la morale. Sotto quest'ultimo aspetto l'introduzione può essere considerata un'opera a parte, la quale, secondo l'autore dell'articolo, ha molto merito e molto interesse.

Il Jorombert volendo condurci alla ricerca del vero principio o della causa delle azioni morali dell'uomo, premette che convenga distinguere il mondo fisico dal mondo morale, e che il primo, diretto dalla potenza universale che lo creò, sia sottomesso a principii determinati, invariabili, rivestiti del carattere della necessità, mentre il mondo morale è bensì diretto anch'esso da principii eterni e fissi, ma poichè l'uomo tiene all'ordine universale per la sua coscienza, ch'è il senso discernente il giusto dall'ingiusto, l'onesto dal disonesto, le azioni dell'uomo non ne derivano invariabilmente. L'uomo è dotato, dice il Jorombert, della facoltà di deliberare, di scegliere, di determi-

narsi, ed in fine esso ha una volontà, ed è libero. Per convalidare la sua proposizione sul differente metodo da seguirsi nel cercar di render ragione dei fatti del mondo fisico e del mondo morale, egli si appoggia nel dire che nell'ordine fisico i fatti siano sempre ciò che devono essere, e non ingannano mai. Quindi basta osservarli attentamente per arrivare alla conoscenza delle cause che li producono, e l'analisi è il solo metodo che possa condurre alla verità. Ma non è lo stesso, aggiunge il Jorombert, delle azioni dell'uomo. La coscienza non fa sempre produrre azioni analoghe a quel raggio di luce divina di cui l'uomo fu dotato, mentre la sua libera volontà lo conduce spesso ad azioni immorali. Quindi, continua egli, quando si volesse rimontare dalle azioni al principio della morale, e seguire il metodo analitico per arrivare a determinarlo, si farebbe dipendere dal solo fatto la giustizia e il diritto, come regole della condotta morale, e si caderebbe in una confusione d'idee. Dai fatti, dic'egli, e dalle sperienze si deve raccogliere in generale, che quello il quale cerca soltanto il suo interesse, di rado manca di prosperare; che il favorito di un Sultano gode più che un cittadino di Atene o di Roma; che un Re neghittoso muore nel suo letto tranquillamente, mentre un Enrico IV. muore per la mano d'uno scellerato; che la schiavitù offre più riposo che la libertà; che la virtù di rado è premiata, e che il vizio trionfa spessissimo. Ma, esclama subito il Jorombert, chi non preferirebbe la sorte di Catone a quella di Cesare, la vita di un cittadino d'Atene alle voluttà d'un Sibarita, la sorte di Enrico IV. a quella di Luigi XI.? Questi nobili sentimenti provengono, secondo il Jorombert, dalla coscienza, dalla forza morale, dalla libertà. Puossi negare, seguita egli, avere l'uomo un sentimento di simpatía che lo attira verso il suo simile? Possonsi negare gli slancii del suo cuore, che lo strascinano col pericolo della sua vita verso la voce che chiama soccorso? Puossi negare l'affezione súbita, profonda, irresistibile di compassione e di dolore, che s'impadronisce della sua anima all'aspetto d'un grande infortunio; la indignazione e la collera che s'impadroniscono della sua anima alla vista d'una ingiustizia fatta ad un altro? Puossi finalmente negare il trasporto d'ammirazione ch'eccitano nell'anima una bella azione, un atto di virtù, ed il solo racconto ancora di un tratto eroico? Tutto questo deve convincerci, conchiude il Jorombert, che la sola sintesi possa servire di filo conduttore, e che si debba cominciare dall'ammettere un primo motore innato, un principio innato d'ogni morale, cioè la coscienza, ch'è un senso morale anteriore ad ogni azione, e che non si deduce da ciò che vien fatto, ma che

produce ciò che deve essere. E per darci l'ultima prova del suo assunto il Jorombert aggiunge, esservi pure una vita negli animali, ed un apparato completo di organi del senso e del moto, ed in una parola esservi tutto ciò che costituisce le proprietà dell'organismo: ma trovarsi nell'uomo solo quella spontaneità morale che appartiene a un altro dominio, che segue altre leggi, che forma altri mondi; e la coscienza non è il prodotto delle fisiche impressioni e delle corrispondenti sensazioni, dalle quali dipendono le azioni di tutti gli animali.

Prima di esaminare ciò che Jorombert ha detto, tanto per provare quest'ultima proposizione, quanto per mostrare gli errori ai quali conduce il non partire per via di sintesi dalla spontaneità, volontà e libertà dell'uomo, e dal senso innato della sua coscienza quando si voglia render ragione delle operazioni morali del medesimo, mi sia permesso far precedere una osservazione. Il Jorombert vuole che si parta dall'ammettere nell'uomo una spontaneità all'azione, la quale manca non solo in tutti gli esseri inorganici e nei vegetabili, ma negli animali stessi, e vuole che questa spontaneità sia volontaria e libera. Ma quando questa volontà e libertà non sono sempre dirette dalla coscienza, com'egli stesso confessa, e quando conducono il più spesso o il più degli uomini a trascurare quello che la coscienza, la quale, secondo lui, è il senso innato discernente il giusto dall'ingiusto, l'onesto dal disonesto, gli deve suggerire; come si può trovare coerente che la Bontà infinita, la quale donò all'uomo un raggio di luce divina, abbia nello stesso tempo data all'uomo una volontà e una libertà che per lo più o nella maggior parte degli uomini non sono dirette da quella luce? Come conciliare le proposizioni emesse in seguito dal Jorombert, cioè che il sentimento morale riposa in fondo dell'anima, vi regna con tutta la potenza di un principio innato e indipendente dalle sensazioni, rivela il giusto e l'ingiusto, inspira i sentimenti di amore, di benevolenza e di pietà, sovente opposti all'interesse personale, al nostro ben essere, al nostro piacere, sentimento morale a cui l'anima si abbandona, a cui attribuisce un'origine sacra, ed a cui si sagrifica per un moto della sua volontà libera e della sua moralità; come conciliare, diceva, queste proposizioni col fatto, che la libertà e la volontà strascinano il più degli uomini a tutt'altro, che a quello a cui l'innato sentimento morale dovrebbe condurli?

Ma si vorrà forse sostenere che basta agli uomini di evitare quelle impressioni che possono dar occasione a sensazioni forti ed impetuose, acciocchè

l'intimo innato senso della loro coscienza preponderi, e li diriga a ciò che è giusto ed onesto, e loro faccia evitare l'ingiusto e il disonesto? E non potrebbe essere piuttosto, che con lo stesso mezzo delle impressioni fisiche, alle quali corrispondono quelle sensazioni che regolano molte azioni, e dirigono queste alla conservazione ed al ben essere dell'individuo, come dirigono le azioni tutte degli animali, ma che strascinano anche spesso l'uomo a tutt'altro, che alle azioni derivanti dal supposto innato senso, o dalla coscienza, con lo stesso mezzo sia pure prodotto in lui questo senso intimo, che il Jorombert vuole innato e non acquistato? Non si potrebbe forse dire, come sempre io ho cercato di provare, che l'uomo, a differenza degli animali, possa applicare più o meno intensamente, più o meno estesamente l'attenzione della sua anima, a cui appartiene la facoltà residente nel centro massimo del suo sistema nervoso o nel cervello; e che esso solo possa con questa sua diversa, ma spontanea e libera attenzione acquistare il senso morale stesso, e far acquistare ad esso senso la preponderanza sulle sensazioni puramente fisiche, comuni a tutti gli animali?

A questo proposito però il Jorombert si crede forte per provare che gli antichi, volendo sottomettere il mondo fisico al metodo sintetico, furono condotti a sistemi assurdi; e che i moderni, volendo arrivare col metodo analitico al principio morale, hanno dato questo nome all'interesse personale; modificando in seguito questa espressione coll'aggiungere *interesse personale bene inteso*, e col sostituire le parole di *utilità generale*, di *ragione di stato*, di *salute pubblica*. Applicando, dice il Jorombert, allo studio morale dell'uomo il metodo analitico, si deve far dipendere l'intelletto stesso e le sue operazioni dalle sole sensazioni o impressioni fisiche, si deve ammettere la fatalità delle nostre azioni, si deve erigere l'interesse personale in principio morale, e non si deve conoscere altra legge sociale, che quella della convenzione. All'incontro, seguita egli, partendo col metodo sintetico dalla spontaneità, dalla libertà morale, dalla nozione innata del giusto, la giustizia diviene il principio delle nostre azioni, il fondamento delle società umane, ed allora vi sono leggi eterne anco pel mondo morale. Ma domando io, perchè l'innato sentimento di giustizia, che dovrebbe dirigere da sè le azioni morali, abbisogna che si usi la forza per sottomettere il più degli uomini a seguire, rapporto i suoi simili, le regole dell'interesse personale bene inteso, le regole dell'utilità generale, quelle della ragione di stato, della salute pubblica, e le leggi stesse convenzionali?

Senza entrare nella provincia dei metafisici e dei teologi, come mi sono astenuto sempre di entrare, mi sia permesso di fare una rapida esposizione delle serie di proposizioni a cui sono stato condotto coll'esaminare le operazioni conosciute sotto il nome generale d'intellettuali, nelle quali più manifestamente concorrono i nervi con la loro proprietà inerente e col loro intreccio nel centro massimo e nel cervello, unitamente alla facoltà ivi residente. Dai soli fatti attentamente osservati e paragonati fra loro ho sempre dedotto che l'anima, a cui quella facoltà appartiene, possa spontaneamente e liberamente applicare più o meno intensamente, più o meno estesamente la sua attenzione alle impressioni, le quali contemporaneamente o con una immediata successione arrivano al centro massimo ed al cervello; e possa parimente applicarla a quelle impressioni che in questo centro e cervello si compongono, decompongono, e in nuovo ordine si compongono. Ma ho sempre mostrato ancora col mezzo di essi fatti, che a misura che l'anima presta maggiormente la sua attenzione per distinguerle, l'uomo prova sensazioni diverse più esattamente corrispondenti, e più esattamente manifestate ed eseguite dai corrispondenti moti animali che immediatamente susseguitano.

Per prevenire però qualche maligna interpretazione a ciò che dirò, è opportuno di ricordare quanto ho sempre ripetuto ne' miei scritti tutti. Dal cambiamento di mutua positura e di proporzione negli elementi costituenti le molecole primitive animali, nel che consiste l'impressione, al senso o all'idea che vi corrisponde, vi è certamente un gran passo. Ma tutte le più diligenti indagini ed analisi dei fatti assicurano: 1.° che il senso qualunque si prova o che l'idea si forma quando soltanto una impressione è fatta in qualche organo esposto a riceverla dai corpi esterni o circostanti, o introdotti e circolanti per le interne cavità, e quando pure è trasmessa per mezzo dei nervi sani al centro massimo del sistema nervoso ed al cervello; 2.° ch'esso senso o essa idea corrisponde al numero, alla direzione, alla forza, e ad una certa proporzione di forza, nelle impressioni che arrivano contemporaneamente al centro massimo ed al cervello; 3.° ch'esso senso ed essa idea sono riferite sempre al sito ove le impressioni fatte sono più forti, o almeno più numerose. Per quale ragione si senta o si formi un'idea; per quale ragione non si distingua che una sensazione o una idea alla volta; per quale ragione questa distinzione sia più perfetta nell'uomo, e faccia corrispondere una idea e non una sensazione allorquando la facoltà residente nel cervello distingue le impressioni fatte nei sensorii esterni, o quelle che nel cervello stesso risultano

dalla composizione, decomposizione, e nuova composizione delle trasmesse dai sensorii esterni, non potrà forse essere mai del tutto o, per così dire, matematicamente definito, e non lo è al presente. Ma costanti sono le leggi con cui le impressioni sono distinte, e costanti le circostanze in cui lo sono; e tutte le osservazioni ben considerate e paragonate lo attestano.

Tutto questo fu da me esposto alle facc. 164 e 165 del secondo volume dei *Nuovi elementi della fisica del corpo umano*, prima edizione, pubblicata nel 1808; e tutto questo non è che la ripetizione di ciò che ho detto nella prima lezione recitata in questa ora I. R. Università di Padova nel 1786, e poco dopo pubblicata; dissi cioè: *Haec igitur sentientibus nobis in nobis contingunt; hic scilicet instrumentorum hujusce corporis status; isti demum incursus, mutationes istae, atque motus vel simul omnes, vel alius alium insequentes, animum impellunt. Qua vero ratione mentis ideis alligentur, et ex eorum permixtione varia notiones multiplices ut ex multis quasi coagmentatae prodeant; quo tandem modo eminentioris cujusdam naturae imperio veluti expergefacti impressa vestigia renovare soleant, haec, inquam, et hujusmodi cetera, altiora cogitantibus omnino relinquimus. Secretioribus hisce adytis prohibentur medicorum filii. Sua illi jura sunto*

Quae solium in molli fixit Regina Cerebro.

Ma si passi al principale oggetto di questa Memoria, cioè a dimostrare la utilità del metodo analitico per iscoprire la esistenza di una singolare facoltà nel centro massimo dei nervi e nel cervello, la quale, soprattutto nell'uomo, coll'applicazione più o meno intensa, più o meno estesa di sua attenzione alle impressioni che sono fatte dai corpi esterni sul corpo umano, e che trasmesse al sito di sua residenza si compongono, si decompongono, e in nuovo ordine si compongono, può non solo far avere all'uomo tante sensazioni diverse, o fargli formare tante idee e determinazioni diverse, susseguite sempre da corrispondenti moti animali che le manifestano od eseguiscono; e può non solo concorrere alla formazione e riproduzione di coerenti serie di quelle e di questi tra loro esattamente corrispondenti; ma concorre ancora alla formazione dei sentimenti morali, e di quel senso stesso discernente il giusto dall'ingiusto, l'onesto dal disonesto, che il Jorombert vuole innato, e non acquisito.

Furono osservati con molta attenzione gli effetti manifestantisi nel corpo animale, e nello stesso corpo umano vivente, allorchè i corpi esterni o circostanti, o introdotti e circolanti per le interne cavità e vasi, fanno un'impressione di certa forza nelle parti esposte a riceverle, le quali si chiamano in

generale organi del senso. Furono con particolare attenzione paragonati gli effetti osservati allorchè i nervi erano sani cogli effetti osservati allorchè i nervi non lo erano. S'intende già per sani i nervi che siano intatti ed illesi da ogni compressione e vessazione. Fu trovato costantemente quando i nervi erano sani, che nello stesso istante in cui un'impressione di certa forza è fatta in qualche organo del senso, l'animale e l'uomo non solo se ne risente, od ha ciò che dicesi sensazione, e l'uomo soprattutto la riferisce al sito ove l'impressione viene fatta; ma corrispondentemente a quella impressione e sensazione susseguitano alcuni moti animali in diverse parti, le quali per essere atte a produrre quei moti sono chiamate in generale organi del moto. Questi moti susseguenti, attentamente considerati, manifestano concorrere a conservare o rinnovare lo stato del corpo e la circostanza in cui viene viene fatta la impressione a cui corrisponde una sensazione grata; ovvero manifestano concorrere a mutare lo stato del corpo, ed a cercare quello in cui non sia più fatta l'impressione alla quale corrisponde una sensazione molesta, o in cui questa sia fatta colla minor forza possibile. Ma allorchè i nervi, che dal sito in cui l'impressione è fatta si dirigono, o immediatamente o dopo aver formati de' ganglii, al centro massimo ed al cervello, non sono sani, fu trovato costantemente che nè l'impressione, pure di maggior forza, è risentita, nè i moti corrispondenti susseguitano; ed allorchè sono sani i soli nervi che dal sito ove l'impressione è fatta si dirigono al centro massimo ed al cervello, ma non sono egualmente sani quelli che dal centro massimo o dal cervello, o immediatamente o dopo aver formati dei ganglii, si dirigono agli organi del moto, che corrispondentemente possono produrre i moti susseguenti, l'animale e l'uomo stesso distingue l'impressione, ha una sensazione, e la riferisce al sito ove l'impressione è fatta, ma non fa susseguitare i moti corrispondenti in quelle parti in cui terminano i nervi non sani.

Da questi fatti moltiplicatamente ripetuti e variati, e ben considerati e paragonati tra loro, fu chiaramente dedotto che i nervi abbiano la capacità di trasmettere in un istante la impressione, che ricevono, da una loro estremità all'altra; e che essendovi nervi i quali dagli organi del senso vanno al centro massimo ed al cervello, e nervi i quali dal centro massimo e dal cervello vanno agli organi del moto, le impressioni fatte negli organi del senso devono essere trasmesse nello stesso istante da questi organi al centro massimo ed al cervello, devono ivi nello stesso istante esser comunicate ai nervi che dal centro massimo e dal cervello vanno agli organi del moto, e devono quindi

essere trasmesse nello stesso istante a questi organi, acciocchè ne susseguitino i moti corrispondenti. Da tutti questi fatti dunque è chiaramente provato che un'impressione qualunque fatta in un organo del senso debba essere trasmessa ed arrivare al centro massimo ed al cervello, tanto perchè l'uomo abbia una corrispondente sensazione, e la riferisca al sito ove quella è fatta, quanto perchè ne susseguitino i moti corrispondenti alla sensazione.

A proposito di questi moti è stato osservato ch'essi bensì susseguitano negli organi del moto, e sono corrispondenti alla sensazione quando sono prodotti all'occasione soltanto delle impressioni trasmesse ad essi col mezzo dei proprii nervi dal centro massimo e dal cervello; ma ch'essi moti sono sempre prodotti dalla gradazione della vitalità inerente in essi organi medesimi del moto, ossia dalla irritabilità, o dalla contrattilità, o dalla turgescenza vitale dei tessuti di questi organi diversi. Quindi i fisiologi distinsero la capacità dei nervi, che consiste soltanto nel trasmettere istantaneamente le impressioni da una estremità all'altra, dalla capacità inerente negli organi del moto, per cui all'occasione d'impressioni trasmesse col mezzo dei nervi essi organi producono moti animali corrispondenti, come ne producono all'occasione d'impressioni direttamente fatte. Ma io sono stato sempre di avviso che si debba dedurre ancora esistere nel centro massimo dei nervi e nel cervello una facoltà distinta dalla capacità o sensibilità dei nervi, la qual facoltà sia atta a distinguere le impressioni che sono trasmesse dagli organi del senso al sito di sua sede, ed atta a distinguerle nelle varie mutazioni a cui ivi devono soggiacere nello stesso istante che sono già comunicate, o quali arrivano o quali risultano modificate nel cervello, ai nervi che da esso cervello, o dal centro massimo di cui il cervello è una continuazione, le trasmettono agli organi del moto, onde dar occasione ai moti susseguenti.

Il celebre Wilson-philip in un'opera pubblicata nel 1818 cercando di dedurre le leggi delle funzioni vitali con un'analisi dei fatti migliore di quella esposta da alcuni dotti Francesi, e poco prima dal Legallois, disse anch'esso doversi considerare tre poteri vitali, cioè il poter nervoso, il poter muscolare ed il poter sensorio. Esso conviene cogli altri fisiologi circa i due poteri vitali nervoso e muscolare, l'uno inerente nei nervi, l'altro negli organi del moto. Ma esso dice espressamente che il poter sensorio risiede nel centro massimo del sistema nervoso e nel cervello, e che questo potere riceve le impressioni col mezzo del poter nervoso per comunicarle nello stesso istante allo stesso potere nervoso. Nel riceverle col mezzo dei nervi che dagli organi del

senso le trasmettono al centro massimo ed al cervello, l'uomo ha sensazioni o forma idee, affezioni e determinazioni corrispondenti; e nel comunicarle ai nervi che da quel centro o dal cervello le trasmettono agli organi del moto, questi organi producono i moti corrispondenti, manifestanti le sensazioni, le idee, le affezioni e le determinazioni conseguenti.

Ma il Wilson-philip, contento di aver provata l'esistenza di questo terzo potere diverso dal nervoso e dal muscolare, cercò soltanto di determinare le leggi con cui esso potere sensorio influisce nei moti dei varii organi, che si distinguono in organi del moto involontario ed in organi del moto volontario. Egli non seguì però la opinione di quelli che vogliono, essere gli organi del moto involontario messi in azione all'occasione d'impressioni loro trasmesse col mezzo de' nervi i quali hanno la loro origine e ricevono il loro potere dai ganglii o dalla midolla spinale, mentre gli organi del moto volontario sono messi in azione all'occasione d'impressioni che sono loro trasmesse col mezzo de' nervi i quali hanno la loro origine e ricevono il loro potere esclusivamente dal cervello. Egli in vece dimostra che gli uni e gli altri organi ricevono costantemente un eccitamento all'azione all'occasione d'impressioni trasmesse loro col mezzo dei nervi ai quali il poter sensorio, residente nel cervello, comunica le impressioni stesse. Ma aggiunse, che gli organi del moto involontario non manifestano muoversi in ragione delle impressioni trasmesse loro col mezzo dei nervi se non quando queste sono d'un certo grado di forza da non lasciare preponderanti ad esse quelle che gli stessi organi ricevono contemporaneamente e direttamente dai corpi applicati all'interna superficie delle cavità e vasi costituenti essi organi, mentre gli organi del moto volontario sono esclusivamente eccitati all'azione dalle impressioni loro trasmesse soltanto col mezzo dei nervi, e non producono però moti manifesti se non quando ricevono impressioni più valide del solito collo stesso mezzo dei loro nervi.

Ma quanto il Wilson-philip con le sue nuove osservazioni ed esperienze siasi avvicinato alle mie proposizioni circa la distinzione e le leggi dei moti involontarii, volontarii ed istintivi, io l'ho esposto a lungo nella Memoria letta all'Accademia e pubblicata nell'ultimo tomo de' suoi Atti. I fisiologi però non sembrano aver voluto indagare e determinare le leggi con cui le impressioni fatte dai corpi esterni o circostanti, o introdotti e circolanti per le interne cavità e vasi, siano distinte dalla facoltà residente nel centro massimo e nel cervello, a cui già sono esse impressioni immediatamente trasmesse. Si dirà forse

che con questo modo di procedere si arriverà a conoscere le leggi con cui quella facoltà residente nel centro massimo e nel cervello possa influire a produrre alcuni effetti, nello stesso modo che i fisici sono arrivati a determinare le leggi del moto prodotto dalle impulsioni ed attrazioni reciproche dei corpi inorganici e dei loro elementi; ma si terminerà col dire, ch'essa facoltà sia una proprietà della materia organizzata, come sono proprietà della materia l'attrazione e l'inerzia, che sono le cause delle varietà de' moti dei corpi tutti e degli elementi loro? A tutto questo io posso opporre quanto nella Memoria *Sull' indipendenza della fisiologia dalle questioni metafisiche, fisiche e chimiche*, pubblicata in una raccolta di opuscoli in Venezia nel 1815, ho detto contro una conclusione del celebre Sprengel, esposta nella Sezione XV. della sua *Storia prammatica della Medicina.*

In quest' opera Sprengel ha paragonato il materialismo di alcuni metafisici con quello di alcuni chimico-medici; e dopo aver parlato di Hobbes, di Hume, di Lamettrie, di Priestley, e di quelli che dalla costituzione particolare dei tessuti semplici animali e da una particolare modificazione nella reciproca gravitazione degli elementi di essi tessuti derivarono le stesse forze vitali, conchiuse: « In questa maniera furono stabiliti i tentativi di alcuni mo» derni fisiologi per condurre a termine l'unione del dinamismo col materia» lismo. » Io scrissi in quella Memoria: « E Hobbes ed Hume, per non dire » di Lamettrie, la cui stravagante maniera di opinare lo fece giudicare pazzo ed » ubbriaco da Woltaire, non appoggiarono essi la loro opinione a semplici » congetture, che ben esaminate manifestano la incertezza della deduzione? » Accorderò ad Hobbes che l'attrazione reciproca dei corpi e dei loro ele» menti possa far sospettare che la materia stessa senta le impressioni esterne, » e si muova in conseguenza; ma non è diversa questa capacità di sentire la » prossimità de' corpi o degli elementi dalla capacità di avere una serie sem» pre più complicata d'idee, d'immagini, di giudizii, di raziocinii e di deter» minazioni? Che se l'anima, a cui quest' ultima capacità appartiene, è du» rante la vita unita al corpo per un reciproco commercio, non deve ella » mostrarsi più o meno attiva a misura che gli organi, di cui ella si serve » per manifestare le sue operazioni, sono più o meno sviluppati, più o meno » pronti all'azione, senza che si possa per questo conchiudere con Hume, che » debba essa cessar di esistere e di operare quando gli organi non conservano più » la loro tessitura e le loro facoltà particolari? E che dirò (continuai io in » quella Memoria) di Priestley, che, riunendo in qualche modo i ragionamenti

» di Hobbes e di Hume, volle sostenere che siccome la materia deriva le sue » proprietà non dall'inerzia di cui la spoglia, ma dalle forze di repulsione e » di attrazione; così il cervello, in grazia della sua organizzazione, abbia la fa- » coltà di percepire, e di produrre le operazioni mentali? Ma quando ripe- » tutamente egli stesso confessa di non concepire come il cervello abbia que- » sta facoltà, e quando aggiunge che la rivelazione assicura sopravvivere al resto » del corpo quella facoltà che anima l'uomo in particolare, perchè disse poi » non esservi ragione sufficiente di ammettere due sostanze distinte? Io mi » sono trovato in Londra in quegli anni nei quali si discorreva molto delle » sue opere in questo argomento poco prima pubblicate, ed ho avuto occa- » sione di conoscerle, e di parlarne pure con lui stesso. Non ricorderò aver- » mi egli confessato francamente che quelle discussioni metafisiche non erano » la sua maggiore occupazione, e che anzi le considerava un argomento con » cui, in luogo della caccia, del giuoco, del teatro, si distraeva dai lavori fisi- » co-chimici che tanto meritamente lo distinguono. Ma dirò bensì di avere » giudicato che un orgoglio un poco spinto per la indipendenza e libertà di » pensare lo avesse portato a quella singolare opinione, che la dottrina del » materialismo non sia punto in contraddizione con quella degli antichi filosofi, » de' santi Padri, e con la rivelazione medesima. »

Io non potei nella Memoria ora citata negare a Sprengel d'aver tentato di derivare le stesse forze vitali dalle forze generali della materia. Alla pagina undecima del Discorso ai lettori, posto in fronte al più volte citato *Saggio di osservazioni* pubblicato nel 1792, io aveva scritto: « le forze dunque » inerenti alle parti solide dei corpi animali e del corpo umano medesimo » sono modificazioni particolari ed abbastanza note delle forze più generali » della materia. » Ma dopo poche linee ho aggiunto: « l'influenza dell'anima » nel corpo consiste nella maggiore o minore attenzione ch'ella presta alle azioni » delle parti solide, e soprattutto alle azioni delle fibre del cervello, e con » questa sua attenzione maggiore o minore rende variamente pronte e valide » ad operare le parti medesime al momento che sono di nuovo eccitate al- » l'azione. » Io mi lusingo di avere sempre più chiaramente dimostrato, seguendo le traccie date in quel Saggio stesso, e sempre coll'analisi e colla comparazione di alcuni fatti, che l'uomo potendo spontaneamente e liberamente applicare più o meno intensamente, e più o meno estesamente, l'attenzione della facoltà residente nel cervello, cioè dell'anima, a cui essa facoltà appartiene, debba col mezzo di questa influire non solo nella vivezza, nella pronta

successione e nella complicazione delle sue idee, e nella più esatta corrispondenza de' moti susseguenti, ma ancora nel formarsi i sentimenti morali, e quello stesso intimo senso discernente il giusto dall'ingiusto, l'onesto dal disonesto. Ma convien continuare nella proposta rapida esposizione delle proposizioni che coll'analisi dei fatti si possono raccogliere, anzi furono raccolte.

È certo che l'uomo, come tutti gli animali, è esposto a ricevere contemporaneamente impressioni dai corpi esterni non solo nei cinque sensorii esterni, ma negli organi del senso tutti, cioè nelle superficie pure delle interne cavità e vasi. È certo che tutte le impressioni contemporaneamente fatte, sono pure contemporaneamente trasmesse dagli organi del senso al centro massimo ed al cervello, e da questo centro e cervello agli organi del moto. È certo ch'esse impressioni, riunite contemporaneamente in diverso numero, ma con data forza, danno occasione a corrispondenti sensazioni, or grate or moleste, e che trasmesse allora agli organi del moto, danno occasione ai susseguenti moti pur corrispondenti. Dall'effetto dunque, dissi sino dal 1792, che ognuno può in sè stesso conoscere di provare allorchè le impressioni contemporaneamente fatte negli organi del senso, e contemporaneamente trasmesse al centro massimo ed al cervello, sono o tutte egualmente, o alcune soltanto di esse, di una certa forza, si deve stabilire che al loro insieme ed alla loro forza corrisponda una sensazione o grata o molesta, or riferita al centro del petto, cioè ad un sito attorno il cuore, ora a siti diversi. Dall'osservare poi in noi medesimi, che ogni qual volta si prova una sensazione grata o molesta di certa forza, i moti alternativi della respirazione e gli alternativi moti dei pareti delle cavità del cuore sono sempre più validi del solito, ma nel caso della sensazione grata sono moderatamente più validi e sempre regolari nella loro alternazione, e nel caso d'una sensazione molesta sono molto più validi ed almeno sempre irregolari nella loro alternazione; io dissi fin d'allora, che la sensazione grata o molesta, a forze eguali nelle impressioni tutte contemporaneamente trasmesse, debbasi riferire al centro del petto o ad un sito attorno al cuore, perchè quelle impressioni, le quali più costantemente sono trasmesse al centro massimo, e da esso ai nervi che vanno ai muscoli della respirazione, sono più moltiplici nella superficie interna dei polmoni e delle cavità del cuore, ossia nel centro del petto attorno il cuore. Quindi allora quando le sensazioni grate o moleste si riferiscono a parti diverse, conviene che in queste parti siano fatte impressioni più valide in confronto di quelle fatte pure moltiplicatamente nelle cavità dei polmoni o del cuore, e riunite pure

in una nel centro massimo. Che poi le sensazioni grate corrispondano sempre ad una certa regolarità e proporzione di forza tra le impressioni contemporaneamente fatte e trasmesse al centro massimo, io lo dedussi sino dal 1792 coll'osservare che costantemente hanno una gran parte nella composizione dell'impressione, a cui corrisponde la sensazione o grata o molesta, le impressioni prodotte dal sangue che circola liberamente e regolarmente nel primo caso, e ch'è nel caso di sensazione molesta impedito o irregolare nel suo circolo pei vasi polmonari. Molto più mi confermai in questa deduzione coll'osservare che alla regolarità od irregolarità dei moti della respirazione, dai quali dipende molto la regolarità od irregolarità della circolazione del sangue, corrisponda sempre una sensazione grata nel primo caso, e molesta nel secondo. Quindi alla pagina 208 della *Introduzione alla fisica del corpo umano sano ed ammalato*, pubblicata nel 1802, scrissi: « Con questi principii non » sembrerà strano che un dotto, il quale abbia scoperta una verità dopo molta » fatica; che un generale, il quale abbia vinta una battaglia per le sue dire- « zioni, e per le disposizioni date alle forze affidategli; che un amante, il » quale si riconcilii colla sua bella; e che un maldicente, il quale abbia avuto » occasione di malignare anco i più onesti, provino un eguale piacere. Questo » è prodotto dalla circolazione, che tenuta prima oppressa, si restituisce alla » sua libertà, e che nei primi momenti che riacquista la sua libertà, è più ac- » celerata e più viva del solito. Il piacere che in tutti questi casi si prova, e » si riferisce al cuore o ne' suoi contorni, è certamente accompagnato da una » libera ed eguale alternazione dei moti della respirazione, la quale prima era » oppressa ed al possibile impedita, e la quale influisce nell'accelerare o ri- » tardare la circolazione stessa del sangue, e nel mantenerla regolare od ir- » regolare. »

Ma nel citato *Saggio di osservazioni ec.*, reso pubblico nel 1792, ho scritto inoltre, poter ciascuno, in sè stesso riflettendo, conoscere bensì che quando tutta l'attenzione della facoltà residente nel cervello sia come assorbita da una sensazione grata o molesta di certa forza, l'uomo stesso è diretto da quella fisica sensazione, come ogni animale, e quindi i moti susseguenti o sono diretti a conservare e rinnovare quello stato del corpo in cui può ricevere e rinovare le impressioni alle quali corrisponde una sensazione grata, o sono diretti a cercare quello stato del corpo in cui non siano fatte le impressioni alle quali corrisponde una sensazione molesta, e in cui almeno esse sono fatte colla minor forza possibile. Ho però scritto inoltre nel medesimo *Saggio di*

osservazioni, che allora quando le impressioni contemporaneamente fatte, ne tutte, nè alcune di esse siano di tal forza da far corrispondere una sensazione grata o molesta che occupi, per così dire, tutta l'attenzione della facoltà residente nel cervello, ognuno può conoscere in sè stesso che con la più intensa o più estesa attenzione di essa facoltà egli può distinguere le impressioni fatte nei sensorii esterni subito che sono trasmesse al centro massimo ed al cervello, e può distinguere ancora quelle che nel cervello stesso devono prodursi per la composizione, decomposizione, e nuova composizione delle trasmesse dai sensorii esterni. Mostrai quindi che l'uomo sopra tutti gli animali può allora formare le idee in luogo di avere sensazioni, perchè quelle impressioni trasmesse dai sensorii esterni sono distinte non solo per essere riferite al sensorio esterno in cui sono fatte, ma per esser riferite alla causa esterna, od alla circostanza in cui la causa esterna fa impressione in quel sensorio. L'uomo poi, a differenza di ogni animale, (aggiunsi fin d'allora) può distinguere tanto le impressioni trasmesse dai sensorii, quanto quelle risultanti nel centro massimo e nel cervello dalla composizione, decomposizione, e nuova composizione delle impressioni trasmesse dai sensorii, perchè col mezzo dei moti susseguenti che corrispondono, e particolarmente con quelli che modulano la voce nei varii suoni designati con le lettere alfabetiche, esso solo può assegnare loro un segno esterno diverso, o almeno una parola diversa corrispondente. Senza l'ajuto delle parole, che danno un segno distintivo alle impressioni preponderanti, le idee non sensitive, e corrispondenti alle impressioni composte, decomposte, e in nuovo ordine composte nel cervello, non sarebbero distinte bene, cioè esse idee non sarebbero formate, giacchè la formazione delle idee consiste nella distinzione delle impressioni a cui corrispondono. E siccome queste idee non sensitive, o le impressioni loro corrispondenti, concatenano le impressioni a cui corrispondono le idee tutte e tra loro e coi moti susseguenti; così dissi fin d'allora, che l'uomo solo può rendersi conscio e rendere conscii gli altri della concatenazione e rettitudine de' suoi giudizii e delle sue determinazioni col distinguere e comunicare gli uni e le altre con quei movimenti che concorrono a formare le parole.

Sarebbe fuori di proposito il ripetere qui quanto più chiaramente e diffusamente ho potuto esporre in seguito queste proposizioni dietro le nuove indagini anatomiche di Gall e di altri circa la composizione del cervello nei diversi vertebrati, in cui esso è sempre una continuazione del centro massimo; e dietro le indagini sull'anatomia comparata del nervo intercostale, che

il Weber mostrò trovarsi nei soli vertebrati. Weber inoltre ha trovato che nei vertebrati i filamenti nervosi, che ricevono le impressioni fatte nelle superficie delle interne cavità e vasi, si riuniscono tutti nel sito ove gli anatomici pongono l'origine del nervo vago, ch'essi filamenti costituiscono. Basta ora ricordare che dai fatti moltiplici, ben esaminati ed analizzati, risulta che le operazioni conosciute sotto il nome generale d'intellettuali corrispondono: 1.° alla varia forza o al vario modo con cui i corpi circostanti diversi possono fare impressione nei diversi sensorii esterni; 2.° alla varia direzione ed al vario numero con cui quelle impressioni sono trasmesse contemporaneamente col mezzo dei nervi al centro massimo ed al cervello, ed ivi sono composte, decomposte, e in nuovo ordine composte; 3.° alla continuazione o contiguità dei nervi diversi, pei quali le impressioni aggregate e prodotte in quel centro e nel cervello possono essere trasmesse con più prontezza o con più forza agli uni piuttosto che agli altri organi del moto; 4.° alla varia associazione che le impressioni formano tra loro per riprodursi come da sè medesime a misura che più spesso furono o contemporaneamente o con un'immediata successione trasmesse a quel centro e da quel centro; ed a misura, notisi bene, che furono dall'anima distinte con più intensità d'attenzione ogni volta che furono trasmesse o successivamente prodotte nel cervello. Tale, dissi sino dal 1792, è la corrispondenza tra la distinzione che fa l'anima dell'impressione trasmessa dai sensorii esterni, o prodotta successivamente nel cervello con la causa esterna di essa impressione, che quando la stessa impressione viene riprodotta nel cervello o per l'acquistata associazione e capacità, direi quasi, naturale di riprodurla, o per qualche causa meccanica operante nel cervello stesso, l'uomo giudica esistere l'oggetto esterno, operare esso nello stesso sito del suo corpo, e riproduce le stesse serie di giudizii e di determinazioni. Questa riproduzione dicesi *fantasia*, s'è dentro certi limiti; o chiamasi *delirio*, quando li oltrepassa. Io ho insistito sempre a dire, che coll'attenzione più o meno intensa, e più o meno estesamente applicata ora alle impressioni che sono trasmesse dai sensorii esterni al cervello, ed ivi subito prodotte, ora a quelle che si riproducono per la già acquistata associazione, ora finalmente a quelle che progrediscono pei nervi che vanno da esso centro o cervello agli organi del moto per dar occasione ai moti che manifestano le sue idee, i suoi giudizii e le sue determinazioni, l'uomo opera nel primo caso coll'intelletto, nel secondo caso coll'immaginazione, e nel terzo colla volizione. Quindi nella Memoria *Sull'educazione delle facoltà intellettuali suggerita dalla costituzione*

fisica del cervello, pubblicata tra quelle dell'Accademia di Padova nel 1809, ho conchiuso ed ho confermato colla storia dei progressi delle società nascenti, e dei fanciulli, che per l'educazione basta eccitare l'attenzione sulle impressioni prodotte dai diversi oggetti circostanti, ed arrivate o mutate nel cervello; e tutto al più conviene disporre gli oggetti, perchè operino con una certa forza e con un certo ordine. Indicai quindi lo sbaglio che alcuni istitutori della gioventù prendono nel vantarsi de' loro allievi quando ripetono soltanto le proposizioni, o quando operano soltanto secondo gli esempii che loro hanno indicati. I fanciulli in allora non hanno da sè giudicato, o formato le loro idee, ed in conseguenza non hanno formato con queste la loro concatenazione, acciocchè opportunamente e da per loro si riproducano; e quindi ad ogni menoma varietà nelle impressioni non sanno giustamente giudicare, ragionare e determinarsi.

Io ho però sempre conosciuto e confessato che le mie proposizioni, pel prodigioso numero dei fatti che convien raccogliere, confrontare ed analizzare, e per la prodigiosa rapidità con cui le impressioni si succedono e variano, spaventano l'immaginazione di alcuni, stancano la pazienza di altri, e vengono da molti dotti medesimi relegate tra le inutili e sterili produzioni dell'antica metafisica. Ma quando tutti i fatti, che le appoggiano, cadono frequentemente, e direi quasi spontaneamente, sotto la nostra osservazione; e quando essi fatti, bene osservati ed analizzati, additano chiaramente l'ordine con cui succedono, e spesso le loro cause; perchè si esclama essere inutile il tentativo di penetrare sotto quel velo, da cui si credono misteriosamente avvolte le operazioni spirituali, ed essere necessario appoggiarsi soltanto a ciò che la Provvidenza divina ha voluto rivelare a fine che nessuno possa scusarsi per la mancanza di attenzione, che sola può condurlo alla rettitudine dei giudizii e delle determinazioni, e sola può renderlo conscio ed atto a rendere conscii i suoi simili della rettitudine medesima? Ma, per non estendermi oltre al dovere, terminerò col ricordare quanto ho detto per mostrare coll'analisi di alcuni fatti, che l'uomo possa formarsi i sentimenti morali che si vogliono innati, e quel senso stesso discernente il giusto dall'ingiusto, l'onesto dal disonesto, che il Jorombert dice riposare in fondo dell'anima, regnare con tutta la potenza di un principio innato, ed a cui l'anima si abbandona, conoscendone sacra l'origine sua.

Convien dunque aver sempre presente che le impressioni fatte nei sensorii esterni sono distinte al momento soltanto che nè tutte le contempora-

neamente trasmesse al centro massimo, nè alcune di esse sono così preponderanti di forza, che diano occasione ad una sensazione grata o molesta, la quale occupi tutta l'attenzione dell'anima, e la quale sia susseguitata prontamente dai moti diretti ad accrescere o conservare possibilmente la prima, od a togliere e moderare almeno la sensazione molesta. È poi provato dalle indagini anatomiche, che le impressioni fatte nei sensorii esterni possano allora essere distinte, a differenza di quelle fatte nei moltiplici organi del tatto, formati dalle superficie interne delle cavità e dei vasi, perchè i sensorii esterni, ed il sensorio stesso esterno del tatto, sono così costituiti, che il medesimo corpo nell'atto di far impressione produce la stessa moltiplicatamente, e la comunica a moltiplici estremità nervose, di cui i filamenti riunendosi sempre più strettamente in un cordone a misura che progrediscono verso il centro del sistema nervoso, devono riunire come in una quelle moltiplici impressioni, e fare ch'essa abbia facilmente una preponderanza di forza sopra tutte le altre venienti contemporaneamente a quel centro per altre direzioni. Deve poi essere preponderante ancora a quella risultante dalle impressioni trasmesse contemporaneamente per mezzo dei varii filamenti del nervo vago al centro del sistema nervoso, ove quei filamenti terminano, e dove gli anatomici pongono l'origine di esso nervo. Quando non è preponderante pure a questa, deve corrispondere in grazia di questa una sensazione grata o molesta, che quando tutta occupa l'attenzione dell'anima, impedisce la distinzione delle impressioni fatte e trasmesse dai sensorii esterni. Quindi la distinzione di queste impressioni deve essere indipendente dalla forza, a cui corrisponde una sensazione soltanto o grata o molesta. Diffatti le impressioni trasmesse dai sensorii esterni si distinguono non dalla sensazione grata o molesta, ma perchè vengono riferite al sito ove sono fatte, e perchè sono riferite alla causa esterna che le produce, se parlasi delle idee sensitive; ovvero sono riferite ai moti diversi che le susseguitano, e particolarmente a quelli che formano le parole, se parlasi delle idee semplici, astratte o generali. I soli suoni poi delle parole pronunciate da un uomo, quando arrivano a fare impressioni nell'organo dell'udito di un altro, e quando da esso organo le impressioni siano trasmesse al centro del suo sistema nervoso, i soli suoni fanno riprodurre nel cervello di questo le stesse impressioni, e quindi le stesse idee e le loro associate, purchè il linguaggio sia comune e noto ad ambidue.

Si rifletti soltanto, che appunto perchè la stessa impressione viene fatta moltiplicatamente nei sensorii esterni, e perchè tutte le moltiplici sono trasmesse

contemporaneamente al centro massimo per mezzo di filamenti moltiplici nervosi, che tutti si riuniscono sempre più strettamente in un cordone, la proporzione o non proporzione di forza di esse impressioni moltiplici o contemporanee, o che immediatamente, per così dire, si succedono, deve dare occasione a qualche grado di senso grato o molesto, nello stesso tempo che l'uomo distingue quelle impressioni, ed ha le idee corrispondenti. Indipendentemente dunque dalla sensazione, considerata come puramente fisica, comune a tutti gli animali, e corrispondente alla proporzione o non proporzione che hanno tra loro le impressioni contemporaneamente trasmesse al centro massimo o tutte o alcune più preponderanti di forza, un qualche grado di senso or grato or molesto corrisponde alle impressioni venienti dai soli sensorii esterni, e si accoppia alle idee, e si riferisce in conseguenza agli oggetti producenti quelle impressioni nei sensorii esterni. Questo grado di senso grato o molesto produce quella propensione od avversione a quegli oggetti medesimi, le quali si manifestano coi moti susseguenti, e le quali acquistano i varii nomi di *amore* e di *odio*, di *affezione* e di *ripugnanza*, di *simpatia* ed *antipatia*, di *appetito* e di *nausea* ec. ec., secondo l'oggetto a cui vengono riferite.

Non parlo del senso grato o molesto riferito alle cause delle impressioni fatte nei sensorii del gusto e dell'odorato, ed a molte pure delle impressioni fatte nel sensorio esterno del tatto, perchè le impressioni prontamente trasmesse possono influire ad accrescere la forza di quelle fatte nelle superficie interne delle cavità e vasi, e possono in conseguenza accoppiarsi alla sensazione puramente fisica, corrispondente all'insieme di queste ultime impressioni. Parlo di quel senso grato soprattutto, a cui danno occasione le impressioni fatte nell'organo dell'udito o in quello della visione, nel primo dai raggi sonori che abbiano una certa proporzione od armonia tra loro, e nel secondo da certe proporzioni nel colorito, e nella distribuzione delle parti, per cui dagli oggetti della natura e dell'arte i raggi lucidi sono diretti all'occhio con certa, dirò così, armonia e proporzione tra loro. Ma oltre a questo senso del *bello*, di cui ho parlato a lungo in una Memoria letta nel 1825 all'Ateneo di Venezia sotto il titolo di *Considerazioni fisiologiche sul senso del bello, e sul modo di renderlo più sicuro e più pronto*, io aveva indicato sino dal 1792 nel più volte citato *Saggio di osservazioni*, che da qualche grado di senso grato o molesto, provato contemporaneamente alla distinzione delle impressioni fatte dai corpi esterni sui sensorii esterni, ed alla distinzione di quelle riprodotte in grazia dell'associazione che le impressioni trasmesse al

cervello dai sensorii esterni, e nel cervello composte, decomposte, e in nuovo ordine composte, acquistano tra loro, si formano le affezioni stesse di propensione o di avversione verso i nostri simili, indi le passioni, le abitudini tutte, e tutte le simpatíe ed antipatíe ora giudicate ragionevoli, ora chiamate stravaganti ed irragionevoli.

Sarebbe certamente inutile il ripetere ora quanto nella citata Memoria e nelle varie edizioni dei *Nuovi elementi della fisica del corpo umano* ho esposto a questo proposito, confermando sempre più le mie deduzioni con le osservazioni di molti metafisici, e soprattutto con quelle esposte dal celebre Adamo Smith nella insigne sua opera *The theory of morals sentiments*, cioè *Teoria dei sentimenti morali*. Dirò soltanto d'avere sempre insistito a mostrare che per la buona educazione dei fanciulli il mezzo più necessario, utile e sicuro sia quello di abituarli a una sempre maggiore attenzione alle successive impressioni, con la cui distinzione essi stessi sanno già formarsi le idee non solo sensitive, ma le altre ancora che servono a concatenarle ed associarle, e possono rendere più esattamente corrispondenti le impressioni alle idee, e queste ai moti susseguenti che le manifestano; nel che consistono le operazioni attribuite all'intelletto. Ma io ho cercato inoltre di mostrare la utilità e necessità di lasciar pure libera la loro immaginazione, la quale alle impressioni nuovamente fatte nei sensorii esterni, e trasmesse subito con preponderanza di forza al centro massimo, ed alle impressioni conseguentemente allora composte, decomposte, o in nuovo ordine composte nel cervello, fa sempre succedere, riprodursi e combinarsi quelle impressioni e quindi quelle idee che altre volte furono contemporanee, o immediatamente successive. Ho mostrata parimente la necessità e l'utilità di lasciar libera la loro volizione, da cui essi sono determinati a produrre i moti conseguenti e corrispondenti alle idee o formate dall'intelletto, o riprodotte dalla immaginazione. È certo che i fanciulli abituati a prestare un'attenzione sempre più intensa alle impressioni successive non solo giudicano e si determinano rettamente, ma arrivano a distinguere le impressioni a cui corrispondono le idee generali ed astratte, che sono quelle le quali formano la concatenazione dei retti giudizii e delle adattate determinazioni.

Ma è in grazia della immaginazione, dissi nelle stesse opere, regolata sempre da un determinato grado di attenzione, che alla vista di un altro, le cui circostanze abbiano eccitato in lui una qualche emozione, affezione e determinazione, sono prodotte e riprodotte nell'osservatore stesso quelle impres-

sioni, per cui prova una simile simpatica emozione, affezione e determinazione; ed è in grazia della immaginazione e della volizione contemporaneamente agenti, che ad ogni nuova impressione o idea distinta viene di nuovo riprodotto e percepito ciò che di simile più vivamente e piacevolmente è stato altre volte distinto e percepito, sia negli oggetti naturali che ci circondano, sia nelle produzioni dell'arte, sia nelle stesse azioni morali degli uomini, nello stesso tempo che viene eccitato un conato ad esprimere, e che si esprime tutto ciò in parole, in produzioni simili, in azioni simili, e dando finalmente agli oggetti che ne sono suscettibili la forma ch'è più vicina a quella che ci ha colpiti, come la giornaliera esperienza ci assicura. Aggiunsi ancora, che quando alla vista delle circostanze di quelli che manifestano di godere o di soffrire venga impedito alla immaginazione il riprodurre quelle impressioni che mettono l'osservatore nelle circostanze e nella situazione di quelli, questo non solo è privato dei sentimenti simpatici, che sono il più spesso reciprocamente piacevoli, ma è privato ancora delle utili conseguenze di essi sentimenti. È in grazia di esse simpatie, regolate però dalla differenza che vi deve essere tra il sentimento eccitato in quelli sui quali gli oggetti esterni operano direttamente, ed il sentimento di quelli nei quali l'immaginazione produce simili impressioni, che viene formato quel senso o quell'abitudine di ben giudicare sulla proprietà ed improprietà delle azioni, sul merito e demerito delle stesse, e viene conosciuta necessaria una deferenza e un riguardo alla opinione degli altri intorno la propria condotta ed il proprio carattere; viene acquistata la disposizione ad esercitare le azioni benefiche e ad evitare le malefiche, e nasce in fine l'abitudine di usare le virtù sociali, l'impero sopra sè stessi, e di preferire spesso l'altrui bene al proprio.

Di questo potere, che l'uomo col mezzo della immaginazione ha di considerarsi affetto dagli stessi oggetti, e posto nelle stesse circostanze di un altro che gode o soffre, sono conseguenze quelle stesse disposizioni ch'esso acquista al volere il giusto e l'onesto, e all'evitare l'ingiusto e l'inonesto. Queste disposizioni in ultimo risultato consistono nel desiderare e fare agli altri quello che, fatto dagli altri a noi, eccita una sensazione grata; ovvero consistono nell'impedire che sia fatto e nel non fare ad altri quello che, fatto a noi, ecciterebbe una sensazione molesta. Per questo sforzo, a cui siamo spinti per liberarci da quelle impressioni, le quali, siano direttamente fatte e trasmesse, o siano prodotte e riprodotte dalla immaginazione, eccitano sensazioni moleste, derivano quei moti stessi che ci strascinano, sino col pericolo della

nostra vita, verso la voce che chiama al soccorso; nasce all' aspetto di un grande infortunio quell' affetto pronto, profondo ed irresistibile di compassione e di dolore; eccita la collera e l'indignazione alla vista di una ingiustizia fatta a qualcuno, trasporta all'ammirazione la vista di una bella azione o di un atto di virtù, e lo stesso racconto d'un tratto eroico. Tutti questi sentimenti provengono sempre dalle stesse cause, e si formano nello stesso modo col quale sono formate le sensazioni puramente fisiche, grate o moleste, che non si giudicano certo innate, ma bensì acquisite, e corrispondenti alle impressioni diverse che sono distinte.

Convengo benissimo, che nello stesso modo le affezioni stravaganti e le simpatíe irragionevoli siano pure formate. Ma queste, come tutte le affezioni viziose, sono formate perchè la facoltà residente nel cervello non presta il dovuto grado di attenzione, e non distingue sempre quelle impressioni, dalla cui preponderanza particolare venga eccitata l'idea congiunta con qualche grado di senso grato o molesto. Io dissi già alla pagina 251 del *Saggio di osservazioni* pubblicato nel 1792, essere noto che essendo abituati ad alcune serie d'idee e di moti, esse si succedono così rapidamente, che l'anima non percepisce ciascuna di quelle, nè è conscia della sua determinazione per ciascuno di questi. Ma, s'ella fa attenzione ad alcune idee e ad alcuni moti, può rendere le impressioni corrispondenti così pronte a riprodursi, ch' esse si succedono, per così dire, senza che ella possa aver tempo di distinguere tutte le intermedie, ma solo la prima trasmessa e l'ultima prodotta. Il piacere, (dissi allora) per esempio, di raccogliere denaro, dipende dalle idee che si riproducono dei piaceri e comodi che con questo mezzo si possono avere; e però quando l'anima vede il denaro, quella idea risveglia le idee delle cose che possono essere procurate col suo mezzo; e queste idee, o le impressioni corrispondenti, mettono il cervello in quello stato per cui viene eccitata una sensazione grata. Quando dunque all'impressione del denaro il cervello passa rapidamente a questo stato, e l'anima non fa grande attenzione se non a questo, è facile che l'uomo si abitui a connettere la sensazione grata all'idea del denaro, e trovi realmente piacevole la sola possessione di quello. Per la stessa ragione, dissi altrove, reca piacere ad un amante il ricevere una lettera dalla sua bella, non perchè la carta per sè produca una sensazione grata, ma per la riproduzione di tutte quelle impressioni e grate sensazioni corrispondenti ch'egli ebbe e provò nel conversare frequentemente con lei. Per questa ragione pure nacque, dicesi, al Cartesio che le donne, le quali guardavano

di traverso, eccitassero in lui una propensione od affezione grata; non perchè una donna tale piaccia generalmente per questa circostanza, ma perchè la prima donna di cui fu innamorato, e dalla cui conversazione provò molto piacere, guardava di traverso. Ma pur troppo per questa mancanza di attenzione, per cui non si distinguono bene le impressioni a cui corrispondono alcune idee da quelle impressioni a cui contemporaneamente corrisponde una sensazione grata o molesta, nascono tutte le viziose ed immorali abitudini e passioni.

Io porto fidanza che il sin qui detto basti per provare che l'analisi delle operazioni stesse dell'uomo, nelle quali ha molta parte quella facoltà particolare residente nel centro massimo del sistema nervoso e nel cervello, conduca l'uomo a conoscere le cause tanto delle sensazioni, per così dire, fisiche, quanto dei sentimenti stessi morali da cui tutte le sue determinazioni ed azioni sono regolate, senza che nè le une nè gli altri siano innati. L'uomo dunque, a differenza degli animali, ha una spontaneità e libertà di prestare un'attenzione più o meno intensa, più o meno estesa alle impressioni che riceve, e può con essa attenzione fare più esattamente corrispondere a quelle le varie sensazioni, le varie idee, le varie affezioni, e può parimente far corrispondere a queste i moti susseguenti. Ma l'uomo non si determina senza l'ajuto o la direzione delle impressioni preponderanti e dei corrispondenti sensi fisici e morali, che non sono innati, ma ch'esso acquista e si forma con la sua attenzione più o meno intensamente applicata, e dai quali è diretto alle azioni morali od alle immorali. Dalla sola costituzione fisica, di cui si deve ammirare la somma causa d'ogni cosa, e per cui gli animali tutti sono portati a conservare possibilmente ed a cercare le impressioni alle quali corrisponde un senso piacevole, ovvero a liberarsi e ad evitare possibilmente le impressioni alle quali corrisponde un senso molesto, derivano tutte le azioni ed operazioni dell'uomo medesimo. Ma l'uomo, a differenza degli animali, con la spontanea e libera attenzione più o meno intensa della facoltà residente nel centro massimo del sistema nervoso e nel cervello può nella prodigiosa moltiplice serie d'impressioni trasmesse al cervello, o prodotte e riprodotte nel medesimo, distinguere quelle a cui corrisponde un qualche grado di senso grato o molesto, e può e deve accoppiare essi sensi alle impressioni alle quali corrispondono pure nello stesso tempo alcune idee per formarsi rettamente i sentimenti morali e per evitare di formarsene o di lasciarsi strascinare dagl'immorali.

SOPRA

ALCUNE QUESTIONI

DI MATEMATICA PURA

MEMORIA

LETTA ALL' ACCADEMIA DI PADOVA LI XII DICEMBRE MDCCCXXVI

DAL SOCIO ATTIVO

CARLO CONTI

È cosa degna di particolare osservazione come alcune interessanti teoriche nelle Matematiche vennero esposte in epoche molto lontane, quando per la loro relazione e dipendenza dagli stessi principii doveano essere contemporanee. Così la teorica delle soluzioni particolari successe dopo lungo tempo a quella degli integrali completi, mentre doveasi esporre unitamente a questa, essendo necessario di sapere se l'equazioni ottenute dall'integrazione soddisfacciano di per sè sole ad una equazione differenziale, o se ve ne siano dell'altre; e questa necessaria ricerca conduce naturalmente dagli integrali alle soluzioni particolari. Il calcolo delle variazioni venne esposto dopo che si trattarono le questioni de' massimi e minimi ordinarii, mentre la ricerca della relazione che debbono avere le variabili di una funzione, ond' ella sia suscettibile di massimo o minimo, a quelle appartiene, o sia questa data, o dipenda da integrazione.

La teorica delle equazioni che non soddisfanno ai criterii d' integrabilità venne data quando il calcolo integrale aveva fatto molti progressi, mentre il ricercare in qual modo debbansi prendere e considerare tali equazioni è argomento analogo alla ricerca degli integrali delle differenziali esatte.

Avvenne egualmente dei principii generali della Poligonometria, interessante e bella applicazione del calcolo delle differenze finite del sig. Professore Magistrini. Quando si ritrovarono i metodi per rappresentare la posizione di

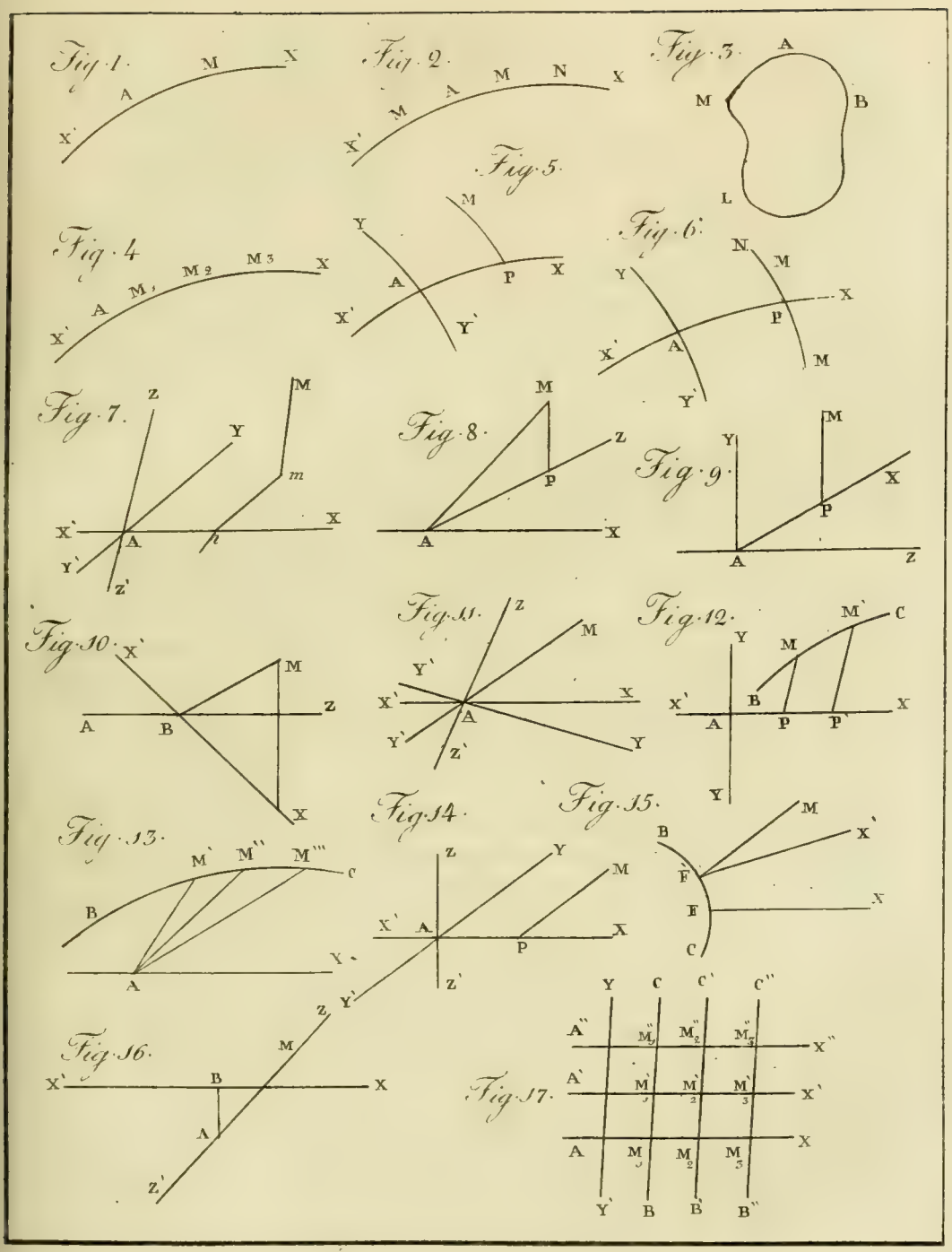


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.

un punto e di una linea, perchè non si ricercò di rappresentare le posizioni di un sistema di punti succedentisi con data legge? Ecco il germe della Poligonometria.

Da questo pertanto apparisce chiaramente di quanta necessità sia l'esporre i principii di un ramo qualunque di Matematica sotto l'aspetto più generale, e di procedere all'esame di tutte le questioni che vi possono appartenere. Che se la condizione delle menti umane è tale, che il più delle volte proceda alle scoperte interessanti per vie indirette, quando alcuna teorica si presenti che ad un ramo si riferisca delle Matematiche, fa d'uopo rinnovare i principii onde questa insieme alle altre si possa da quelli dedurre, e studiarne la connessione, ricercando se altre teoriche vi sieno che ripetere si possano da que' principii generalizzati.

E questo, a dir vero, se prendiamo ad esaminare la storia delle Matematiche, vedremo posto in dimenticanza; si progredisce successivamente senza aver riguardo ai principii, onde lo studioso va passando d'una in altra dottrina, quasi fosse ciascuna isolata ed indipendente.

Nei Corsi di calcolo sublime si vedrà che sino alla teorica esposizione delle soluzioni particolari non se ne fa alcun cenno, onde ne sorge sorpresa nel conoscere altre equazioni che soddisfanno all'equazioni differenziali, quando riteneasi che la piena soluzione fosse compresa nell'integrale completo.

Così fra le successive dottrine non ritrovando quel legame che le scienze richiede, solo dopo averle tutte percorse si può formarsi di questa un'idea meno incompleta.

Queste cose considerando, credetti utile l'esporre il meglio che per me si potesse i principii della Geometria analitica, onde far sì che la Poligonometria e Poliedrimetria analitica non siano disgiunte dalla scienza delle linee e superficie.

Fatto conoscere come si possa determinare la posizione di un punto relativamente ad un altro, situati entrambi sopra una linea indefinita o rientrante, procederò al metodo di determinare la posizione di un punto in un piano e nello spazio, e quindi di un sistema di punti, ed al modo di rappresentare le linee e le superficie.

Ho creduto bene di fare alcun cenno sopra gli usi di differenti sistemi di coordinate, sulla rappresentazione dei sistemi di linee e superficie, e sul modo di rappresentare le posizioni di punti relativamente ad altri, senza aver riguardo alle distanze.

Di non minore importanza si è per lo sviluppo e perfezionamento della scienza il migliorare le dimostrazioni delle proposizioni o rispetto alla esattezza od alla semplicità. Per la qual cosa esporrò una teorica delle permutazioni ordinarie, semplice, per quanto io credo, e generale, deducendo da pochi e generali principii la soluzione di tutti i problemi che si riferiscono al caso in cui tutte le cose sieno fra loro differenti, ed a quello nel quale si suppone esservene d'identiche.

Alla teorica delle permutazioni segue quella delle funzioni simmetriche, dimostrata, per quanto a me sembra, in modo pur generale, deducendo dalle formule stabilite la dimostrazione del teorema di Newton sulle somme delle potenze delle radici.

I. Dei principii della geometria analitica.

Dei punti considerati sopra una linea.

1. Sia la linea indefinita XX' (Fig. 1.); la posizione di un punto qualunque M rapporto al punto A si potrà determinare quando si conosca da qual parte cade del punto A ed a quale distanza.

Suppongasi dalla parte di X, ed indichiamo in generale con x le distanze prese da A verso X. Essendo $AM = a$, l'equazione $x = a$ servirà a determinare la posizione di M.

2. Viceversa data l'equazione $x = b$, si saprà determinare il punto cui corrisponde. Sia adesso $x = a - b$; per determinare la posizione del punto corrispondente a questa equazione, presa $AN = a$ (Fig. 2.), dal punto N procedendo verso A, prendasi $NM = b$, e sarà M il punto richiesto.

3. Se $b < a$, il punto M cade fra N ed A; ed essendo $b = a + c$, il punto M cadrà dalla parte di X' in modo che $AM = c$. Ma in tale ipotesi è $x = a - (a + c) = -c$; dunque l'equazione $x = -c$ corrisponde al punto M situato ad una distanza c dal punto A, presa dalla parte opposta a quella, secondo la quale si prendono i valori positivi di x.

4. Quindi avendo riguardo alla grandezza ed al segno di a, l'equazione $x = a$ servirà a determinare la posizione di un punto qualunque della XX' relativamente al punto A.

5. Essendo la linea rientrante ABC (Fig. 3.), dimostreremo egualmente che, prendendo positive le distanze dal punto A nel senso di AB, saranno

negative da A verso L. Supponendo pertanto $AM = a$, le due equazioni $x = -a$, $x = ABM$ si riferiranno allo stesso punto M; ed essendo l'intero perimetro della curva p, sarà $ABM = p - a$; onde le due equazioni $x = -a$, $x = p - a$ appartengono allo stesso punto. Si vede però, che trattandosi di una curva rientrante, se al secondo membro dell'equazione del punto si aggiugne un intero perimetro, questa equazione continuerà ad appartenere allo stesso.

6. Perciò si possono considerare soltanto i valori positivi delle x, cioè le distanze da prendersi sempre nello stesso senso.

7. Come abbiamo dimostrato che l'equazione continua a riferirsi allo stesso punto, se al secondo membro si aggiugne un intero perimetro, si può dimostrare eziandio ciò esser vero, se al secondo membro si aggiunga un multiplo dell'intero perimetro.

8. Sopra la linea XX' (Fig. 4.) sieno i punti $M_1, M_2, M_3 \ldots$, e sieno situati per modo, che essendo $AM_1 = \varphi(1)$, sia $AM_2 = \varphi(2)$, $AM_3 = \varphi(3)$ ec.; l'equazione $x = \varphi(z)$ sarà atta a rappresentarli tutti, ritenendo che a z debbansi successivamente sostituire, i valori $1, 2, 3 \ldots$ coi valori corrispondenti delle x sieno le distanze di questi punti dal punto A.

Con una sola equazione si può adunque rappresentare la posizione di un sistema di punti succedentisi con data legge, e situati sopra una data linea.

Dei punti considerati in una superficie.

9. Si supponga una superficie intersecata da due piani inclinati fra loro secondo un dato angolo, e sieno (Fig. 5.) XX', YY' le loro intersezioni. Sia in primo luogo questa superficie indefinita. La posizione di un punto M di questa superficie si potrà determinare quando si conosca in quale delle quattro regioni YAX, YAX', $X'AY'$, $Y'AX$ si ritrovi; 2.° a quale distanza MP dalla AX presa sopra la linea d'intersezione di un piano che passa per esso, ed è parallelo al piano della sezione YY'; 3.° a quale distanza questo piano intersechi le AX, contando questa distanza sopra la AX dal punto A.

10. S'indichino perciò con x le distanze prese, partendo da A, sopra AX; con y le distanze che si contano sopra le intersezioni dei piani paralelli a quello della sezione AY, partendo dal punto in cui questo incontra la AX. Essendo pel punto M, $AP = a$, $MP = b$, l'equazioni del punto M, situato

nella regione YAX, saranno $x = a$, $y = b$. Viceversa per mezzo delle due equazioni $x = a$, $y = b$ si potrà determinare la posizione del punto M.

11. Sia adesso $x = -a$, $y = b$, dimostreremo, come abbiamo fatto precedentemente, che tali equazioni si riferiscono ad un punto situato nella regione YAX', e che si determinerà prendendo la distanza a da A verso X'.

12. Essendo $x = a$, $y = b - c$, per determinare la posizione del punto corrispondente, preso $AP = a$ (Fig. 6.), e determinata la sezione MP, si prenderà $NP = b$, e procedendo da N verso P, $NM = c$, sarà M il punto ricercato. Se $c = b + d$, il punto M cadrà nella regione $X'AX$, e sarà $MP = d$, e l'equazioni saranno $x = a$ $y = -d$; ond'è, che se i valori positivi di y si prendono sopra le XX', i negativi si debbono prendere al di sotto. Si vedrà così che l'equazioni $x = -a$, $y = -b$ corrispondono a punti situati nella regione $Y'AX'$.

13. Le due linee XX', YY' si dicono gli assi coordinati, XX' delle ascisse, YY' delle ordinate, A l'origine delle coordinate, o semplicemente l'origine. Le distanze relative alle x, y, che si riferiscono ad un punto, *coordinate* di esso punto, ed in particolare *ascisse* quelle della x, *ordinate* quelle della y. Degli assi coordinati l'XX' dicesi anche asse delle x, il secondo YY' asse delle y.

14. Essendo la data superficie un piano, gli assi saranno due rette, e le ordinate saranno rette parallele all'asse corrispondente.

15. Sia adesso la sezione YY' una curva rientrante, come pure tutte le sezioni parallele a questa; al valore di y si potrà aggiugnere un intero perimetro della sezione corrispondente, e l'equazione continuerà a riferirsi allo stesso punto; ond'è, che si potrà far uso dei soli valori positivi della y. Che se è rientrante anche la sezione XX', si potrà far uso eziandio di soli valori positivi delle x.

16. Questo modo di rappresentare i punti situati sopra le superficie può essere comodo per le superficie di rivoluzione, che hanno per asse di rivoluzione quella retta che divide in due parti eguali e simili la linea generatrice, passando per uno o più punti di esse, prendendo per origine uno dei punti ne' quali quest'asse incontra la superficie, per asse delle x la linea generatrice, e determinando le sezioni delle y con piani normali all'asse.

Per tal maniera un'equazione ci rappresenta una linea disegnata sopra queste superficie, mentre considerata nello spazio si richiederebbero due equazioni.

17. Sieno adesso nelle superficie i punti $M_1, M_2 \ldots . M_n$ tali, che essendo le loro coordinate $x_1, x_2, x3 \ldots x_n; y_1, y_2, y3 \ldots . y_n$, abbiasi $y_1 = F(x_1)$, $y_2 = F(x_2) \ldots . y_n = F(x_n)$; è chiaro che l'equazione $y = F(x)$ servirà a rappresentare la posizione di tutti questi punti, ritenendo che ad x si attribuiscano successivamente i valori $x_1, x_2 \ldots . x_n$ ascisse di que' punti, ed i corrispondenti valori delle y sieno le ordinate rispettive di essi punti.

18. Che se abbiasi $x_1 = \varphi(1)$, $x_2 = \varphi(2) \ldots . x_n = \varphi(n)$, l'equazione $x = \varphi(z)$, attribuendo a z i valori $1, 2, 3 \ldots n$, ci fornirà le ascisse di quei punti.

Per mezzo pertanto delle equazioni $y = F(x)$, $x = \varphi(z)$ potremo rappresentare le posizioni di que' punti, ritenendo che a z si attribuiscano i valori $1, 2, 3 \ldots . n$, e che i valori corrispondenti delle x, y sieno le ascisse ed ordinate di que' punti.

19. Viceversa due qualunque equazioni $y = F(x)$, $x = \varphi(z)$ nella fatta ipotesi rappresenteranno un sistema di punti.

20. Abbiamo supposto piane e la linea XX' e quella delle ordinate; si potrebbe però far uso di maggior generalità, supponendole a doppia curvatura determinata con data legge. Fra i differenti metodi di rappresentare la posizione di un punto in una superficie, oltre all'esposto, ve n'ha alcun altro che molto importa a conoscere, e che però andremo adesso ad esporre.

21. Preso un punto nella superficie, si conduca una retta, e per questa si faccia passare un piano.

Per determinare la posizione di un punto in questa superficie basterà conoscere la posizione del piano che passa per esso e per la retta, e la sua distanza dal punto fisso sopra la superficie, valutata nella intersezione del piano colla superficie; indicando pertanto con v l'inclinazione de' piani differenti al primitivo, con r le distanze prese partendo dal punto per cui passano tutti i piani sopra le loro intersezioni colla superficie, se per un punto l'inclinazione del piano è $= a$, le distanze $= b$, l'equazioni $v = a$, $r = b$ determineranno la posizione di quel punto.

22. Si dimostrerebbe, come abbiamo fatto precedentemente, che prendendosi positive le distanze r in un senso, debbonsi prendere negative in senso contrario. Siccome poi, facendo variare l'angolo a da 0° ai 360°, si possono determinare le posizioni di tutti i punti delle superficie, assumendo sempre positivo l'r; così se fossero date l'equazioni $v = a$, $r = -b$, vi sostituiremo quest'altre $v = \pi + a$, $r = b$, e si riferiranno allo stesso punto.

23. Il punto preso sopra la superficie, pel quale passano tutti i piani, dicesi *polo;* la retta condotta per questo dicesi *asse;* il piano primitivo si potrebbe chiamare *piano coordinato;* gli angoli d'inclinazione di differenti piani a questo, *anomalie;* le distanze r, *raggi vettori.*

24. Se la superficie è un piano, basta l'asse ed il polo, ed i punti si potranno determinare per le lunghezze delle rette condotte da questi al polo, e per l'angolo che formano con l'asse.

25. Si possono determinare le posizioni de' punti sopra le superficie anche nel seguente modo.

Per un punto preso sopra la superficie condotta una retta ed un piano, si considerino fatte delle sezioni con piani normali a quella retta. La posizione di un punto sarà data quando si conosca a quale distanza dal punto si trovi la sezione che lo contiene, e a qual punto corrisponda di questa sezione. La posizione della sezione viene adunque a determinarsi per le distanze valutate sull'asse dall'origine o polo. La posizione del punto sopra la sezione si può determinare o per la distanza presa partendo dal punto che sta sopra il piano coordinato, o per l'angolo che forma la retta condotta pel punto col piano coordinato.

26. Questo modo di rappresentare le posizioni dei punti sopra la superficie può essere utile riguardo alla superficie di rivoluzione, prendendo per polo il loro vertice, e per asse l'asse stesso di rivoluzione. In tal caso le sezioni normali all'asse sono circoli.

27. Detto come si possa determinare la posizione di un punto situato sopra una superficie in queste diverse maniere, si può conoscere come per mezzo di due equazioni si possa rappresentare la posizione di più punti succedentisi con data legge.

Dei punti situati nello spazio.

28. Sieno nello spazio tre piani intersecantisi rispettivamente nelle tre rette XX', YY', ZZ' (Fig. 7.), e debbasi fissare la posizione di un punto M rispetto a questi piani. La posizione di questo punto M sarà determinata quando si sappia: 1.° a quale delle otto regioni formate dai tre piani si ritrovi; 2.° a quali distanze dai tre piani XAY, $X'AZ$, YAZ, prese sopra rette parallele ad AZ, AX, AY. Infatti essendo il punto nella regione $XYAZ$, e le tre distanze rispettive essendo a, b, c, prendendo $Ap = c$, e pel punto

p conducendo la pm parallela ad AY ed uguale a b, e pel punto m innalzando la pM parallela ad AZ, e prendendo $mM = a$, sarà MP il punto a cui corrispondono que' dati di posizione.

29. Le distanze prese sopra AX si rappresentino per x, quelle che si prendono sopra parallele ad AY, partendo dal punto in cui incontrano l'AX, si rappresentino per y, e finalmente per z quelle che si prendono sopra parallele ad AZ, partendo dal punto nel quale incontrano il piano XAY. Le equazioni $x = a$, $y = b$, $z = c$ determineranno la posizione del punto M, e però si diranno le equazioni di questo punto.

30. Le tre rette XX', YY', ZZ' diconsi i *tre assi coordinati*, A l'*origine*, ed i tre piani *piani coordinati;* le tre rette Pp, pm, mM, che servono a determinare la posizione del punto M, diconsi le sue *coordinate;* dei tre assi l'XX' dicesi delle x, l'YY' delle y, ed il ZZ' delle z; così dei tre piani il piano XAY dicesi delle xy, il piano XAZ delle xz, ed il piano $Y'AZ$ delle yz.

31. Avendo pertanto riguardo ai segni ed alla grandezza di x, y, z, potremo rappresentare colle tre antecedenti equazioni un qualunque punto nello spazio. Dimostreremo infatti, come abbiamo fatto precedentemente, che se il valore di z positivo si riferisce ad un punto situato sopra il piano XAY, il valore negativo appartiene ad un punto collocato al di sotto di questo piano.

32. Sieno adesso nello spazio i punti M_1, M_2, M_3 ... situati in modo, che essendo x', y', z'; x'', y'', z'' ec. le rispettive coordinate, abbiasi

$$y' = F'(x'),\ z' = F''(x');\ y'' = F'(x''),\ z'' = F''(x'') \text{ ec.},$$

cioè le due coordinate di un punto qualunque sieno simili funzioni della terza coordinata; potremo rappresentare la posizione di questo sistema di punti colle equazioni $y = F'(x)$, $z = F''(x)$, ritenendo che ad x debbansi sostituire successivamente i valori x', x'' ..... e che i valori corrispondenti di y, z sieno quelli delle due altre coordinate de' rispettivi punti.

33. Se sia $x' = \varphi(1)$, $x'' = \varphi(2)$, $x''' = \varphi(3)$ ....., i valori di x', x'', x''' .... saranno dati dall'equazione $x = \varphi(\omega)$, sostituendo successivamente a ω 1, 2, 3 .... Quindi le tre equazioni

$$y = F'(x),\ z = F''(x),\ x = \varphi(\omega)$$

rappresenteranno le posizioni dei punti dati, ritenendo che ad ω si debbano sostituire i valori successivi 1, 2, 3 ..., ed i valori di x, y, z ... sieno quelli delle coordinate dei punti corrispondenti.

34. Viceversa le tre equazioni $y = F'(x)$, $z = F''(x)$, $x = \varphi(\omega)$ rappresenteranno, dietro le fatte ipotesi, un sistema di punti.

35. La posizione però di un punto nello spazio si può fissare eziandio in molti altri modi; fra questi noi diremo alcuna cosa dei seguenti.

Sia un punto M nello spazio fuori del piano ZAX (Fig. 8.). In questo piano conducasi la retta AX, e si fissi il punto A. La posizione del punto M sarà determinata quando si conosca la sua distanza dal punto A, l'angolo MAZ che forma la retta MA colla retta AZ condotta pel punto A, e pel piede della MP normale al piano ZAX, e l'angolo ZAX che questa retta forma coll'AX.

36. La retta AX dicesi *asse*, A il polo, AM *raggio vettore*, e gli angoli ZAX, MAZ si potrebbero chiamare *longitudine* e *latitudine geometrica* del punto M, o semplicemente *longitudine* e *latitudine*.

37. Si rappresenti in generale per r il raggio vettore, per l λ la longitudine e latitudine. Essendo $XAZ = a$, $ZAM = b$, $AM = c$, l'equazioni

$$l = a,\ \lambda = b,\ r = c$$

determineranno la posizione del punto M.

38. Facendo crescere l e λ da 0° a 360°, prendendo r sempre positivo, si potrà rappresentare la posizione di un punto qualunque nello spazio. Se si avesse $l = a$, $\lambda = b$, $r = -c$, si potrà a $-c$ sostituire c, accrescendo il valore di λ di 180°, e però l'equazioni

$$l = a,\ \lambda = 180^\circ + b,\ r = c$$

si riferiranno allo stesso punto.

39. La posizione del punto M si potrà eziandio determinare quando si conosca la posizione del piano che lo comprende perpendicolare al piano ZAX (Fig. 9.) primitivo, e che passa per A, e la posizione di esso in questo piano relativamente alle due rette AX, intersezione di esso col primitivo, ed AY normale al piano primitivo nel punto A. Quindi essendo t, u le coordinate del punto M relativamente agli assi AX, AZ, e λ l'angolo XAZ, se sia

$$XAZ = a,\ AP = b,\ MP = c,$$

l'equazioni $\lambda = a$, $t = b$, $u = c$ rappresenteranno la posizione del punto M.

40. Sia adesso un punto M situato nel piano $XX'M$ (Fig. 10.) normale all'asse AZ. La posizione del punto M sarà data se si conosce la posizione del punto M relativamente alla retta XX', intersezione di questo piano col primitivo ed al punto A dell'asse, e la posizione del piano stesso relativamente

al punto A, ossia la sua distanza dal punto A. Quindi se si conosce la distanza AB, la MB, e l'angolo MBX, sarà determinato di posizione il punto M. Sieno $t\,u\,v$ le rispettive coordinate di un punto M qualunque, cioè t distanza del piano dal punto A, u distanza del punto dal punto dell'asse situato sopra lo stesso piano, v l'angolo che le rette condotte sul punto al corrispondente dell'asse forma colle rette d'intersezione del piano corrispondente il punto col piano primitivo o coordinato. Essendo per un punto M $AB = a$, $MB = b$, $MBX = c$, l'equazioni

$$t = a,\ u = b,\ v = c$$

determineranno la posizione di quel punto.

41. Quando l'angolo v si faccia variare da 0° a 360°, si potrà assumere u sempre positivo.

42. Sieno nello spazio condotte tre rette intersecantesi nel punto A (Fig. 11.), e sieno XX', YY', ZZ'. Il punto M sarà determinato quando si conoscano i tre angoli che la retta condotta per esso al punto A forma coi tre assi coordinati, e le distanze del punto M dal punto A. Infatti per mezzo di tre angoli sarà determinata di posizione la retta che comprende il punto, e la distanza farà conoscere la sua posizione sopra di questa retta. Si avverta che due di questi angoli possono comunque variare, purchè la loro somma sia maggiore dell'angolo formato dagli assi corrispondenti; ma il terzo è da questi dipendente in modo, che serve a far conoscere sopra quale di due rette si ritrovi il punto.

43. Facilmente si vede che quello che abbiamo detto rispetto al primo sistema di coordinate si può ripetere per questi sistemi, quando si voglia rappresentare un sistema di punti succedentisi con data legge.

Della rappresentazione delle linee e delle superficie.

44. Sieno nel piano XYA i due assi coordinati XX', YY' (Fig. 12.), ed una linea BC tale, che essendo MP, AP le coordinate di M, $M'P'$, AP' quelle di un altro punto M' ec., ed essendo $MP = y'$, $AP = x'$; $M'P' = y''$, $AP' = x''$; ec. abbiasi

$$y' = F(x'),\ y'' = F(x''),\ \text{ec.};$$

potremo rappresentare la posizione di tutti i punti della linea BC' colla equazione $y = F(x)$, considerando che x, suscettibile di tutti i valori, rappresenti

le successive ascisse, ed i valori dell'y corrispondenti le rispettive ordinate dei punti della linea.

45. L'equazione pertanto $y = a$ rappresenterà una retta parallela all'asse delle ascisse, e l'equazione $x = b$ una retta parallela a quello delle ordinate.

46. Quello che abbiamo detto rispetto ad una linea disegnata in un piano si può ripetere per una linea disegnata sopra una qualunque superficie.

47. Essendo adesso la linea BC (Fig. 13.), e riferiti i punti M', M'', M'''... a coordinate polari, avendosi $M'A = r', M'AX = v'$; $M''A = r'', M''AX = v''$; $M'''A = r''', M'''AX = v'''$ ec., abbiasi poi

$$r' = F(v'),\ r'' = F(v''),\ r''' = F(v''')\ \text{ec.},$$

potremo rappresentare questa linea colla equazione $r = F(v)$, considerando r, v assolute variabili.

48. L'equazione $r = a$ rappresenta un circolo che ha per raggio a, e per centro il polo. L'equazione poi $v = b$ rappresenta una retta inclinata dell'angolo b all'asse.

49. Quando una linea è tale, che le coordinate di un punto qualunque soddisfanno ad una equazione fra le variabili y, x, ovvero r, v, la linea dicesi *continua*.

50. Viceversa un'equazione qualunque $F(x, y) = 0$ fra le variabili x, y, può rappresentare una linea, considerando che x, suscettibile di tutti i valori, si riferisca alle ascisse, ed i valori corrispondenti di y rappresentino le coordinate dei punti situati sopra una data superficie.

51. Venendo ai punti situati nello spazio si vede che l'equazione $x = a$, rispetto al primo sistema di coordinate, rappresenta un piano parallelo a quello delle yz, $y = b$, e un piano parallelo a quello delle zx, $z = c$ un piano parallelo a quello delle yx.

52. L'equazione poi $F(x, y) = 0$ rappresenta una superficie generata da una retta, la quale si muove parallela all'asse della z, e rade la linea disegnata sopra il piano delle xy, e rappresentata dall'equazione antecedente. Tale superficie dicesi *cilindrica*. Così l'equazione $F(x, z) = 0$ rappresenta una superficie cilindrica, della quale la linea che rade la retta parallela all'asse della y è disegnata sopra il piano della xz, ed è rappresentata dall'equazione $F(x, z) = 0$. Lo stesso dicasi dell'equazione $F(z, y) = 0$ relativamente al piano delle zy.

53. Che se prendiamo a considerare il sistema di coordinate polari, l'equazione $l = a$ rappresenta un piano normale al piano coordinato, e tale che

l'intersezione con questo forma un angolo a coll'asse; l'equazione $\lambda = b$, due superficie coniche opposte che hanno per asse la retta normale al piano coordinato che passa pel polo, l'angolo che la retta generatrice forma coll'asse, essendo $90^{\circ} - b$.

54. L'equazione poi $r = c$, considerata isolatamente, rappresenta una sfera del raggio c, che ha per centro il polo.

55. L'equazioni $l = a$, $\lambda = b$ rappresentano una retta che passando pel polo è inclinata dall'angolo b al piano primitivo, e la di cui projezione sopra di questo forma un angolo a coll'asse.

56. L'equazioni $l = a$, $r = c$ rappresentano un circolo, intersezione della sfera dell'equazione $r = c$, e del piano dell'equazione $l = a$.

57. L'equazioni poi $\lambda = b$, $r = c$ rappresenteranno un circolo, il di cui centro è sulla retta, che passando pel polo insiste normalmente al piano coordinato, ed è distante da questo delle quantità c sen. b, ed ha per raggio c cos. b.

58. Se nell'equazione $F(l, \lambda) = 0$ si considerano l, λ variabili qualunque, questa rappresenterà una superficie generata da una retta, che passando pel punto A ruota con data legge intorno alla retta che passa per A, ed è normale al piano coordinato.

59. Così l'equazione $F(\lambda, r) = 0$ si riferisce ad una superficie di rivoluzione generata dalla linea che ha per equazione l'antecedente, e l'asse di rivoluzione è la retta, che passando pel punto A insiste normale al piano primitivo.

60. Finalmente $F(l, r) = 0$ rappresenta una superficie generata da un circolo di raggio variabile con data legge, il di cui centro è nel polo, il piano è normale al piano coordinato, e ruota intorno alla retta che passa per A, ed è perpendicolare al piano primitivo.

61. Una simile analisi si può fare per gli altri sistemi di coordinate. Così nel sistema di coordinate del numero 39. l'equazione $F(t, u) = 0$ rappresenta una superficie di rivoluzione generata dalla linea disegnata nel piano YAX, che ha per equazione l'antecedente, ed ha per asse di rivoluzione la AY.

Nel sistema di coordinate del numero 40. l'equazione $F(t, \varphi) = 0$ rappresenta una superficie generata da una retta, che essendo sempre normale all'asse AZ, ruota intorno ad esso con data legge.

62. Sia adesso nello spazio una linea, e tale che le coordinate dei punti

M', M'', M''' ... essendo x', y', z'; x'', y'', z''; x''', y''', z'''; ec., abbiasi

$$F(x', y', z') = 0,\ F(x'', y'', z'') = 0,\ F(x''', y''', z''') = 0 \text{ ec.},$$
$$\varphi(x', y', z') = 0,\ \varphi(x'', y'', z'') = 0\ \varphi(x''', y''', z''') = 0 \text{ ec.};$$

questa linea si potrà rappresentare per l'equazioni

$$F(x, y, z) = 0,\ \varphi(x, y, z) = 0,$$

ritenendo che x, suscettibile di tutti i valori, rappresenti una coordinata, ed i valori di y, z corrispondenti le altre due coordinate dei rispettivi punti.

63. Sia adesso nello spazio finalmente una superficie, e tale che le coordinate dei punti M', M'', M'''... essendo rispettivamente x', y', z; x'', y'', z''; x''', y''', z'''; ec., abbiasi

$$F(x', y', z') = 0,\ F(x'', y'', z'') = 0,\ F(x''', y''', z''') = 0 \text{ ec.};$$

potremo rappresentare questa superficie colla equazione

$$F(x, y, z) = 0.$$

64. Si vede però che l'equazioni di una linea nello spazio non sono che l'equazioni di due superficie che s'intersecano in quella.

65. Quello che abbiamo detto rispetto ad un sistema di coordinate si può ripetere relativamente agli altri sistemi.

66. Una linea ed una superficie che possono rappresentarsi per equazioni si dicono *continue*.

Della posizione dei punti, e della rappresentazione delle linee e superficie rispetto a sistemi di coordinate variabili.

67. Abbiamo indicato come si determini la posizione di uno o più punti dati sopra una linea relativamente ad un punto fisso preso sopra la stessa, la posizione di uno o più punti situati sopra una superficie rispetto a linee fisse esistenti sopra di essa, la posizione di uno o più punti considerati nello spazio rispetto a piani fissi; passiamo a vedere brevemente come si possano rappresentare queste posizioni rispetto a punti, linee e piani variabili di posizione con data legge.

Siano nel piano $YXX'Y'$ gli assi XX', YY' (Fig. 14.), ed un punto M si riferisca all'asse AX e ad un asse delle ordinate, che passando per A sia inclinato al piano di un angolo eguale a nota funzione della ascissa AP. Chiamato α quest'angolo, l'equazioni $x = a$, $y = b$, $\alpha = f(x)$ esprimeranno la posizione di un punto qualunque situato sopra questo piano.

68. Considerando variabile anche l'asse delle ascisse, e costante l'origine, potremo rappresentare la posizione di un punto colle equazioni

$$x = a,\ y = b,\ \alpha = f\ (x),\ \beta = f'\ (x),$$

essendo α, β gli angoli d'inclinazione degli assi novelli ad una retta condotta per l'origine e fissa di posizione.

69. L'equazione di una linea continua si rappresenterà in questo caso con tre equazioni: $F\ (x, y) = 0$, $\alpha = f\ (x)$, $\beta = f'\ (x)$.

70. L'equazioni $y = b$, $\alpha = f\ (x)$ rappresentano in questa ipotesi una linea, ed essendo $f\ (x) =$ Arc. tang. $\frac{x}{m}$, la linea rappresentata sarà la concoide ordinaria.

71. Essendo F il polo, $F\,X$ l'asse (Fig. 15.), i differenti punti situati nel piano che contiene l'asse si possono riferire allo stesso asse, considerando il polo variabile di posizione, e l'asse ed il polo variabili insieme. Così l'equazioni $r = a$, $v = b$, $d = f\ (r)$, $\alpha = f'\ (r)$ rappresenteranno un punto, esprimendo con d le distanze dal polo variabile al primitivo preso sopra la linea $B\,C$, ed α l'angolo d'inclinazione del nuovo asse al primitivo. Quindi per determinare la posizione del punto M si prenderà $FF' = d$, si condurrà la $F'X'$ inclinata ad $F\,X$ dell'angolo α, ed al polo F' ed all'asse $F'X'$ si riferiranno l'equazioni $r = a$, $v = b$.

72. In generale all'equazioni che determinano la posizione di punti o linee, considerando il sistema di coordinate fisso di posizione, converrà aggiugnere l'equazioni che stabiliscono la posizione del nuovo sistema relativamente al primitivo.

Della rappresentazione dei poligoni e dei poliedri.

73. Per mezzo dell'equazione $x = \varphi\ (z)$ abbiamo veduto potersi determinare la posizione dei punti M', M'', M'''.... situati sopra una linea, e succedentisi con data legge. Considerando i punti consecutivi congiunti con delle rette, ne risulterà il poligono $M'\ M''\ M'''$....; e siccome, dati che sieno i punti M', M'', M'''..., ne risulta determinato il poligono, così potremo dire che l'equazione $x = \varphi\ (z)$ rappresenta quel poligono.

74. Questa equazione non può esser utile che alla valutazione del perimetro del poligono, quando si conosca la relazione di un arco qualunque delle linea colla corrispondente sottesa.

75. Considerando adesso per due consecutivi punti M', M'', M'''.... condotti gli archi $M'M''$, $M''M'''$... di linee succedentisi con data legge, l'equazione $x = \varphi(z)$ insieme all'equazioni che determinano la legge di successione degli archi rappresenteranno questo poligono curvilineo o mistilineo.

76. Così se si vogliono archi di circolo, dei quali le rette $M'M''$, $M''M'''$... sieno le corde eguali al raggio, ed essendo $c = f(x)$ la relazione fra un arco qualunque della linea primitiva, e la corrispondente corda o sottesa, l'equazioni

$$x = \varphi(z),\ r = f\left\{\varphi(z) - \varphi(z-1)\right\}$$

rappresenteranno il poligono, essendo r il raggio dell'arco corrispondente al lato $(z-1)^{\text{simo}}$

77. Essendo la data linea un cerchio del raggio a, e l'equazione dei punti essendo $x = \frac{2\pi a z}{n}$ l'equazioni del poligono saranno

$$x = \frac{2\pi a z}{n},\ r = 2a \text{ sen. } \frac{2\pi}{n}.$$

78. Sieno $x = \varphi(z)$, $y = \varphi'(z)$ l'equazioni di un sistema di punti situati in un piano, e si considerino i punti consecutivi congiunti con delle rette; si avrà così un poligono rettilineo. Per mezzo delle precedenti equazioni si potrà determinare la grandezza e posizione dei lati del poligono. Quindi si potrà ritenere che le due equazioni rappresentino il poligono rettilineo.

79. Supponendo congiunti i punti consecutivi con archi di curva succedentisi con data legge, l'equazioni che determinano la successione degli archi di curva insieme alle antecedenti rappresenteranno il poligono curvilineo.

80. Quello che abbiamo detto rispetto ai punti situati in un piano, e ad un sistema di coordinate, si può ripetere e pei punti situati sopra la superficie, e per gli altri sistemi di coordinate. Quando però i punti appartengono ad una superficie, i punti consecutivi si debbono considerare uniti con delle linee appartenenti a quella superficie.

81. Un sistema di punti nello spazio si rappresenta colle equazioni

$$x = \varphi(\omega),\ y = \varphi'(\omega),\ z = \varphi''(\omega).$$

Supponendo i punti consecutivi congiunti con delle rette, ne risulterà un poligono a semplice o doppia inflessione, secondo che tutti i punti esistono nello stesso tempo od in piani diversi.

Per mezzo delle antecedenti equazioni potremo determinare in quantità e direzione un lato qualunque del poligono, e però quelle equazioni si potranno risguardare come rappresentanti il poligono.

82. Che se pei punti consecutivi, presi a tre a tre, ovvero, quando sia possibile, a quattro a quattro ec., si faccia passare un piano, ne risulterà un poliedro, e per mezzo delle antecedenti equazioni potrassi determinare in quantità e direzione una faccia qualunque; onde in tal caso potremo risguardare le antecedenti come rappresentanti quel poliedro.

83. Quanto abbiamo detto rispetto ad un sistema di coordinate si può estendere agli altri sistemi di coordinate, sieno fisse o variabili di posizione.

Dell' uso dei differenti sistemi di coordinate.

84. Secondo i problemi differenti giova far uso di uno piuttosto che d'altro sistema di coordinate. Trattandosi di determinare la relazione che deve aver luogo fra il perimetro di un poligono rettilineo e l'arco della linea cui è inscritto, quando sia data la relazione fra un arco qualunque della linea e la sottesa corrispondente, si farà uso del sistema più semplice di coordinate, vale a dire si esprimerà la posizione dei punti situati sopra la linea riferiti ad un suo punto.

85. Così essendo P il perimetro del poligono inscritto nel cerchio di raggio r, sino al lato $z - 1^{\text{simo}}$, e che ha per equazione $x = \varphi(z)$, avremo

$$P = . \, 2r \sum . \text{ sen. } \frac{\varphi(z) - \varphi(z-1)}{r} .$$

86. Rispetto alle linee si possono determinare le loro equazioni riferite ad un sistema di coordinate, e quindi per le formule delle trasformazioni passare ad un altro. Dalle equazioni polari semplicissime $v = a$; $r = c$ della retta e del cerchio colle formule delle trasformazioni si passa alle equazioni della retta e del cerchio fra coordinate rettangole od obbliquangole con tutta semplicità.

87. Nella generazione delle spirali, cioè di quelle linee che sono generate da un punto che si muove sopra una retta, mentre questa ruota intorno ad un suo punto con data legge, giova far uso di coordinate polari, perchè facilmente la legge di generazione si traduce in equazione rappresentante la linea generata.

88. Lo stesso dicasi più generalmente delle linee che si generano sopra una superficie di rivoluzione da un punto che si muove sopra la generatrice, mentre questa ruota intorno all'asse con data legge.

89. Quello che abbiamo detto delle linee spirali si può ripetere per la generazione dei poligoni spirali, cioè di que' poligoni nei quali le rette che da un punto fisso vanno ai vertici, variano con data legge rapporto alle loro inclinazioni scambievoli.

90. Debbasi, per esempio, determinare l'equazioni del poligono nel quale le rette consecutive, condotte ai vertici da un punto fisso, formano angoli succedentisi con data legge, ed i lati sono inclinati a queste con data legge.

Sia r_{z+1} il raggio vettore corrispondente al vertice $(z+1)^{\text{simo}}$, e prendiamo per polo il punto dal quale debbono condursi le rette ai vertici. Sia v_{z+1} l'anomalia corrispondente. Avremo pertanto $\Delta.\, v_z = \beta_z$, essendo β_z l'angolo che formano fra loro i due raggi vettori r_{z+1}, r_z. Quindi avremo $r_{z+1} = r_z \dfrac{\text{sen. } \beta_z}{\text{sen. } \alpha_z}$, essendo α_z l'angolo che il lato z^{simo} deve formare col raggio vettore r_{z+1}. L'equazioni pertanto del poligono sono:

$$\Sigma \log. \frac{\text{sen. } \beta_z}{\text{sen. } \alpha_z},$$

$$v_z = \Sigma \beta_z, \quad r_z = e.$$

91. L'espressione dell'area del triangolo, che ha per lati i raggi vettori r_{z+1}, r_z, ed il lato z^{simo}, è $= \frac{1}{2} r_{z+1}\, r_z \text{ sen. } \beta_z$. Perciò esprimendo per P_{z+1} l'area compresa dai raggi vettori r_1, r_{z+1}, e dal corrispondente perimetro del poligono, si avrà

$$P_z = \tfrac{1}{2} \Sigma\, r_{z+1}\, r_z \text{ sen. } \beta_z.$$

92. Fatto $\beta_z = \lambda$ costante, ed $\alpha_z = 90^\circ$, si avranno l'equazioni del poligono spirale di Du-Fay. Queste equazioni saranno:

$$v_z = \lambda z + C, \quad r_z = C' \text{ sen. } \lambda^z;$$

e dovendo essere $v_1 = 0$, $r_1 = a$, avremo $v_z = \lambda(z-1)$, $r_z = \text{sen. } \lambda^{z-1}$.

Quindi sarà $P_z = \dfrac{a^2}{2} \Sigma \text{ sen. } \lambda^{2z} = \dfrac{a^2}{2} \dfrac{\overline{\text{sen. } \lambda}^{2z}}{\overline{\text{sen. } \lambda}^2 - 1} + D = D - \dfrac{a^2}{2} \dfrac{\overline{\text{sen. } \lambda}^{2z}}{\text{cos. } \lambda^2}$.

Dovendo essere $P_1 = 0$, ricaveremo $P_z = \dfrac{a^2}{2} \overline{\text{tang. } \lambda}^2 \left\{ 1 - \overline{\text{sen. } \lambda}^{2z-2} \right\}$,

e quindi $P_{n+1} = \dfrac{a^2}{2} \overline{\text{tang. } \lambda}^2 \left\{ 1 - \overline{\text{sen. } \lambda}^{2n} \right\}$.

93. I sistemi di coordinate variabili rendono facile la soluzione generale del problema delle generazioni delle curve, avvegnachè scelto quel sistema di coordinate, per cui si può esprimere agevolmente la legge di generazione, tutto riducesi ad una trasformazione di coordinate, passando da un sistema di variabili ad uno di coordinate fisse.

94. Debbasi, per esempio, determinare l'equazione della concoide ordinaria, generata dalla retta che ruota intorno al punto B, prendendosi, partendo dal punto d'intersezione coll'asse delle ascisse, porzioni eguali ad a.

Preso per asse delle ascisse l'XX', e per asse delle ordinate variabili la ZZ' che ruota intorno ad A (Fig. 16.), indicando con x', y' le coordinate di un punto M rapporto al sistema variabile, ed x, y le coordinate dello stesso rapporto al sistema fisso, ed α l'angolo che l'asse ZZ' per un punto M forma con XX', avremo l'equazioni della concoide $y' = a$, tang. $\alpha = \frac{b}{x'}$, essendo $AB = b$. Ora si ha $y = (x - x')$ tang. α, $y'^2 = y^2 + (x - x')^2$. Eliminando le coordinate x', y', ricaveremo l'equazione della concoide

$$a^2 = y^2 + (x - \frac{bx}{y+b})^2, \text{ ossia } (a^2 - y^2)(y+b)^2 = x^2 y^2.$$

95. Rispetto alle coordinate nello spazio i differenti sistemi prestano facili mezzi di risolvere i problemi. Nei problemi della composizione e decomposizione delle forze si fa uso del sistema del numero 42., essendo date le direzioni delle forze immediatamente per gli angoli che formano coi tre assi.

Così nei problemi sulla generazione delle spirali a doppia curvatura i sistemi di coordinate polari prestano facile soluzione.

96. Il sistema di coordinate, per esempio, del numero 39. ci presenta facile risoluzione del problema sulla generazione della superficie di rivoluzione.

Sieno x, y, z le coordinate rettangole di un punto qualunque della superficie, t, u, λ le coordinate del sistema; si avranno le relazioni

$$t = z, \; y = u \text{ sen.} \lambda, \; x = u \cos. \lambda.$$

Quindi rappresentando $F(t, u) = 0$ una superficie di rivoluzione (61), l'equazione fra le coordinate rettangole è $F(z, \sqrt{x^2 + y^2}) = 0$.

97. Quello che si è detto delle linee, e relativamente ad alcuni sistemi di coordinate, si può ripetere pei poligoni e per gli altri sistemi di coordinate.

98. Per mezzo della trasformazione delle coordinate si possono risolvere con eleganza e facilità alcuni problemi che si riferiscono al moto delle linee e dei punti.

Dovendosi determinare l'equazioni della linea descritta nello spazio da un punto che si muove sopra una sfera, mentre questa col suo centro descrive una linea di data natura, riferiremo il punto in moto a coordinate sferico-polari, e per mezzo di queste esprimeremo le leggi di movimento; il centro poi si riferirà a coordinate rettangole. Le formule che servono a passare da que-

sto sistema composto di coordinate ad un sistema semplice di coordinate rettangole, ci forniranno l'equazioni della linea descritta. Così ho ottenuto agevolmente l'equazioni delle linee descritte dai punti della terra (1).

99. Lo stesso dicasi se si ricerchi la superficie di una linea piana che nello spazio si muove con data legge. Il moto si riduce a due: l'uno della linea in un piano, l'altro del piano nello spazio. Quindi espressa la legge di movimento, si ritroverà con le formule delle trasformazioni delle coordinate l'equazione finale ricercata. Con questo modo si ritrovano facilmente l'equazioni dei canali generati da una linea piana a direttrice qualunque, col solo calcolo elementare (2).

100. Facilmente si vede come si possa rendere molto più generale questo metodo, e qual mezzo facile presenti nella soluzione dei problemi la considerazione dei sistemi di coordinate fisse e variabili, e dei sistemi di coordinate semplici e composte.

Della rappresentazione dei sistemi di linee e superficie.

101. Abbiamo veduto come si rappresenti un sistema di rette che formano un poligono, un sistema di figure piane nello spazio che costituiscono un poliedro; passiamo adesso a vedere come si possa rappresentare un sistema di linee e superficie.

Sieno sopra una linea dei punti, de' quali le posizioni sieno date dalla equazione $x = \varphi(z)$, e si consideri ciascun punto centro di un circolo, e la successione dei raggi sia determinata dalla equazione $r = \varphi'(z)$. Le due equazioni $x = \varphi(z)$, $r = \varphi'(z)$ rappresenteranno quel sistema di circoli. In generale potremo con alcune equazioni, unitamente alla $x = \varphi(z)$, rappresentare un sistema di figure.

102. Così in un piano l'equazioni $x = \varphi(z)$, $y = \varphi'(z)$ rappresentano un sistema di punti, e supponendo questi altrettanti centri di cerchii di raggi succedentisi con data legge espressa dalla equazione $r = \varphi''(z)$, le tre equazioni $x = \varphi(z)$, $y = \varphi'(z)$, $r = \varphi''(z)$ rappresenteranno questo sistema di cerchii.

103. Ben si vede come si possano generalizzare queste considerazioni; e che non solo ciò deesi riferire alle figure circoscritte da linee continue, ma eziandio alle figure di perimetri mistilinei ed irregolari.

(1) Memoria sulla generazione delle linee e superficie nello spazio.

(2) Id.

104. Per tal modo si può dar origine ad un ramo di Geometria analitica risguardante le proprietà dei sistemi di figure.

105. Debbasi, per esempio, determinare l'equazione polare di circoli che, avendo raggi succedentisi con data legge, hanno il loro centro sopra un cerchio, e si toccano. Avremo l'equazioni $r_z = R$, essendo R il raggio del circolo; $v_z = \Sigma$ Arc. sen. $\frac{a_{z+1} + a_z}{2R}$, $a_z = f(z)$, essendo a_z il raggio del circolo che ha per coordinate del centro r_z, v_z.

106. Quello che abbiamo detto delle figure piane, può dirsi delle figure descritte sopra date superficie, ed estendersi alle superficie e linee considerate nello spazio.

107. Che se rappresentiamo delle figure piane nello spazio, e supponiamo per due consecutive condursi una retta che ne rada con data legge il perimetro, ne risulterà una superficie che si potrà dire rappresentata da quelle equazioni stesse.

108. Essendo adesso una superficie, della quale le sezioni fatte colla stessa legge sieno tali che con data legge si succedano, potranno rappresentarsi con quel sistema di equazioni colle quali si rappresentano un sistema di figure a distanze determinate, solo che si consideri come variabile assoluta quella quantità che nell'altro caso si considera variare di quantità finita.

109. Così colle equazioni $x = \varphi(z)$, $r = \varphi'(z)$ possiamo rappresentare un sistema di circoli che hanno i loro centri sopra una data linea; il loro piano sia normale alla linea, ed i raggi si succedano colla legge espressa dalla seconda equazione.

Se ora abbiasi una superficie, della quale le sezioni $s_1, s_2 \ldots\ldots$ normali ad una linea data, corrispondenti alle distanze x', x'', ... siano circoli di raggi $r_1, r_2 \ldots\ldots$, e tali che abbiasi

$$r' = \varphi(x'),\ r'' = \varphi(x''), \ldots\ldots$$

tale superficie potrà rappresentarsi colla equazione $r = \varphi(x)$.

Della rappresentazione delle posizioni relative dei punti, senza aver riguardo alle loro distanze.

110. Quando i punti situati sopra una linea, od in un piano o nello spazio, si riferiscono ad un sistema di coordinate, si può procedere alla determinazione successiva di questi per mezzo delle distanze dalle rette o superficie

alle quali si riferiscono, e quindi si possono dedurre le loro relative distanze. Supponiamo adesso che siano i punti M_1, M_2, M_3 .... situati sopra la linea XX' (Fig. 4.), e si voglia esprimere essere il punto M_3 il terzo della serie, od il punto M_5 il quinto, ec. Esprimiamo con x in generale il numero degli intervalli fra un punto qualunque ed il punto A; l'equazione $x = 3$ determinerà la posizione relativa del punto M_3, ed $x = 5$ quella di M_5.

Avendo riguardo alla grandezza e segno di x, potremo esprimere la posizione di un punto qualunque situato sopra la linea $X'X$ relativamente agli altri.

111. Sieno adesso i punti M_1, M_2, M_3 .... (Fig. 17.)

M'_1, M'_2, M'_3 ....

M''_1, M''_2, M''_3 ....

ec.

nel piano $XYX'Y'$ situati rispettivamente nelle intersezioni delle $A'X'$, $A''X''$ ...., parallela alla AX, e delle BC, $B'C'$, $B''c''$ ec. parallele ad YY'.

Volendo fissare la posizione del punto M'_2, per esempio, relativamente agli altri, diremo che esiste nella regione YAX, ed è sulla intersezione della seconda linea $B'C'$ colla prima $A'B'$. Se pertanto con x rappresentiamo in generale gl'intervalli valutati sulla AX, e con y gl'intervalli valutati sopra le parallele alle YY', l'equazioni $x = 2, y = 1$ saranno l'equazioni del punto M'_2.

Avendo riguardo alla grandezza ed al segno di x, y, potremo rappresentare la posizione di un punto qualunque situato nel piano $XYY'X'$ relativamente agli altri.

112. Di qui si vede come debbasi procedere onde determinare le posizioni relative dei punti situati sopra della superficie nello spazio.

113. Se le posizioni relative dei punti si succedono con data legge od in un piano o nello spazio, si potranno rappresentare le loro posizioni o con una equazione o con due. In generale più serie di punti nello spazio succedentisi con data legge si possono rappresentare con una sola equazione.

114. Così si può procedere alla rappresentazione di più gruppi di punti succedentisi con data legge.

II. Teorica delle permutazioni ordinarie.

1. I cangiamenti di sito che si possono fare di date cose in dati posti, diconsi permutazioni.

2. Il problema generale che si può proporre intorno le permutazioni è il seguente: « Dato il numero delle cose ed il numero dei posti, e data la leg- » ge di permutazione, cioè il modo col quale le date cose debbonsi collocare » nei dati posti successivamente, determinare il numero totale delle permuta- » zioni. »

3. Prenderemo pertanto a supporre che, dato un numero di cose e di posti, o tutte le cose si debbano impiegare, od occupare tutti i posti; ritenendo in primo luogo, che ciascheduna cosa possa collocarsi in ciaschedun posto; in secondo luogo, che alcune cose debbano collocarsi in un posto determinato soltanto.

Nel primo caso le cose date possono essere fra loro differenti, o fra queste esservene d'identiche: nell'uno e nell'altro di questi casi il numero totale delle cose può essere maggiore, eguale o minore del numero dei posti. Finalmente quando il numero delle cose è maggiore del numero dei posti, e fra queste ve ne sieno d'identiche, conviene considerare il caso speciale, che il numero di ogni aggregato sia maggiore od eguale al numero dei posti.

4. Istituita questa analisi sopra i differenti casi, risolveremo le enunciate questioni, premettendo a tale oggetto i seguenti Lemmi.

Lemma I. Essendo il numero delle cose ed il numero dei posti eguale ad m, se queste si separino in due aggregati, l'uno di $m-q$, l'altro di q, e sia P il numero totale delle permutazioni, R quello delle permutazioni di $m-q$ cose negli m posti, e Q quelle delle altre q cose in q posti, sarà $P=RQ$.

Infatti sieno le m cose disposte negli m posti; ritenendo ferme le $m-q$ nei loro posti, e permutando comunque le q rimanenti nei loro q posti, avremo Q permutazioni. Attribuendo alle $m-q$ cose una novella collocazione, si operi similmente rapporto alle q, e si avranno Q novelle permutazioni. Operando per simil guisa fino a che le $m-q$ cose abbiano subíto tutte le possibili permutazioni negli m posti, si saranno esaurite tutte le possibili permutazioni delle m cose negli m posti, nessuna potendo essere omessa, e nessuna ripetuta. Avremo però $P=RQ$.

5. Corollario. Essendo le q cose identiche, sarà $Q = 1$, e $P' = R$, rappresentando per P' il numero delle permutazioni in questo caso. Dunque se da m cose se ne tolgano q d'identiche, il numero delle permutazioni non cangia.

Avremo pure $P = P' Q$, ossia $P' = \frac{P}{Q}$, cioè il numero delle permutazioni di m cose, considerandone q tutte identiche, si ottiene dividendo il numero totale delle permutazioni delle m cose pel numero delle permutazioni delle q cose in q posti.

6. Lemma II. Sieno m cose differenti da permutarsi in m posti, e di questi posti se ne prendano di mira q, e sia Q il numero delle permutazioni di q cose in questi posti, R il numero delle permutazioni delle m cose nei rimanenti, P il numero totale delle permutazioni; avremo

$$P = R Q.$$

Infatti si distribuiscano le m cose negli m posti, e ritenendo ferme negli $m - q$ posti le rispettive cose, si permutino le q nei q posti, e si avranno Q permutazioni. Attribuendo alle $m - q$ cose una novella permutazione, si operi per simil guisa, e così successivamente fino a che le m cose abbiano subíto tutte le permutazioni negli $m - q$ posti; il numero delle permutazioni sarà $R Q$. Siccome poi, così procedendo, si saranno esaurite tutte le possibili differenti permutazioni delle m cose negli m posti, nessuna potendo essere esclusa o ripetuta, avremo

$$P = R Q.$$

7. Corollario. Se nei q posti non si fa permutazione, e sia P' il numero delle permutazioni corrispondenti a tale ipotesi, sarà $Q = 1$, e $P' = R$. Dunque il permutare m cose in m posti, fra questi essendovene q, nei quali non si fanno permutazioni, è lo stesso che permutare le m cose in $m - q$ posti. Si ricava poi $P' = \frac{P}{Q}$; cioè il numero delle permutazioni, che si ottengono in tale supposizione, è uguale al numero delle permutazioni delle m cose negli m posti, diviso pel numero delle permutazioni di q cose in q posti.

8. Premessi questi due Lemmi, supponiamo che sieno date m cose differenti da permutare in un dato numero n di posti, e si domandi il numero delle permutazioni.

Essendo $m = n$, rappresentiamo il numero delle permutazioni per P_m. Sia $q = m - 1$ (Lem. I.), sarà $m - q = 1$, $Q = P_{m-1}$, $R = m$, e però

$$P_m = m P_{m-1}.$$

Quindi avremo $P_m = m(m-1)(m-2)\ldots. 3.2P_1$; ma $P_1 = 1$; dunque

$$P_m = m(m-1)(m-2)\ldots\ldots 3.2.1.$$

9. Essendo $m < n$, rappresentiamo con $P_{m,n}$ il numero delle permutazioni. Se $m = n - r$, aggiungansi alle m cose r identiche, onde ne risulti un numero n. Fatto $q = r$, sarà $P = P_n$, $P' = P_{m,n}$, $Q = P_r$,

$$\text{e } P_{m,n} = \frac{P_n}{P_r} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots.(n-m+1)(n-m)(n-m-1)\ldots. 3.2.1}{P_{n-m}}$$

$$= n(n-1)(n-2)\ldots\ldots(n-m+1).$$

10. Essendo $m > n$, rappresentiamo pure con $P_{m,n}$ il numero delle permutazioni. Se $m = n + r$, si aggiungano agli n r posti, in essi non facendosi permutazione. Fatto $q = r$, sarà $Q = P_r$, $R = P_{m,n}$, $P = P_m$,

$$P_{m,n} = \frac{P_m}{P_r} = \frac{P_m}{P_{m-n}} = m(m-1)(m-2)\ldots.(m-n+1).$$

11. Supponiamo adesso che fra le m cose vi sieno gli aggregati di $b, c, d\ldots$ cose identiche, e sia $m = n$, od $m < n$.

Nel primo caso il numero delle permutazioni sarà $\frac{P}{P_b \cdot P_c \cdot P_d \cdots}$, essendo P il numero delle permutazioni delle m cose, considerate tutte fra loro differenti (5), e però sarà $P = P_m$; onde il numero delle differenti permutazioni sarà

$$\frac{P_m}{P_b \cdot P_c \cdot P_d \cdots}.$$

Nel secondo caso sia $m = n - r$, e si aggiungano alle m cose r d'identiche e differenti da tutte le altre; il numero delle permutazioni sarà

$$\frac{P_n}{P_r \cdot P_b \cdot P_c \cdot P_d \cdots} = \frac{P_n}{P_{n-m} \cdot P_b \cdot P_c \cdot P_d \cdots} = \frac{P_{n,m}}{P_b \cdot P_c \cdot P_d \cdots} \quad (9).$$

Quindi o sia $m = n$, od $m < n$, per determinare il numero delle permutazioni differenti essendovi gli aggregati di $b, c, d\ldots.$ cose identiche, si determinerà il numero delle permutazioni, come se le m cose fossero tutte differenti, e si dividerà pel prodotto dei numeri delle permutazioni di $b, c, d\ldots\ldots$ cose differenti in $b, c, d\ldots.$ posti.

12. Sia $m > n$, e suppongasi che ciaschedun aggregato contenga un numero di cose od eguale o maggiore del numero dei posti, e sieno p aggregati.

Si osservi in primo luogo che il numero delle permutazioni non cangia, se gli aggregati che ne contengono più di n si riducono a contenerne n soltanto. Infatti il massimo numero delle cose di un aggregato che possa impiegarsi è $= n$.

Ciò posto, sia il numero delle permutazioni rappresentato da $Q_{p,n}$. Collocando nel primo posto una cosa del primo aggregato, rimarranno p aggregati da permutarsi in $n-1$ posti; onde avremo $Q_{p,n-1}$ permutazioni. Collocando nel primo posto una cosa del secondo aggregato, e permutando le rimanenti cose nei rimanenti posti, avremo altre $Q_{p,n-1}$ permutazioni. Così operando per ciaschedun aggregato, avremo $p\ Q_{p,n-1}$ permutazioni. Per tal modo si saranno esaurite tutte le possibili differenti permutazioni delle m cose negli n posti, nessuna potendo essere esclusa o ripetuta; dunque

$$Q_{p,n} = p\,Q_{p,n-1},$$

e però $\quad Q_{p,n} = p^2\ Q_{p,n-2} = p^3\ Q_{p,n-3} = p^{n-1}\ Q_{p,1};$

ma $Q_{p,1} = p$ sarà adunque $Q_{p,n} = p^n$.

13. Finalmente se un qualche aggregato contiene un numero di cose minore del numero dei posti, si determinerà il numero delle permutazioni nel modo seguente. Quegli aggregati, che contengono un numero di cose maggiore del numero dei posti, si riducano a contenerne tante quanti i posti. Sieno poi $A_1, A_2, A_3 \ldots$ questi aggregati. Si prenda di mira il primo, e si osservi che di questo o non s'impiega alcuna cosa, od una, o due, o tre ec., o tutte. Per ciascheduno di questi casi si dovrà ripetere simile analisi con gli aggregati, e così ci ridurremo ai casi di già contemplati. Determinate tutte le differenti unioni delle m cose ad n ad n, per ciascheduna si determinerà il numero delle differenti permutazioni, e la loro somma determinerà il numero totale delle differenti permutazioni delle m cose negli n posti.

14. Prendiamo adesso a risolvere l'altro problema. Dati p posti e gli aggregati di $a_1, a_2, \ldots a_p$ cose, e nel primo posto non potendosi collocare che una cosa qualunque del primo aggregato, nel secondo una cosa qualunque del secondo ec., si domanda il numero totale delle differenti permutazioni.

Sia questo numero rappresentato da $Pa_1, a_2 \ldots a_q$. Si collochi nel primo posto una cosa fra le a, e le rimanenti si permutino nei rimanenti posti; avremo $P_{a2 \ldots aq}$ permutazioni. Collocando nel primo posto un'altra cosa fra le a, avremo altre $P_{a2 \ldots aq}$ permutazioni. Così procedendo fino a che nel primo posto si sieno successivamente collocate tutte le cose del primo aggregato, avremo un numero di permutazioni rappresentato da $a_1.\ Pa_2 \ldots a_q$. Quindi sarà

$$P_{a1,a2 \ldots aq} = a_1.\ P_{a2 \ldots aq}, \text{ e però sarà}$$

$$P_{a1,a2 \ldots aq} = a_1.\ a_2.\ a_3 \ldots aq$$

15. Se ciaschedun aggregato comprende le p cose $a, b, c \ldots, t$, e sia $q = n$, avremo $Q_{p,n} = p^n$, come sopra.

III. Delle funzioni simmetriche.

1. Quelle funzioni che rimangono le stesse, comunque si permutino le quantità che le compongono, diconsi funzioni invariabili o simmetriche di quelle quantità.

2. Fra tutte le infinite funzioni simmetriche che si possono immaginare, prenderemo di mira una specie particolare, esponendo la generazione, l'algoritmo e le proprietà.

3. Venendo in primo luogo alla generazione, date le k quantità $a, b, c \ldots t$, la funzione $a^r + b^r + c^r \ldots . t^r$ sarà simmetrica, e la rappresenteremo per $S^{(r)}$. Combinandosi le k quantità a due a due per prodotto, ed alle due quantità ch'entrano in ciaschedun termine imponendo gli esponenti m, n, e permutandosi sopra di esse, la somma di tutti i termini che vengono per tal modo a prodursi, sarà una funzione simmetrica delle k quantità, e si rappresenterà per $S^{(m, n)}$.

Combinando le k quantità a tre a tre per prodotto, ed imponendo sopra le quantità ch'entrano in ciaschedun prodotto gli esponenti m, n, p, e permutandoli sopra di esse in tutti i modi possibili, la somma dei termini che ne risultano sarà una funzione simmetrica delle k quantità che si rappresenterà per $S^{(m, n, p)}$.

4. La funzione $S^{(r)}$ dicesi ad indice semplice, ed $S^{(m, n)}$, $s^{(m, n, p)}$ diconsi rispettivamente ad indice doppio e triplo. Quindi si vede come si formi e rappresenti una funzione ad indice quadruplo o quintuplo, ec.

5. Se alcuni indici sono identici, si farà uso di altri simboli. Così in luogo della funzione $S^{(1, 1, \ldots\ldots)}$ simmetrica d'indici p, essendo ciascheduno eguale alla unità, si sostituirà $S^{(\overline{p})}$; e scriveremo generalmente $S^{(\overline{p}, q, r \ldots .)}$ in luogo di $s^{(1, 1, \ldots q, r \ldots)}$, essendovi l'unità un numero p di volte. Quando poi sono identici più indici letterali, stabiliremo di scrivere quell'indice una sola volta, ponendo a sinistra ed in alto il numero delle volte che si dovrebbe scrivere di seguito. Così $S^{(^2m, ^3n)}$ si sostituirà ad $S^{(m, m, n, n, n)}$.

6. Rappresenteremo poi per $\Sigma . S^{(m, n, p, q \ldots .)} h$ la somma delle funzioni simmetriche che nascono dall'aggiugnere successivamente a ciascheduno degli indici $m, n, p, q \ldots$ la quantità h. Così sarà $\Sigma . S^{(m, n)} h = S^{(m + h, n)} + S^{(m, n + h)}$.

7. Si osservi che se nelle funzioni simmetriche gl' indici divengono identici, alcuni termini riescono pure identici; e volendo tener conto di tutti i termini, rappresenteremo la funzione simmetrica col solito simbolo: volendo poi ritenere soltanto i termini differenti, applicheremo all'S un apice al di sotto.

Quindi avremo per la teorica delle permutazioni

$$S^{(h_m, g_n, \ldots)} = \frac{S^{(h_m, g_n \ldots)}}{Ph \,.\, Pg \ldots}.$$

8. Ciò premesso, dimostreremo il seguente Teorema. Le funzioni simmetriche ad indice multiplo si ponno far dipendere da funzioni simmetriche ad indice semplice.

Per dimostrare questa verità faremo vedere che una funzione simmetrica ad $r+1$ indici si può far dipendere da funzioni simmetriche ad r indici e ad indice semplice. A tale oggetto osserveremo: 1.° che la funzione simmetrica $S^{(n_1, n_2 \cdots n_r)}$ si cangia nella $S^{(n_1+p, n_2 \cdots n_r)}$, sostituendo ad n_1, n_1+p, cioè moltiplicando

per a^p i termini contenenti l'a^{n_1},

b^p ..... il b^{n_1},

ec.;

2.° la funzione simmetrica $S^{(n_1, n_2 \cdots n_r)}$ si cangia nella $S^{(n_1, n_2 \cdots n_r, p)}$, moltiplicando i termini non contenenti l'a per a^p,

il b .... b^p,

ec.

Ciò posto, si moltiplichi la funzione $S^{(n_1, n_2 \cdots n_r)}$ per $S^{(p)}$, cioè per $a^p + b^p + c^p \ldots t^p$, ed avremo

$$\begin{aligned} S^{(n_1, n_2 \ldots n_r)} \,.\, S^{(p)} = {} & a^{n_1+p} \ldots + a^{n_2+p} \ldots + a^{n_3+p} \ldots\ldots + a^{n_r+p} \ldots + a^{p} \ldots \\ & b^{n_1+p} \ldots + b^{n_2+p} \ldots + b^{n_3+p} \ldots\ldots + b^{n_r+p} \ldots + b^{p} \ldots \\ & \vdots \\ & t^{n_1+p} \ldots + t^{n_2+p} \ldots + t^{n_3+p} \ldots\ldots + t^{n_r+p} \ldots + t^{p} \ldots, \end{aligned}$$

ritenendo che $a^{n_1+p} \ldots$ tenga luogo del prodotto de' termini contenenti l'a^{n_1} per a^p,

$a^{n_2+p} \ldots$, ... $a^{n_2} \ldots a^p$,

ec.,

ed a^p tenga luogo del prodotto de' termini non contenenti l'a per a^p, e lo stesso debbasi ripetere rapporto a $b, \ldots t$ nelle file inferiori.

Si vede pertanto che la somma dei termini della prima fila verticale è

uguale ad $S^{(n_1+p,\, n_2 \ldots n_r)}$

della seconda . . . . . $S^{(n_1, n_2+p \ldots n_r)}$

ec.

dell'ultima . . . . . $S^{(n_1, n_2 \ldots n_r, p)}$;

onde sarà

$$S^{(n_1,\, n_2 \ldots n_r)} . S^{(p)} = \Sigma . S^{(n_1,\, n_2, \ldots n_r)\, p} + S^{(n_1,\, n_2 \ldots n_r,\, p)},$$

cioè $S^{(n_1,\, n_2 \ldots n_r,\, p)} = S^{(n_1,\, n_2 \ldots n_r)}\, S^{(p)} - \Sigma . S^{(n_1,\, n_2 \ldots n_r)\, p}$.

9. Si osservi che, supponendo $k = r$, si avrà

$$S^{(n_1,\, n_2 \ldots n_r)}\, S^{(n_r+1)} = \Sigma . S^{(n_1,\, n_2 \ldots n_r) n_{r+1}}.$$

10. Dalla formula generale si ricavano le seguenti:

$$S(m, n) = S(m)\, S(n) - S(m+n),$$

$$S(m, n, p) = S(m, n) . S(p) - S(m+p, n) - S(m, n+p).$$

11. Così supponendo $n_1 = n_2 \ldots = n_r = 1$ $p = q$, avremo

$$S^{\overline{(r,q)}} = S^{\overline{(r)}} . S(q) - \Sigma . S^{\overline{(r)}}\, q$$

$$= S^{\overline{(r)}} . S(q) - r\, S^{\overline{(r-1,\, q+1)}},$$

ed $S_1^{\overline{(r,q)}} . P_r = S_1^{\overline{(r)}} . P_r . S(q) - r\, P_{r-1}\, S_1^{\overline{(r-1,\, q+1)}}$; ma $P_r = r\, P_{r-1}$; dunque $S_1^{\overline{(r,q)}} = S_1^{\overline{(r)}} . S(q) - S^{\overline{(r-1,\, q+1)}}$, ed $S_1^{\overline{(r-1,\, q+1)}} = S_1^{\overline{(r)}} . S(q) - S_1^{\overline{(r,q)}}$ (A).

Essendo poi $k = r$, si avrà $S_1^{\overline{(r)}} . S(q) = S_1^{\overline{(r-1,\, q+1)}}$ (B).

12. Ora si ha $S(p) = S(p-1) . S(1) - S(1, p-1)$, e facendo successivamente nell'equazione (A) $r = 2$, $r = 3 \ldots$, e sempre $q = p - r$, ricaveremo nel caso di $p < k$

$$S(p) = S^{(1)} . S(p-1) - S_1^{\overline{(2)}} . S(p-2) + S_1^{\overline{(3)}}\, S(p-3) \ldots\ldots \mp S_1^{\overline{(p-1,\, 1)}},$$

usando del segno $-$ o $+$, secondo che p è pari od impari. Siccome poi è $S_1^{\overline{(p-1,\, 1)}} = p\, S_1^{\overline{(p)}}$, così avremo $S(p) = S(1) . S(p-1) - S_1^{\overline{(2)}} . S(p-2)$ $+ S_1^{\overline{(3)}} . S(p-3) \ldots\ldots \mp p\, S_1^{\overline{(p)}}$.

Essendo $p = k + l$, avremo

$$S(p) = S(1) . S(p-1) - S_1^{\overline{(2)}} . S(p-2) + S_1^{\overline{(3)}} . S(p-3) \ldots \mp S_1^{\overline{(k-l,\, l+1)}};$$

ma dalla equazione (B), posto $r = k$, $q = l$, si ha

$$S_1^{\overline{(k-1, l+1)}} = S_1^{\overline{(k)}} . S^{(l)};$$

onde sarà

$$S^{(p)} = S^{(1)} . S^{(p-1)} - S_1^{\overline{(2)}} . S^{(p-2)} + S_1^{\overline{(3)}} . S^{(p-3)} \ldots\ldots \mp S_1^{\overline{(k)}} . S^{(l)}.$$

Fatto $l = 0$ siccome $S^{(0)} = k$, ricaveremo

$$S^{(k)} = S^{(1)} . S^{(k-1)} - S_1^{\overline{(2)}} . S^{(k-2)} + S_1^{\overline{(3)}} . S^{(k-3)} \ldots\ldots\ldots\ldots \mp k\, S^{\overline{(k)}}.$$

13. Essendo data l'equazione

$$x^m - A_1\, x^{m-1} + A_2\, x^{m-3} \ldots\ldots\ldots \pm A_r\, x^{m-r} \ldots\ldots\ldots\ldots \pm A_m = 0,$$

abbiamo $A_1 = S^{(1)}$, $A_2 = S_1^{\overline{(2)}}$, $A_3 = S_1^{\overline{(3)}} \ldots . A_r = S_1^{\overline{(r)}} \ldots . A_{(m)} = S_1^{\overline{(m)}}$; quindi si ricavano le tre formule conosciute sotto il nome di Teorema di Newton:

$$S^{(r)} = A_1\, S^{(r-1)} - A_2\, S^{(r-2)} + A_3\, S^{(r-3)} \ldots\ldots \mp r\, A_r,$$

$$S^{(m+l)} = A_1\, S^{(m+l-1)} - A_2\, S^{(m+l-2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \mp A_m\, S^{(l)},$$

$$S^{(m)} = A_1\, S^{(m-1)} - A_2\, S^{(m-2)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \mp m\, A_m.$$

MEMORIA

PER SERVIRE

ALLA STORIA DELLA SILICE

CONSIDERATA COME UN ACIDO

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI VI MARZO MDCCCXXVII

DAL SOCIO ATTIVO

GIROLAMO MELANDRI - CONTESSI

INTRODUZIONE

Fino da quando gli studii mineralogici e chimici presero un carattere scientifico, e che si pensò dai coltivatori dell'una e dell'altra facoltà a ricercare ed a conoscere le cause de' fenomeni naturali del regno inorganico, uno dei primi soggetti che tormentò, dirò così, la curiosità e la fantasia de' Naturalisti e de' Chimici fu la terra silicea, unica materia del cristallo di monte, ed essenziale componente delle sabbie e di un numero grandissimo di pietre dure. L'universalità di una tale sostanza, la durezza de' suoi composti, l'infusibilità e l'insolubilità nell'acqua di cui si mostra fornita, le forme cristalline geometriche ch'essa veste allo stato di purità ed in quello di composto, la silificazione in fine o pietrificazione parziale e totale de' corpi organici vegetabili ed animali, fecero in tutti i tempi ricercare, e sempre inutilmente, qual mai possa essere o sia stato il dissolvente che ha servito a porla in uno stato fluido, idoneo a farle prendere le diverse sembianze, e più di tutto le forme cristalline regolari, secondo le consuete leggi de' corpi cristallizzabili. Quindi per ispiegare fenomeni sì fatti alcuni supposero che la fluidità della silice sia stata ignea, ed altri acquea; e vi fu chi immaginò persino l'esistenza ora perduta d'un fluido caotico, che quale *alchaest*, o dissolvente universale, abbia, in uno con altre insolubili sostanze del regno minerale, tenuto in soluzione pur questa, d'onde distruggendosi esso fluido, a poco a poco ne sia accaduta la lentissima precipitazione della materia silicea, e quindi la di lei cri-

stallizzazione. Ma questa ed altre speculazioni, che interessar potevano moltissimo i Geognosti; ed alle quali per avventura vi si abbandonò qualcuno, furono poscia a poco a poco dimenticate, o almeno non vennero assoggettate ad un serio e continuato esame, capace di corredarle di certa probabilità, oppure di confutarle siccome opinioni del tutto inutili ed improbabili. Avvenne però che gli sperimentatori, applicandosi ad esaminare per la via secca e per la via umida le proprietà appartenenti a questa singolare sostanza, s'incontrarono di quando in quando in certi fenomeni che li condussero alla idea ipotetica di una misteriosa trasmutazione di lei ora in argilla, ora in terra calcarea, e viceversa; teoria che Geofroy, Pott, Beaumè, e varii altri Chimici, ebbero in comune con molti Naturalisti del passato secolo, i quali credettero di spiegare così le silificazioni de' corpi organici ed inorganici che spesso s'incontrano nel regno minerale.

Bergman e Scheele, ai quali dobbiamo le prime esatte conoscenze sulle proprietà della silice pura, distrussero l'errore de' menzionati Chimici, ma non distrussero l'opinione de' Naturalisti intorno alla supposta trasmutazione della silice in calce. Anzi non è gran tempo che un celebre Chimico, il sig. Vauquelin, a cui l'analisi deve i più grandi e luminosi progressi, aveva ad esso loro esibito, dirò così, un nuovo argomento per avvalorarla, mediante l'osservazione fatta sulla digestione dei gallinacei nell'atto che stanno facendo le ova. Perocchè egli osservò la scomparsa di una sebben piccola quantità di silice ed un aumento considerevole della terra calcarea nell'atto della digestione di una data quantità di avena, già prima analizzata, somministrata a questi volatili nel tempo dell'ovificazione (1). Ma un tal fatto singolarissimo si può spiegare senza ammettere la supposizione della trasmutazione della silice in calce, perocchè dove gli alimenti non somministrano la calce sufficiente alla formazione del guscio, le parti solide (ossa e piume) possono somministrare il rimanente, sostituita venendo cotesta sostanza, la calce, dalla silice digerita, disciolta, e trasportata agli organi suddetti, in cui l'analisi la rinvenne, siccome è noto (2). Finalmente poi i Naturalisti, ma molto più i Chimici, non potreb-

(1) *Annales de Chimie.* Paris. Vol. XXIX. pag. 3 e seguenti.

(2) Osserverò poi a questo proposito, che la terra calcarea variando in quantità nelle ossa degli animali giovani a fronte de' vecchi, può pur variare e diminuire nel caso dell'ovificazione de' volatili chiusi, ed obbligati a vivere di alimenti che non abbiano bastante quantità della detta terra. Accaderebbe in tal caso un processo analogo a quello che ha luogo ne' rachitici, e sarebbe superflua la sostituzione supposta della silice.

bero ulteriormente persistere, senza grave errore, nella congetturata modificazione della silice, dopo che l'analisi ha dimostrato il particolar radicale di questa sostanza, diverso affatto dal radicale di ogni altro corpo metalloideo e metallico.

I Chimici della scuola Lavoisieriana avevano conservato alla silice il rango assegnatogli da Bergman e da Scheele, considerandola cioè siccome una terra pura, e quindi una base salificabile. Ma siccome è troppo patente la debolissima sua facoltà neutralizzante gli acidi, o fors'anche essa è impercettibile, e solamente nello stato di estrema divisione comparisce in questi corpi dissolubile (sebbene ora si conosca che si scioglie piuttosto nell'acqua, che negli acidi medesimi), così dai Chimici stessi venne collocata nell'ultimo posto della serie delle basi salificabili terrose.

In questi ultimi tempi Smitson in Inghilterra, considerando allo stato in cui la silice esiste in natura, ai composti vetrosi artificiali ch'essa forma cogli alcali fissi, colle terre e cogli ossidi metallici, ai composti naturali cristallizzati aventi una composizione costante di silice e di terre, alcali ed ossidi salificabili, concepì la felice idea che il rango suo nel regno minerale sia quello di principio salificante, anzi che di base salificabile, e questa idea venne ben presto confermata e provata all'evidenza dall'illustre Berzelius. Perciò la silice fu denominata da quest'ultimo Chimico *ossido silicico*, forse perchè non riconobbe in essa bastanti caratteri per chiamarla *acido*. Le idee dei sullodati due Chimici sono oramai adottate da tutti i Chimici e Naturalisti più celebri, e corredate ben anche di novelle prove mercè le analisi di nuovi composti che contengono la silice. E di fatto, subito che la silice si trova sempre nei composti cristallizzati in certe proporzioni definite, e che il rapporto che segue colle basi salificabili, cui è unita, è conforme alla quantità d'ossigeno che la costituisce, ed a quello che entra a formare le basi, in modo che esso risulta sempre un multiplo o un submultiplo dell'ossigeno di queste, si trova la silice nella condizione essenziale ad un acido, e tale e non altrimenti devesi considerare, a fronte delle basi salificabili. Questa teoria, appena venne annunziata, trovò presso di me la più grande disposizione ad ammetterla e per l'aggiustatezza della veduta da cui era dedotta, ed atteso anche un'osservazione che mi era occorso di fare già da quindici e più anni sulla silice gelatinosa, ch'io aveva trovato essere molto bene solubile per mezzo dell'ammoniaca liquida. Mi sembrò ben tosto allora di potere spiegare la ragione della solubilità della silice in quest'alcali col mezzo dell'antagonismo dell'acidità

coll'alcalinità, e che la soluzione dovesse sussistere finchè rimanesse presente l'alcali, e nulla più; la qual cosa poi nel progresso delle mie ricerche non si verificò punto.

Questa mia Memoria ha per oggetto di dare una maggiore estensione ed una più grande evidenza all'idea di risguardare la silice siccome un vero acido. Dimostrerò quindi ch'essa ne ha tutti i caratteri, dimodochè si dovrà chiamare *acido silicico*, e non *ossido silicico;* la qual ultima denominazione condurrebbe a pensare che questa sostanza potesse in alcuni casi fare anche le veci di base, ciocchè non è in fatto. Nell'atto stesso che io cercherò di dimostrare il mio assunto, esporrò la serie degli esperimenti instituiti relativamente a quest'acido, e così aggiungerò ai fatti noti sulle proprietà della silice alcune nuove osservazioni che serviranno ad accrescere e ad illustrare la storia chimica di questa sostanza. Terminerò poi coll'indicare quali sperienze restino a farsi per compiere la storia dell'acido silicico, e quali nuovi risultati si può sperare di ottenere.

Io non esibisco questo mio lavoro come cosa completa; le osservazioni che richiedono l'elemento del tempo formeranno la materia di una qualche altra successiva Memoria: ma intanto non ho voluto ritardare di più a render noti alcuni fatti che possono interessare la scienza, non che la mineralogia speculativa e le arti.

PREPARAZIONE DELL'ACIDO SILICICO.

Sue Proprietà.

Qualunque pietra silicea, compresa la sabbia de' fiumi o quella di mare, potevami servire per la preparazione di quest'acido puro. Io però ho voluto adoperare il quarzo jalino, siccome sostanza che consiste di sola silice, e che si può avere facilmente. Ho preso due oncie e mezzo di quarzo finissimamente polverizzato, ed il quadruplo peso di liscivio caustico di potassa concentrato, e ne ho fatta ebollizione in vaso d'argento finissimo, riducendo la materia a siccità, e fondendola di fusione ignea. Dopo di che ho lisciviato e feltrato il liscivio. Diluito poscia in modo che la sostanza solida trovavasi sciolta circa in 40 parti d'acqua, ho versato la soluzione siliceo-alcalina in un gran vaso pieno d'acido idroclorico allungato, avente la densità di 108 all'incirca. La soluzione rimanendo tuttavia acida, poca materia si precipitò; ed io feltrai

per carta l'acida soluzione. Quindi la feci evaporare a bagno di sabbia in capsula di porcellana sino a gelatina, stemprai poscia il gelo in acqua stillata, e lo raccolsi su di un feltro di fina tela *costanza*. Lavai il gelo più e più fiate, e per ottenere una perfetta edulcorazione lo tolsi più volte dal feltro, stemprandolo in catino con acqua distillata bollente. La lavanda fu portata al punto che l'acqua feltrata non intorbidava più il nitrato d'argento. Egli è per poter avere questo segnale, ch'è il più sicuro che desiderare si possa, che per la saturazione dell'alcali del liquore di selci mi sono servito, siccome sempre mi servo, dell'acido idroclorico, piuttosto che dell'acido nitrico. Avrei potuto adoperare anche l'acido solforico, ed allora il reattivo per riconoscere la perfetta edulcorazione del gelo silicico sarebbe stato il nitrato o l'idroclorato di barite. Il gelo silicico così lavato somiglia alla colla d'amido, che s'usa per incollare la biancheria, allorquando è fredda e gelatinosa. Bollito esso nell'acqua distillata, si scioglie un poco, nè saprei dire ora la proporzione in cui sta la solubilità sua. La soluzione filtrata messa all'evaporazione, si riduce a somma concentrazione; ma dal residuo, sebbene ancora liquido, che tal acqua produce, io giudico che direttamente poco si scioglie il gelo silicico nell'acqua al calore dell'ebollizione. Kirvan ammise la solubilità della silice in 1000 parti di acqua: niente di più io ritengo che il gelo silicico si disciolga in questo liquido bollente. Questo gelo si scioglie subito nei liscivii caustici di potassa e di soda. Questa cosa è notissima. Ma che esso fosse eziandio molto bene solubile anche nell'alcali volatile, siccome io ho osservato, questo fatto non era noto finora ai Chimici, per quanto io sappia. Io l'osservai, sono già quindici e più anni, mentre che ripeteva un'analisi d'una pietra silicea. Allorquando si fa la saturazione dell'alcali silicato entro lo stesso vaso d'argento, dove siasi praticata la fusione ignea, si vede sempre a formarsi del cloruro d'argento che rimane nella silice gelatinosa. Quando l'evaporazione e la raccolta della silice è fatta in modo che questa non è più in gelo, ma secca, lavandola coll'ammoniaca si arriva a separare esso cloruro senza toccare sensibilmente la silice; quest'è il metodo del quale io faceva uso in casi simili: ma avendo una volta lavato coll'ammoniaca il gelo sul feltro avanti di seccarlo, vidi un'enorme diminuzione del suo volume; ed evaporata la soluzione ammoniacale, ottenni molta silice di residuo. Questa fu la circostanza che mi fece scoprire la solubilità della silice nell'ammoniaca, e fino da quell'epoca preparai e mostrai nelle pubbliche lezioni sotto il nome di *liquor di selci ammoniacale* la soluzione del gelo silicico nell'ammoniaca fluore.

Il gelo silicico stemperato coll'ammoniaca della solita densità di 0,90 non si scioglie subito, ma aggiungendovi quattro o cinque volumi d'acqua distillata, e tenendo in digestione in vaso chiuso, tutto si scioglie. Con un volume di gelo, uno simile d'ammoniaca fluore, e cinque d'acqua, si ottiene la soluzione totale, che passando per feltro è bianca quasi chiara, ossia è di un bianco opalizzante. La soluzione ammoniacale fatta con purissima ammoniaca, affatto priva di carbonato, precipita le acque di barite e calce abbondantissimamente, e nel liquore non resta più nè barite, nè calce. Questa stessa soluzione silicico ammoniacale, la quale è un vero silicato d'ammoniaca con eccesso d'alcali, precipita tutti i sali neutri solubili a base di barite, calce stronziana, e molto più quelli di magnesia, delle terre pure, e degli ossidi metallici. Quindi è, che il primo indizio che si ha intorno alla nata soluzione della silice gelatinosa nell'ammoniaca pura, è la precipitazione de' sali neutri di barite e calce, che non vengono precipitati dall'ammoniaca pura, siccome è noto. Accade perciò che i sali suddetti vengono decomposti dal silicato d'ammoniaca per affinità doppia, necessaria per servirmi del termine usato dal Fourcroy; ed è questo il vero caso di poterlo usare, perocchè, come diremo in seguito, similmente l'acido silicico puro non precipita le terre alcaline barite e calce dai loro sali neutri.

Il suddetto silicato d'ammoniaca con molto eccesso d'alcali sottoposto alla distillazione, perde non solo l'ammoniaca eccedente alla saturazione, ma quella ancora che si deve supporre neutralizzare l'acido silicico, e finisce collo svolgere del solo acqueo vapore, che non ha il più piccolo odore d'ammoniaca, e che non altera punto i colori vegetabili sensibili agli alcali. Ho distillato più volte una soluzione di questa fatta, e ne ho sempre ottenuto un uguale risultato. A tal punto ridotta la soluzione, essa conserva la sua chiarezza di prima, cioè non ha che quel leggier occhio opalino sovraccennato che più o meno conserva in feltrandola. Per assicurarmi che tal soluzione fosse o no priva d'ammoniaca feci su d'essa diverse ricerche, che vado ad esporre.

Estratta dalla storta, la posi a bollire in adattato matraccio di vetro, e quando vidi che intorno alle pareti del matraccio ed al pelo della soluzione cominciava a formare un velo sottilissimo, ma ben percettibile, cessai dall'evaporarla. Raffreddata poi e feltrata di nuovo, sebbene non ne avesse di bisogno, la trattai col nitrato di barite e coll'idroclorato di calce, e questi sali non vennero cangiati. Una goccia d'ammoniaca versatavi sopra, subito produsse copiosa la precipitazione delle terre in silicati. Questa mi sembrò la rea-

zione decisiva, comprovante che la soluzione era priva d'ammoniaca, perocchè qualunque piccola porzione di quest'alcali sarebbe bastata per far nascere la decomposizione dei sali di dette terre per affinità doppia. Esperimentai ancora la medesima soluzione coi sali neutri di ferro e di rame, e non nacque nessuno intorbidamento. Una tal soluzione era dunque il puro acido silicico sciolto nell'acqua. La densità di questa soluzione, determinata ai 10.° R. col mezzo della bottiglia di Homberg, risultò = 1, 0265, superiore cioè alla densità della saturata soluzione d'acido borico. Den. 4, 314 della stessa soluzione fatta evaporare in capsula di platino, lasciò un residuo secco e roventato pesante 0, 199, ed era silice pura; consisteva dunque cotesta soluzione di 95, 4 di acqua, e 4, 6 di acido silicico, o più prossimamente 100 parti d'acqua tenevano in soluzione 4, 836 di un tal acido.

Una così grande solubilità nell'acqua della materia silicea, per cui una parte resta sciolta incirca 20, 6 d'acqua, e forse meno, è certamente un fatto straordinario, e non ancora osservato dai Chimici, il quale meritava un qualche minuto esame. Egli è vero che ultimamente il sig. Berzelius ottenne colla decomposizione del solfuro di silicio la silice ossigenata sciolta in poca acqua; ma non è ancora ben conosciuta l'indole di sì fatta soluzione (1). Volli in primo luogo ripetere la determinazione della gr. sp. di questa soluzione, ch'io aveva per tre o quattro giorni abbandonato a sè in vaso aperto, ed essa mi risultò = 1,0272 ai gradi 6 di R. Tal soluzione fredda, e molto più calda, altera il colore della carta di tornasole, sensibilmente facendola volgere dall'azzurro al pavonazzo, e tanto più, quanto più si moltiplicano le bagnature e i disseccamenti; metodo che si deve usare per non tenere a lungo immersa in abbondante liquido la carta colorata, la quale abbandonerebbe all'acqua porzione di materia colorante. L'arrossamento della tintura di tornasole

(1) Nei primi tempi, in cui aveva ottenuta col metodo indicato la soluzione della silice nell'acqua, il rapporto di solubilità da me osservato era che una parte restava sciolta in 98 di acqua. Io credeva che questo fosse il massimo, perchè rilevato su di una soluzione che aveva cominciato a dare molto gelo. Nella soluzione infatti che osservai avere la densità di 1,0272, lasciata all'aria tanto, che nel fondo del vaso si vedevano varii centri formati da materia gelatinosa, non ebbe più che una densità = 1,0153, sebbene in apparenza sembrava più densa, perchè oleiforme e quasi siropposa. Con questa soluzione così ridotta potei fare delle bolle a guisa delle saponacee, le quali riescono limpidissime, ma presto si rompevano. Esse non presentarono il fenomeno della rifrazione, come le bolle saponacee.

si può ancora osservarlo nella soluzione. Si preparino due tubi dello stesso vetro e diametro, se ne empisca uno di acqua tinta colla tintura di tornasole, e poscia se ne versi la metà nell'altro; si empisca l'un tubo colla soluzione d'acido silicico, e l'altro d'acqua pura: vedrassi tosto la differenza sensibilissima dei coloriti. L'indicata soluzione, poco dopo che fu posta all'evaporazione, e molto più quando fu evaporata alla metà, mostrò dei pezzetti quadrilunghi di materia trasparente gelatinosa attorno alle pareti della capsula e nel mezzo del liquore. Una moltitudine di bolle d'aria fino dal principio comparirono aderenti al fondo della capsula di platino, talchè pareva un'acqua gazosa che si evaporasse. Esse si mantennero, e divennero anche più grosse quando si andò formando il gelo (1). Ridotta a siccità la materia, si colorì in gialletto arancio, ed in fine un poco in bruno. La calcinazione a rosso-oscuro rischiarò il suo colore, ma non la lasciò bianca affatto; però arroventata al cannello nella stessa capsula, divenne bianchissima, e restò trasparente come quarzo limpido in frantumi. Nessun odore potei mai rimarcare nell'atto di questa calcinazione. Le carte umide reattive, appressate sopra la capsula durante l'evaporazione, non si cambiarono punto. Il colore preso dalla silice nel primo disseccamento, poi scomparso coll'arroventamento al contatto dell'aria, è un fenomeno il quale mostra che esisteva qualche atomo di sostanza organica introdottasi nel liquore silicico forse per mezzo della carta del feltro su cui agì l'ammoniaca. Tal minima quantità di materia non poteva recare differenze sensibili, nè fenomeni proprii dell'acido silicico; ed io non ebbi difficoltà di usarla talvolta per alcune reazioni. Altre soluzioni che erano senza colore, o ne avevano uno assai più debole, diedero silice bianca fino da principio, e fenomeni simili nelle reazioni. I seguenti esperimenti furono fatti colla soluzione d'acido silicico, che aveva un po' di colore, la densità 1,0153, non che la proprietà di alterare il colore della carta di tornasole in rosso violaceo.

1.° L'alcool assoluto (a 48.° B.) non intorbidò la soluzione nè quando si adoperò in piccola quantità, nè quando in gran dose si versò su di essa. Questo risultato mi fece alquanto meravigliare, e fui tosto indotto a congetturare che il gelo silicico, ossia l'acido silicico gelatiniforme, sarebbe solubile

(1) Merita di essere ripetuta l'osservazione da me fatta sul proposito della densità delle soluzioni d'acido silicico. La maggior densità di una sì fatta soluzione è allorquando essa non ha cominciato a deporre gelo. (Ved. la Nota precedente)

anche nello spirito di vino allungato; la qual cosa si verificò di fatto, perchè digerito il gelo in questo liquido, e poscia evaporato, lasciò una macchia sensibile di silice nel fondo dello svaporatorio.

2.° Il latte vaccino fresco non fu coagulato dalla soluzione d'acido silicico a freddo e sul momento, ma dopo riscaldato il miscuglio all'ebollizione, ed anche dopo ventiquattro ore lasciato in riposo, si formò un sedimento come di coagulo, non però caseiforme.

3.° La soluzione alcoolica di sapone non venne cangiata a freddo, ma dopo ventiquattro ore mostrossi un qualche sedimento biancastro, ed alla superficie un velo come di materia untuosa.

4.° Alcune goccie d'acido silicico della densità 1,026 furono collocate sopra lastre pulitissime di rame, di ferro, di cristallo, e lasciate all'aria in un comune ambiente, anzi vicinissime le une alle altre. La temperatura era di 6 gr. R. Dopo due giorni la soluzione in tutte le lastre era disseccata, e convertita in tanti dischi di materia trasparente o semitrasparente variamente divisa. Sulla lastra di vetro la divisione era in raggi che partivano dal centro del disco e terminavano alla circonferenza; la materia era trasparente e senza colore. Sulla lastra di ferro appariva qualche divisione radiata, ma poi vi si osservava anche un'irregolare suddivisione dei raggi per traverso; la materia era semitrasparente e giallognola: la lamina non restò macchiata sensibilmente. Sulla lastra di rame in fine videsi formato un disco tutto irregolarmente diviso, distaccato dalla lamina, e curvato in modo da formare una specie di lente convesso-concava, colla concavità verso la lamina. La materia era di un color verde d'acqua marina, precisamente come il silicato di rame, e la lamina restò macchiata di colore oscuro, come se fosse stata toccata da un solfuro idrogenato diluito.

5.° L'acqua di barite saturata a freddo e l'acqua di calce vennero precipitate intieramente dalla soluzione d'acido silicico, e nell'acqua non restò più terra che fosse sensibile ai reattivi.

6.° Le soluzioni concentrate d'idroclorato di barite, di calce, di magnesia, ed il miscuglio delle ultime due soluzioni non vennero mutate sul fatto; ma dopo ventiquattro ore di abbandono all'aria di questi miscugli, tutti furono convertiti in un gelo. Le soluzioni stesse allungate non diedero gelo dopo varii giorni. Talchè apparì evidentemente essere stato un tal fenomeno l'effetto della concentrazione delle soluzioni, cioè la perdita dell'acqua di soluzione fatta dall'acido silicico per opera delle soluzioni concentrate, ed avide di solvente.

7.° L'idroclorato d'allumina non venne parimente mutato dall'acido silicico.

8.° Il prodotto della reazione dell'acido silicico coll'idroclorato di calce essendo stato abbandonato a sè al libero contatto dell'aria, si asciugò e restrinse tanto, che formò un disco della forma del fondo del bicchiere in cui era riposto, ma di un diametro di un terzo minore di prima, ed era poi semitrasparente e molle in modo, che si poteva impastare. Posi questa sostanza in una piccola storta di vetro, e ne feci distillazione. A principio uscì dell'acqua, poscia l'acqua arrossò la carta di tornasole, in fine l'acidità del liquido era molto forte ed allegava i denti; e ciò nacque al principio dell'arroventamento.

9.° Alcuni grani di nitrato di potassa furono posti in un tubo di vetro fatto a storta, e sopra vi versai la soluzione concentrata d'acido silicico, indi scaldai la materia. Accadde la soluzione del nitrato, e simultaneamente nacque la coagulazione della soluzione silicica, che tutta si convertì in gelo. Fattane distillazione, uscì acqua pura da principio; ed in fine, quando la materia era secca, si sviluppò un'acqua acida; e quando la temperatura fu giunta all'arroventamento sviluppossi vapor nitroso effettivo. Il residuo della distillazione arroventato era una materia bianca porosa, che al tubo ferruminatorio si fuse in vetro candidissimo.

Le esposte reazioni dimostrano che la soluzione acquosa e concentrata dell'acido silicico si comporta bensì come un acido, ma che non agisce per la via umida che come un acido debole, talchè non decompone i sali neutri terrosi ad acido minerale di barite, calce, magnesia ed allumina, sebbene colle terre suddette abbia tale affinità, che col concorso della forza secondaria di coesione era a credersi potesse prevalere sulle affinità degli acidi minerali, ed operare la decomposizione dei sali, e la precipitazione delle terre in silicati. Risulta ancora: 1.° che preparato nel modo accennato, è una pura soluzione d'acido silicico senza veruna traccia d'ammoniaca; 2.° che agisce sui metalli ossidabili, quali sono rame e ferro, come un vero acido, determinando la loro ossidazione mediante l'ossigeno dell'aria, e combinandosi agli ossidi in silicati metallici; 3.° in fine risulta che a secco quest'acido agisce con più forza sulle basi, combinandosi ad esse, e discacciando gli acidi minerali volatili, siccome sono il nitrico e l'idroclorico. Per conoscere se la forza dell'acido silicico per la via umida fosse o no superiore all'affinità di altri acidi più deboli dei minerali sopra nominati, ho fatte le seguenti ulteriori reazioni con alcuni acetati, e poscia anche con alcuni carbonati.

10.° L'acetato di barite, l'acetato di calce e l'acetato di litina, trattati colla soluzione d'acido silicico, non vennero punto cambiati; una goccia d'ammoniaca produsse tosto in tutti un abbondante coagulo.

11.° L'acetato di cobalto puro non fu parimente cambiato a freddo; una goccia d'alcali produsse un precipitato roseo.

12.° L'acetato neutro di piombo diede un precipitato bianco discreto, ed un'aggiunta abbondante di soluzione silicica non produsse ulteriore precipitazione; frattanto la soluzione evaporata all'aria cristallizzò in erborizzazioni di biacetato di piombo.

13.° L'acetato di rame diede un precipitato che, raccolto e lavato, mostrossi d'aspetto mucoso, e di color verde d'acqua marina. Disseccato a bagno-maria divenne color d'oliva, essendo in massa aggregata; ma polverizzato aveva color bianco verdognolo, di verde d'acqua marina chiaro. La soluzione proveniente dalla feltrazione e separazione del suddetto precipitato aveva eccesso d'acido silicico, e tuttavia era assai colorita in turchino. Aggiuntavi nuova soluzione d'acetato di rame, diede nuovo precipitato dello stesso colore.

Dalle riferite sei reazioni dell'acido silicico cogli acetati di barite, calce, litina, cobalto, piombo e rame si rileva chiaramente che l'acido silicico ha per la via umida un'affinità minore colle basi suddette di quello che abbia l'acido acetico negli acetati di basi forti, e che non è che con quelle che possono formare dei biacetati, dei sottoacetati, e degli acetati neutri, ch'esso acido mostri un predominio d'affinità, il quale però si limita al punto in cui l'acetato è ridotto a biacetato. L'effetto prodotto dall'acido silicico sull'acetato di piombo, p. e., non è maggiore di quello che produce lo stesso acido carbonico, acido cotanto debole, siccome è noto. Coll'ossido di rame però l'acido silicico si mostra più distintamente affine; ma anche rispetto a questo apparisce manifestamente ch'esso non decompone il suo acetato che in parte, riducendolo a biacetato di rame. Per vedere se a caldo l'acido silicico aveva la facoltà di decomporre gli acetati in grazia della volatilità dell'acido acetico, feci il seguente esperimento. Presi 0,800 di denaro di acetato di potassa fuso di fusione ignea, e lo posi in una piccola storta di vetro, versandovi sopra denari 8,417 millesimi di soluzione d'acido silicico che conteneva 0,387,2 di acido secco; quantità sufficiente per saturare la potassa di 0,800 d'acetato, la quale è di 0,383,36, e per formare un trisilicato di questa base, composto, secondo Berzelius, di due proporzioni d'acido ed una di base. A freddo è successa la soluzione dell'acetato senza sensibile mutazione; ma appena fu

scaldato il misto liquore, manifestossi un abbondante coagulo gelatiniforme. Fatto bollire e distillato il liquido acquoso, sul principio l'acqua raccolta appena diede segno d'acidità alla carta di tornasole, ma in seguito crebbe l'acidità di essa a tale, che si fece palese al gusto. Tuttavia restò molto acetato indecomposto, che solo si decompose alla temperatura prossima all'arroventamento, ove poi accadde anche carbonizzazione. La materia nera estratta dalla storta attirò l'umido dell'aria, ed al cannello diede un vetro trasparente a caldo, opaco a freddo. Da questo esperimento mi parve risultare che l'acido silicico non alteri a freddo l'acetato di potassa, e che a caldo esso acido venga per la più gran parte precipitato allo stato d'idrato dall'acetato, il quale poi a caldo è decomposto in biacetato, che dà il suo acido di bisaturazione col mezzo del calorico. Se l'acido acetico fosse un acido indecomponibile dal calorico, esso verrebbe svolto ad un'alta temperatura, come abbiamo osservato avvenire all'acido nitrico del nitrato di potassa, sebbene sia esso un acido assai più forte dell'acetico. Anche a caldo dunque l'acido silicico si comporta per la via umida come un acido debole più dell'acetico.

Finalmente per misurare approssimativamente per la via umida la forza d'affinità dell'acido silicico a fronte dei varii acidi, volli paragonarlo al carbonico, come al più debole di tutti gli acidi, e feci i seguenti esperimenti. Preparai il bicarbonato di calce ed il bicarbonato di magnesia in soluzione col far attraversare una corrente di gas acido carbonico pel carbonato di magnesia e per la calce sospesi nell'acqua. Le soluzioni essendo limpidissime, arrossando la carta di tornasole, e dando abbondante precipitato coll'ammoniaca pura, le trattai con buona quantità di soluzione di acido silicico senza colore, e della densità 1,0170, e queste soluzioni restarono limpide come prima; dal che risulta evidentemente, che per la via umida l'acido silicico è meno forte del carbonico, nella proporzione che costituisce i bicarbonati, e ciò a malgrado della coesione propria dei silicati di calce e di magnesia, che si poteva presumere fosse una circostanza opportunissima per far prevalere la forza dell'acido silicico su quella del carbonico. Le mescolanze però, abbandonate all'aria per 24 ore, diedero dei sedimenti fioccosi di silicati, e dei cristalletti di carbonati terrosi. Dalla qual cosa si può arguire che colla esposizione all'aria l'acido carbonico di bisaturazione si volatilizza, ed una parte del carbonato semplice attrae l'acido carbonico d'un'altra porzione, mentre l'acido silicico si unisce alla base di questa, formando un silicato terroso; fenomeno riferibile ad una decomposizione per affinità doppia, in cui concorre a pro-

durla l'eccesso di uno dei principii costituenti, precisamente come avviene nella decomposizione del solfato di potassa per mezzo dell'acido nitrico. Emerge poi come corollario dei riferiti ultimi fatti, che qualora in una soluzione di varii sali, compresi i carbonati aciduli, si trovi esistere la silice, o acido silicico, si dovrà più presumibilmente credere che questo vi esista allo stato libero o di semplice soluzione acquosa, per essere più debole di tutti gli altri acidi, compreso il carbonico. Quindi tra le maniere varie di risguardare la composizione immediata dell'acqua minerale della Valle di Staro, che io supposi nel testo e nelle note della Relazione su quell'acqua presentata due anni fa circa all'Eccelso Governo, e dal medesimo fatta stampare l'estate passato (1), si dovrà prescegliere quella riferita nella nota decima, in cui suppongo l'esistenza dei bicarbonati e della silice libera; ed in quanto alla maniera di decomporsi o spontaneamente, o col ministero del fuoco, si dovrà ritenere quanto già dissi relativamente alla formazione dei silicati insolubili, con questo che il primo a formarsi credo sia sempre il persilicato di ferro, di cui la base, siccome mi sono assicurato, non è affine all'acido carbonico quanto lo è al silicico.

Io darò fine alla presente Memoria recapitolando le principali osservazioni fatte relativamente all'argomento che mi proposi a soggetto.

1.° La silice, unica materia del cristallo di rocca e del quarzo in generale, e principio componente essenziale delle pietre dure e delle sabbie, che presso gli antichi si volle modificabile o in argilla o in calce, e dai Chimici del secolo decimottavo si considerò qual terra e qual base salificabile, è veramente una sostanza che fa le funzioni di principio salificante, siccome i Chimici del secolo decimonono hanno osservato e scoperto.

2.° Ridotta allo stato d'idrato gelatiniforme, è perfettamente solubile nell'ammoniaca pura, siccome io scopersi il primo.

3.° La soluzione ammoniacale della silice idrata si riconosce subito mediante la precipitazione dell'acqua di calce o di barite.

4.° Col mezzo dell'evaporazione la soluzione dell'idrato di silice nell'ammoniaca perde tutto il solvente alcalino, e rimane sciolta nell'acqua pura la sola silice.

5.° Può essa formare una soluzione della densità 1,027, e contiene $\frac{1}{20}$ circa di silice secca.

(1) *Relazione sopra le acque minerali della Valle di Staro.* Venezia 1826. Dai torchi di Giuseppe Gattei Tipografo dell'I. R. Governo.

6.° La soluzione acquosa concentrata e pura della silice altera in rosso la tintura e carta di tornasole come un acido debole.

7.° Quando è in soluzione nell'acqua, ed è pura, non altera i sali neutri alcalino-terrosi, terrosi e metallici per la via umida.

8.° L'intervento di una base anche debole fa nascere la decomposizione dei sali neutri alcalino-terrosi e metallici, le quali succedono con precipitazioni abbondanti.

9.° A fronte di tutti gli acidi minerali, compreso il carbonico, l'acido silicico si mostra il più debole per la via umida.

10.° Per la via secca, essendo fisso al fuoco, predomina sui più forti, e decompone i sali alcalino-terrosi e metallici formati da acidi volatili.

11.° Sebbene per la via umida si mostri la silice un acido debole, ne ha però tutti quanti i caratteri, dimodochè collocare si deve tra gli acidi senza veruna riserva, ed eliminarla affatto dal novero degli ossidi.

12.° Dimostrata essendo la perfetta solubilità nell'acqua dell'acido silicico, e l'inazione sua sui sali neutri e sui bicarbonati stessi, si dovrà considerarla allo stato di soluzione semplice in tutte le acque minerali ove fu scoperta e dove si scoprirà in seguito.

13.° Per la via umida i silicati si producono solamente o quando le basi sono libere da combinazioni con altri acidi, ed in combinazioni deboli, quali sono gl'idrati e le soluzioni semplici, o per mezzo della decomposizione per affinità doppia.

14.° Questi composti sono vere combinazioni saline, perchè la base è perfettamente neutralizzata: prova ne sieno i due silicati di rame e di cobalto, il primo tinto di color verde chiaro d'acqua marina in istato d'idrato, e verde oliva in istato secco; ed il secondo tinto di color roseo, come gli altri sali di cobalto. Se fossero essi unioni d'altra fatta, apparirebbero i colori delle basi, il turchino chiaro rispetto a quello di rame, il blù relativamente a quello di cobalto.

15.° Col mezzo della soluzione acquosa dell'acido silicico puro, la quale col metodo da me seguíto si ottiene così facilmente, si potrà d'ora in avanti imitare perfettamente quelle acque minerali che contengono la silice in copia. E finalmente coll'acquosa soluzione dell'acido silicico si potrà tentare di ottenere la cristallizzazione di esso, e la silificazione o pietrificazione de' corpi; su di che mi propongo di formare l'argomento di nuove ricerche chimiche in continuazione di quelle che ho riferito sinora. Per queste ultime de-

licatissime sperienze è certo che bisogna necessariamente bandire l'economia del tempo. Le molecole dei corpi, troppo affini tra loro, non possono, abbandonando i solventi, unirsi in aggregati simmetrici, se non se accostandosi lentissimamente; altrimenti formano innumerevoli centri d'attrazione, che producono dei precipitati in luogo di cristalli, come osserviamo in tutte le cristallizzazioni saline de' sali poco solubili, i cui cristalli sono duri e tenaci; tanto più ciò deve avvenire rispetto alla materia silicea. Non fu che dopo otto anni di tempo che Tromsdorf ottenne per accidente dei cristalli silicei da un *liquor silicum* abbandonato in bottiglia mal chiusa. Niuno verificò mai più una tale osservazione. Io spero che la mia pazienza non sarà messa a prova sì lunga, e che col variare modi e circostanze la natura stanca, dirò così, di conservare con gelosia il suo segreto, cederà finalmente alla importunità con cui sarà stata interrogata. Che se alcun altro coltivatore della scienza avrà l'occasione e la fortuna di essere prescelto in questi scoprimenti, io sarò tuttavia pago di avergliene aperta la via, e godrò dei novelli acquisti fatti dalla scienza, al conseguimento de' quali potrò dire d'avere io pure contribuito.

SOPRA

IL MODO DI COMPORRE LE VITE

MORALI, POLITICHE, LETTERARIE.

MEMORIA

LETTA ALL' ACCADEMIA DI PADOVA LI XXIV APRILE MDCCCXXVII

DAL SOCIO ATTIVO

GIO. BATTISTA ZANDONELLA

La repubblica letteraria è inondata da Vite d'uomini illustri, ed in mezzo a tanta dovizia la società ha il diritto di chiederne di più utili, e adattate ai moltiplici bisogni. Quantunque volta mi feci a meditare sopra un argomento di sì alta importanza, mi parve che gli scrittori avendo presente il fine di sì fatti componimenti, e le leggi dettate da una ponderata esperienza, si porrebbero all'opera con maggior corredo di cognizioni, e sceglierebbero soggetti più conformi al tenor vario delle vicende. Ardue difficoltà debbonsi superare nello scriver le Vite, poich'è mestieri penetrare bene addentro nell'umana natura, onde non trascorrere al di là del vero; devesi conoscere l'andamento delle passioni, la forza, le cause del loro sviluppo e dei progressi; come esse si associno, si combinino e si vincano a vicenda per aggiugnere alla prefissa meta. Con occhio sagace e tranquillo si scorga nel subbietto scelto ad argomento quali furono le doti dell'animo concessegli dalla natura, come furono educate per lungo studio, quali le dominanti a segno da porlo sulla via della invenzione. L'estensore di Vite conosca i metodi diversi di educare, il loro relativo potere, e come la natura e l'ingegno trionfino dei fallaci metodi d'instituzione; sia altresì familiarizzato con la scienza dell'etica, del diritto di natura e delle genti, del commercio e della politica, onde non traviare ne' giudizii sulle azioni dei personaggi scelti a tema de' suoi lavori. Con sì fatta suppellettile di scienza vede profondamente nei casi umani, e pren-

dendo a guida il solo vero, senza studio di parte mostra l'uomo nella sua semplicità, segna i vizii e i difetti, non si lascia sfuggire veruna azione creduta a prima giunta di lieve momento, ma attissima a far conoscere l'uomo sì privato che pubblico. Nell'elogio si trascurano come basse e triviali le minute azioni, si sta sul grande, e si presenta l'uomo sotto l'aspetto il più lusinghiero, onde egli comparisca degno de' nostri encomii; per tal modo la verità è alterata, e non possono riescire ad alcun utile le lezioni offerte dalla eloquenza, intesa di sovente ad abbagliare ed a sedurre. Dovere dello scrittore di Vite si è di esporre con felice industria ed ordine i fatti e le cagioni, e deve usare di una dicitura pianamente scorrevole; in tal guisa otterrà la confidenza e l'amicizia del lettore. Dalla lettura delle Vite scritte da celebri autori dedussi le leggi che debbono guidare le penne de' biografi, e tali norme formeranno l'argomento della mia Memoria. La dividerò in tre parti: nella prima dirò delle Vite morali, nella seconda di quelle di Stato, nella terza degli uomini di lettere e di arti belle. Nell'analisi delle Vite non assumerò la persona arrogante di giudice, ma di semplice osservatore.

PARTE PRIMA.

Vite Morali.

La società, la famiglia, la religione vogliono l'uomo virtuoso in tutti gli istanti dell'esser suo, e non si fidano delle azioni prodotte di quando a quando dal solo passeggiero entusiasmo di virtù. L'immaginazione scossa vivamente poco influisce nel regolare il corso delle umane vicende secondo il virtuoso dettame. Quanto poco giovarono le lezioni della Poesia per rendere l'uomo migliore! Quale vantaggio dagli archetipi di Platone nella sua Repubblica, quale dal Ciro di Senofonte? Questi modelli sono recati a sì elevata perfezione, che gli uomini proposti a norma ci sembrano di una natura tanto sublime da non potersi imitare; quindi ci arrestiamo ad una sterile ammirazione, e corriamo dietro a vani simulacri. Si tolga dunque dalla facoltà immaginativa la morale istruzione, e se l'affidi con saggio avvedimento allo scrittore di Vite. Questi assecondi qualche volta la fantasia dei lettori amanti del meraviglioso morale; ma si ricordi di ritornare in seno della società, a fine di avvolgersi fra le consuete maniere del viver comune. È di là ch'egli

potrà offrire il quadro delle circostanze in cui siamo posti, ed allora non avrà bisogno di accattare gli esempi distanti da noi per costumi o per religione, e perciò inefficaci ad indurci alla pronta imitazione, e a dissipare i prestigii. Gli esempi hanno molta possanza per muovere il nostro animo a crescere ad ogni maniera di virtù, quando essi ci vengano presentati in azione coi nativi colori dell'ingenua verità. In presenza di sì evidenti principii lo scrittore ponga mano all'opera. La nostra religione apre un vastissimo campo non imbrattato dalla pagana credenza, la quale innalzava alla venerazione l'inumanità, l'amor di patria a costo del diritto di natura e delle genti, la crudeltà nelle guerre, la dissolutezza e la prostituzione. Tutte le virtù guidate dalla divina religione sono coltivate anche dalle abbiette classi della società; in esse si ammirano il rispetto ai genitori, la tenerezza pei poveri ed oppressi, il perdono delle ingiurie, la tranquilla e ferma sofferenza nelle calamità. Si prendano di frequente gli esempi dalle situazioni che offrono più ostacoli, e meno soccorsi. La povertà presenta i veri modelli di eroismo, il di cui spettacolo ricompensa al centuplo quelli che amorosi le si avvicinano per soccorrerla. E perchè non tessere le Vite dei Fate-Bene-Fratelli, descrivendo le loro instituzioni sì caritatevoli, gli assidui modi nei più schifosi morbi, e come menano vita quasi in povertà? quante pene, e quanto religiosamente patite! Qual tema di Vite non è l'operosa pietà delle Suore di Francia! Quanto non c'invoglierebbero al religioso vivere le Vite saggiamente tessute di Francesco di Sales, di Paola, di Giovanni di Dio, santi in mezzo alla società; santità attiva e diuturna, che si concilia con la carità ed i patimenti la somma benevolenza dei cittadini! E perchè non istabilire larghi premii per gli scrittori di Vite, in cui si rianimino le virtù e la religione in mezzo ad un guasto secolo, tutto volto all'oro ed al vivere voluttuoso? Tutti gli sforzi dei pubblici reggitori dovrebbero in questa stagione dirigersi a corroborare le virtù con gli esempi, a proteggere la religione, che tanta parte tiene di pubblica felicità, perchè eccita nei petti e mantiene possentemente l'amore alla virtuosa vita. Tal era l'ardente voto dell'immortale Leibnizio. Il Ciel volesse che l'ordine del Monarca prussiano di raccogliere le azioni eroiche de' suoi sudditi, e di farle di pubblica ragione, concedendo ad essi solenni premii, fosse esteso a tutti gli Stati d'Europa! In capo di un secolo quante azioni degne di essere consegnate agli scrittori di Vite! I libri di storia per lo più eccitano una sterile curiosità, ed è dimostrato che le favole benchè decenti, e facili a lasciare sfuggire l'istruzione, poco influiscono

sulla morale. Per rispondere a sì sublime oggetto bisogna vedere l'uomo in azione posta in chiara luce nelle vite degli uomini virtuosi. Incisi profondamente nell'animo de' giovani i tratti di beneficenza e di umanità dagli estensori di Vite, allora da una generosa emulazione verranno sospinti ad imitare gli offerti modelli, ed il santo amore pel retto e per l'onesto si conserverà intatto e puro.

Tutto poi deve essere legato nelle Vite; quindi gli avvenimenti primi debbono prepararci ai seguenti. Notinsi con accuratezza le buone o prave disposizioni della natura, come incomincino a sorgere i mali semi ed i pravi appetiti, come sieno alimentati da una insana educazione, e quanto le circostanze domestiche e politiche abbiano di potenza sul morale. È di mestieri esaminare la condotta degli uomini, e richiamarla alle invariabili leggi della virtù, onde dimostrare delle azioni l'inonestà o la giustizia, e come non le passioni infrenate menino orribile guasto. Questa critica severa domando l'insultante orgoglio, disporrà il giovine ad un procedere temperato dalla virtù; allora non fonderà la sua gloria in sulla forza, ma sulla benevolenza de' suoi concittadini. Le riflessioni non sieno dettate da un apparato scientifico, ed involte in termini inintelligibili; esse debbono fluire spontanee dalle stesse azioni. Le Vite morali debbono marciare senza ostentazione ornate da un' amabile semplicità e dalla decenza. Lungi dunque le bassezze ed i vituperii, che tanto deturpano le opere di Voltaire. Il buon gusto ed il giudizio scelgano quei memorabili detti, che racchiudono, per così dire, l' essenza della morale, cammini la narrazione con rapidità, e si vegga ad evidenza la catena delle cause e degli effetti. Il tuono delle Vite dev' essere più o meno elevato, a tenor degli oggetti, e lo scrittore usi una lingua intesa dalla comune dei lettori. Dunque lungi gli arcaismi, i modi di un solo dialetto, benchè venerato da alcuni eruditi; debbonsi evitare i lenti turni, lo stile scucito, tanto in Tucidide ed in Tacito dannato dai maestri del bello scrivere.

Qui torna in acconcio di parlare delle Vite di Plutarco, uno dei primi coltivatori indefessi dell' etica scienza. Le sue Vite possono considerarsi sotto duplice aspetto, morale cioè e politico; qui l'ammirerò come ristoratore della morale. Egli nelle Vite emerge sommo autore nel dipingere con colori tizianeschi il cuore umano. Una circostanza ben colta, un detto ben riportato, un gesto, un motto, vi pongono sott' occhio l'uomo. Negligentemente amabile, ha l'arte sì difficile di rendersi amico il lettore senza annojarlo. Gli esempi vivi ed animati v' inspirano l'amor della virtù, e v'inducono non solo a com-

miserare i casi infelici, ma vi rende sollecito per operosa pietà. Pieno il petto della socratica filosofia, egli pesa con aggiustatezza le azioni, ricercando profondamente i particolari delle persone e degli affetti. Egli nota i precisi confini della virtù e del vizio, nè mai cerca di dare a questo le divise di quello, o sa mettere il vizio in tutto il vitupero; la virtù oppressa trova in Plutarco una consolazione, nel mentre il vizio in apparenza è sovente divorato dai rimorsi, ed agitato dai timori. Da lui si apprende a temperar l'ira, a sicurare la temenza, e ad avere una costanza equabile ed invitta. « *Giammai* » *Plutarco*, dice Rousseau, *non presenta degli uomini fantastici come questi* » *eroi malaccorti, che crederebbero di degradarsi se permettessero a sè* » *stessi qualche volta di essere uomini.* »

Vorrei però che gli uomini proposti ad imitazione non uscissero dai nostri ranghi, onde poter più agevolmente applicare i loro motivi, e seguirli nella morale carriera. Lo scrittore scelga dunque ad argomento di Vite quegli uomini che furono in situazione più analoga alla nostra, e ci offra una esperienza più famigliare e più contigua. L'esempio deve esser compiuto, cioè circondato dalle cause e dagli effetti, e ci deve insegnare non solo ciò che conviene farsi, ma il come si può eseguire. Dobbiamo conoscere quali ostacoli sieno da vincersi, per quali mezzi si trionfi, e con quale preparazione progressiva l'uomo si ponga in istato di riuscirvi. Niuna maraviglia se le tragedie di greco o di romano subbietto non eccitano se non un'ammirazione, non facendo quasi mai far senno, e se le commedie cittadinesche tanto hanno di potere sulla morale. Niuna tragedia infrenò il vizio, nè porse validi mezzi per dirigersi nel labirinto delle passioni, perchè esempi di tal sorta sono troppo lontani dalle nostre domestiche e pubbliche affezioni. Si cerchino esempli più modesti e più alla nostra portata, e che sieno, per così dire, l'itinerario del viaggio da intraprendersi. In questo modo non saranno gli uomini invasati da pensieri estremi, ed al lume di una morale inesorabile agli errori ed ai vizii si formeranno ad un proceder grave e temperato. Sì utile fine non puossi conseguire da una scelta di memorabili detti raccolti da un anonimo francese degno di molta commendazione per averli uniti a que' fatti che possono formarci alla virtù. Egli versa sugli oggetti di fedeltà, di continenza, di generosità ed amicizia, e sempre mossa la sua morale dallo spirito di amore e di pace, tenta di tener desto nei giovani l'amore dei genitori, dei fratelli, degli amici, della patria, e così crescerli ad ogni maniera di private e pubbliche virtù. Reca in mezzo degli

esempi atti a frenare le passioni del giuoco e della libidine; per essi tenta d'indurli a deporre gli sdegni, ad usar bene delle occasioni, a temporeggiar cogli accidenti, e ad esser fermi nel proposito. Giudiziosa si è la scelta delle proposte azioni; ma gli esempi non producono tutto il bene, perchè non risultano dalla vita stessa degli uomini levati in estimazione per le loro virtù. Gli esempli isolati fluttuano, per così dire, nella memoria, e non possono gettare ferme radici. Quale utilità dai memorabili detti raccolti da Plutarco e da Paolo Manuzio? Nelle sole Vite si riducono gli esempi a quella unità quasi scientifica, da cui deriva tanto giovamento per formare gli uomini ad un sistema di vita sempre sorretto da luminosi principii, che non permettono di rimetter mai dalla dovuta costanza.

PARTE II.

Vite degli Uomini di Stato.

È massima luminosa, dettata dall'esperienza, essere le virtù private basi delle pubbliche. Giammai non esisterà il perfetto uomo pubblico senza essere con lungo tirocinio preparato dalle domestiche virtù. I celebri Dialoghi di Focione, pubblicati dall'Ab. de Mably, pongono questa verità in tutta l'evidenza di una rigorosa dimostrazione. Lo scrittore delle Vite degli uomini che indussero meraviglia nel mondo prenda dunque le mosse dalla dimestica educazione, sottilmente esamini, e tenga dietro alla nascita e sviluppo del carattere e dei talenti, noti il potere della cultura delle belle lettere, e precipuamente della filosofia e delle legali discipline. Deve gettare un occhio perspicace sui progressi della fortuna, dei costumi e della politica dell'uomo di Stato. Analizzate le circostanze in cui fu posto l'uomo prima di essere elevato al regime de' popoli, fa d'uopo esaminare in quale stato giaceva la società nel momento in cui cominciò la sua politica carriera; quali erano i pregiudizii, quali le dominanti passioni, la barbarie e la coltura sì nelle lettere come nelle scienze, e quanti mali morali e fisici si opponevano all'avviamento verso il vivere felice. L'attività dell'uomo pubblico non si confina all'impero cui presiede, ma estende lo sguardo al governo, alle forze, alla politica delle estere nazioni, onde formare durevoli alleanze, trattati di commercio, e modificare le leggi relative alle estere nazioni a seconda degli imperiosi bisogni. Osservi l'uomo pubblico in casa, in foro, ne' gabinetti, ne' campi, tra gli amici, in mezzo ai disastri, e

nei felici successi. Deve dimostrare qual fu l'impulso dato dall'uomo politico alla società per recarla alla perfezione, come mise la sapienza in onore, e come lo Stato migliorò mercè i religiosi costumi e gli urbani modi. Osservi le improvide leggi, che ritardarono l'avviamento al bene, o immersero lo Stato nella infelicità. Si colga tutto il sistema delle idee del politico cominciando dalla dominante, e dimostri il concatenamento degli avvenimenti, in qual guisa modificò i suoi piani, e quali furono i risultamenti. Mi è di giovamento il richiamare in iscena Plutarco ne' paralleli instituiti tra' Greci e' Romani. Egli maestrevolmente insegnò a delineare i costumi, le politiche e militari gesta, ed a presentare con semplici colori quanto que' grandi oprarono in pro della patria con la spada, con l'eloquenza e con le leggi. Nei paralleli si ammira la giustizia in Aristide, il valore e la perspicacia in Temistocle, la potenza e magnanimità in Pericle, l'eloquenza trionfatrice in Demostene e Cicerone, e si scorge in che questi oratori si vincano, ed in che restino vinti. « Agesilao (dice Rousseau) a cavallo sopra un bastone mi » fa ammirare il vincitore di un Re. Cesare traversando un povero villaggio, » e discorrendo co' suoi amici, manifesta senza pensarvi il furbo, che diceva » non voler essere se non l'eguale di Pompeo. Filopomene col suo mantello » a terra taglia delle legna nella cucina col suo ospite: ecco la vera arte di » dipingere. La fisonomia non si mostra ne' grandi tratti, nè il carattere nelle » grandi azioni; gli uomini si discuoprono nelle bagattelle. Le cose pubbliche » o sono troppo comuni, o troppo apparecchiate; eppure a queste sole la di- » gnità moderna permette ai nostri autori di arrestarvisi. » Le Vite di Plutarco mi richiamano al pensiero quelle di Cornelio Nepote, mancanti dei particolari essenziali alla profonda cognizione degli uomini. Le notizie in apparenza le più minute acquistano un prezzo infinito agli occhi degli attenti lettori, quando servono a porre in mostra i capricci e le bizzarrie della natura, che rendono gli uomini grandi e piccioli per differenti riguardi, associando delle qualità e passioni opposte. Se fu sì parco Nepote, Svetonio largheggiò nelle Vite dei Cesari da Giulio fino a Domiziano. Descrive tritamente le virtù ed i vizii degli Imperatori, espone le azioni le più secrete, e spesso laide, con prolissità, ed in modo languido e freddo. Fra tante e sì curiose notizie, atte a soddisfare anche le donnicciuole, invano io vo cercando una compiuta idea della storia dell'Impero, e per qual gradazione lo stato repubblicano si avviò al regime monarchico. Svetonio non si cura di mostrare qual fu l'influenza di Augusto sulla sorte del romano Impero, per quali mezzi vinse tanti pericoli,

e come crebbe in sì grande potenza. Perchè non seguire Tiberio nella misteriosa e crudele politica d'invilire il Senato aprendo un largo campo alle accuse dei delitti di leso potere? Doveva dipingere i progressi delle passioni e dei vizii di Nerone, e come vincendo le prime abitudini, formate dalle dottrine di Seneca, giunse agli infami ed orribili delitti. Ommise di far vedere quale possanza ebbero i vizii degli Imperatori sui costumi de' Romani, e come un governo fievole e crudele sfasciò a segno l'Impero da divenire facile preda delle barbare nazioni.

Tacito con la Vita di Agricola sollevi l'animo attristato da Svetonio. Nulla egli tralascia di ciò che è più importante per far conoscere il carattere del suo eroe. Nota l'educazione ricevuta in Marsiglia, dov'era unita la gentilezza greca con la frugalità di provincia. Aspira alla gloria con più fervore che prudenza; ma la ragione e l'età mitigano l'impetuoso ardore. Egli si esercita nella milizia per imparare le leggi, e si prepara con assidue cure a sostenere il malagevole uffizio di capitano. Non corrotto nella Questura dell'Asia, lungi dal lusso, egli è liberale, e si addestra a congiugnere gli utili consigli cogli onesti. Con la saggezza nell'ubbidire, e con la modestia nel ragionare delle sue imprese, sfugge l'invidia, si diporta nel governo con ispeditezza, con giustizia ed umanità. Tacito pennelleggia con brevi tocchi la Brettagna, i costumi, il valore di que' capitani, le maniere del guerreggiare, le varie sorta di armi; descrive i modi usati da Agricola nel militare comando, la celerità nelle pugne, la modestia nelle vittorie, e come tiene ferma la sua dignità. Agricola leva le cagioni delle guerre con lo scegliere i più onorati nelle spedizioni; tutto sa, ma tutto non castiga, severo ne' grandi delitti, mite ne' piccioli mancamenti; così dà riputazione alla pace, e con sì eminenti qualità tiene l'Inghilterra in dovere ed ammirazione. Niun capitano sa scegliere i siti meglio di lui, non si attribuisce la gloria degli altri, è affabile co' buoni, aspro coi cattivi, ma dopo il castigo in lui non resta collera. Il maggior tormento per Agricola era di veder Domiziano e l'esser da lui veduto, perchè quel mostro teneva registro perfino dei sospiri. Il lavoro di Tacito è il più perfetto modello delle Vite; nulla d'importante è ommesso, nulla vi ha di superfluo; l'uomo è conosciuto in tutte le posizioni della vita, il carattere domina per ogni dove, e sempre consentaneo a sè stesso; là vi si scorge come Agricola signoreggia gli avvenimenti, dirizzandoli al meditato segno; vi si scorge come debba condursi un capitano in guerra ed in pace, e quali effetti risultino da un operare fermo e vigoroso.

Imitatore di Tacito, Machiavelli intese ad offrire in Castruccio l'archetipo del militare e politico eroe. Svolge l'educazione giovanile di Castruccio nell'armi, ne' torneamenti, ne' giuochi; il segue ne' progressi, ce lo mostra eccellente cavaliere, modesto cogli eguali, piacevole cogli inferiori. Fino dalle prime mosse guerresche contro Uguccione fa vedere arte somma nel disporre le armi, e nel dirigere la battaglia. Eletto a capitano, tutto pone in opera per divenir signore di Lucca, ed in tutto il corso della vita militare verifica la turpe massima del Machiavelli, che gli uomini di picciola fortuna non vengono a grandezza senza accoppiar la forza alla fraude. Quale sciagura per l'umanità, quale obbrobrio per le lettere non è un sì nero insegnamento! È questo un eroe da proporsi ad imitazione? Qui usa clemenza per non dannare a morte Stefano dal Poggio ed i rivoltosi; là sacrifica quelli che teme non esser fedeli; lusinga, tradisce i due contrarii partiti per rendersi padrone di Pistoja; uccide a tradimento Manfredi signor di Serravalle; irrita, insulta i Fiorentini per muover guerra ad essi, e farsi il loro dominatore; alle fraudi ed alle arti odiose e crudeli sa congiungere l'astuzia ed il valore. Di tal fatta sono i consigli ch'egli dà a Pagolo Luinigi. La Vita di Agricola eccita l'ammirazione e l'amore, quella di Castruccio l'indignazione e l'odio. Si proscrivano le Vite capaci di fomentare l'immoralità, si premiino largamente quelle che inspirano il santo amor della giustizia, della beneficenza e della moderazione.

Se Castruccio è un modello dell'inganno unito al valore, Sully nelle memorie da lui estese, immagini fedeli delle sue azioni, sveglia e nutre tutte le virtù. Appoggiato a massime sì luminose e feconde, un giudizioso scrittore potrebbe tessere la Vita di Sully. Quale vastissima provincia da essere perlustrata! Sieno argomento del suo lavoro la rigida educazione di Sully, i militari talenti, l'animo grande ed impavido nei pericoli, l'eroica fedeltà ad Enrico, la franca e leale amicizia, non mai alterata dalla calunnia e dalla invidia. Descriva lo stato della Francia avanti il ministero di Sully, come percorre le provincie per rilevare gli abusi, per esaminare il clima, le differenti terre e colture, i pesi, le entrate, la natura delle imposizioni. Egli verifica i conti, li riavvicina, onde vedere i raggiri e le fraudi. Dai ripetuti esami risultarono le cagioni dell'industria soffocata, della circolazione interrotta, delle terre neglette, e della incredibile ruina. Fermo Sully in sua sentenza, essere l'agricoltura base della potenza, tutto si adopera per migliorarla d'assai e porla in onore; vince gli ostacoli, vigoroso sostiene la libertà del commercio

e delle derrate all'estero, toglie i vincoli interni, e vede gli effetti della tanto combattuta riforma. Egli fu padre egualmente a tutti, schietto amatore del pubblico bene, non zelatore di novità, e gran maestro nel saper accomodare i consigli ai tempi. Egli stette contento al mediocre, non venne agli estremi, e non tradì mai l'altissimo uffizio affidatogli dall'amico Enrico.

In tal guisa dovrebbesi scrivere la Vita di Colbert, e penetrando ne' suoi principii instituire un confronto con Sully, e dimostrare in quali punti convennero, ed in quali furono divergenti. Il paralello dovrebbe essere appoggiato ai soli fatti; su questi soltanto puossi giudicar rettamente gli uomini, lodarli o biasimarli, lungi dall'entusiasmo, e dalla amarezza della satira. Si estendano le Vite del Ximenes, del Richelieu, del Mazzarini, di Pitt, notando i tempi in cui vissero, gli effetti procedenti dai loro sistemi, e gli inutili sforzi per vincere le prepotenti passioni e la crassa ignoranza. Non si lasci d'indicare il principio delle riforme, i mezzi usati, e come, riprese quelle dai seguenti ministri ed accomodate ai tempi, poterono condurre un sommo bene.

Ad esempio di Tacito estendansi le Vite de' sommi capitani, si dimostri qual era lo stato della tattica quando assunsero il comando, i cangiamenti introdotti negli accampamenti e nel modo di guerreggiare. Si noti a qual perfezione condussero l'architettura militare i Michaeli ed i Vauban. Ma a canto dell'eroe vi stia l'uomo circondato dai vizii, e massimamente dalle sue picciolezze. « Ramsai (dice Rousseau) non avrebbe nella Vita di Turenna posto il fallo » del servo che batte Turenna sul di dietro, credendo ch'egli fosse il ser- » vo: *e quand'anche fosse stato Giorgio, disse Turenna, non bisognava* » *percuotere sì forte.* Ecco ciò che non osate dire miserabili; siate dunque » senza viscere. Temprate, indurite i vostri cuori di ferro nella vostra vile » indecenza; rendetevi dispregevoli a forza di dignità. Ma tu, o buon giovi- » ne, che leggi questo fatto, e che senti tutta la dolcezza di un'anima che » si mostra anche nel primo movimento, leggi altresì le picciolezze di que- » sto grand'uomo, dacchè si tratta della sua nascita e del suo nome. Pen- » sa che è lo stesso Turenna, che affettava di cedere il passo al suo nipo- » te, affinchè ben si vedesse che questo fanciullo era il capo di una casa » sovrana. Ravvicina questi contrasti, ama la natura, disprezza le opinioni, » e conosci l'uomo. »

Emulatore del Turenna fu Federico il Grande. Denina presenta la Vita di Federico nelle varie epoche della sua esistenza, e lo spirito filosofico dettatore delle *Rivoluzioni d'Italia* lo diresse in questo lavoro. Egli esamina le

cause per cui Federico fu sì caldo zelatore della letteratura francese; non poteva andare a versi del suo spirito vivace e della pronta immaginazione la letteratura alemanna, zeppa a que' tempi di citazioni, e non animata dallo spirito scintillante degli scrittori che in quella stagione formavano la letteraria società della sua Corte. Ricorda le opere di Federico, ma se ne amerebbe una critica analisi. Rileva il genio dell' eroe nell' ottenere tante vittorie a fronte di un' armata numerosa; ma non ardisce chiamare a sindacato le ragioni delle guerre al severo tribunale del diritto delle genti; e qui il Denina si mostra vile cortigiano, e non il filosofo mosso dall'amore del vero e del giusto. Termina la Vita con un quadro delle qualità di corpo e di spirito di Federico, e lungi dalla satira e dall'entusiasmo, chiama a severo esame il sistema di governo, l'amministrazione di giustizia, le finanze, il commercio, l'economia rurale, la polizia, la religione, la tolleranza, la tattica. Merita il Denina severa censura per aver palliati certi difetti e giustificate inumane misure, come di aver sottoposto le risorse dello Stato al ferreo militare sistema. Sia lode però al biografo di Federico d'aver liberamente detto essere stata l'indifferenza di Federico in argomento di religione la causa della corruzione de' costumi. Il Re (disse Denina) si è certamente ingannato nel pensare che la religione non sia necessaria alla morale ed alla politica, e s'ingannò quando credè che la dissolutezza, a cui lasciava un libero corso, potesse aumentare la popolazione. Può chiamarsi Grande Federico per un sistema di leggi fondamentali date alla Prussia a guisa di Licurgo e di Solone? Fu grande per aver data una ferma base ai costumi, per aver formata la nazione ad un pensare elevato e giusto, e sviluppati sentimenti degni dell'umana natura?

Sarei reo di silenzio, se qui non ricordassi la Vita del Magno Trivulzio, scritta dal celebre Rosmini, biografo dei più diligenti ed assennati. Incomincia dalla prima educazione militare del Trivulzio, e gli tien dietro in tutte le guerresche intraprese, descrivendo i rovesci ed i successi in tutto il corso di ventiquattro anni fino all'estremo de' suoi giorni. Mette in iscena quanto fu detto in lode od in biasimo, e dal solo esame dei fatti risultano i massimi difetti e le virtù del Trivulzio, e le difese dalle calunnie e dalla invidia; sono pure posti in luce i suoi costumi, le sentenze, e le liberalità accordate alle scienze ed alle lettere. « Ringraziamo Rosmini (dice Giordani) che nella sua » modesta e schietta maniera si allontana da quelle gonfiezze, da quegli stre- » piti fastidiosi, da quelle stolide confusioni, che per molti sono divenute ele-

» ganze e sublimità, e lodate e ripetute sino all'insania. Il Rosmini fa pro-
» fessione manifesta di uno scriver chiaro e semplice (quanto l'età nostra il com-
» porta) italiano. »

PARTE III.

Vite dei Filosofi, degli Uomini di Belle Lettere ed Arti.

Le Vite scientifiche e letterarie a' nostri giorni sono per lo più rigurgitanti di sterili relazioni, di curiosi fatti, e mancano di quanto è necessario per conoscere lo stato delle lettere e delle scienze, ed i metodi usati per avvantaggiarle. Sarei di avviso che l'autore con occhio sagace penetrasse nelle case e ne' collegi, e là cogliesse la natura fino dai primordii della carriera letteraria. È di grandissimo momento l'osservare le forti e veementi inclinazioni degli alunni a fronte dei poco assennati comandi degli educatori, e degli ostacoli opposti dalla tirannia dei falsi metodi. Si noti come l'uomo di lettere e scienze giovossi della ricevuta educazione, benchè manca e viziosa, e per quali vie con reiterati sforzi venne a capo di scancellare le false idee e le fantastiche illusioni. È uffizio dello scrittore l'osservarlo quando ricostruisce l'edifizio del sapere inscuotibile dalle vicissitudini delle opinioni e del tempo; segua il filosofo nella ricerca della verità per istrappargli il secreto delle scoperte. Dimostri quanto per esse le scienze si elevarono a perfezione, e quanto traviarono le genti coi loro falsi sistemi; analizzi lo stile e le imitazioni, ed esamini i nuovi generi introdotti, a fine di vedere se essi giovarono alle lettere, o se le condussero a perdizione con giganteschi concetti, e con lingua straniera ed affettata. Nello scrivere le Vite debbonsi investigare le cause della grandezza e decadenza delle lettere e delle scienze; esse si troveranno nel favore e carattere del governo, nella virtù ed energia di certe anime grandi, che con opere immortali hanno stabiliti i più illustri fasti letterarii. Non sieno temi se non le Vite di quegli uomini che esercitarono una possente influenza sui progressi dello spirito umano, e che lo chiamarono a grandi destini. Se le indicate leggi fossero poste ad effetto, a quale ristretto spazio non sarebbero ridotti gl' immensi volumi delle Biografie? Rigido osservatore di queste norme mi sembra Fabroni nella Vita di Galileo. Nell'età di ventiquattro anni egli rovescia l'aristotelico regno, e Fabroni segna d'anno in anno le scoperte le più feconde nella Fisica e nell'Astronomia, e zela-

tore dell'italico nome rivendica dalla straniera invidia la gloria delle scoperte del Galileo. Questi, usando del telescopio, scuopre quattro Lune che si girano intorno a Giove, e fu il primo a dedurre dalle stelle Medicee una regola di calcolare le latitudini; da lui il sistema di Copernico vien sottoposto alle rigide leggi della dimostrazione. Fabroni, dopo di aver poste in tutta la luce le scoperte del Galileo, non ommette di far vedere le influenze su quelle dei successori, e per quali mezzi furono condotte a perfezione. A diritto si querela Fabroni dei filosofi oltramontani, i quali levando a cielo Bacone, Cartesio, Gassendi e Newton, passano in vergognoso silenzio Galileo. Fabroni crede che la modestia di lui ne sia stata la cagione, perchè non volle formare una setta, nè introdurre sistemi; « ma distruggere errori, trovare e » spiegare le leggi della natura. Verulamio insegnò il modo di filosofare e di » innalzar l'animo a maggiori cose, e già Galileo lo aveva mostrato con le sco- » perte e con le leggi; Cartesio scrisse de' poemi sulla natura, Galileo la sto- » ria; quegli coi vortici involse di nuovo la filosofia nella oscurità, e porse » moltiplici occasioni di errare; Galileo scandagliò cosa fu la natura, piutto- » stochè le cause con cui agisce, il che fu proprio della filosofia di Newton. » Di Galileo si può dire, e non di Cartesio, che fu il primo a distruggere la » filosofia scolastica, ed a segnare il vero cammino delle scoperte. Gassendi at- » terrò Aristotile per innalzare Epicuro; Galileo rigettò ogni autorità in filoso- » fia. Di quanto non è superiore Galileo al Leibnizio nel fisico regno e nella » Astronomia! La Vita del Galileo scritta dal Fabroni è degna di essere proposta » a modello, nè con tanta maestria e conveniente stile l'avrebbero tessuta un » Fontanelle e un d'Alembert. »

Nella Vita del Sibiliato Fabroni parla di volo della Dissertazione premiata dall'Accademia di Mantova sopra l'argomento: *Quanto la Poesia influisca sul bene dello Stato.* Perchè non intrattenerci con preciso estratto sul merito della Dissertazione *Dello spirito filosofico nelle belle lettere*, opera che si meritò tanto applauso da questa Accademia e dall'illustre Merian? Su quanto scrisse il Sibiliato della eloquenza estemporanea, e sopra i mezzi di acquistarla, non altro il Fabroni disse, che espose copiosamente ed eruditamente. Da semplice nomenclatore compose le Vite di alcuni uomini distinti un biografo de' nostri giorni, da nominarsi però con onore per lo stile nitido, e per la lingua del secolo d'Augusto.

Mi è sempre presente la Vita di Cornelio dell'illustre Fontanelle, Vita degna dei maggiori encomii pel modo con cui è stata composta, e per le rifles-

sioni saggiamente sparse. Presenta lo stato del Teatro francese prima di Cornelio, onde aprirsi la via a rilevarne i meriti. Cornelio solleva il coturno da basso luogo, fa sentire una nuova lingua, conosce le regole degli antichi, le usa con discrezione, prende il volo nella *Medea*, monta al tragico sublime nel *Cid*, e da questo ascende gradatamente al *Cina*, al *Poliute*, ultimo confine della tragica grandezza. Invecchiando non perde l'inimitabile nobiltà del suo genio; ma vi meschia della durezza, e spinge i grandi sentimenti al di là dei veri confini. Nella sua decadenza sfavilla ancora il genio nel *Sertorio*, e nell'*Ottone* vi sono le pennellate di Tacito. Fontanelle oppone la maschia e grandiosa eloquenza di Cornelio al secolo pendente al molle ed effeminato di Racine, ed in prova reca in mezzo la scena dove Attila delibera se egli si debba unire all'Impero che cade, o alla Francia che s'innalza. Nel ritratto morale di Cornelio si vede quanto la sua anima indipendente e fiera era formata a dipingere le virtù de' Romani. Voi ben vedete, colti Accademici, che il solo gusto filosofico, ornato di grazie dal celebre Segretario dell'Accademia di Francia, poteva darci una Vita degna del gran Cornelio. A canto di Cornelio vi sta il fiero Alfieri, pittore di sè stesso nella sua Vita estesa con amabile schiettezza e sublime semplicità. Fino nella sua puerizia si scorge l'Alfieri della virile età, poichè nell'adolescenza e gioventù sente fino all'eccesso, l'emulazione il tormenta, sdegna qualunque legame, volubile si annoja di tutto, la fierezza e l'amor della indipendenza gli stanno sempre a canto. Il più potente agitator del suo cuore e dell'intelletto si era il teatro, e la voce di contralto e di donna gli destavano varii e terribili affetti. Sentiva il sommo bisogno di avere il cuore occupato da un degno amore, e la mente da un qualche nobile lavoro. Si dà alla filosofia, e le Vite di Plutarco lo misero in trasporto di pianto e di furore: ecco l'analogia delle anime. Quella di Alfieri era sì fattamente temprata da porre degnamente sulle scene le anime grandi. Sentì alla fine di essere dalla natura destinato al coturno. Quell'anima indomita e bollente di ventisette anni si pone allo studio della grammatica italiana; tanto può in generoso petto l'amor della gloria! Tenta e ritenta ogni maniera di versi, e trovando languide e triviali le tragedie italiane e francesi, si pone nello studio de' classici greci, e reca sul teatro una lingua degna del coturno. Non si stanca di correggere lo stile, e porge docile l'orecchio ai colti amici. Poteva l'Alfieri ommettere nella Vita molte stravaganze e i disonesti amori, passare in silenzio i replicati viaggi, estendendosi più a nostro ammaestramento nel racconto delle letterarie fatiche. Si amerebbe di

vedere come cada negli errori, come si rialzi nella condotta delle tragedie, nei sentimenti e nello stile; vorrebbesi sapere quali effetti produssero le sue tragedie, quali applausi riscossero, e quali lasciarono freddo lo spettatore. Dall'amore del vero, da cui era animato Alfieri, e da' suoi sommi talenti dovevasi attendere un'arte poetica del teatro. Dalle tragedie dell'Astigiano ben seppe trarre le leggi l'illustre scrittore ab. Prof. Meneghelli Preside di questa Accademia. Dalla Vita dell'Alfieri ne rileva il carattere, che tanto di possanza ebbe sul fiero e sublime delle sue tragedie; ed in piena cognizione del teatro greco e francese, guidato dallo spirito filosofico animatore de' suoi lavori, pose in eloquente evidenza il sommo pregio della condotta dello stile, del dialogo e dei caratteri, e con ponderata logica seppe vendicare l'Alfieri dalle ingiuste ed invide critiche. Questo è un durevole monumento eretto alla gloria, e l'Alfieri esulterebbe nel vedersi encomiato non dal solito pomposo stile, voto di cose e splendido di parole, ma dalla filosofia perfezionatrice del gusto, e da una eloquenza dotta e placida, adorna di que' soli abbigliamenti che l'alto subbietto domanda, e che imperiosamente in questi tempi esige il sapere della colta Italia. Si piange tuttora la perdita dell'illustre Rosmini scrittore di Vite, il quale alla somma accuratezza seppe unire lo spirito filosofico, che analizza e pesa con equa lance le letterarie produzioni, rilevandone i pregi ed i difetti. Nella Vita di Vittorino da Feltre vi si scorge nel suo metodo di educare la celebre distinzione di Locke, l'educazione cioè del corpo, dell'intelletto e del cuore. Nella Vita del Guarini svolge il metodo da lui usato nella instituzione dei giovani nelle amene lettere. In quella di Ovidio, dettata da una severa critica, pone in evidenza il suo carattere morale ed i meriti letterarii. Nella Vita di Seneca il Rosmini chiama al tribunale della sua imparziale critica tutti i contrarii pareri sul merito letterario e sulla morale di questo filosofo, gli eccessi nella lode e nel vituperio, e proferisce un giudizio sì retto, da meritarsi gli applausi di tutti i dotti amatori del retto e del bello. Quale diligenza, quale estesa erudizione, quale sensatezza in tutti i lavori del Rosmini!

Sono alle amene lettere in amica concordia unite l'arti belle: esse mansuefanno la nativa austerità dell'uomo, ed adornano la vita incresciosa e trista quindi giusto si è il desiderio di voler tramandare alla posterità la memoria degli illustri pittori, scultori ed architetti. Il Cellini merita di essere noverato fra gli scrittori di Vite; egli franco, disinvolto espone i suoi capricci e le avventure, e ricorda le sue opere, che tanto poterono sul perfezionamento delle

arti belle. Le Vite del Vasari formeranno, a fronte delle tante inesattezze e parzialità pe' suoi Toscani, la gloria dell'italiana letteratura. Bottari, giusto estimatore di queste Vite, disse: « le azioni de' Professori sono estese con tanta » leggiadria e naturalezza, che col suo stile e maniera incanta i lettori. Ha » ripiena questi l'opera di utilissimi precetti sull'arte, di osservazioni sopra » gli edifizii più illustri, e sopra le statue e le pitture dell'Italia. Rintraccia » le cause dell'innalzamento e decadenza delle varie Scuole d'Italia, e rende » ragione di tutte le vicissitudini dell'arte. Vi sono dipinti i caratteri degli » uomini grandi nell'arte, senza tacere i loro vizii e stravaganze. Aggradevole » al sommo si è la lettura per la varietà e la ricchezza de' concetti, non me- » no che per lo spirito e il decoro dello stile. »

Ammaestrato dalla lettura del Vasari, e dalle moltiplici e sensate critiche, Quatremer de Quincy diede ai cultori delle belle arti la Vita di Raffaello. Il perfetto gusto, la profonda cognizione delle arti belle, l'eleganza dello stile, conveniente a sì ameno subbietto, sono qualità a meraviglia unite nella Vita dell'Urbinate. Questa, oso dirlo, è il vero archetipo delle Vite, nè l'Italia può vantare l'eguale. Sottomise alla cronologia le tele di Raffaello, onde mostrare la via percorsa, e la marcia progressiva del suo pennello. Alla scuola del Perugino non ha nè espressione nè movimento, ma è semplice negli atteggiamenti. Per opera del Vinci e del Buonarrotti le belle arti passarono tosto dall'adolescenza alla virilità. Raffaello vede le loro tele, cambia maniera, ma non abbandona del tutto l'antica, ed incomincia ad apparire ne' suoi dipinti l'espressione incognita al Perugino. Ecco i primi passi; e già si manifestano i tratti che caratterizzano la seconda maniera, cioè bella fisonomia, belle attitudini, vestiti variati, passando nella storia a novità di composizioni. Buonarrotti dall'antico prese la forza, la grandezza, la scienza; Raffaello, la purità, la nobiltà, la grazia ingenua, conforme alla sua natura ed educazione. Il cartone di Michelangelo l'induce a studiare il nudo; ma preferisce la grazia alla forza ed alla scienza anatomica, dà più sviluppo alle forme del suo disegno, più libertà ed ampiezza al suo stile; ma non cambia carattere, nè cessa di seguire la linea tracciata dal suo genio. Quatremer segue Raffaello in Roma, eterno domicilio delle arti belle. Osserva Raffaello nella maturità e nei progressi, nell'immaginare, nella espressione, nel colorito; sottopone all'analisi le Scuole del Sacramento e di Atene, il Parnasso, la Jurisprudenza. Dal dottissimo parallelo tra Raffaello e Buonarrotti risulta che lo stile di questo per nulla influì alla perfezione di quello. Attinse Raffaello dagli antichi

lo stile puro, che non è secco; la grazia, che non è affettazione; la nobiltà senza pompa, ed una ricchezza d'invenzione inesauribile. Buonarrotti è grande pel disegno; Raffaello per tutte le qualità che formano il massimo dei pittori. Trionfa su Buonarrotti nella Farnesina per la maniera nobile, pura e graziosa; il che costituisce lo stile della ideale bellezza degli antichi. Con la stessa filosofia delle arti l'Urbinate dipinse l'Attila, le loggie, i cartoni per gli arazzi, e per ogni dove si scorge il perfetto ed il sommo della pittura. Quanto dottamente non ragiona sulla composizione, sul disegno e sulla espressione di Raffaello! Voi ben vedete da questo breve saggio della Vita di Raffaello dettata da Quatremer, com'egli abbia tocca la perfezione nello scriver le Vite. Non il Condivi, non Bottari, non Lanzi giunsero tant'oltre, e gli cedono di molto nel tracciare il lento avviarsi di Raffaello al sommo stile, nel distinguere le varie età, e nell'assegnare ad esse il vero carattere. Non congetture, non autorità, ma un'accurata e lunga osservazione lo guidarono ne' suoi giudizii.

Non è degna di ricordo la Prefazione in forma di Vita premessa alla Storia del Disegno del Winckelmann. Non instituisce un esame sul merito e sui difetti di quella Storia, nè fa vedere quale influenza esercitò sullo studio dell'antichità e sui progressi delle Arti Belle. Il dottissimo e severo censore Milizia prende le mosse dagli architetti antichi, e discende fino a' tempi nostri; fa soggetto di esame gli studii, lo stile del fabbricare d'ogni secolo, e dei più celebri architetti; nota gli errori consacrati dall'autorità, tutto si adopera per richiamar l'arte divina ai veri principii, e da lui non mancò se ancora non fu restituita al nobile destino. In poche linee nella Vita del Palladio rileva il di lui carattere semplice e maestoso, e da queste due eminenti qualità fa derivare le regole seguite nelle fabbriche, delizia e meraviglia dei cultori della prima fra l'Arti Belle. Egli studiò (dice il Milizia) più ad imitar l'antico, di quello che d'esaminare se l'antico era esente da vizii; nulladimeno egli è il Raffaello dell'Architettura.

Se avessi in dono il pennello dell'Urbinate, vorrei ritrarre le tante virtù e i talenti degli uomini che a dovizia onorarono quest'Accademia e questa celebre Università. Fui ardito a segno di proporre delle leggi per tessere le Vite; ma mi è forza il dire che mi cadrebbero le mani se osassi porle ad effetto.

STORIA DI EPILESSIA

PRODOTTA DAL TENIA.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXIX MAGGIO MDCCCXXVII

DAL SOCIO ATTIVO

GIUSEPPE MONTESANTO

Quell'uomo che nel deserto affronta il leone e lo incatena, che fra i ghiacci del polo assale la balena e seco la trascina fatta sua preda, che afferra in mezzo alle selve la serpe e ne sfida quasi per giuoco il dente mortifero; quell'uomo istesso giace poi non di rado oppresso dal potere di alcuni tenuissimi esseri viventi, i quali appiattandosi nelle sue viscere, ivi si alimentano, si propagano, e di là gli muovono talvolta aspra pertinacissima guerra.

Tra questi esseri infesti si annovera il tenia; verme intestinale proprio dell'umana specie, e di varie altre famiglie di animali; verme tra gli altri tutti atto a suscitare in noi singolari accidenti, e le forme di molte malattie tanto ribelli per l'indole, quanto oscure per l'origine. Il perchè, sebbene le Opere di Medici riputatissimi abbiano di già a noi tramandate le storie di que' multiformi malori che dal tenia tal fiata trassero principio ed incremento, non credo tuttavia inutile fatica l'andar raccogliendo sempre nuovi fatti relativi a questo grave argomento; ed è perciò che io imprendo qui ad esporre la *Storia ragionata di epilessia prodotta dal tenia*, siccome quella che ci offre il mezzo di conoscere confermate alcune pratiche verità importanti per chiunque proceder voglia con tranquillo e fermo passo nella osservazione e nella cura de' morbi dal tenia sviluppati.

Il caso di cui intendo ragionare si è quello da me veduto in Lorenzo Tolin padovano, il quale abita a S. Massimo, e lavora di forme da scarpe.

Quest'uomo di circa trent'anni, ben formato della persona, piuttosto pingue, di sano e robusto aspetto, se si eccettui il pallido color della faccia, padre

di numerosa e bella famiglia, giunse al vigesimosesto anno dell'età sua libero da malattie, quando fu d'improvviso colto da gravissima epilessia.

Riavutosi il Tolin dal fiero parossismo, non sapeva indicare cosa avesse mai potuto cagionargli sì inaspettato e minaccioso assalto. Se non che sapendosi aver egli in addietro abusato di liquori spiritosi, e riflettendosi che aveva da ultimo condotta in moglie giovane donna, presto si concluse che ad alcuni eccessi nella vita attribuire in lui si dovea l'insorto malore, poichè, a dir vero, accade troppo spesso che i poveri infermi ricevano da noi qual primo conforto ai loro mali il rimprovero, che è manifesto averne essi medesimi tutta la colpa.

Furono allora praticati tre salassi, si amministrarono de' gagliardi purganti, e per due interi anni non si rinnovò l'epilessia. Ma scorso quel riflessibile periodo di tempo, eccoti di nuovo in campo lo stesso male con forza maggiore: gli accessi questa volta, in onta ai salassi ed alle copiose dosi d'olio di ricino, si riprodussero colla distanza prima di un mese, poscia di quindici giorni, ed in fine si fecero così frequenti da ricomparire persino sette fiate nel corso di sole ventiquattro ore, talchè si disperava già della vita di questo infelice, a cui si prestarono gli estremi ajuti della religione. Ciò accadde nella state del 1825: calmatasi in seguito la violenza del male, si applicarono delle mignatte alle emorroidi, e si piantò alla nuca un setone ad oggetto di riparare agli effetti sinistri che sul sistema cerebrale supponevansi nati dallo sparire di una impetigine arida e squamosa, la quale occupava poco prima la parte capillata della testa.

Tutto questo però non impedì punto che assai frequenti ricorressero gli accidenti epilettici, ed anzi parve di poter dedurre dal confronto delle precedenti epoche, che codesti mezzi, ed il setone singolarmente, lungi dal vincere, o scemare almeno, le ricorrenze de' parossismi, le rendessero invece più spesse, se non più gravi.

Il Tolin, trascinando così una vita assai meschina e reso del tutto inetto a' suoi lavori ordinarii, trovossi costretto nel Marzo dell'anno scorso di presentarsi alla Commissione di Pubblica Beneficenza per ottenere un giornaliero soccorso, col quale riparare ai più urgenti bisogni della sua famigliuola.

Si fu in quella occasione che io vidi per la prima volta codesto uomo, e sentii il racconto della sua malattia. Da alcuni cenni sfuggiti all'infermo mentre io andava interrogandolo intorno ai varii fenomeni del suo male, e dallo stesso suo aspetto mi parve esservi luogo a sospettare che la malattia riconoscesse in lui per cagione un disordine estraneo al capo, e proprio invece delle

vie intestinali; e sperai quindi che, battendo una strada diversa da quella già praticata infruttuosamente nel medicarlo, fosse per risultarne un più fortunato effetto.

Proposi perciò ai benemeriti miei colleghi di quella Commissione che fosse conceduto un sussidio temporario al Tolin, e mi riserbai di trovarmi col suo Medico per avere più sicuri lumi sulla storia del male, e per comunicargli altresì su di ciò le mie idee. Nella conferenza seco lui tenuta alla presenza del malato il mio sospetto sulla causa probabile dell'epilessia acquistò sempre maggiore fondamento mercè l'ispezione di alcuni frammenti organici che erano stati in quello stesso giorno evacuati dal Tolin, al quale io aveva già dato l'avvertimento di gelosamente raccogliere, di lavare e conservare nell'acqua mista ad un po' di alcool tutti i pezzetti di *pelle bianca*, com'egli li chiamava, che avevami fatto comprendere essere da lui a quando a quando scacciati colle feccie.

Erano questi *pezzetti* altrettanti anelli del tenia, ma così alterati e guasti da non poter essere riconosciuti per tali se non a grande stento anche da chi aveva qualche pratica in siffatte cose. Presi da ciò coraggio di raccomandare l'olio etereo di terebintina alla dose di tre dramme con un'oncia d'olio di ricino; a questo rimedio tenne prontamente dietro l'eliminazione di una parte di tenia lunga ben tre braccia, e proseguendo le stesse dosi coll'intervallo di qualche giorno, proseguì pure ad accadere la separazione di piccioli nodi dello stesso animale con immediata e somma diminuzione nella gagliardia e nella frequenza degli attacchi epilettici, poco prima così forti e ripetuti.

Si passò in progresso all'uso dell'ossido di stagno misto a qualche dose di gommagotta con sempre maggiore profitto, talchè gl'insulti avendo a mano a mano perduta ogni loro caratteristica forma, eransi ridotti ad assumere quella di una lieve fugacissima estasi.

Perseverando nell'amministrazione degl'indicati rimedii, ma colle debite misure, si ottenne poi che nel giorno 12 Giugno dell'anno decorso, cioè tre mesi circa dopo l'intrapresa nuova medicatura, il malato evacuasse ad un tratto un'altra porzione di tenia, alla quale andava unito l'esilissimo collo, ed a questo appesa la testa dell'animale, come appunto scorgesi disegnata nelle tanto accurate figure dateci dal cel. Bremser (1).

(1) Dott. Bremser *über lebende Würmer im lebende Menschen*. Wien 1819, in 4.° Tafel IV. Fig. I. — L'Autore conserva tutta questa parte dell'animale, e la sottopose alla osservazione degli Accademici nell'atto di comunicar loro la presente storia.

Ciò avvenuto, il Tolin sentissi tosto quell'universale ben essere, e quel pronto rinascere delle forze, che è sempre il più sicuro testimonio della guarigione ottenuta; e il pover'uomo tornò così vigoroso e contento al suo primiero travaglio, sciolto da ogni benchè menoma minaccia nervosa, e liberato persino da quelle interne molestie ch'ei soffriva da più anni senza saper ben dire in che propriamente consistessero.

Sarebbe stato d'uopo che i marziali, le acque di Recoaro specialmente, e sopra tutto la costanza di una cauta dieta, avessero dato il tempo ed il mezzo di ridonare stabilmente alle pareti intestinali del Tolin ed a tutto il suo sistema digerente quella vigoría che la perseveranza e l'indole della causa morbosa, e l'uso stesso delle medicine praticate non potevano non avere grandemente scemata; ma le ristrettezze domestiche di Lorenzo resero affatto vani questi voti dei Medici, i quali non hanno sempre a combattere contro la sola malattia, opponendosi pur troppo tal fiata ai loro sforzi qui il rigore della miseria, là invece il soverchio dell'agiatezza, e più spesso le importune querimonie di un mal consigliato amore, o i delirii del capriccio.

Erano scorsi quattro mesi senza molestia alcuna, e senza che nelle feccie ricomparissero anelli di tenia, quando sulla fine del Settembre successe un nuovo attacco epilettico: il Tolin aveva in que' dì bevuto a larga mano del vino nuovo in istato di fermentazione, e si attribuì da' suoi parenti a questo errore commesso quell'attacco; è da sapersi ancora, che poco dopo fu eliminato da lui per l'alvo un grossissimo lombrico.

Si ricominciò per mio consiglio l'uso delle polveri coll'ossido di stagno, e delle replicate dosi d'olio di ricino; il che peraltro si fece raramente e con imperfetto metodo, perchè il Tolin sentivasi a star bene, e poco temeva omai il suo male. Passò egli di nuovo tre mesi in piena calma, quando ai 3 Dicembre cadde un'altra volta epilettico, e così pure ai 2 Gennajo di quest'anno, giorno in cui nel breve giro di nove ore rinnovossi per ben tre volte il parossismo, non già però colla forza dell'anno precedente.

Codesto sì forte riprodursi del male costrinse il nominato uomo a ritornare con qualche frequenza alle consuete medicine, dalle quali si ottenne una sollecita mitigazione dei fenomeni. L'epilessia fu presto bensì domata, ma di quando in quando insorgeva rapidamente nelle ore mattutine certa ingrata sensazione al cardias, dalla quale l'infermo veniva reso accorto che perderebbe subito i sensi e caderebbe, per cui chiamava tosto soccorso, e talvolta adagiavasi da sè stesso in modo da non pericolare.

Tutto questo accadeva tra il Gennajo passato ed il principio del corrente mese; a lunghi intervalli però, e senza che si fosse manifestata nelle escrezioni del ventre veruna traccia di tenia.

Volli, tre settimane or sono, sperimentare il decotto della corteccia di radice di pomo granato, di cui i Giornali medici d'Inghilterra, di Francia e d'Italia hanno recentemente parlato, e valse questo a scacciare, miste alle feccie, parecchie esili porzioncelle di tenia, riconosciute dallo stesso malato come simili allo incirca a quelle che si videro quando ebbe luogo il primo consulto a suo pro.

Tale è ancora lo stato del Tolin, a cui se non arride per anco un'intera salute, come nella state dello scorso anno, dopo l'espulsione del tenia avvenuta nel Giugno, non gli è però adesso negato di attendere a' suoi lavori, e di portare speranza che, continuando nella pratica degli opportuni mezzi, perverrà a sottrarsi del tutto dalla influenza di un nimico già noto (1).

A questa semplice ed ingenua esposizione dei fatti da me stesso veduti siami ora concesso di aggiugnere alcune poche cose: altre che risguardano il verme stesso espulso dal suddetto infermo ora compie un anno; altre poi relative agli effetti da esso prodotti, non che al ritorno dopo quell'epoca dell'epilessia per la cagione medesima.

E primamente dirò, essere il verme di cui ragiono il tenia, detto da Linneo e dal Rudolph *taenia solium*, da altri chiamato *tenia armata umana*, distinto dal Cuvier nel suo *Règne animal* col nome di *taenia à longs anneaux*, verme tra noi conosciuto anche sotto il nome di *cucurbitino*, e volgarmente di *verme solitario*.

Egli è questo quel verme intestinale dell'ordine *Cestoidea*, del genere *Taenia*, e della specie *armatae*, di cui il cel. Rudolph col linguaggio della sua scienza diede la seguente accuratissima descrizione. *Taenia capite subhemisphaerico, discreto, rostello obtuso, collo antrorsum increscente, articulisque anterioribus brevissimis, insequentibus subquadratis, reliquis oblongis, omnibus obtusiusculis, foraminibus marginalibus vage alternis* (2).

(1) Corre adesso (Aprile 1830) omai un lustro da che quest'uomo fu liberato dalla violenta epilessia ond'era afflitto; ed ora, tranne qualche raro e passeggiero turbamento nervoso, è sano mercè, io credo, il soccorso di spesse purgagioni, cui si procura col solfato di magnesia, rimedio che, pel suo poco costo ed i buoni effetti che gli produce, preferisce a tutti.

(2) *Entozoorum Synopsis*. Berolini 1819, in 8.° fig., pag. 162.

Questo verme pone sua sede negl' intestini tenui dell' uomo, ed è comune a tutti gli abitatori delle varie contrade della nostra Europa, tranne però la Polonia, la Russia, la Svizzera, e qualche parte della Francia, ove incontrasi invece un'altra specie di tenia, cioè la *taenia lata* Linn., *taenia grisea*, ovvero *tenia inerme umana* di altri, la quale nei più recenti sistemi di Elmintologia non appartiene però più al genere *Taenia*, ma bensì al genere *Bothriocephalus.*

Non è questo il luogo di ripetere ciò che nelle Opere rinomatissime di Bremser (1) e di Rudolph (2) viene sì diligentemente esposto intorno alle essenziali differenze esistenti fra codesti due esseri, i quali furono sino agli ultimi tempi creduti appartenere allo stesso genere, e talvolta persino confusi fra loro nella specie, attesa la decisa rassomiglianza delle loro forme più appariscenti.

Ma ciò piuttosto, su di che io amo riflettere, si è il vedersi nell' esemplare da me conservato, uscito dal corpo del nominato uomo, non solo un lunghissimo tratto di sempre decrescenti articolazioni che terminano nel minutissimo collo dell' animale, ma altresì l' essere aderente ad esso la sua testa in forma di piccolo tubercoletto emisferico, cosa che rarissimamente avviene di osservare, sendochè le tenie sogliono uscir tronche dal corpo dell' uomo, e quindi trovansi quasi sempre acefale.

Venne da ciò che lo stesso sommo Linneo giudicasse essere questi animali manchevoli del capo, siccome i polipi, e dicesse: *Credibile est latos nostros vermes* (cioè le tenie) *vel capita non habere, vel etiam neminem ea invenire posse circa extremitatem scilicet majorem prout reliqua communiter habent animalia* (3). Dalle quali parole si fa manifesto che ai giorni di Linneo erano ancora molto imperfette le notizie che si possedevano circa la conformazione delle parti di simili vermini, ignorandosi persino allora che in essi la testa, lungi dall'essere collocata al lato maggiore del loro corpo, era invece appesa ad una serie assai lunga decrescente, e quasi sfuggevole, di nodi simulanti piuttosto una esilissima coda.

A comprovare poi vie più la difficoltà somma di poter avere il tenia fornito della sua testa ricorderò che l' accuratissimo Bremser nella sua Opera dice

(1) Op. cit., pag. 169 e segg.

(2) Op. cit., pag. 468.

(3) *Amoenitates Academicae.* Vol. II. pagina 85. Vedi inoltre *Révue générale des Écrits de Linné par Richard Pulteney. Traduction de l'Anglais par L. A. Millin de Grandmaison, à Londres* 1789. Vol. I. pagina 336.

a pag. 107, « che tra parecchie centinaja d'individui molestati dal tenia, e da » lui curati, non ve n'ebbe un solo, il quale ne vedesse uscire dal proprio corpo » la testa. » In codesta Opera, di cui parlarono con lode i più accreditati Giornali di Europa, e che fu con grande cura tradotta in francese dal Dott. Grundler, e pubblicata in Parigi nel 1824 (1) per consiglio del celebre Humboldt, possonsi, da chi 'l bramasse, vedere esposte le dilicate ricerche istituite dal Bremser per rilevare la struttura, l'uso e le mutazioni successive delle varie parti spettanti alla testa del tenia.

Venendo ora a ragionare intorno a quei fatti onde si compone la storia da me tessuta, credo innanzi tutto dover qui proporre questa importante domanda: Come avvenne egli che Lorenzo Tolin, vissuto sano sanissimo sino ai 26 anni, fosse poi a quell'età d'improvviso assalito da epilessia a cagione del tenia, se un tal animale non potendo essersi sviluppato che con lento progresso, avrebbe dovuto prima, a quel che sembra, cagionargli in proporzione al suo aumento alcuni molesti effetti, quasi precursori del fiero morbo cui stava più tardi preparandogli? Al che peraltro è facile rispondere, facendo riflettere essere resa manifesta in alcuni dalle separazioni del ventre l'esistenza del tenia, e più spesso ancora di altri più comuni generi di vermini intestinali, senza però che la salute di quegl'individui ne senta detrimento alcuno, quando al contrario essi medesimi sotto diverse circostanze, ovvero individui da quelli diversi, ne soffrono grandemente. Il che ci conduce naturalmente a concludere, che non dalla sola esistenza comunque dei vermini nel tubo degli alimenti nascono per necessaria conseguenza i loro tristi effetti, ma che a ciò concorrer deggiono altri elementi, tra i quali sembra doversi ammettere precipuamente la posizione cui lungo quella cavità prendono simili animali, che ne sono talvolta ad un tratto abitatori e nimici fatali.

Con che verrebbe presto ad intendersi per qual modo nel Tolin potesse il tenia rimanere lunga pezza senza nuocere, e poscia tutto ad un tratto divenisse in lui sorgente di gravissimi fenomeni; poichè ben vedesi come un essere, quale si è il tenia, atto a spingere le sue membra nelle più riposte parti delle tonache intestinali, può rapidamente, traendosi da un luogo meno irritabile ed importante di esse, alcuna invaderne e punzecchiarne tra le più sen-

(1) *Traité zoologique et physiologique sur les vers intestinaux de l'homme par M. Bremser, traduit de l'Allemand par M. Grundler, révu et augmenté de notes par M. de Blainville.* Avec un Atlas. Paris 1824, in 8.°

sibili, ed influenti sull'universale economia. Parmi che, ricorrendo a questo principio, intender si possa donde arrivi che sieno anche così mutabili e strani quegli accidenti che i vermini in generale producono, e come non siavi malattia, quasi dissi, ch'essi simulare non possano, irritando i dilicati e copiosi nervi sparsi sugl'intestini, e giugnendo così per opera dei consensi loro a produrre ora un semplice titillamento alle narici, ed ora persino a suscitare i più terribili insulti convulsivi.

Il perchè la stessa epilessia verminosa, della quale io reco un esempio solenne, fu veduta altre volte e riferita dagli osservatori; e lo stesso Bremser parla di un giovanetto di nove anni preso da frequentissimi e violenti accessi di tal malattia, il quale andava separando a brani il tenia, e non ne fu guarito che dopo avere espulso sotto la medicatura di lui l'intero verme, avendolo veduto da poi il citato Bremser nove anni dopo del tutto sano.

E qui trovo opportuno di riflettere su quest'ultima circostanza, notata da così esperimentato uomo, che il caso da me narrato prova essere appunto necessario di non pronunciar troppo presto e con asseveranza siccome radicale e costante la guarigione di un morbo prodotto dal tenia, perchè dal malato fu eliminata la testa di tal verme. Ciò, a dir vero, è comunemente creduto ed insegnato anche da maestri riputati dell'arte, i quali scrissero: « si è dai Pra» tici concluso che gli accennati sintomi si mantengono fino a tanto che l'am» malato non evacua la testa delle tenie (1). »

Ma il mio malato, come dissi, scacciò nel Giugno quel tenia, cui si osservò essere appesa la testa; eppure nel successivo Settembre ricadde nell'epilessia, a cui più tardi susseguitò nuova evacuazione di porzioni del tenia. Dal che è forza inferire, o che il Tolin racchiudesse sin da principio entro di sè più di un individuo di questa specie di verme, il che ancora è stato veduto accadere, o che le uova deposte dal primo abbiano preparata la successiva riproduzione di altro simile animale.

Siccome poi non vi ha quasi mai certezza che sia stata eliminata la testa del tenia, venendo essa di leggieri a distaccarsi dal rimanente del corpo cui appartiene, ed andando a confondersi inosservata tra le materie fecali; così io credo che, perdutasi questa parte, siasi in molti casi preteso a torto ch'essa non era uscita solo perchè presto o tardi eransi riprodotti i soliti accidenti

(1) Brera Valeriano Luigi. *Lezioni medico-pratiche sui principali vermini del corpo umano.* Crema 1802, in 4.° fig. Lez. III. pag. 89.

morbosi, quando piuttosto venivano questi a nascere per un secondo verme superstite o successivo al primo.

E parimente deesi considerare erronea l'opinione comune a molti, essere il tenia un verme che non tollera la presenza simultanea di altri vermini, nè della sua specie nè di altre, onde gli venne applicata la denominazione, starei per dire più romantica che medica, di *verme solitario*. Posso assicurare di avere io stesso raccolto ad un tempo da un medesimo individuo più braccia di tenia e due tricocefali, genere di verme dell'ordine *Nematoidea*, sommamente picciolo, col capo sottilissimo, e ravvolto a spirale quasi come un capello arricciato. Che più? Il nostro Lorenzo nel Settembre decorso, all'epoca della riprodottasi epilessia, mandò fuori un grossissimo lombrico comune, ed incominciò pure poco dopo ad avere nuove separazioni di tenia per certo coesistente col lombrico.

Sino a che però sarà per noi affatto arcana, com'è al presente, la via per la quale entrano nell'uomo i primi germi delle varie specie di vermi intestinali a lui proprii; sino a che ignoreremo le leggi che presiedono al loro sviluppo, alla loro riproduzione, ed alle vicende cui subir debbono nel chiuso ospizio che loro assegnò natura; sino a che vedremo, senza potere spiegare il come, i Russi e gli Svizzeri, popoli posti a tanta distanza di luoghi, e sì diversi fra loro di abitudini, soggetti esclusivamente ad avere il botriocefalo, come dai più si tiene per fermo, mentre in Italia ed in altri luoghi d'Europa è invece comune soltanto il vero tenia; noi non potremo neppur lusingarci di possedere nozioni positive e sicure intorno ai successivi probabili loro effetti dopo una qualche tregua ottenuta mercè la evacuazione di alcuno di questi esseri.

Dalla quale considerazione il Clinico trar dee l'importante corollario, che ad assicurare la salute di chi soffriva molestie più o meno gravi dal tenia non basta l'avere ottenuta la eliminazione di tutto quanto quell'animale, ma che torna altresì necessario l'insistere non solo nell'uso dei rimedii che dapprima giovarono, ma il proporsi inoltre con ogni mezzo, e colla dieta sopra tutto, di cangiare quelle condizioni del sistema, e quella temperatura particolare, per esprimermi così, del tubo gastro-enterico, sotto la quale prosperava il tenia, o che fu da esso ingenerata a danno di quell'organo.

Intorno alla qual cosa la giornaliera sperienza mi convince che non si possono stabilire norme costanti, poichè in taluno suscita i vermini una sorta di cibi che in altri li combatte e li fuga. E poichè i fatti dimostrano che codesti esseri più allignano, come avvertì Bloch, ove le forze digerenti sono meno

valide, e più abbonda la mucosità lungo le pareti intestinali, havvi così tutto il fondamento per credere, che per far bene debbasi studiare di conoscere quali sieno per ciascun individuo molestato da verminazione quelle sostanze alimentari che meglio e più presto ei digerisce, senza pretendere di fissare a priori il conveniente regime di dieta. Avea quindi ben ragione Francesco Redi, così cauto e sperimentato medico, quanto insigne naturalista e sommo letterato, quando nel ragionare dei mezzi migliori da adoperarsi contro i vermini scrisse: « io potrei dimandare quali evidenti, sicure, confermate e visibili esperienze » abbiano i libri de' Medici per mostrare che un tal qual si sia medicamento » uccida e cacci fuori del corpo umano i vermini; ovvero qual cibo, o qual » dolce manicaretto, o qual bevanda vi sia, che si possa dir con certezza che » ella gli generi, o per lo meno che ne fomenti la generazione e la nascita » e la conservazione? Si cammina per lo più anco ne' libri de' Medici al bar- » lume delle conjetture e delle apparenti probabilità, il che non è poco; e » fuor de' medicamenti evacuanti, e fuor delle piene e delle inondazioni mos- » se da' clisteri e da' vomitatorii acquosi, non si può affermar in questa ma- » teria de' vermini cosa veruna di certo: ed anco questo certo, appresso i Me- » dici più prudenti, ha le sue limitazioni, e forse, anzi senza forse, le sue in- » certezze e le sue eccezioni (1). »

Laonde è cosa certissima in pratica non doversi affidare il Medico nella cura dei mali verminosi, e di que' in particolare che dal tenia dipendono, ad un metodo universale, aspettando da esso in tutti i casi gli stessi fortunati eventi. A lui fa d'uopo invece spiare con assidua attenzione gli effetti di ciò che amministra, colla ferma intenzione di modificare, o cangiare ove occorra, il metodo proposto ed usato felicemente in altre occasioni. Quando si ponga mente a simile verità, comprenderassi bene per qual motivo sia presso alcuni salito in fama un rimedio che poi fallì del tutto nelle mani di altri.

Rammento esservi taluno, nel quale io vidi riuscire l'uso copioso del pretto latte meglio di ogni altra cosa per sedare i tumulti che dal tenia venivangli cagionati, e per determinarne sollecite e copiose separazioni; il che dee essere stato veduto da altri, avendo io letto non ha molto ne' Giornali, che il latte di asinella fu trovato efficacissimo contro il tenia.

Ella è questa una prova di ciò che io poco fa proferiva sulla necessità di piegarsi con saggezza nella cura di questo, come di molti altri mali princi-

(1) Opere. Tom. I. *Osservazioni intorno agli animali viventi ec.* Pag. 75.

palmente cronici, alle individuali e talora singolarissime disposizioni dei malati. Consiste anzi qui il segreto di molti felici casi, i quali onorano tuttogiorno l'arte medica, e si aggira su questo dogma uno dei cardini principali della dottrina dei medicamenti.

Nè io so in conseguenza comprendere come Samuele Hahnemann getti per base del suo metodo di medicare, detto da lui *metodo omiopatico*, che *una malattia dee essere combattuta con quei rimedii stessi che nell'uomo sano sarebbero capaci di produrre que' fenomeni di cui essa presenta il complesso;* poichè si viene così a supporre che una sostanza qualunque medicamentosa debba sempre ed in tutti produrre i medesimi effetti, non solamente quanto all'universale, ma altresì sui diversi organi in particolare.

Ma ciò che più ancora osta in me contro una simile teoria si è quel trascurare che per essa si fa ogni ricerca diretta a conoscere le cagioni dei mali, volendo che si ponga solamente attenzione ai loro effetti sensibili, che è quanto dire ai sintomi, col fine di scegliere per combatterli quelle cose stesse che li produrrebbero se non esistessero.

Attenendosi a questa massima fondamentale della dottrina omiopatica non si avrebbe dovuto, nel caso di cui qui ragionai, arrestarsi a scrutinare se l'epilessia traesse la sua origine da questa o quella cagione, ma si avrebbe invece senza più dato di piglio a que' rimedii, i quali attaccando fortemente il sistema nervoso, ed il suo centro massimo in principalità, racchiudono il potere di produrre per sè stessi o tutti o in parte i fenomeni proprii dell'epilessia che si voleva curare. Ma quanto avesse potuto riuscire a bene nel Tolin un simile procedere, il dicano gli uomini più periti dell'arte, lo dichiari la sperienza dei più avveduti maestri! (1)

(1) Molto tempo dopo che io aveva scritta questa Memoria, e l'aveva pur anco consegnata all'Archivio dell'Accademia, il cel. Prof. Tommasini mi ha inviato in dono il suo bellissimo *Discorso sul viaggio fatto a Napoli nel* 1826, *letto a' suoi discepoli al cominciamento dell'anno scolastico* 1826-27 (Bologna 1827), nel quale ragionando dell'omiopatismo conclude così: « E chi osereb» be sottoporre alle asserzioni di un Hahne» mann i precetti d'Ippocrate, le osservazioni » conformi di tante Scuole, l'esperienza di tan» te età? Che se si trovassero Medici così in» considerati od audaci da cercare con tanto ri» schio nelle pericolose malattie fatti contrarii » a quelli che furono per tanti secoli e da tutti » i Pratici riguardati come certi sin qui, sa» rebbe pur d'uopo, per bilanciare il peso delle » osservazioni precedenti, che un corso d'età » egualmente lungo li confermasse. Nella qua» le supposizione la convinzion de' vantaggi del » *similia similibus*, o della *medicina omiopa*» *tica* nelle acute malattie sarebbe riserbata ai » Medici del quarantesimo secolo. »

Tali sono le poche cose che mi parvero poter essere dette nel riferire la storia di un caso che, conducendo necessariamente la nostra attenzione sulla ricerca di alcuni fatti spettanti all'Entomologia, non può a meno di richiamarci al pensiero che l'immortale nostro Francesco Redi colle sue celebri *Osservazioni negli animali viventi che si ritrovano negli animali viventi* scuoprì pei Naturalisti e pei Medici un nuovo mondo, e procacciò così all'Italia anche questa volta l'onore di aver poste le fondamenta di uno di que' tanti edificii scientifici, cui gli stranieri poscia con indefessa opera crebbero a più ampie e splendide moli.

SULLA

STOVIGLIA SOMMAMENTE ECONOMICA

CHE SI FABBRICA IN PONTE DI BRENTA

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXII APRILE MDCCCXXVIII

DAL SOCIO ATTIVO

CONTE NICCOLÒ DA RIO

Fin da quando l'illustre Brocchi si trovava fra noi, e prima che forte bramosía di sapere e di fama lo conducesse nelle regioni africane incontro a que' pericoli che pur troppo il colsero, io mi sovvengo che, avendolo un giorno meco a mensa compagno, e discorrendo tra noi, com'è naturale, su cose a' nostri studii comuni, mi diss'egli che avevamo qui alle porte di Padova tale fabbrica di stoviglie, che nella facilità della manifattura e nella bassezza del prezzo altre uguali non eranvi in verun luogo, e meritava per ciò d'essere fatta nota, e descritta. Io non dubito, che s'egli avesse potuto ritornare in patria, e qui venire, non avesse egli ciò eseguito, e steso su tale argomento uno di quegli articoli che di lui tratto tratto vedevamo inseriti nel riputato Giornale della Biblioteca Italiana.

Ora giacchè non si può più da esso lui sperarlo, mi venne il pensiero di parlare di questa manifattura, benchè certamente non sappia lusingarmi di trattare quest'argomento con quella estensione di viste e copia di erudizione con cui sapeva il Brocchi condire e far grandeggiare ogni più picciola cosa.

§. I. *Stoviglie di due sorta che si fabbricano in Ponte di Brenta.*

Fa d'uopo sin dalle prime avvertire che due sorta di stoviglia si fabbricano a Ponte di Brenta: una resistente al fuoco, ad uso di vasi da cucina,

ole, pentole, ec.; l'altra non resistente al fuoco, ad uso di vasi per piante da giardino. È della prima che intendeva parlare il Brocchi; e di quella intendo io pure di qui parlare singolarmente, perchè per la facilità della manifattura e pel prezzo bassissimo da ogni altra si distingue.

§. II. *Luogo dove si rinviene la terra.*

La terra che serve ad alimentare questo picciolo ramo d'industria nazionale deriva dai monti Euganei, e si trova particolarmente in una valle a' piedi del monte detto della Zucca, non molto distante dalla casa Turi.

Colà scavasi la terra collo zappone, e se ne fanno delle palle di quattro decimetri all'incirca di diametro, che coi carri si trasportano al vicino canale di Mezzavia, dove s'imbarcano, e vengono poi per via d'acqua trasportate al Ponte di Brenta. La condotta sino al Ponte di Mezzavia sta a carico degli scavatori: i fabbricatori di pentole pagano agli scavatori 18 centesimi per ogni palla di terra condotta all'indicato Ponte di Mezzavia.

§. III. *Manifattura.*

Sbarcata la terra a Ponte di Brenta, e bagnata a sufficienza, si lavora ben bene co' piedi per un'ora e mezzo, e se ne tolgono i così detti *scaranti,* piccole concrezioni semi-pietrose, che più o meno abbondanti si trovano assai frequentemente sotto la superficie de' nostri terreni coltivabili, con molto disgusto degli agricoli, perchè steriliscono il fondo, e molto nocumento porterebbero all'umile manifattura, se non se ne purgasse ben bene l'argilla, perchè abbondando in questi scaranti la terra calcarea, questa colla cottura delle pignatte si converte in calce, che poi assorbendo l'umidità e l'acido carbonico si gonfia, si converte in polvere, e finisce col lasciar de' buchi nel vasellame, che diventa inetto agli usi.

Così preparata la terra, vi si mescola un terzo circa del suo volume di arena di fiume, con che è già ridotta atta al lavoro, e si passa al tornio; pochi colpi di piede e pochi giri di ruota bastano a formare una pentola, un caldano, o cosa simile; ma pure non in una sola volta si compie il lavoro, che anzi tre volte una pentola va su la ruota prima di ricevervi il suo perfezionamento: nella prima le si dà la forma, poi si mette al sole, e si lascia alquanto asciu-

gare; si mette sul tornio la seconda volta, e vi s'attaccano le orecchie; si riporta al sole, e si asciuga ancora alquanto di più: vi si ripone la terza volta, ma rovescia, e sopra un pane fatto della stessa argilla, perchè le orecchie e gli orli non tocchino la superficie del disco; si ripulisce con un cencio inumidito, e vi si attaccano i piedi; dopo di che le pignatte già ridotte alla loro perfezione, e stabilite, come suol dirsi con vocabolo tecnico, si lasciano perfettamente seccare, e si passano alla cottura.

§. IV. *Cottura e prezzo.*

È appunto il modo di cuocere questa stoviglia, che più d'ogni altra cosa contribuisce al buon mercato della medesima: non fuoco prolungato per molte ore, non apposita fornace, ma un'ora o poco più di fuoco aperto sulla pubblica via, dinanzi all'umile tugurio dell'industre fabbricatore, basta al contemplato oggetto. Sopra alquanto vasellame rotto, che serve di sostegno, stendesi la legna a poca paglia frammista; su questa si fa un letto di tre o quattro massi di pentole, mettendo le più grosse al di sotto, e al di sopra le più piccole, framettendovi della paglia, che per maggiore economia è paglia di rifiuto, e che prima ha già servito per fare quelle sorta di corde con cui si legano i manipoli al tempo della messe, e perciò essendo tutta stritolata, non sarebbe buona nemmeno per fare il letto agli animali: si copre il tutto con istrame e cocci, e si dà fuoco che dura un'ora, ma non si tolgono i pignatti dalla rosta, se non sono interamente raffreddati. Poca legna, poca paglia, e tre ore di tempo bastano per la cottura, pel raffreddamento, e per rendere la mercanzia atta allo smercio. Veramente nulla di più semplice, nè di meno costoso.

Se ne fanno ordinariamente di sette grandezze: le più piccole, per cuocervi la pappa pei bambini, di circa metri 0,11 di larghezza, ed altrettanto di profondità; le mezzane alte 0,20, e larghe 0,30; le grandi alte 0,20, larghe 0,32.

Se ne fanno altre con la bocca stretta, e servono pel brodo, cioè ordinariamente per cucinarvi i fagiuoli; altre di bocca un po' più larga, e servono per farvi la polenta, che si versa, quand'è cotta, più facilmente.

Si fanno parimente e caldani, e testole, ossia bragiere, e *musine*, ossia salvadanari, e vasi ordinarii da fiori, che con voce perfettamente di greca origine, come il nostro dotto Furlanetto m'istrusse, noi diciamo *Pitari*, voce che

per mancanza di corrispondente nella Crusca meriterebbe d'esservi introdotta, con buona pace de' Fiorentini.

§. V. *Numero dei lavoratori e smercio.*

Diciotto famiglie sono occupate a Ponte di Brenta, e traggono il loro sostentamento da questa manifattura: un lavoratore discretamente diligente ed assiduo compie da circa 30 pignatte in una giornata d'inverno, e circa il doppio in una giornata d'estate. L'altro vasellame si compie più sollecitamente, perchè sono veramente le pentole quelle che si lavorano con maggior diligenza, e che costituiscono il nerbo e il capo d'opera di quella manifattura.

La vendita si fa non solamente in Padova e in tutta la provincia, ma ancora in Venezia, in Chioggia, in Verona, in Mantova, in Zara, e altrove: alcuni terrazzani di Ponte di Brenta si trapiantarono in Malo, Provincia di Vicenza, ed in Treviso, ma non vi prosperarono per la troppa spesa nel trasporto della terra.

Il costo di dette pignatte alla fabbrica è di lire dieci venete al 100; ma il centinajo è un numero fittizio, risultante da un maggiore o minor numero di pignatte, secondo che sono quelle più grandi o più picciole; così che il centinajo delle piccole è composto di 180 pignatte, di 60 quello delle mezzane, e di sole 40 quello delle maggiori, e per conseguenza si pagano alla fabbrica:

lire 10 venete per 150 pignatte picciole,
» 10 » per 60 mezzane, e
» 10 » per 40 delle più grandi; e così in proporzione per quelle delle intermedie grandezze.

Un'altra famiglia poi, della quale è capo certo Antonio Massarotto, più destra nel lavoro di questa terra, oltre le usate pentole, delle quali ho parlato finora, fabbrica altresì vasi ad uso di chimiche operazioni, vale a dire recipienti per bagni d'arena, fornelli di riverbero, mufole, cupole, tubi, o simili utensili, i quali, benchè non del tutto refrattarii, pure lungamente resistono al calore rovente, ed essendo di picciolissimo costo e di grandissimo uso, riescono di molto comodo nei laboratorii e nelle officine; per che il suddetto fabbricatore Massarotto ebbe la compiacenza d'inviarne insino a Genova pel servizio di quella Zecca.

In quanto poi all'altra manifattura di vasi grandi ad uso di piante da giardino, ch'io ho accennato sin dal principio di questo discorso fabbricarsi a Ponte di Brenta, io non farò qui molte parole, perchè la cottura di questi vasi si pratica in fornace coi metodi soliti, e nulla presentano di particolare nè per conto della maniera di costruirli o di cuocerli, nè per conto di economia. L'argilla poi, che serve di materiale, non proviene dai monti Euganei, ma si scava nelle vicine campagne; e siccome molto abbonda di protossido di ferro, così prendono i vasi un bel colore rosso colla cottura. I più grandi di questi vasi, ornati di mascheroni e di festoni, costano anche sei talleri, e più.

La fabbrica di vasi così grandi da piante non è comune, anzi non so se altrove, che a Ponte di Brenta, se ne fabbrichino; ed è questa la ragione, per la quale assai spesso vedesi altrove nei giardini che brutte casse di legno, dal tempo annerite, tengono luogo di quegli elegantissimi vasi che veggonsi presso di noi.

§. VI. *Osservazioni geologiche.*

Ora che si è detto della manifattura e del commercio delle pentole di Ponte di Brenta, passiamo a dire qualche cosa dell'argilla che serve di base a questo picciolo ramo d'industria nazionale, geologicamente considerata.

Già è noto a questi miei dotti Colleghi che il terreno de' monti Euganei spetta ai terreni trachitici; e che la trachite formi la massa principale ed il nucleo de' nostri monti, io ho avuto occasione di farlo presente nella Introduzione all'Orittologia euganea che nell'anno scorso avete avuto la sofferenza di udire da questo medesimo luogo.

Che una delle principali e più frequenti formazioni dei terreni trachitici sia il trappo, e che questa formazione si trovi in molti luoghi de' monti Euganei, e particolarmente in quella giogaja di monti che separano le valli del Catajo da una parte dalle belle praterie di S. Pietro Montagnone dall'altra, sono cose che ho esposte in una mia Memoria che nello scorso Gennajo ho avuto l'onore di leggere all'Ateneo di Venezia; lo che per brevità io vi prego qui di supporre, e che ogni naturalista può da sè facilmente riconoscere e verificare con una facile giterella agl'indicati colli.

Ora, senza qui ripetere quant'ho esposto in quella Memoria, basterà il ricordare che la formazione trappica è composta di rocce di tal natura, che decomponendosi si risolvono in argilla, come alcuni basalti, le vacchie, ed altre rocce anfiboliche e pirosseniche; anzi talune di esse non sono, a dir così,

che argille indurate: per lo che ottennero presso alcuni geologi il nome d'Argilloliti, ed in argilla si risolvono tosto che manchi in esse lo stato di aggregazione. Quindi è ben facile a comprendersi che dalla lenta e successiva decomposizione di quelle rocce argillose derivi l'argilla che ricopre il fondo della adiacente valle, e quind'io non posso nobilitarla coll'attribuirle una rimota epoca geologica, ma è giuocoforza il riconoscerla non solo di recentissima, ma di giornaliera formazione, nè mai confondibile, in quanto all'origine, coll'altra argilla plastica propria di meno recenti terreni, la quale non so che sui nostri monti si trovi. Pochi cenni sulle differenze geologiche di queste due argille porranno in chiara luce la cosa anche ai meno versati nella Geologia.

Io non reputo qui necessario il premettere la definizione del terreno, nè determinare l'idea che il geologo associa a questo nome; solo mi permetterò d'indicare, che siccome Werner fu il primo a sentire la necessità di ammettere fra i terreni primitivi di grana cristallina, in massa, (effetto di affinità ed attrazione chimica) ed i terreni secondarii di tessitura compatta, stratificati, (effetto di deposizione ed aggregazione meccanica) una serie di terreni intermediarii, partecipanti della natura dei primi e de' secondi, distinti perciò col nome di terreni intermediarii, o di passaggio, o di transizione, che tanto significano queste espressioni; così Brongniart è stato il primo a far sentire e ad ammettere una suddivisione nei terreni secondarii o di sedimento, distinguendoli in terreni di sedimento inferiore, medio e superiore.

Dissi che Werner fu il primo ad ammettere la distinzione delle formazioni di passaggio, perch'egli fu il primo che stabilisse e propagasse per tutta Europa questa dottrina: non voglio però con questo portare nocumento alla gloria del nostro Arduini, celebratissimo e valentissimo geologo italiano, il quale prima dell'alemanno geologo conobbe l'esistenza dei terreni intermediarii, benchè con questo nome non li abbia distinti; su di che si può consultare l'erudita nota del Prof. Catullo alla pag. 284 del suo Saggio di Zoologia fossile. Ma ritorniamo alle indicate suddivisioni dei terreni di sedimento, stabilite dal Brongniart.

I terreni di sedimento inferiore incominciano dove terminano le rocce di transizione, ed arrivano sino a quella formazione di calcaria ch'esso distingue col nome di Calcaria grifitica inclusivamente, e comprendono il terreno eleantracico, ossia del carbone fossile, *Houille* de' Francesi, la calcaria alpina, ec.

I terreni di sedimento intermedio si estendono dalla calcaria grifitica, ultimo membro del precedente terreno, sino alla formazione della creta, e com-

prendono la calcaria jurense, così detta perchè nella catena del Jura si è principalmente spiegata con tutti i suoi caratteri, e la creta.

Finalmente i terreni di sedimento superiore, detti anche terziarii, che si estendono dalla creta, ultimo membro dei terreni di sedimento intermedio, sino agli ultimi depositi dell'antico mare, e comprendono le argille plastiche, le ligniti, ec.

Al di sopra, e interposta fra questi e talvolta persino fra i più antichi terreni primitivi, si trova un'altra serie di terreni, detta d'alluvione o di trasporto.

Bonard si occupò moltissimo di questi terreni nell'articolo *Terrain* ch'egli somministrò al nuovo Dizionario di Storia Naturale stampato in Parigi nell'anno 1819. Egli divide le alluvioni primieramente in antiche e moderne; poi suddivide sì quelle che queste in alluvioni delle montagne ed alluvioni delle pianure. Forse alcuni membri della formazione dei terreni d'alluvione del Bonard possono compenetrarsi con quelli dei terreni di sedimento del Brongniart; ma non è qui il caso di entrare in tale disquisizione. Ammettiamo le cinque sorta di terreni, tutti posteriori all'epoca dei terreni intermedii o di transizione; cioè

1.° terreni di sedimento inferiore,
2.° terreni di sedimento intermedio,
3.° terreni di sedimento superiore del Brongniart,
4.° terreni d'alluvioni antiche, e
5.° terreni d'alluvioni moderne del Bonard.

Queste alluvioni antiche ed alluvioni moderne del Bonard corrispondono a un di presso a ciò che oggi suole indicarsi col nome di diluvioni ed alluvioni.

Vediamo a quale di questi cinque terreni possa appartenere la nostra argilla figulina.

Per accorciare il cammino escludo i primi quattro, poichè se quel deposito è più recente di ogni antica alluvione, tanto più recente sarà di ognuno dei tre terreni di sedimento, che tutti precedono l'epoca dei terreni di alluvione. Provo poi che la nostra argilla figulina non può spettare al guasto terreno delle alluvioni antiche, osservando che queste depositarono i loro materiali in epoche rimotissime, e prima della comparsa dei terreni intermedii; ma nei monti Euganei non si conoscono rocce spettanti al periodo intermedio, ossia rocce di transizione: dunque tanto meno quel deposito di argilla può appartenere all'epoca delle antiche alluvioni, che precedette quella dei terreni di transizione.

Vediamo se possa aver luogo tra le alluvioni moderne. I terreni di alluvioni moderne non si chiamano così, e non sono tali se non relativamente a quelli prodotti da alluvioni più antiche; chè del resto anche questi colla loro posizione, colla loro estensione, colla natura e grossezza delle loro parti mostrano che sono l'effetto di cause geologiche affatto differenti dalle cause che agiscono ancora al giorno d'oggi, ossia, come osservano rettamente Cuvier e Brongniart, che non possono essere stati depositati dai fiumi nel loro stato attuale, incapaci, come ho dimostrato in altro mio lavoro, a produrre e a distendere tutto quell'immenso ciottolame che ricuopre sì vasti tratti d'estesissime pianure: ma il deposito della nostra argilla figulina è manifesta risultanza della giornaliera decomposizione delle argilloliti, che costituiscono i monti del circondario della Battaglia; dunque non solo non fa parte delle alluvioni antiche, ossia diluvioni, ma neppure delle moderne, *in senso geologico*, ma solamente delle alluvioni giornaliere: e siccome la stoviglia di Ponte di Brenta è a tutte inferiore nel costo, (nel che consiste il suo pregio) ed umile si contenta di poter offerire a vilissimo prezzo qualche pentola alle misere famigliuole dei nostri villici; così fa d'uopo che anche l'origine di questo deposito rinunzii all'onore di appartenere all'epoche geologiche, e si contenti che il consideriamo come una semplice lavatura delle adiacenti colline, spettante alle ultime giornaliere formazioni di quel periodo che l'illustre Prof. di Parigi Brongniart nella sua recentissima opera sui terreni con mitologico nome appella Periodo Gioviale (1).

(1) Brongniart. *Tableau des Terrains.* Paris 1829.

SOPRA

ALCUNI PASSI D'IPPOCRATE

RELATIVI ALLE MALATTIE DEL CUORE

IN SEGUITO ALL'ALTRA MEMORIA

COMENTO AD ALCUNI PASSI D'IPPOCRATE

STAMPATA NEL PRECEDENTE VOLUME

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI II. DICEMBRE MDCCCXXVIII

DAL SOCIO ATTIVO

GIO. MARIA DOTT. ZECCHINELLI

Nell'Aprile del 1824 ho liberato il mio dovere accadèmico col farvi partecipi, o dottissimi Colleghi, di ciò ch'io pensava intorno ad alcuni passi del Libro I. *de morbis* d'Ippocrate. Ho cercato con alcuni commenti a que' passi di convincere voi, come io era persuaso, che quel primo maestro dei medici aveva in essi esposto tali dottrine, dalle quali si può argomentare ch'egli abbia veduto in pratica gli aneurismi interni del torace, cosa che gli viene comunemente negata dagli autori. Quel mio lavoro ottenne dalla vostra censura l'onore della stampa, e fu inserito nel volume ultimo dei vostri Atti. Il pubblico mostrò di approvare quanto io scriveva, e la Memoria fu stampata per intiero nei riputati Annali Universali di Medicina del chiarissimo e benemerito Omodei.

In conseguenza di questi ottenuti suffragii mi è sorto il pensiero, che a voi ed al pubblico non sarebbe per avventura discaro se cercassi di convalidare quanto in quella Memoria aveva detto per sostenere la mia opinione intorno alla conoscenza che avesse avuto Ippocrate degli aneurismi interni del torace, e nello stesso tempo indagassi se e come abbia egli osservato e de-

scritto sintomi e forme morbose relative a quei canali sanguiferi, nei quali formaronsi gli aneurismi, ed al loro centro il cuore.

Voi già subito vi avvisate che le medesime indagini mi faranno aggiungnere l'uno e l'altro scopo; vale a dire, che nell'esporvi quanto sparsamente raccolsi da varii trattati d'Ippocrate, risguardanti le malattie del cuore e dei vasi maggiori sanguiferi, verrò a dare maggior forza all'opinione già manifestata della di lui conoscenza degli aneurismi interni; perchè non v'ha dubbio che si crederà più facilmente conoscersi una specie di malattie di un organo da quel medico il quale abbia mostrato di conoscere altre specie di malattie dell'organo stesso.

Adunque io dirò, che nelle diverse opere d'Ippocrate s'incontra fatta menzione chiarissima e di sintomi morbosi isolati, e di forme intiere di morbi, che, con le cognizioni le più accertate dei tempi nostri, ad altra classe non possono riferirsi, che alle malattie del cuore, e dei grossi vasi che in questo organo importantissimo hanno principio, o che in esso hanno fine.

Io vi parlerò primamente dei sintomi, de' quali Ippocrate scrisse partitamente, cioè di un solo alla volta; in secondo luogo di quelli ch'e' unisce insieme a due a due, e più, formandone un modo di malattia, ossia una forma morbosa, come ora dicono nelle scuole. Mi servirò della edizione greco-latina del Foesio, come praticai nell'altra Memoria.

Si sa che fra i sintomi più evidenti e più frequenti ad un tempo dei morbi cardiaci ed arteriosi, specialmente nel loro principio, si annoverano i dolori più forti a qualche parte del torace, di sovente allo sterno, alle volte con maggiori o minori corrispondenze alla spalla sinistra ed alle braccia, principalmente al sinistro. Ma a queste parti sogliono destarsi dolori in malattie fra sè diverse. È quindi necessario il saper distinguere l'indole e la cagione di questi dolori. Ippocrate conosceva questa necessità, ed ha insegnato nel Libro VI. *de morbis vulgaribus* (Sect. VII. num. 15.) « che nei dolori » dei lati, del petto, e di altre parti, si osservi bene se differiscano riguardo » ai tempi, cioè quando si alleggeriscano, e quando di nuovo inaspriscansi, » in ciò niuna cosa lasciando. » E le stesse avvertenze ha ripetuto nel libro degli Aforismi (Sect. VI. Aph. 5.). Questa accuratezza di Ippocrate rende più valide e più importanti le dottrine che intorno ai dolori del petto qua e là espone nelle sue opere. Ed in fatto quando egli parla di tali dolori non lascia mai di aggiungere qualche altro carattere, oltre alla località, che li separi e li distingua. Vi ho fatto osservare nella citata Memoria, che nei passi

del Libro primo *de morbis* da me commentati, Ippocrate nell'esporre la formazione di quei tumori ch'egli chiama *varici delle vene*, e ch'io ho creduto che si debbano intendere per *tumori delle arterie*, cioè per aneurismi, narra che si desta dolore *acuto*, il quale *passa* alle volte all'omero, producendo peso, stupore e torpore alla mano; ed alle volte *sta fisso* nel sito, o *passa* all'omero ed al dorso, o *si dilegua* ad un tratto; caratteri questi e vicende, come allora vi ho detto e come sapete, dei dolori derivanti dalla formazione degli aneurismi.

A queste considerazioni appoggiato, io inclinerei a credere che fosse stato aneurisma dell'arteria splenica quel *morbus lienis*, di cui parla Ippocrate nel Libro *de internis affectionibus*, perchè ai dolori unisce tali circostanze che difficilmente ad altro morbo possono riferirsi; cioè « che il detto morbo di» pende dal sangue, e che il sangue sgorga nel ventre quando n'è piena la » milza, e che in essa destansi dolori acuti, che lanciansi alla mammella, al » jugulo, all'omero, e sotto la scapola. » Questi sintomi, e lo spargimento del sangue nel ventre, potrebbero anco essere derivati da una rottura di milza. Ma il caso di rottura di questo spugnoso e cedevole viscere è molto più raro che i casi di aneurisma dell'arteria splenica, o di quel tratto dell'aorta ventrale dond' esce la splenica. Non tacerò però di avere io veduto una rottura della milza, sane essendo le arterie, nel cui momento si destarono acutissimi dolori alla milza; ma la morte fu così rapida, e tanto forte il dolore, che la donna che vi soggiacque non potè certamente accusare quelle estensioni alla mammella ed all'omero, di cui parla Ippocrate. Ho bensì veduto più volte in casi d'ingrandimenti di milza o di flogosi croniche di questo viscere destarsi in esso dei dolori, ai quali di quando in quando si associavano altri dolori al torace sinistro, alla spalla ed al braccio corrispondenti; e ne ho citato due osservazioni nella mia opera *sull'angina del petto*.

Più chiaramente a cognizioni cardiache si riferisce quella funesta sentenza d'Ippocrate, data nelle Coache prenozioni (Sect. II. num. 246.). E dico funesta, anzi ferale, perchè pur troppo si osserva in pratica; e non solamente nei più vecchi, che unicamente cita Ippocrate, ma sì anco nella verde vecchiaja, e tal fiata nell'età che la precede, ed in essa si estingue. *Cordis dolor* (egli dice) *seniori crebro adveniens, repentinam mortem denunciat*. La traduzione del Foesio, che ho adottata, come dissi, porta *oris ventriculi* in vece di *cordis*, mentre l'Hollerio ed il Dureto tradussero *cordis*. Il testo greco ha Καρδίης, e Galeno aveva avvertito nei commenti ai Pronostici d'Ippocra-

te (1), (lo che già al suo tempo era da tutti confessato) che gli antichi chiamavano Καρδίαν tanto il cuore, quanto la bocca dello stomaco, e che ciò fu perchè i dolori a quest' ultimo luogo, pel di lui squisitissimo senso, tosto si comunicano al cuore, e lo traggono in simpatía. Ma veramente quale dei due visceri ha inteso di indicare l'autore delle Coache prenozioni, e quale è più giusta interpretazione delle due sopraccitate? Le cognizioni mediche, acquistate posteriormente dalla pratica medica e dalla anatomia patologica, debbono servirci di guida per decidere la questione. Queste ci insegnano che il dolore alla bocca superiore dello stomaco, o la cardialgía, non trae a morte repentina, ma lenta, quando non accada rottura del viscere, il che è caso rarissimo; ed allora il dolore è più o meno continuo, termina sempre con la morte, e non può aver luogo il *crebro* d'Ippocrate. La diversa traduzione dei citati autori dee essere derivata dall' avere essi avuto, o no, casi pratici che li illuminassero. Il perchè è da desiderarsi che le interpretazioni delle opere degli antichissimi medici fossero intraprese ed eseguite da chi vede molti malati, ed apre cadaveri. L' Hollerio ha veduto un caso, ch' ei narra (2); la quale occasione sarà mancata al Foesio: vide morire improvvisamente un settuagenario, che cominciava a soffrire frequentemente un dolore al cuore con tale angustia nella respirazione, che spesso correva pericolo di soffocarsi, e che d'altronde per la sua età godeva di buona salute. Il Foesio, privo di esperienza propria, avrà forse badato alla circostanza, che prima e dopo del citato aforismo si parla nelle Coache prenozioni di mali degli ipocondrii e dello stomaco, e ne avrà inferito che Ippocrate avesse inteso di parlare della bocca dello stomaco. E ciò potrebbe anco darsi, per le considerazioni che qui subito vi sottopongo, senza che resti meno vero che quel tale *frequente dolore dei seniori*, che gli spinge a morte repentina, notato da Ippocrate, sia dolore del cuore, anzichè dello stomaco. E le considerazioni sono queste: che gli stessi malati possono avere accusato ad Ippocrate, come sogliono anco presentemente, lo stomaco come sito di un dolore che può essere stato nei precordii. E non è a dirsi quante ripetute e diligenti interrogazioni sono spesse volte necessarie, specialmente con la gente rozza, per assicurarsi della sede del dolore; ed è cosa incredibile, se non fosse vera, quella che abbiavi qualche creatura rozza cotanto, da non sapere neppur distinguere dalle proprie sensazioni la località del proprio cuore. La bocca dello stomaco è vicinissima sotto la cartilagine

(1) Com. III. pag. 161. H. 46. 1.

(2) *Com. in Coac. præn.* Lib. III. Sect. II. N. 17.

mucronata al centro del diaframma, all'aorta, alla vena-cava ed al pericardio; il che fa che quel sito di unione sia della massima sensibilità, e di molta influenza reciproca sieno le parti che vi concorrono, e fa sì che possano essere riferiti ad un sito i dolori che esistono in un sito vicino. Il Senac ha insegnato (1) come si possano sentire allo stomaco le pulsazioni, ed altre sensazioni, nei mali del cuore e dell'aorta. Ed opportunamente il Morgagni ci ammaestra in più luoghi (2), che molti del popolo sogliono intendere per stomaco i precordii, ed accusare di sentir male allo stomaco in vece che ai precordii; e così fu di una decrepita donna, che non lagnavasi che *de stomacho*, nel cadavere della quale si è trovato che questo viscere era sano, ma che l'aorta era sparsa di squamette ossee e di bianche macchie, ed aveva dure, ossee e contratte le valvule. Ed in vero udiamo spesso che i rozzi ed incolti malati chiamano dolori dello stomaco anco quelli che occupano la parte anteriore e media del petto; e si chiama perfino nel nostro dialetto *stomeghino* la pezza da stomaco che per ripararsi dal freddo suolsi da molti portare sopra la parte anteriore del petto.

Io dunque credo o che Ippocrate abbia inteso di dire col vocabolo Καρδίης bocca dello stomaco nell'uso comune, cioè prendendo stomaco per petto; o che veramente abbia inteso di significare cuore e precordii. L'osservazione dell'Hollerio, e la denotazione di *seniori* data da Ippocrate a quelli che ha veduto morire improvvisamente dopo avere *crebro* sofferti i nominati dolori, mi persuadono che tali dolori sieno stati del cuore. E non solamente l'osservazione dell'Hollerio mi determina a questa persuasione, ma, per tacere di altre, una osservazione del Lancisi (3), il quale narra di avere veduto morire repentinamente un uomo di cui tace l'età, a cui, *cedente jam podagra, atrox dolor cordis identidem recurrebat;* e soprattutto molti casi narrati da quell'incredibile sapere del Morgagni, e molti di *angina pectoris* già narrati nella mia opera sopra questa malattia, e qualche caso proprio che narrerò a suo tempo. Amo poi di fare osservare la denotazione di *seniori* usata da Ippocrate, anche perchè dolori violenti e recurrenti di cuore si osservano nei giovani al pari che nei vecchi, e principalmente nelle donne giovani, isteriche, ed alterate nei mensili tributi; quantunque poi questi dolori nelle età giovani quasi mai non finiscano con la morte improvvisa, ma spessissimo dileguinsi senza morbosità o da per sè, o per mezzo di qualche sottrazione di sangue. Tanto

(1) *Du cœur.* Lib. IV. Cap. IX. N. 7.

(2) *Epist. Anat. Med. XXIII.* 11.

(3) *De subitaneis mortibus.* Lib. I. Capo XIX. §. VII.

nei vecchi che nei giovani questi dolori possono essere effetto di organica alterazione del cuore e dell'aorta toracica; ma spesso anche dipendono unicamente da abbondanza di sangue, e da momentaneo suo ingorgamento nel cuore: con la differenza grandissima, che nei giovani di aorta molle, e quindi cedevole, il cuore, che sempre prontamente reagisce, non provando verun ostacolo dall'aorta, presto si libera della pienezza che lo molesta; mentre nei vecchi, e più nei decrepiti, può esso trovare un ostacolo nella sola rigidezza senile delle tonache dell'aorta toracica e delle valvule ventricolo-aortiche, che in alcune circostanze della vita sia di tal fatta, da non potersi superare dalla sola sua forza senza pronti soccorsi. Il cuore allora resta pieno di sangue, il ventricolo sinistro rigonfio e come paralizzato, ed il vecchio istantaneamente soccombe. Il salasso giova in ambedue le età, con la solenne differenza, che qualora non havvi struttura alterata, i giovani col tempo guariscono; ma i seniori una volta o l'altra perdono ad un tratto la vita. Il quale tristissimo evento non può che essere effetto di cessata reazione del cuore soffocato dal sangue; cosa questa e veduta e spiegata dai moderni autori dopo il Lancisi e il Morgagni, ma insegnata duemila anni addietro anche da Galeno in diverse opere che gioverà rammentare brevemente, e nei comenti ad un Aforismo d'Ippocrate che in breve riporteremo, e nel Libro II. Capo XIV. *dei presagii dai polsi*, e nel Capo VI. *dei decreti d'Ippocrate e di Platone*, e nel Libro V. Capo I. *delle affezioni locali*. Galeno dice nella prima opera, che la morte repentina rapisce anche molti sani, *potissimum in senectute*, e che dipende da morbo che *occupat vel corpus cordis, vel spiritum et sanguinem quem continent ejus sinus*. Dice nella seconda opera, che alcuni che sono malati di cuore, ma che agl'imperiti *commode videntur habere*, muojono o nel sonno, *ut non amplius expergiscantur*, ed anco alcuni *inter loquendum*. Dice nella terza opera, che la morte repentina deriva quasi unicamente dal cuore, e non dal cervello. E nell'ultima opera citata insegna, che molti vivono parecchi giorni, sebbene abbiano perduto il moto ed il senso, *quod cor manserit illaesum ..... at vero si cor respiratione privetur, homine illico perire necesse est*.

Ritornando ad Ippocrate, la stessa interpretazione di cuore, e non di bocca dello stomaco, bisogna dare al vocabolo Καρδίης da lui usato in un passo del Libro I. *delle predizioni*, num. 72.; nella quale interpretazione d'altronde vanno d'accordo tutti i traduttori, il che convalida quanto si è detto di sopra. Il passo è questo: *Cordis dolor cum praecordiorum contentione, atque capitis*

dolor malignum quidpiam et suspiriosam quamdam affectionem indicat. In his certe animadvertendum est num de repente moriantur. Questo dolore del cuore con ispasmo dei precordii, che indica, secondo Ippocrate, un certo che di maligno ed una certa affezione sospirosa, è forma morbosa che ora da molti chiamerebbesi *angina del petto*, affezione cardiaca; tanto più che Ippocrate avverte del pericolo di morire improvvisamente, appunto troppo solito ad accadere nell'*angina pectoris.* Sintoma straniero alla forma anginosa di petto sarebbe il dolore di testa. Si ebbe però ad osservarlo in qualche caso di morte repentina con apparenze apopletiche, ma per malattia cardiaca; come fu quello del celebre Gio. Hunter, nel cui cadavere si trovò che il morbo era nel cuore e nell'aorta toracica.

Se alle due esposte sentenze d'Ippocrate una terza si unisca, contenuta nel libro *degli Aforismi* (Sect. II. num. 41.), si avrà maggiore argomento a favore della conoscenza ch'egli avesse avuto dei morbi cardiaci anche nel sintoma del deliquio, e del morire improvviso che in alcune occasioni ne consegue. *Qui crebro et vehementer citra causam manifestam animo linquuntur, repente moriuntur.* Nella quale sentenza si notino le tre circostanze annesse al deliquio, necessarie, secondo Ippocrate, perchè abbia luogo l'avvenimento funesto del morire improvvisamente; che il deliquio, cioè, accada *crebro, vehementer et citra causam manifestam.* Ed è Galeno, nei commenti a questa sentenza, che invita a questa osservazione, facendo riflettere che non tutti quelli che vanno soggetti a deliquii muojono repentinamente, ma sì quelli nei quali concorrono le dette tre circostanze. E soggiunge, che muojono improvvisamente, non diversamente da quelli che muojono di sincope: *non aliter quam illis, qui acutissimis cordis affectibus, quam sincopas vocant, arripiuntur.* Forse che Ippocrate avrebbe usato il vocabolo *sincope* invece di *deliquio;* ma al suo tempo non v'era nella lingua questo vocabolo, nè quindi trovasi in nessuna delle sue opere, ed egli adoperò sempre i vocaboli *lipothimia, lipopsichia, asfissia.* Il vocabolo *sincope*, al dire di Sennerto, è stato inventato dopo di Ippocrate, poco prima di Galeno.

Ora, unendo in una le tre esposte sentenze d'Ippocrate, si compone facilmente una descrizione di tal forma, che non può riferirsi che a malattia di cuore e dei grossi suoi vasi. Di fatto, se si narrasse che un uomo assai vecchio, apparentemente sano, soffre di quando in quando un dolore nel petto che sembra al cuore, con ispasmo dei precordii e sospirosa respirazione, e che spesse volte, senza manifesta cagione, cade in grandi deliquii o sincopi, qual-

unque medico temerebbe subito di malattia cardiaca, e farebbe il tristo pronostico di una probabile morte improvvisa.

Se non che le malattie del cuore e dei precordii hanno molte permutazioni di apparenze, molti adombramenti e trasmutamenti di vicissitudini, e quindi troppo frequentemente per l'onore della Medicina si presentano sotto aspetti differenti, e si coprono e mascherano delle altrui forme, e facilmente confondonsi con altri morbi. Tuttavia si va imparando a discoprirle e a palesarne le somiglianze dopo le grandi opere dei Lancisi e dei Morgagni, per tacere di altri, e dopo quelle dei Senac, dei Testa, dei Kreyssig, ec. ec. Con l'ajuto degl'insegnamenti di questi autori, delle aperture dei cadaveri e della pratica medica, si vanno intendendo e confermando insegnamenti antichissimi; e vieppiù si conosce che al miglioramento della Medicina pratica voglionsi tre elementi: le osservazioni sincere dei primi maestri separate dalle loro false e strane teoriche; quelle fra le osservazioni dei loro successori, che le confermano, le illustrano o le combattono, scevre dal predominio di una opinione o di un sistema qualsiasi, ma guidate dai soli fatti chiari ed interi; ed il confronto continuo di questi due elementi con le osservazioni dei moderni, decorate e confermate dall'Anatomia patologica, e sanzionate poi anche dai casi che occorrono nella pratica. Assai poco le opere mediche, semplicemente teoriche, che non sono fondate sopra queste basi, giovarono e gioveranno al medicare ed al guarire, scopo in fine di ogni medico studio. Brillano apparentemente sotto la loro disciplina le scuole, gli scritti, gl'ingegni; illudonsi a gara i maestri, i discepoli, i giovani medici, credendo di sapere più di quello che sanno: ma la Medicina pratica si aggira frattanto e travolve nei vortici delle diverse opinioni, e, come diceva Bacone, si esercita *potius in circulo, quam in progressu.* Laddove, quando tu leggi nelle opere dei primi maestri, i quali presero dalla sola natura le prime idee, e le più semplici, chiare, e al vero adeguate, un medico fatto, una narrazione di un caso, di un evento, l'esposizione di sintomi morbosi o isolati od uniti, e che poi nel cadavere trovi alterazioni conformi; ed impari che identiche o almeno analoghe osservazioni sono state fatte da qualche saggio medico in ogni età, e che l'Anatomia patologica ne abbia svelato l'indole e le cagioni; e quando in fine vedi tu stesso nella tua pratica le cose medesime, puoi tenere in gran conto questi fatti ed osservazioni, e formartene un capitale, e servirtene di saggio, o come a dire di reattivo, per esaminare le teorie, nude di fatti, di qualsiasi acuto ingegno, per iscoprirne i componenti, separarli, distinguerli, e giudicarne il

valore e l'utilità pe' tuoi malati. E mi accingo a dare un esempio di ciò; vengo anzi ad una dimostrazione.

Leggo, p. e., nel Libro II. *delle predizioni* d'Ippocrate una particolare forma morbosa, ch'egli osservò essere propria degli uomini dell'età dagli anni 40 fino ai 60, e che chiama *veementissimo morbo*. « Narra che questi uomini » soffrono dolori agli omeri, i quali si estendono alle mani con torpori e dolori » di queste; ed alle volte perdurano negli omeri, e si estendono al dorso. Nar- » ra che alle volte la respirazione è facile, alle volte è difficile, e che in que- » sto ultimo caso comparisce sulla faccia un colore non veduto prima; ed av- » verte che bisogna osservare se si gonfiano i piedi. » È vero che in questa descrizione frammette Ippocrate le sue teorie dell'atrabile, ed altre della patologia umorale del suo tempo; ma io lascio da parte queste teorie, e tengo presenti quei fatti, quantunque non sappia subito chiaramente a quale malattia riferirli.

Leggo nel Libro II. *de morbis* un'altra forma morbosa, che in sulle prime intendo ancora meno, e che il gran vecchio chiama *cura, gravis morbus*, cioè passione, sollecitudine, malattia grave. E perchè la intendo meno dell'altra, la consegno alla memoria con le stesse parole dell'autore, che sono queste: *Cura, gravis morbus. Viscera velut spinarum aculeis pungi videntur, anxietudo ipsum invadit, lucem et homines refugit, tenebras amat, metus corripit, septum transversum exteriore parte intumescit, ad contactum dolet, expavescit in somnis, terriculamenta et formidanda cernit, quandoque et mortuos. Morbus hic interdum plurimos vere prehendit ..... neque exercitiis utatur, neque deambulet. Haec si fecerit, a morbo liberabitur; si vero neglexerit, commorietur.*

In queste due forme morbose, dopo le opere del Morgagni e dopo quelle sulle malattie del cuore, comincio a ravvisare forme di morbi cardiaci. Nella prima forse un ingrandimento, od altra organica alterazione, la quale cagioni difficile circolazione centrale, per cui il sangue si trattenga nei polmoni, d'onde talvolta la difficile respirazione; e nella faccia, d'onde il colore rossastro e negro non veduto prima; ed accadano spandimenti sierosi nel petto, d'onde la gonfiezza dei piedi. E comincio a ravvisare nell'altra una delle varietà o meglio delle larve dell'ipocondriasi, il *taedium vitae* dei cardiaci, così bene descritto dal Testa. Osservo allora meglio i casi analoghi che incontro nella pratica, e mi sorge la speranza di poter arrivare in avvenire a vedere qualche cosa con minore incertezza nell'oscurità somma delle malattie organiche del cuore e dei precordii.

Seguitiamo. Leggo nel Libro VII. *de morbis vulgaribus* la storia seguente. « Ad Alcmano, convalescente da dolori ai reni, a cui si era anche tratto » sangue inferiormente, il dolore si trasportò di sopra al fegato, *et ad cor do-* » *lor ingens aderat, praeque dolore spiritus detinebatur.* »

Tengo a mente questo caso di trasporti di dolori dai reni al cuore con istrettura di respiro, e lo confronto poi col caso sopra narrato dal Lancisi di quell'uomo il quale, essendo già guarito della podagra, era di tratto in tratto assalito da atroce dolore di cuore: sento che questo è morto repentinamente, e temo lo stesso evento nei casi di trasporto di dolori dai reni al cuore. Molti altri casi simili leggo di poi nel Morgagni e negli autori che trattarono delle malattie del cuore e delle arterie, e taluno ne incontro nella pratica medica.

Con questi esempii in mente leggo un Aforismo d'Ippocrate, il 31. della Sez. III., e scorgo ch'egli unisce in esso tutti questi diversi sintomi di dolori dei reni e delle articolazioni, di difficoltà di respiro e di difficoltà di orina, e che li fa proprii dei vecchi. Allora entro nella ragionevole credenza, che tutti questi sintomi possano derivare da una comune cagione; e bene esaminate le teorie che tentano spiegarli co' sempre oscuri consensi dei nervi, o con una immaginata materia morbosa ec., mi pare che siano tutte non altro che semplici parole; e lasciate quelle teorie a chi le vuole, arrivo ad avere dall'anatomia patologica un lume più chiaro, un più deciso soccorso per riconoscere la derivazione dei detti sintomi e forme morbose da processi che si formano ora presto, ora tardamente qua e colà nelle tonache delle grosse arterie, segnatamente nell'aorta toracica e nel cuore. E conosco che in forza di questi processi si destano evidenti sintomi morbosi ora ad una estremità, ora ad un'altra del sistema arterioso, cioè ora alla pelle ed alle articolazioni, ora ai reni, ora al petto ed al cuore; i quali sintomi ora alternano alle volte fra loro ed ora intermettono, ora cessano affatto, ora diventano impensatamente e repentinamente mortali, secondo il sito dove il processo morboso si stabilisce, secondo il grado cui giugne, e secondo i prodotti che dà di induramenti, ossificazioni, ristringimenti, ingrossamenti, dilatazioni, ec. ec. E così, nello stesso tempo che mi rendo meno imperito nella diagnosi e nel pronostico di oscure malattie, anche con l'autorità d'Ippocrate, vengo a provare il giusto pratico vedere di questo grande maestro anche nelle malattie del cuore e dei vasi maggiori, e negli esiti delle stesse.

E qui mi accade avere non lieve compiacenza di aver trovato un appoggio nell'autorità delle ultimamente esposte sentenze d'Ippocrate a quanto ho pen-

sato sullo stesso argomento e scritto nella mia opera *sull'angina del petto* Nel Capo XI. del Vol. I. ho discorso alla lunga e con qualche diligenza, e parmi anche chiarezza, sull'analogia che passa fra le affezioni dei reni, e le *anginose di petto* e le asmatiche; fra quelle e queste, e le artritiche e podagrose; sui rapporti tra le vie orinarie, le articolazioni, e gli organi centrali della circolazione del sangue: ne ho narrato esempii distinti e tre luminosissime storie, prese l'una da Vincenzo Malacarne, e le altre due dal Morgagni; ed ho fatto osservare che a questi rapporti morbosi non era stata posta attenzione dagli scrittori che trattarono dell'*angina pectoris*. Confesso di avere ora riletto con qualche piacere quanto allora io aveva scritto, di avermi doluto d'essere tuttavia l'autore di un solo primo volume, dopo tanti anni; e forse m'invoglierò di riprendere dopo sì lungo intervallo un lavoro gradito, sospeso non per mia colpa, ma del destino, e della necessità in cui mi sono trovato di dover convertire gran parte dello studio al tavolino nello studio al letto dell'ammalato, in vero più certo, più soddisfacente e più utile.

Ma tornando ad Ippocrate, ho ancora da rammentarvi, o dotti Accademici, un suo importantissimo insegnamento, anch'esso, a ciò che mi sembra, spettante ai morbi cardiaci ed arteriosi. E tralascio di parlarvi, per brevità, e del *morbus lividus*, che Ippocrate descrive nel Lib. II. *de morbis*, che ad alcuni è sembrato essere la malattia bleu, o morbo ceruleo, o cianosi, come adesso la chiamano (1); ma che a me non sembra tale, perchè congiunto a febbre, la quale manca nella cianosi. Tralascio parimente di narrarvi una storia, che Ippocrate narra nel Lib. V. *de morbis vulgaribus*, di certo Androfano, il quale, oltre ad altri mali, soffriva talvolta il dolore di cuore, che veniva tolto col salasso, finchè una volta impazzì, perdette la voce, e presto anche la vita; le di cui sofferenze somigliano in parte a quelle di Giovanni Hunter, morto improvvisamente per malattia del cuore e dell'aorta, come dissi addietro.

L'insegnamento d'Ippocrate, di cui intendo parlarvi, è la descrizione di una malattia, della quale non trovo fatta menzione in nessuno scrittore moderno, ma che fu però contemporaneamente descritta da tre Medici del secolo XVI., uno Italiano, l'altro Francese, e il terzo Spagnuolo, Pietro Salio Diverso, Carlo le Pois, Lodovico Mercado, forse prendendola tutti e tre da Ippocrate; malattia, o forma di morbo, che io credo di aver veduto due volte.

(1) *Annali di Medicina dell'Omodei*, 1827. Vol. XLIII. pag. 440.

Ippocrate nel Libro *de victus ratione in morbis acutis* descrive una particolare maniera di male, che chiama *venarum interceptiones*, nel quale non sarà difficilissima cosa il ravvisare una malattia delle arterie del petto, o almeno delle arterie e delle vene, nella quale accadono convulsioni e spasmi delle loro tonache, effetto dei quali sia un arresto di sangue nella testa e nel cuore, e quindi apoplessie e sincopi, o minaccie di questi ferali sintomi od esiti. Ippocrate pertanto osservò, « che alcuni, che pur godevano di buona » salute, senza occasione manifesta, od altra valida causa, perdevano ad un » tratto la favella. Giudicò che ciò derivasse dall'essere intercetto il corso del » sangue e degli spiriti per le vene, e che fosse necessario estrarre sangue dal » braccio. Vide che moltissimi nell'attacco presentavano i seguenti fenomeni: » rossore della faccia, immobilità degli occhi, convulsione delle mani, stridore » dei denti, pulsazioni, strignimento delle mascelle, perfrigerazione delle estre- » mità, *et spirituum in venis interceptiones* » (cioè interruzione del corso del sangue nei vasi arteriosi e venosi). Osservò « che v'erano dolori nelle » parti interne, e pensò che le dolenti vene (cioè i vasi sanguiferi), divenute » molto aride, si facessero convulse e s'infiammassero, e che da ciò derivasse » che, guastato il sangue e non potendo più gli spiriti passare per quelle stra- » de che in esso hanno naturalmente (cioè rallentandosi il corso del sangue pei » vasi), si provassero dal malato perfrigerazioni delle estremità, vertigini, per- » dita della favella, gravezza della testa e convulsioni, qualora il male giun- » geva al cuore, o al fegato, o alla vena (cioè a qualche grosso vaso sangui- » gno, forse del petto). » Così Ippocrate.

Questa forma morbosa non è apoplessia, perchè Ippocrate parla di questa in troppi luoghi e troppo distintamente per non confonderla con la forma morbosa di cui parliamo. Non è epilessia, perchè v'ha rossore in vece che pallore della faccia, ed una particolare immobilità degli occhi, e sciogliesi col salasso. E veramente io credo, fondato sui due casi ch'io ho veduto, che possa darsi uno spasmo sì forte dei grossi vasi del petto, tanto degli arteriosi come dei venosi, in forza del quale o spingasi da quelli rapidamente il sangue alla testa, o da questi in essa trattengasi, e che nell'uno e nell'altro caso il sangue ingorgato entro la testa e nella faccia renda rossissima questa, e comprimendo in quella il cervello, produca i fenomeni d'immobilità degli occhi, di perdita della favella, di convulsioni ec., il tutto senza arrivare al grado di cagionare paralisi, od altri effetti cerebrali, e prontamente sciogliendosi col salasso. È particolare specialmente la faccia dei colpiti da questo morbo. Immaginatevi decisamente

uno strangolato, tanto è rossa tutta, non escluso lo stesso bianco dell'occhio, che diventa tutto injettato, come se fosse preso da fortissima infiammazione; e resta rosso non solamente cessato il rossore della faccia, ma per qualche giorno dopo l'accesso. Uno dei casi da me veduti fu in un certo Carlo Chiarini di Perugia, ma da molti anni stabilito in Padova, il quale morì di polmonía, durante la quale essendo io un giorno al suo letto, vidi un tale attacco, che non avea più veduto l'eguale. L'altro caso fu in un Sacerdote, valentissimo botanico, da molti di voi conosciuto, e ancora vivente (1), il quale dopo molti attacchi violenti migliorò, ma non a segno di tranquillarsi; di cui vi narrerei la storia non comune, se non mi accorgessi di avere abbastanza abusato della vostra cortese indulgenza.

Non finirò per altro senza farvi riflettere sopra un'importantissima cosa che convalida la mia opinione, che a malattie del cuore e dei vasi sanguiferi si riferisca quanto io ho esposto d'Ippocrate e nell'altra ed in questa Memoria; ed è, che in tutti i passi citati, dove egli parla del metodo di medicare, prescrive, a preferenza d'ogni altra cosa, che si cavi sangue; come si fa presentemente nelle malattie del cuore e dei vasi sanguiferi, che sono contrassegnate dai sintomi di cui abbiamo discorso; e ciò indipendentemente dalle teorie degli emofili, ma fondati sulla esperienza di tutte le età.

(1) Morì poi improvvisamente, ed era l'Ab. Pietro Melo, Botanico del Nobile signor Cav. Vigodarzere nella bellissima di lui villa di Saonara.

PER QUAL RAGIONE

LA FORMULA CARDANICA

CONDUCA AD ESPRESSIONI IMMAGINARIE QUANDO TUTTE E TRE LE RADICI SONO REALI.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXVIII APRILE MDCCCXXIX

DAL SOCIO ATTIVO

GIUSEPPE BERNARDI

1.° Il celebre Paoli ne' suoi Elementi di Algebra entra nella stessa ricerca, e propostasi l'equazione generale del 3.° grado

$$x^3 - mx - n = 0,$$

mancante del secondo termine, trova che nel caso irreducibile è sempre $\pm x < 2\sqrt{\frac{m}{3}}$. Dimostra poi, che questo valore delle radici così circoscritto rende appunto assurda la supposizione di $x = p + q$, in cui p e q sono le due arbitrarie nelle quali si spezzò già la x stessa; perciò conchiude, che naturalmente si doveva incorrere nello scoglio delle espressioni immaginarie ogni qual volta si partiva dalla equazione condizionale $x = p + q$. Ma in ogni maniera di soluzione si parte sempre da questa equazione? Cosa è che la rende assurda? Perchè p e q non possono essere due valori tali, che la loro somma, posta in luogo della incognita, la soddisfacciano? Ecco a cosa tende questa Memoria.

2.° Le tre radici reali e disuguali della proposta equazione s'indichino per x', x'', x'''; sia anche x' la maggiore; sarà $x' + x'' + x''' = 0$, ovvero $x' = -(x'' + x''')$; $m = x'x'' + x'x''' + x''x''' = -(x''^2 + x'''^2 + x''x''')$; $n = -x'x''x''' = -(x''^2x''' + x''x'''^2)$. Per qualunque di questi valori x', x'', x''', che venisse sostituito nella data, preceduto dal suo segno com-

petente, l'equazione sussisterà sempre; ma se i valori, qualunque sia la forma che loro dare si voglia, non saranno identici agl' indicati, cesserà la proposta di essere eguale a zero. Si ricorse quindi al semplice artifizio di sostituire alla x due arbitrarie, la cui somma eguagli l'ignota, per cui, se era diversa la forma, identico ne fosse il valore; sempre per altro ritenendo che la somma $p+q$ di quelle due arbitrarie eguagliar dovesse una qualunque delle tre radici, altrimenti l'equazione proposta avrebbe cessato di più sussistere. È facile rilevare in che possa differire, in che combinare la frase $p+q$, e l'altra $x''+x'''$, perchè è nota la definizione di ambedue queste espressioni. Fatto quindi $x=p+q$, si ottenne una trasformata che, presentandosi sotto diverse espressioni, si credeva fosse per conservare sotto qualunque rapporto l'identità colla primitiva. Da questa supposizione la trasformata che ne risulta si è, com'è ben noto,

$$p^3+q^3-n+(3pq-m)\ (p+q)=0,$$

in cui m è preceduta sempre da un segno contrario a quello di $3pq$. Si determinò p in modo che sia $3pq-m=0$. A ciò sembrava che nulla si opponesse, mentre p essendo un'arbitraria, ad essa si poteva attribuire il valore di $\frac{m}{3q}$, ed essere quindi $p^3+q^3-n=0$, e perciò $q^6-nq^3+\frac{m^3}{27}=0$; anzi fatto $q^3=v$, si ottenne la trasformata $v^2-nv+\frac{m^3}{27}=0$; equazion di secondo grado, ed oggetto della ricerca.

3.° Così si è sempre progredito per rendere ragionevoli le successive operazioni che conducono alla soluzione del problema. Ma non cadde mai in dubbio di esaminare se p o q effettivamente assumer potessero il valore indicato, e se la prima relazione di eguaglianza posta tra la x e le arbitrarie, cioè posta tra questa ed una qualunque delle tre radici, contrasti punto alla seconda relazione stabilita di $3pq=m$. Essendo p e q dunque prese in somma eguali ad x, egli è certo che nè l'una nè l'altra possono eccedere i limiti di x e zero, e tra questi limiti il loro rispettivo valore deve compensarsi in guisa, che quanto più una cresce, l'altra scemi. Se questa considerazione è giusta, come lo è realmente stando all'ipotesi, p non potrà mai giungere al valore di $\frac{m}{3q}$, ovvero q al valore di $\frac{m}{3p}$; quindi è assurda l'equazione $3pq-m=0$, equazione che solo potrà aver luogo quando sia $p=q$, non mai in altra circostanza. Eccone una facile dimostrazione.

4.° Se un tutto dividasi in due parti eguali, in questo caso il prodotto delle due parti è un massimo, e diventa poi tanto minore, quanto cresce la differenza tra loro. Supponiamo che sia $a = b$, sarà $a\,b$ un massimo; cioè se $a = r$, $b = r$, in tal caso è $a\,b = r^2$: ma se $a > b$, si ha allora $a = r + s$, e quindi $b = r - s$; perciò $a\,b = r^2 - s^2$, vale a dire il prodotto fra a e b sempre minore, quanto è maggiore la differenza fra i due fattori: ma nel caso che sia $a\,b = r^2$, per esser $r = \frac{a+b}{2}$, ossia $r^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$, si ha pure in questa circostanza $a\,b = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ uguale al quadrato della semi-somma, e perciò se $a > b$, o viceversa, sarà anche $a\,b < \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$. Ora essendo x' una delle radici della proposta, e nel caso nostro quella che eguaglia le altre due, cioè la massima, sarà anche $x'' + x''' = p + q$; mentre la somma di $p + q$ essendosi sostituita nell'equazione, essa pure non poteva essere che un valore identico di una delle tre radici. Ritenendo che sia $m = -(x''^2 + x'''^2 + x''\,x''')$, è facile dimostrare ciò che fu proposto, cioè essere impossibile l'eguaglianza fra il triplo prodotto di $p\,q$, ed il coefficiente del terzo termine m. Diffatti

$$\frac{m}{3} = -\left(\frac{x''^2 + x'''^2 + x''\,x'''}{3}\right) = -\left(\frac{4\,(x'' + x''')^2 - 4\,x''\,x'''}{12}\right)$$

$$= -\left(\frac{3\,(x'' + x''')^2 + (x'' - x''')^2}{12}\right) = -\left\{\left(\frac{x'' + x'''}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x'' - x'''}{2}\right)^2\right\};$$

sostituendo ad $x'' + x'''$ il suo valore corrispondente di $p + q$, si ha

$$\frac{m}{3} = p\,q = -\left\{\left(\frac{p+q}{2}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x'' - x'''}{2}\right)^2\right\};$$

dunque $\frac{m}{3}$ eguaglia il quadrato della semi-somma $\left(\frac{p+q}{2}\right)^2$, più un terzo del quadrato della semi-differenza tra le radici; ma $p\,q$ quando è un massimo, abbiamo dimostrato che è uguale a $\left(\frac{p+q}{2}\right)^2$; perciò è impossibile che esso sia eguale ad $\frac{m}{3}$, perchè altrimenti avrebbe un valor maggiore di ogni massimo possibile, ossia dovrebbe essere simultaneamente eguale a due valori diversi. Dal che si conchiude, che la trasformata $v^2 - n\,v + \frac{m^3}{27} = 0$ è assurda, ovvero che non si può abbassar di un grado la proposta per mezzo di quella relazione stabilita fra i coefficienti e le radici, senza introdurvi risultati contradditorii.

5.° Ma l'esposta dimostrazione parte dal principio, che tanto p che q sieno due arbitrarie bensì, ma di tal valore che ciascheduna non ecceda i limiti di x e zero: alla qual condizione si è aggiunta l'altra, che x' sia la radice massima della data equazione. Per giustificare questa seconda supposizione basta prenderla in esame indipendentemente dall'altra, ed allora facilmente resteremo convinti che una tale ipotesi non iscema punto il rigore della dimostrazione; poichè se si assuma in luogo della massima x' una delle radici minori x'', ovvero x''', e ad essa si faccia eguale $p + q$, questo valore decrescerà tanto più, quanto è minore la radice assunta, e perciò diminuirassi anche il valore rispettivo di ciascuna arbitraria, e quindi diminuirà il prodotto pq; perciò tanto meno eguaglierà esso il terzo di m, il qual m resta pur l'identico sì nella supposizione di $x' = p + q$, che nell'altra di x'', ossia $x''' = p + q$. Abbiamo dunque basato il calcolo sopra i dati più generali. Riguardo poi all'altra condizione, che nè p nè q sia maggiore di x, nè minore di zero, possono occorrere tre casi; e dietro l'equazione di condizione $x' = p + q$, questi tre casi si esprimeranno nel modo seguente: 1.° $x' = p + q$, quando p e q sono tra i limiti di x' e zero; 2.° $x' = p + 0$, quando una qualunque delle arbitrarie sarà eguale alla radice, per cui l'altra sarà eguale a zero; 3.° $x' = p - q$, quando o l'una o l'altra delle arbitrarie sarà maggiore della radice massima. Così non cadrà dubbio che la x' spezzata nelle sue quantità arbitrarie non venga considerata nel modo più esteso e generale. Il primo di questi tre casi l'abbiamo ora appunto dimostrato impossibile; è inutile di prender in esame il secondo, come quello che non introduce alcuna modificazione nelle trasformate, nè in forma nè in valore, non sostituendovi funzione alcuna diversa dalla prima; resta perciò ad analizzare il terzo caso. Siccome la dimostrazione seguente include sì 'l caso primo che il terzo, così non lascierò d'indicarli ambidue, per cui resterà anche per una seconda via nuovamente dimostrata la vera ragione, per cui la formula cardanica tragga agli immaginarii.

6.° Nella data equazione $x^3 - mx - n = 0$, in luogo di x si ponga prima $p + q$, ed avremo la nota trasformata, da cui si ricava l'equazione parziale $3pq = m$, ossia $pq = \frac{m}{3}$, ovvero $4pq = \frac{4m}{3}$; ed essendo $x'^2 = (x'' + x''')^2 = (p + q)^2$, avremo

$$(p + q)^2 - 4pq = x''^2 + x'''^2 + 2x''x''' - \frac{4m}{3}$$
$$= \frac{3x''^2 + 3x'''^2 + 6x''x''' - 4x''^2 - 4x'''^2 - 4x''x'''}{3},$$

perciò $(p-q)^2 = -\left(\frac{x''-x'''}{3}\right)^2$; quindi $p-q=(x''-x''')\sqrt{-\frac{1}{3}}$, eguale ad una quantità necessariamente immaginaria. Si ponga ora $p-q$ in luogo di x', valore appunto dato ad essa nel terzo caso; questa seconda sostituzione ci dà la trasformata seguente: $p^3 - q^3 - n - (3pq + m)(p-q) = 0$, in cui $3pq$ è dello stesso segno di m, quindi $pq = -\frac{m}{3}$, ossia $4pq = -\frac{4m}{3}$; ma per essere $p-q=x'$ sarà $(p-q)^2 = x'^2$, e perciò sommando queste due equazioni avremo $(p-q)^2 + 4pq = x'^2 - \frac{4m}{3}$, dalla quale si ricava $p+q=(x''-x''')\sqrt{-\frac{1}{3}}$, cioè uguale ad una quantità immaginaria, ed alla stessa a cui abbiamo trovato uguale $p-q$. Dunque sì la somma che la differenza di queste due quantità arbitrarie riesce immaginaria; ed inoltre alla fine del calcolo, com'era naturale, risultano fra loro eguali. Si può quindi conchiudere, che niuna delle radici della data equazione si può eguagliare nè in funzione di somma, nè in funzione di differenza a quelle due quantità, che poi in prodotto si vogliono eguali al terzo di m; ed è per questo che è impossibile, seguendo l'indicato artifizio, di trasformare un'equazione del terzo grado in altra del secondo, senza introdurre delle condizioni assurde e delle eguaglianze erronee.

7.° Peraltro il chiarissimo Ruffini, partendo da più generali principii, anzi con una dimostrazione, detta da lui stesso dimostrazione *a priori*, pervenne a trasformare l'equazione di terzo grado in altra di secondo, ed ottenne cioè la soluzione del problema senza pericolo d'incorrere in particolari errori, od in falsi supposti. È ben vero che questa trasformata del secondo grado essendo identica con quella ottenuta per la via poc'anzi analizzata, fa nascere una ragionevole suspizione, che o non sieno sì generali i suoi principii, o ve ne abbia introdotto d'illusorii, di quelli cioè che nominati furono da un ingegnoso Matematico *algebriche fantasmagorie*. Comunque siasi la cosa, si tenterà di qui indicare, e brevemente, le idee precipue dell'autore, per poter poi soggiungere quella dimostrazione, la quale confermi che anche in questo metodo, senza ricorrere ad assurde relazioni, non si giunge alla formula cardanica. Parte egli, per maggiore semplicità, da un'equazione mancante del secondo termine, e poi assume la funzione più semplice, che esprima in generale le

radici di qualunque trasformata, e trova, com'era di ragione, che quella, generalmente parlando, è determinabile da un'equazione del sesto grado, di cui le radici sono della forma seguente:

1.ª $f(x')\,(x'')\,(x''')$; 2.ª $f(x''')\,(x')\,(x'')$; 3.ª $f(x'')\,(x''')\,(x')$;
4.ª $f(x')\,(x''')\,(x'')$; 5.ª $f(x'')\,(x')\,(x''')$; 6.ª $f(x''')\,(x'')\,(x')$.

Conosce poi indispensabile, perchè giugner si possa alla soluzione del problema, che questa novella equazione abbia alcune delle sue radici fra loro eguali, ma che tal eguaglianza nasca dalla forma, non dal valore particolare delle radici della proposta; altrimenti non si otterrebbe che una soluzione appunto particolare ad alcuni casi. Ma siccome la trasformata, a cui si tende, esser deve al più del grado secondo, mentre qualunque altra di grado superiore riuscirebbe inutile, presentando le stesse difficoltà, od un maggior numero di quelle che offre la data; così conchiude, che le sei radici della trasformata in funzione della primitiva esser dovranno eguali fra loro a tre a tre, per cui due soltanto allora divenendo i valori diversi, l'equazione si ridurrà appunto del grado voluto. Afferma che infinite sono le funzioni le quali godono di questa prerogativa; e lo deduce dall'analisi che accurata intraprende sulle sei funzioni delle radici sopra esposte, le quali riduce a due soltanto, e per artifizii veramente ammirabili, e dietro profonde considerazioni, due forme generali stabilisce alle sei indicate radici, espresse da certe algebriche frasi opportune all'intento; intorno alle quali conclude, che qualunque esse sieno, qualunque forma loro si dia, e qualunque permutazione si faccia tra le radici della proposta, non possono mai acquistare che due valori diversi. La prima di queste funzioni chiamata V', e V'' l'altra, l'equazione da cui fa dipendere il loro valore è appunto della seguente forma: $V^2 + SV + T = 0$.

8.° Il problema è ora ridotto alla sola difficoltà di determinare i coefficienti S e T in funzione dei coefficienti della data. Siccome poi è cosa facile il convincersi che anche nell'equazione $v^3 - nv - \frac{m^3}{27} = 0$ si parte dal supporre il coefficiente n eguale alla somma di due cubi, ed $\frac{m^3}{27}$ eguale al loro prodotto, così facilmente si dimostrerebbe che tutte le lunghe ed astratte considerazioni del signor Ruffini poggiano su di quella stessa ipotesi, e che in fine alla x si sostituì la somma di quelle due arbitrarie per giungere alla trasformata. Ma, volendo correre questa via, si darebbe in analisi troppo lunghe ed in confronti tediosi, mentre sarebbe necessario fermarsi a considerare

ciascuna delle astratte proposizioni dell'autore, le quali essendo molte ed ardue, condurrebbero a lunghi calcoli: meglio è dunque attenersi ad un metodo quanto breve, altrettanto pure decisivo, come a quello il quale, conducendo in ambidue i casi ad identità di risultati, fa conoscere che nel calcolo si sono introdotti i medesimi falsi supposti. S dunque non potendo essere che la somma o la differenza di quelle quantità le quali in prodotto danno l'ultimo termine T (qualunque altra relazione renderebbe assurdo sì il valore di V', come quello di V'', e nulli quindi tutti i premessi ragionamenti); così appunto egli ci dà S eguale alla somma di due cubi, e T uguale al loro prodotto, cioè $S = p'^3 + q'^3$; $T = p'^3 q'^3$. Dimostrate $p' q'$ funzioni delle radici della primitiva, trova il chiarissimo autore, dietro i principii da lui premessi, $p' = x' + a x'' + a^2 x'''$, e $q' = x' + a x''' + a^2 x''$, intendendosi già per a e per a^2 le radici cubiche immaginarie dell'unità.

9.° Rapidamente così accennate le astratte proposizioni del celebre Matematico, ci siamo condotti a quel punto in cui è facile di dimostrare che il valore di p' e q' è un valore identico con quello trovato per p e q. Nell'altra soluzione, ottenuta per semplici artifizii di sostituzione, abbiamo veduto che $3pq$ non può essere eguale di m, finchè sussista l'equazione $x = p + q$. Ma si può anche dimostrare che m non si potrà mai sciogliere in due fattori p e q, i quali sieno funzioni delle radici, senza introdurvi quantità immaginarie. Diamo ad m una forma generale in funzione delle radici. Chiamata x' la maggiore, sia una delle minori $\varphi + \pi$, e l'altra sarà quindi $\varphi - \pi$, cioè facciasi $x'' = \varphi + \pi$, $x''' = \varphi - \pi$; per cui $x' = 2\varphi$ e $\varphi = \frac{x'' + x'''}{2}$, mentre risulta poi $\pi = \frac{x'' - x'''}{2}$. Queste forme non alterano punto il valore, ma ci presentano, come è facile convincersene, il coefficiente m sotto la forma $3\varphi^2 + \pi^2$, tale cioè che è impossibile di sciogliere in due fattori reali. Resta ora da dimostrare che i valori ottenuti per p' e q', partendo dall'analisi del signor Ruffini, sono identici a quelli di p e q ottenuti per la via ordinaria, cioè di dimostrare che p' e q' non sono che i fattori di m moltiplicati per una costante, per cui la trasformata $V^2 + SV + T = 0$, a cui pervenne quell'autore, è identica non solo della superiore $v^2 - nv + \frac{m^3}{27} = 0$, ma che vi ci si giunse introducendovi le stesse relazioni immaginarie.

Infatti nell'equazione $p' = x' + a x'' + a^2 x'''$ si ha $x' = -(x'' + x''')$, $a = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$; $a^2 = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$; quindi per via di semplici sostituzioni e semplicissime riduzioni la forma del valore p' si cambia successivamente nelle seguenti: $p' = -x'' - x''' + a x'' + a^2 x''' = (a-1) x'' + (a^2-1) x'''$,

ovvero $p' = \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2} - 1\right) x'' + \left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2} - 1\right) x'''$

$= \left(\frac{-3-\sqrt{-3}}{2}\right) x'' + \left(\frac{-3+\sqrt{-3}}{2}\right) x'''$, ovvero $p' = -\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{-1}}{2}\right) x''$

$-\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{-1}}{2}\right) x''' = -\sqrt{3}\left\{\left(\frac{x''+x'''}{2}\right)\sqrt{3} + \left(\frac{x''-x'''}{2}\right)\sqrt{-1}\right\}$,

quindi $p' = -\sqrt{3}\,(\varphi\sqrt{3} + \pi\sqrt{-1})$: ma siccome egli dà poi a q' il valore di $x' + a x''' + a^2 x''$; così, fatte in questo pure le necessarie sostituzioni e riduzioni, si avrà $q' = -\sqrt{3}\left\{\left(\frac{x''+x'''}{2}\right)\sqrt{3} - \left(\frac{x''-x'''}{2}\right)\sqrt{-1}\right\}$ $= -\sqrt{3}\,(\varphi\sqrt{3} - \pi\sqrt{-1})$, ed il prodotto $p'\,q' = 3\,(\varphi\sqrt{3} + \pi\sqrt{-1})$ $(\varphi\sqrt{3} - \pi\sqrt{-1}) = 3\,(3\,\varphi^2 + \pi^2)$: ma per essere anche $3\,p\,q = 3\,\varphi^2 + \pi^2$ $= (\varphi\sqrt{3} + \pi\sqrt{-1})\,(\varphi\sqrt{3} - \pi\sqrt{-1})$, si retrocederebbe quindi con tutta semplicità fino ad ottenere per p e q i valori medesimi dati a p' e q', che solo differiscono d'un semplice fattore costante. Ecco quanto doveasi dimostrare. Dunque alla formula cardanica non si perviene nè seguendo la via comune, nè quella immaginata dal signor Ruffini, senza partire da assurdi rapporti, o senza introdurvene; anzi, se verrà data un'equazione vera, una relazione reale fra le radici ed i coefficienti, non condurrà questa alla formula di soluzione, senza che vi si introducano esplicitamente quantità immaginarie. Eccone un esempio.

10.° Sieno, come sopra, x', x'', x''' le tre radici reali disuguali, la differenza fra le minori $x'' - x'''$ sia indicata per d, e l'equazione resti sempre la proposta $x^3 - m x - n = 0$. È facile dimostrare queste due proposizioni: il quadrato della massima radice è uguale alla terza parte della differenza che passa fra il quadruplo del coefficiente m del terzo termine ed il quadrato della differenza delle radici minori, cioè di dimostrare che è $x'^2 = \frac{4m - d^2}{3}$; mentre essendo $m = x''^2 + x'''^2 + x''\,x'''$, sarà $4m - d^2 = 4x''^2 + 4x'''^2$ $+ 4x''\,x''' - x''^2 - x'''^2 + 2x''\,x'''$, ovvero $3\,(x'' + x''')^2 = 4m - d^2$,

cioè $x' = \sqrt{\frac{4m-d^2}{3}}$. Così pure l'altra proposizione, che il prodotto delle radici minori $x''\ x'''$ è eguale alla terza parte della differenza fra il coefficiente m ed il quadrato dell'indicata quantità d, cioè $x''\ x''' = \frac{m-d^2}{3}$; poichè essendo $m = x''^2 + x'''^2 + x''\ x'''$, ed essendo $d = x'' - x'''$, sarà pure $m - d^2 = 3\,x''\ x'''$, cioè $x''\ x''' = \frac{m-d^2}{3}$. Se sostituiremo questi valori nella formula cardanica, che pur sono reali, ne otterremo una espressione immaginaria. Di fatto essendo $x'^2 = \frac{4m-d^2}{3}$, e $x''\,x''' = \frac{m-d^2}{3}$, sarà $n^2 = \frac{m-d^2}{3}$ $\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}}$, e $n^2 = \frac{1}{27}\,(4\,m^3 - 9\,m^2\,d^2 + 6\,m\,d^4 - d^6)$; quindi $27\,n^2 - 4\,m^3 = -\,(9\,m^2\,d^2 - 6\,m\,d^4 + d^6) = -\,(3\,m\,d - d^3)^2$, cioè $\sqrt{27\,n^2 - 4\,m^3} = (3\,m\,d - d^3)\ \sqrt{-1}$. E se vorremo poi col terzo di questi valori stessi ascendere a quella formula, ci sarà necessario d'introdurre delle quantità immaginarie. Riprendiamo l'equazione $x = \sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}}$, al cui radicale aggiunta e tolta contemporaneamente l'espressione immaginaria $d\sqrt{-\frac{1}{3}}$, si avrà $x = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} + d\sqrt{-\frac{1}{3}} - d\sqrt{-\frac{1}{3}}$

$$x = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} + d\sqrt{-\frac{1}{3}}\right)^3} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} - d\sqrt{-\frac{1}{3}}\right)^3};$$

ma sviluppando $\frac{1}{2}\sqrt{\left(\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} + d\sqrt{-\frac{1}{3}}\right)^3}$, si ottiene

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} + 3\,d\left(\frac{4m-d^2}{3}\right)\sqrt{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}d^2.3\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}} - \frac{1}{3}d^3\sqrt{-\frac{1}{3}}},$$

quindi $\sqrt{\frac{(4m-d^2)\sqrt{4m-d^2}}{2.3.4.\sqrt{3}} + \frac{4m-d^2}{2.3.4}\,3\,d\sqrt{-\frac{1}{3}} - \frac{3\,d^2}{2.3.4} \times \frac{\sqrt{4m-d^2}}{\sqrt{3}} - \frac{d^3}{2.3.4}\sqrt{-\frac{1}{3}}}$;

e riducendo $\sqrt[3]{\left(\frac{4m-d^2}{2.3.4}-\frac{3d^2}{2.3.4}\right)\frac{\sqrt{4m-d^2}}{\sqrt{3}}+\left(\frac{12md-3d^3}{2.3.4}-\frac{d^3}{2.3.4}\right)\sqrt{-\frac{1}{3}}}$,

dalle quali si ha $\sqrt[3]{\left(\frac{m-d^2}{2.3}\right)\frac{\sqrt{4m-d^2}}{3}+\left(\frac{3md-d^3}{2.3}\right)\sqrt{-\frac{1}{3}}}$,

ma $\frac{1}{2}n=\frac{m-d^2}{2.3}\frac{\sqrt{4m-d^2}}{3}$; quindi sostituendo si riduce il superior radicale alla espressione $\sqrt[3]{\frac{1}{2}n+\frac{3md-d^3}{2.3}\sqrt{-\frac{1}{3}}}$, ovvero $\sqrt[3]{\frac{1}{2}n+\sqrt{-\frac{1}{3}\left(\frac{3md-d^3}{2.3.}\right)^2}}$;

ma per essere $\sqrt{27n^2-4m^3}=\sqrt{-(3md-d^3)^2}$, riuscirà sostituendo

$$\sqrt[3]{\frac{1}{2}n+\sqrt{-\frac{1}{3}\left(\frac{3md-d^3}{2.3}\right)^2}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}n+\sqrt{\left(\frac{n^2}{4}-\frac{m^3}{27}\right)}};$$

ed eseguite le stesse sostituzioni e riduzioni anche sull'altra parte del valore di x, cioè sopra la $\sqrt[3]{\left(\frac{4m-d^2}{3}-d\sqrt{-\frac{1}{3}}\right)^3}$, si otterrà finalmente $x=$ $\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}n+\sqrt{\frac{1}{4}n^2-\frac{1}{27}m^3}}+\sqrt[3]{\frac{1}{2}n-\sqrt{\frac{1}{4}n^2-\frac{1}{27}m^3}}$. Dunque, introducendovi esplicitamente nella quantità reale $\sqrt{\frac{4m-d^2}{3}}$ le espressioni immaginarie $+d\sqrt{-\frac{1}{3}}-d\sqrt{-\frac{1}{3}}$, si ottiene la formula indicata, come ci eravamo proposti.

11.° Cade qui opportuna un' osservazione. Al §. 4.° abbiamo ottenuto il valore di m espresso per $-3\left(\frac{p+q}{2}\right)^2+\left(\frac{x''-x'''}{2}\right)^2$, per cui si conchiuse non essere $m=3pq$ neppur nel caso del massimo prodotto, ma esservi anche in questa circostanza l'errore di $\frac{1}{2}(x''-x''')^2$, cioè l'errore di $\frac{1}{2}d^2$. Al §. 6.° poi si trovò tanto $p-q=(x''-x''')\sqrt{-1}$, quanto $p+q=(x''-x''')\sqrt{-1}$: qui, oltre l'assurdo a cui in questo caso ci ha guidati

l'ipotesi di $m = 3pq$, si presentò pure la differenza tra le radici minori, cioè la quantità d. Anche al §. 9.°, procedendo per altra via, si pervenne ad una espressione, in cui entrava questo quadrato medesimo d^2. Finalmente nel paragrafo superiore, introducendo sotto forma immaginaria la stessa quantità, fummo ricondotti alla formula di soluzione, cioè nell' ipotesi di $m = 3pq$ l'errore introdotto fu di d^2; e senza ammettere o implicito od esplicito questo valore, non otterremo mai di piegare alla formula che dà la soluzione cercata. Si potrebbero estendere queste considerazioni alla soluzione generale delle equazioni di tutti i gradi, e trar qualche utile conseguenza; ma ciò ad altra occasione.

Conchiudasi: noi abbiamo veduto perchè p e q sieno valori tali, che, posti in luogo della incognita, non la soddisfacciano; abbiamo trovato il vero nodo da cui nasce l'assurdo; e finalmente abbiamo dimostrato che si può ascendere alla formula cardanica per altre relazioni, senza partire dalla comune di $x = p + q$, o dalla identica in valore

$$p' = x' + a x'' + a^2 x''',$$
$$q' = x' + a x''' + a^2 x''.$$

DELL'ALLATTAMENTO

DI TRE CAGNOLETTE

ESEGUITO DA UNA GAGNA VERGINE

E DI QUALCHE CASO ANALOGO AVUTO IN DONNE VERGINI

CON DEDUZIONI MEDICO LEGALI

E

LA GIUNTA DELLA STORIA E DELL'ANALISI CHIMICA

DI URINA LATTEA SEPARATA DA UN UOMO.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXVI MAGGIO MDCCCXXIX

DAL SOCIO ATTIVO

GIUSEPPE MONTESANTO

Accadde sul finire del Settembre 1827 nella casa di certo Tommasi, abitante a quell'epoca in Padova nel Borgo di Santa Croce, al civico numero 1856, che di sette cagnolini, quattro maschi e tre femmine, nati in un sol parto, tutte le femmine si destinassero, come spesso avviene, poco dopo nate alla morte.

La padrona di casa pensò di eseguire la sentenza fatale in un modo che risparmiasse a lei la pena di veder a soffrire quelle bestiuole, e deliberò di seppellirle ancor vive in un canto del suo orticello. Così appunto fece, scavando comunque una buca poco profonda nel suolo, che era molto ammollito dalle continue pioggie cadute in que' dì; e depostivi i teneri animaletti, presto li coprì con poca terra, vi portò sopra il timido piede, volendo pur premere quel picciolo tumulo, ma non lo osando abbastanza, e se ne partì.

Compagna, unica compagna alla donna era in quel momento una cagnoletta sorella dell'altre, nata nella medesima casa del Tommasi un anno prima,

la quale aveva tutto veduto, tutto osservato, e che dopo quel giorno sparì, senza che di ciò tenesser conto i domestici, perchè Vienna, chè così chiamasi questa cagnoletta, era spesso in giro, ed aveva tutte le abitudini del cane *bracco*, alla cui specie apparteneva, specie così giustamente denominata dai Latini *canis indagator*, conosciuta dai Francesi sotto il nome di *chien courant*, e da taluni detta fra di noi *cane frugatore*.

A capo di due giorni ricomparve Vienna a casa affamata, inquieta oltre ogni dire, e presto ancora si sottrasse agli sguardi di tutti appena che ebbe preso qualche alimento. Nel dì dopo si fece veder di nuovo impaziente di prender cibo, e manifestamente assai bisognosa di ottenerlo senza indugio: avutolo, partì tosto come nei giorni innanzi; e fu allora che destossi nella famiglia la giusta curiosità di sapere ove quell'animale se ne andasse.

Venuto esso perciò nel successivo mattino la terza volta per avere di che nodrirsi, non fu più perduto di vista. Ma quale sorpresa in veggendo che quella cagnetta prendeva frettolosamente la via verso quell'angolo dell'orticello ove erano state deposte le tre sue compagne, e che quivi giunta appena, era discesa in una specie di picciola caverna scavata precisamente nel luogo che prima aveva loro, ancor viventi, servito di sepolcro!

Ciò scoperto, si rilevò pur anco che ivi stavano appiattati vivi e sani quegli animaletti che si avea voluto far perire, e non andò guari che il fatto dimostrò avere Vienna salvata ad essi la vita aprendo un varco nel suolo che li ricopriva, e avendoli ivi pure con provido consiglio lasciati riposare tranquilli in un molle strato inferiore di terra nel fondo della buca, difesi da ogni esterno nimico, ma quel ch'è più, tenendo loro le veci di madre alimentandoli. Dico le veci di madre alimentandoli, e dico cosa esattamente vera, perchè, sebbene la benefattrice cagnetta non avesse sicuramente mai partorito, e non fosse nemmeno in quel tempo pregna, porgeva tuttavia le poppe, e nutricava le altre tre, come se nate fossero in que' giorni dal suo ventre medesimo.

E giunse essa a tale da condurre col proprio latte le minori sorelle sino a quel punto di consistenza ed a quella età in cui simili animali non abbisognano più per sussistere degli ufficii materni. Fu questo il momento in cui le tre redivive vennero chieste in dono da taluni, nei quali la fama del caso singolare, sparsa nel paese, destata aveva la brama di possedere quegli esseri, che ai meno veggenti sembravano per prodigioso mezzo vissuti.

Così però non sembrerà a voi, dotti Accademici, solo che vi piaccia richiamar meco alla mente alcune cose, le quali, riferendosi al fatto or ora esposto,

non solo lo confermano, ma lo rischiarano pur anco, ed offrono con esso al filosofo grave argomento di esame e considerazione.

Potrei qui addurre in primo luogo non pochi esempi di allattamento prestato da femmine di animali che non avevano giammai partorito, e non erano neppur pregnanti; ma mi contenterò di rammentare quello riferito dal celebre nostro Ramazzini, di una cagnetta appunto dalla cui poppa un gatto succhiava giornalmente il latte, *licet catella*, ei dice, *nunquam generasset* (1); e l'altro della mula, ricordato da Nieremberg (2), la quale nodriva col proprio latte un'altra sua compagna nata da un'asinella; e dirò pure essere da taluni asserito darsi talvolta che si sprema abbondantemente il latte da intatte vitelle (3).

Ma a che riportare esempi di simil fatta, tratti dalle specie inferiori, se presso medici gravissimi trovansi registrati quelli che furono osservati tra gl'individui stessi della nostra specie? Basta a convincerne il consultare la grande Fisiologia dell'Haller (4); e basterebbe ancora, per non dubitarne più, sapere che il sommo Morgagni scrive ne' suoi *Adversarii Anatomici* (5) di avere egli stesso più di una volta, tagliando cadaveri, rinvenuta copia di VERO BIANCHISSIMO LATTE NELLE POPPE, *integerrimo utero*, com'egli avverte, *atque hymene*.

E nelle Opere d'Ippocrate, le quali fissano, dirò così, in Medicina l'epoca della legge scritta, troviamo l'Af. 39. della Sez. V., in cui sta: *Si mulier, quae non praegnans est, nec peperit, lac habet, ei menstrua defecerunt;* donde chiaro si vede che Ippocrate sapeva potersi dar latte nelle poppe di una donna pubere, non madre e non gravida.

Lascierò da parte, non importando punto al mio scopo, la quistione promossa da quell'Aforismo, di già e forse troppo agitata da' suoi commentatori, relativa alla soppressione de' mestrui tributi, considerata da Ippocrate siccome l'origine di quel latte (6), e dirò solamente, che per replicate fermissime osservazioni risulta essere piuttosto l'assiduo succhiamento delle mammelle il più possente motivo alla produzione del latte nei casi di cui ragiono. Dee appunto essere stata questa cagione stessa quella che nella cagnetta denominata Vienna fece scorrere il latte in tanta abbondanza da nodrire le altre tre, poichè queste, rinchiuse nella buca sotterra con essa, non avranno certamente pel proprio istinto, e sollecitate ognora più dalla fame, cessato dall'irritare e smungere i capezzoli della loro salvatrice.

(1) *De morbis artif.* Cap. XIX.
(2) Frankenan. *Sat. Med. XV.*
(3) Ibid.
(4) Tom. VII. Part. II.
(5) *Adv. Anat. V. Animad. v. I.*
(6) Lanzoni *Opera omnia*, vol. III. pag. 455.

Nè mancano fatti, dai quali risulta ancor più manifesta la possente efficacia di questo mezzo a richiamare il latte alle poppe, poichè Amato Lusitano dice (1) che donne a cui per l'avanzata età erano da molti anni cessate le purghe, pel solo succhiamento praticato dai bambini divennero copiosamente provvedute di latte, e pervennero a nodrirli oltre un anno, come se esse medesime li avessero partoriti; ed aggiunge di aver egli stesso veduto di simili donne, una Ferrarese, la quale aveva 55 anni di età, e l'altra Portoghese vicina ai 60.

Dirò infine col profondo fisiologo Presciani (2), che « non solo donne vergini, » ma uomini e quadrupedi maschi si sono veduti stillar latte dalle mammelle in » conseguenza dell'azione di forti stimoli locali; e alcune volte per quello solo » dell'applicazione delle labbra e del succhiare avidamente può esser prodotto. » La cosa stessa viene asserita dal Richerand (3), il quale insegna che « l'irrita- » zione esercitata dal bambino sul capezzolo è la più valida cagione del concor- » rere il latte alle mammelle, effetto che può avvenire (ed avvenne in fatti, com'egli » osserva) anche fuori dei tempi fissati da natura per l'ordinaria secrezione del » latte, cioè in vergini donzelle (4), in giovanette non ancor puberi, e persino » negli uomini. »

(1) Frankenan. L. c.

(2) *Discorsi.* Part. II. pag. 118.

(3) *Fisiologia.* Vol. I. pag. 119.

(4) Leggasi la seguente curiosissima notizia asiatica, comunicata dall'abate D. Valerio Noguero con lettera di Roma 9 Aprile 1794, inserita nel Tomo XIII. del Giornale intitolato *Il Genio Letterario d'Europa,* Venezia 1794.

« Nell'anno 1762 il sig. Noguero am- » ministrava la Parrocchia di Baughahon nel- » l'isola di Samar, provincia di Cathalogan. » All'epoca fissata gli si presentò una donna » con due bambini, cui allattava, chieden- » dogli che la segnasse come esente dal tri- » buto, dovendo nodrire due creature. Riscon- » trato il nome di lei nel cadastro, e ritrova- » tala scritta fra le femmine nubili, era na- » turale la ricerca che doveva farsi, come na- » turalissima l'idea che nascer dovea nell'ani- » mo. — E di chi sono figlie queste due crea- » ture? — Signore, queste sono figlie della » tale, mia sorella maritata, che assieme col » marito di lei perì nell'ultima epidemia, co- » me attesta tutta la vicinanza. — Effettiva- » mente la febbre gialla, che ora cotanto infie- » risce nelle colonie americane, a quell'epoca » aveva distrutto un buon terzo dei popoli del- » l'isole Filippine. — Ma come potete allatta- » re, essendo donna libera? — Per carità, si- » gnore, per amore di famiglia; per non veder » perire due miei nipoti, che necessariamente » dovevano morire d'inedia di latte, io stessa » *guingatasar aco*: io stessa *mi sono procu-* » *rato il latte, e gli allievo.* — Ognuno può » immaginarsi la sorpresa che questa risposta » doveva destare in un parroco, altronde con- » sapevole del general buon costume della po- » polazione, e particolarmente della morigera- » tezza della fanciulla con cui trattava. — Eb-

Mirabile provvedimento a far sì che in mezzo a disperati eventi non manchi una qualche fonte di vita capace d'impedire l'estinzione di una intera specie col preservare uno solo de' suoi individui! « A tutti quegli animali (dice a questo » proposito il citato Presciani (1)) che diconsi poppanti ha la natura dato un » numero di mammelle corrispondente a quello dei figli che sogliono dar alla » luce: due a quelli che un solo figlio o due partoriscono; due perciò all'uman » genere, all'elefante, al cavallo, alla balena, ec.; agli altri animali più fecondi » quattro, sei, otto e dieci mammelle ha concesse. È singolar cosa l'osservare » che i maschi di qualunque ordine di poppanti sono provveduti di mammelle » di egual numero, ed ugualmente distribuite come nelle femmine, eccettuato » che in essi sono meno piene e meno rilevate. Poichè dalla natura (ei prosegue) » niente d'inutile è stato formato, perciò ancor le mammelle dei maschi in casi » estremi possono talvolta alla prole abbandonata somministrar tanto di nutri- » mento che basti per assicurarne la vita. »

Dalle quali osservazioni, comprovanti la proprietà degli organi destinati a secernere il latte, di farsene cioè turgidi anche sotto insolite combinazioni per forza di uno stimolo semplicemente locale ed esterno, parmi venga appoggiata l'opinione di que' fisiologi, e tra questi piacemi per nostro onore ricordare il Prof. Gallini, i quali ammettono essere il latte *prodotto dalla stessa linfa che*

» bene, sarai dunque madre; avrai avuto » de' figli. — Iddio me ne scampi! Io sono » Balagu (vergine): non ho avuto mai mari- » to. — Come adunque hai procurato il latte? » — Per confusione dell'altiera fisica europea, » dice l'autore, s'ascolti la risposta genuina e » sincera di codesta rozza e semiselvaggia don- » na. — Cominciai, secondo l'antico uso del » paese, a bevere una decozione delle foglie e » germogli del Malungay, che ha la virtù spe- » rimentata di fare e d'accrescere il latte.» (Codesto albero è indigeno d'una gran parte dell'Asia: nell'*Hortus Malabaricus*, tom. VI. Tav. II., viene chiamato *Moringiu*. Fra gli Spagnuoli è conosciuto col nome di *Pisello Moluco*; nella *Flora* del P. Giovanni Ferrari si trova elegantemente inciso e descritto.) «Con- » temporaneamente (continuò la donna) mi con- » fricava il petto, e l'applicava alla bocca dei » bambini. Per accelerare la formazione del » latte m'applicava dei panni caldi ai lombi, » e mi avvicinava di continuo al fuoco, finchè » il calore mi mortificava le spalle. Dopo que- » sti tentativi sopraggiunse il latte, il quale col » succhiare delle creature ha sempre continua- » to, anche accrescendosi. Se qualche acciden- » te dell'aria rinfresca l'atmosfera, io replico » qualcuna delle accennate diligenze, o tutte, » e il flusso latteo si rinnovella. »

» Testimonii presenti al discorso della don- » na, e degni di tutta fede, assicurarono il sig. » Nauguro che tra quelle Indiane era in uso » questo mezzo di *farsi il latte*, e citarono va- » rie donne viventi e della parrocchia stessa che » lo avevano eseguito in circostanze analoghe.»

(1) Loc. cit.

si va perfezionando nei vasi linfatici prima che penetri nei vasi sanguigni (1), ed essere quindi il latte in fatto, come già per sè stesso apparisce, un liquido molto analogo al chilo, di cui ha non solo la bianchezza, l'odor soave e il sapore zuccherino, ma la proprietà altresì di essere, come il chilo, un liquido animale ancor poco elaborato, e che conserva molte delle qualità sensibili degli alimenti che ha presi la nutrice (2).

Il perchè veggiamo sì spesso trasfondersi al bambino l'azione, p. e., purgativa di un rimedio amministrato alla donna da cui egli succhia il latte (3); e da ciò pure forse dipende in gran parte, se mal non veggo, che quell'umore così innocente, così benigno, sino a che percorre le vie che gli sono destinate, cagiona poi danni gravissimi in quelle donne, nelle quali succedendo che devii, reca seco in parti non sue, lontane, irritabilissime, dei materiali ancor troppo poco assimilati per non riescire ivi molesti e intollerabili.

A dimostrare poi vie più quanta analogia passi tra la sostanza chilosa e l'umor latteo, ed in qual modo una eccedente quantità dei principii da cui risulta il primo, possa far sì che l'altro quasi si componga, ed esca per vie straordinarie, potrei rammentare il fenomeno dell'*urina lattea*, intorno al quale parlerò altrove di proposito (4).

Nè si creda che venga così a sovvertirsi l'ordine fisiologico delle secrezioni a segno di produrre necessariamente una malattia, poichè giova osservare che rimane per tal guisa piuttosto provveduto, mercè alcuni compensi, all'equilibrio di quelle funzioni dalle quali, non che la salute, la vita dipende degli animali, e principalmente dell'uomo. In prova della qual cosa rifletterò qui coi celebri Gallini e Cuvier, che esiste molta rassomiglianza tra l'urina e la traspirazione cutanea, che l'una supplisce all'altra, e che altrettanto fa la traspirazione polmonare, quantunque grande differenza ci risulti esistere tra la struttura dei reni, della pelle e dei polmoni (5).

Ma quale differenza, soggiugnerò io, esiste poi nelle parti destinate a separare il latte nelle femmine degli animali divenute già madri, e in quelle che mai nol furono? Nessuna certamente, quanto all'organizzazione; donde s'intende come una esterna irritazione possa bastare a far ciò che, durante la gravidanza

(1) *Nuovi Elementi della fisica del corpo umano.* Vol. II. pag. 238.

(2) Richerand. Op. cit.

(3) Ibid.

(4) Vedi l'aggiunta in fine della presente Memoria.

(5) Gallini. Op. cit. Tom. I. pag. 275.

e maggiormente dopo il parto, si promuove in esse spontaneamente per interne cagioni.

Rammentate e ben considerate tutte queste cose, non vi sarà dunque chi non deplori que' tempi da noi non ancor molto lontani, in cui vi ebbero ragionatori sì meschini, giureconsulti così affascinati da fallaci autorità, e medici persino sì ignoranti o pregiudicati da conchiudere nei loro giudizii contro qualche donna caduta in sospetto di occultata gravidanza e di commesso infanticidio, avente latte nelle poppe: *Lac habet; ergo peperit, aut saltem cum viro rem habuit* (1); ponendo così qual massima fondamentale della punitiva giustizia un principio contraddetto da tanti fatti, e del tutto insussistente.

Allorchè questo principio, tanto erroneo in sè stesso quanto crudele nella sua applicazione, teneva luogo di legge presso alcuni popoli, solevasi nella Scania, come racconta Horlemann, per iscuoprire la rea di un infanticidio avvenuto, convocare le fanciulle puberi dei luoghi circonvicini, e si esaminavano loro le poppe; prova che paragonar si potrebbe in qualche modo alle tremende prove *del ferro e del fuoco.* Il nostro famoso Cardano asserisce ne' suoi commenti ad Ippocrate, che attenendosi a simile fallacissimo indizio venne condannata al supplizio, contro il voto dei medici, una sciagurata donna, per ciò solo creduta l'infanticida di cui si andava in traccia, perchè aveva turgido di latte il suo petto (2).

Tommaso Bartolino, uno dei più celebri medici del secolo XVII. ed uno dei più illustri alunni dell'Università nostra, in quell'epoca sì luminosa per essa, ci ha conservato la memoria di un caso che vale per tutti a provare la verità di quanto Horlemann dice della Scania, provincia, come ognun sa, spettante a quel tempo alla Danimarca, patria dello stesso Bartolino.

Nuperis annis (adopero per maggiore autorità le stesse sue parole, ed avverto ch'egli scrisse circa l'anno 1654) *nuperis annis in Blekingia, Scaniae provincia, puella quaedam nubilis stupri accusabatur, expositique infantis mater traducebatur. Videbatur suspicionem conceptam lac augere, quo mammae sororiantes diffluebant. Illa vero ad causae aequitatem et innocentiam provocatura, unico argumento judicum sententiam suspendit. Naturalem enim sibi lactis esse proventum praetendebat, et a primis incunabulis semper familiarem. Puellae fidem firmavit frater illius minorennis,*

(1) Martini. *Schurigii Parthenologia.* Pagina 290.

(2) Haller. *Physiol.* L. c.

qui pari ubertate turgidas lacte papillas produxit. Magistratus jussu res ad medicos Hafnienses devoluta est, qui et exemplis et rationibus inducti, virginibus nonnullis incorruptis lac asseruerunt, adeoque puellam intentato crimine liberandam uno ore censuerunt (1).

Ecco come una dovizia precoce di natura bastava allora nella Scania, e così dicasi di altre regioni rammentando il fatto di Cardano, a porre in grave pericolo l'onore e la vita di qualche meschina fanciulla; ed ecco come l'ignoranza e il pregiudizio render possono le leggi più fatali ancora dei delitti che vorrebbero punire! Noi felici, che viviamo in luoghi ed in tempi in cui la Medicina Forense, elevata di già al grado di scienza, non istruisce soltanto dalla cattedra gli alunni d'Ippocrate, ma pronuncia ben anco i suoi oracoli, sicura di non farlo indarno, in tutti quei giudizii nei quali è necessario, per non errare, che la cognizione delle fisiche leggi serva di guida al depositario ed al vindice delle leggi penali!

Il che mentre conforta grandemente l'animo di ogni uomo filantropo, in noi Italiani desta inoltre a buon dritto un nobile sentimento di gloria nazionale, giacchè i nomi illustri del fiorentino Fortunato Fedele e del romano Paolo Zacchia sono ancora venerati come quelli dei veri fondatori e dei primi maestri della scienza medico-legale. Ben vi rammenta, o Signori, con quanto sapere e con quanta evidenza di ragioni da questo luogo stesso parlasse in onore di que' due Italiani il chiarissimo nostro Socio e Direttore Fanzago, il quale se rimproverò giustamente allora ad alcuni stranieri il loro silenzio intorno a Fortunato Fedele (1), non potrà adesso che più acerbamente dolersi pensando che lo stesso ingiustissimo silenzio abbiano serbato non solo gli editori della Biografia Universale di Parigi, ma quelli pure della sua traduzione in Venezia, versione alla quale l'Italia (colpa di tali ostacoli che l'opera di alcuni pochi, benchè zelanti del patrio onore, non vale a superare) va scarsamente debitrice di nuovi allori raccolti, o di corone ritessute fra noi, ed offerte ad uomini degni di venirne più nobilmente fregiati.

(1) Barth. Thom. *Hist. Anat.* Cent. I. et II. pag. 43.

(1) *Nuovi Saggi.* Vol. I. pag. 1.

STORIA ED ANALISI CHIMICA

DI URINA LATTEA SEPARATA DA UN UOMO

Un fatto, di cui alcuni tra gli studiosi delle mediche discipline furono qui, anni sono, ben a ragione attenti osservatori e indagatori curiosi, si fu la *urina lattea* copiosamente separata da quel Giovanni Battista dall'Armi trivigiano, di cui ragionò il sig. Bartolommeo Bizio nel Giornale dei Professori Configliachi e Brugnatelli (1), e di cui riferisco qui la breve storia coi risultamenti delle chimiche indagini eseguite dall'illustre nostro Prof. Melandri, il quale me li comunicò gentilmente col testo del biglietto seguente inviatogli dal sig. Prof. Fedrigo nell'accompagnargli il dall'Armi durante la state dell'anno 1822.

« Un caso assai strano e particolare si presenta alla mia osservazione. Fui » consultato dal sig. Dott. Zanatta, medico trivigiano, per vedere un soggetto » di anni 40, sano, robusto, non mai attaccato da veruna malattia, il quale dal » periodo di dieci mesi orina costantemente, cominciando dalle ore della di- » gestione fino alla mattina seguente, una materia bianchissima, odorosa, simile » al latte. Non osservasi alcun sintomo di alterata nutrizione, o delle forze vi- » tali; non evvi sete, nè inappetenza. Ho definito la malattia per una *chi-* » *luria*, dipendente da un disordine di assorbimento e secrezione del chilo. » Furono pronunciati diversi giudizii sull'indole di questo curioso fenomeno. » Io amerei ch'ella si compiacesse di fare l'analisi della materia orinata dal » predetto signore. »

Il Prof. Melandri intraprese ben tosto colla perizia a lui propria il richiesto *esame chimico dell'urina lattea*, intorno al quale egli stesso estese la seguente relazione.

« Mi fu recato, accompagnato da una lettera del Prof. Fedrigo, un fia- » schetto di un liquido bianco opaco, orinato da un individuo sano e ben » nudrito, acciò su di esso instituissi un qualche chimico esame, siccome

(1) Decade II. Vol. VI. pag. 111.

» feci immediatamente. Poscia altre due bottiglie mi vennero mandate dal » medesimo, il quale insieme col Dott. Zanatta, medico alla cura del sog- » getto citato, si portò da me, e mi disse che una bottiglia era stata evacua- » ta il dopo pranzo verso sera del dì precedente, e l'altra alla notte. Quella » evacuata il dopo pranzo era più densa apparentemente. La sua gravità spe- » cifica risultò = 1,0148 ai gr. 22 R. Esposta ad un debole riscaldamento » di 30 in 35 gr. R., diede l'odore che dà il latte riscaldato. Ma quando » il calore giunse verso ai gr. 65, cominciò a far sentire un odore urinoso, il » quale crebbe nella successiva evaporazione del liquore, e si mantenne sem- » pre sino alla fine.

» Alcune oncie del liquido intatto furono destinate alle seguenti reazioni:

» 1.° Arrossò lentamente la carta azzurra di tornasole, dimostrando così » la presenza di debole acidità.

» 2.° Coll'acido acetico non si mutò punto.

» 3.° Col carbonato di potassa non diede precipitato.

» 4.° Coll'alcool assoluto fece una leggiera separazione di fiocchi mini- » mi che rimanevano in sospensione, e si produssero due strati distinti, il su- » periore dei quali era meno torbido. Il giorno appresso era nata una separa- » zione di un coagulo bianco da un liquido gialletto superiore. Il coagulo rac- » colto ed asciugato si comportò sul fuoco come una materia caseosa.

» 5.° Trattatane una porzione coll'infuso di galla, si formò una separa- » zione fioccosa gialla, che restò a lungo in sospensione.

» 6.° Altra porzione trattata coll'acido nitrico fece effervescenza, diede » odore di pomata ossigenata, ingiallì, separò alla superficie una materia gialla » pinguedinosa. »

» 7.° Sottopostane una porzione maggiore, cioè circa due oncie, alla ebul- » lizione di breve durata, formò un coagulo in bianchi fiocchi, che fu rac- » colto su di un feltro; e gettato sui carboni ardenti, a questa prova tramandò » l'odore che fa sentire il formaggio fresco gettato sul fuoco. Trattato il coa- » gulo, di già lavato, con alcool bollente, restò una materia insolubile che sui » carboni sparse odore di corno bruciato. L'alcool evaporato lasciò una materia » concreta pingue, fusibile, che stearina venne giudicata.

» 8.° Il liquido spogliato dalla materia coagulata fu condensato colla eva- » porazione fino a consistenza di lungo sciroppo, ed allora trattato coll'acido » nitrico concentrato produsse abbondante coagulazione cristallina scagliosa di » vero nitrato d'ureo.

» Urgenti circostanze m'impedirono allora di continuare l'analisi di quel-
» la urina lattea, dimodochè due altre bottiglie, che mi erano state fornite, se
» ne restarono in abbandono per lunghissimo tempo. Vidi però una cosa ri-
» marchevole in questo liquido escrementizio singolare; ed è, che mantenuto
» in bottiglia piena si conservò sempre latteo per più di 15 giorni, ed appena
» sentiva di liquido urinoso dopo un tal periodo di tempo. Un mese circa vi
» si richiese, perchè esso desse segno di decomposizione spontanea. Si separò
» una materia bianca abbondantissima che cadde al fondo, ed un liquido gial-
» lastro che aveva anche alla superficie altra materia biancastra e come pingue.
» Il sedimento si conservò così (mantenuta sempre chiusa la bottiglia) per
» qualche anno, e videsi in questa occasione come un liquido salso ammonia-
» cale poteva conservare una sostanza putrescibile, quale era il sedimento men-
» zionato; e quando venne poi estratto, e sottoposto ad esame, si trovò compo-
» sto di materia caseosa e di vera effettiva stearina. Questa venne estratta col-
» l'alcool bollente, dal quale si separò in globuli, come fa la stearina. Alla
» fusione, alla solubilità nell'alcool e nell'etere, alla decomposizione al fuoco,
» in tutte queste reazioni apparì perfettamente identica ad un tal principio
» organico idrogenato. Nel liquore poi, da cui erasi separato il coagulo di ma-
» teria caseosa e stearina, si trovò la presenza di abbondante quantità di sali
» muriatici e di fosfati, unitamente a molto carbonato d'ammoniaca.

» Dalle retroscritte osservazioni ed esperienze risulta adunque che la ricor-
» data urina lattea aveva in sè: 1.° i soliti principii componenti l'urina umana,
» cioè ureo, sali fosforici, e sali muriatici; 2.° una sostanza caseosa analoga
» a quella che dà il latte; 3.° una sostanza pingue esistente parimente nel
» latte, ossia propriamente la stearina, quale esiste negli olii vegetabili e nei
» grassi animali.

» La sostanza caseosa venne assoggettata alle prove degli acidi e degli alcali,
» e si comportò come il caseum del latte; si stemperò cioè cogli alcali, e ri-
» cusò di sciogliersi negli acidi diluiti. Coll'acido nitrico fece effervescenza, si
» cangiò in materia gialla, e poi in acido ossalico.

» P. S. La seconda bottiglia, ch'era circa del peso di 60 denari metrici
» di liquido, e della orina della notte, diede meno sedimento caseoso della
» prima, il peso della cui materia non era che di un terzo della detta quantità.
» Nella spontanea decomposizione il liquido separatosi dal sedimento fu più
» colorito. Era bruno, assai fetido ammoniacale, ed aveva tutti i caratteri di
» un'orina della digestione putrefatta.

Noi dobbiamo così al Melandri la conoscenza dell'indole vera dell'indicata *urina lattea*, su di cui il signor Bizio non aveva potuto fare che un imperfetto lavoro, com'egli stesso ingenuamente dice, attesa la poca quantità che gliene era stata trasmessa, e l'avvertita mutabilità nella proporzione dei principii componenti quell'umore, a seconda dei tempi ne' quali veniva emesso, dopo il pranzo cioè, o di notte; motivo per cui nell'indicata sua lettera pubblicò: « non aver nella detta urina rinvenuta veruna parte caseosa, ma soltanto » dello schietto burro, e che la materia coagulata dal calorico non era altri- » menti il principio cacioso, ma un'alterazione del muco della vescica. » Gli parve quindi poter inferire che « l'orina del dall'Armi fosse diversa da quella » separata dalla giovane di 26 anni, osservata non ha molto dall'Alibert, e sot- » toposta da Caballe all'analisi, da cui quel chimico francese trasse vera so- » stanza caseosa, » quando invece trovandosi tale sostanza realmente in entrambe codeste orine, non può dirsi che in ciò l'una differisse dall'altra.

A questi due recenti esempi uno ne aggiugnerò consimile di assai vecchia data, ed è la *mictio lactea sine incommodo diu durans* sofferta dal celebre medico alemanno Felice Platero, e da lui medesimo riportata nel terzo libro delle sue Osservazioni (1) con tanta semplicità e nitidezza da non poter far meglio che ripeterla colle sue stesse parole.

Contigit mihi, dum adhuc puer essem, ut frequenter ardor inter mejendum me infestaret, quod tamen ob pudore nemini patefacere ausus eram. Postea adultior factus, cum in Gallia versarer, varius ea molestia divexabar. In virili aetate, in matrimonio viventi, aliud accessit: sub vesperam cum urina reddebam, erat ea, quae primum prodibat, valde turbida, et veluti lactea, quae quiescens non nihil, materiam albam lactis crassioris instar, in fundo cochlearis unius vel duorum mensura deponebat, quae cum urina agitata, confusa, eam turbidam reddebat, accedente interdum ardore et stranguria quadam inter mingendum: quod accidens plus quam per viginti annos, citra alium renum aut vesicae affectum, duravit, magisque frigoris tempore me afficiebat. Dubius qualis haec esset materia, ea quandoque exiccavi, tumque sal quoddam rappresentabat pellucidum, in fibras scissum, et gustui salsum erat. Metuens ego ne calculi essent praeludia, cum in comitiis Imperii Spirae essem anno 1570, *cum primario Imperatori Maximiliani tunc temporis medico Cratone, ea de re contuli, qui calcu-*

(1) *Plateri Felicis Arch. et Prof. Basil. Obs.* Lib. III. pag. 784. Basil. 1614.

lum renum subsecuturum judicabat, mihique sano et alacri, atque ad multos principes praxeos causa vocato, terrorem incussit. Verum, Dei gratia, nihil inde mali secutum, sed jam pene quadraginta ab eo tempore annos neque hoc accidenti aliisque renum aut vesicae morbi infestor.

Dai quali fatti, se ben si considera, palesemente risulta che in questi individui somma esser doveva, come si disse nel corso della precedente Memoria, la quantità dei principii, e somma l'attività degli organi che alla secrezione del chilo proveggono; ed essi dimostrano la facilità con cui que' principii medesimi invece del chilo possono produrre il latteo umore: poichè non basta solamente che ciò succeda fuori al tutto delle consuete circostanze, succhiando lungamente le poppe, ma a ciò pure possono avvicinarsi di molto entro quel sistema, cui non altro appartiene che di secernere l'urina.

CONSIDERAZIONI

INTORNO

AI DIFFERENTI METODI DI ESPOSIZIONE DEL CALCOLO DIFFERENZIALE

E

TEOREMA GENERALE

PER LA DETERMINAZIONE DEI DIFFERENZIALI

DELLE FUNZIONI CONTINUE.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI V GENNAJO MDCCCXXX

DAL SOCIO ATTIVO

DOTT. CARLO CONTI

Per soddisfare all'obbligo dell'odierna lettura aveva stimato opportuno di esporre a voi, dotti Accademici, alcuni miei pensamenti sopra il modo migliore da seguirsi nella primitiva istituzione scientifica della gioventù, ed intorno alla formazione dei Corsi elementari. Siccome però non mi venne ancor dato di ridurre quel lavoro quale io desidero, riserbandolo ad altro tempo, presi a trattare di un soggetto, intorno al quale a Voi altre volte parlando, ebbi ad esperimentare quella indulgenza che in questa occasione nuovamente imploro.

Occupandomi dei principii del calcolo sublime, e seguendo un pensiero che fino dai primi anni dello studio delle Matematiche elevate venivami alla mente, ho pubblicato un semplice Saggio nel 1826, quindi uno sviluppo maggiore in una Memoria data alla luce nel 1827. Lusingato dai risultati ottenuti, continuando a meditare sopra un tale argomento, mi consolava il vedermi sempre più assicurato ne' miei pensamenti. Le successive considerazioni, che in progresso ebbi a fare, mi porsero materia di questo discorso. Istituirò un confronto del metodo da me proposto con gli altri, facendo conoscere quali sieno i punti principali nei quali differisce, ed i particolari vantaggi; e

quindi mi farò ad esporre un generale teorema intorno alla determinazione dei differenziali delle funzioni continue; teorema che abbrevia quei calcoli stessi che trovansi nella mia Memoria, già brevissimi in confronto di quelli che debbonsi istituire seguendo i metodi di d'Alembert e di Lagrange nella soluzione di que' problemi.

Se ad altri, che a Voi zelanti cultori delle scienze, io parlassi, e se in altro luogo, che in questa Accademia la quale in altro tempo propose questo argomento per tema di pubblico concorso, e premiò i tentativi del Brunacci, sarebbemi necessario di far vedere ch'esso è tanto interessante quanto la scienza stessa, e che ognuno il quale voglia procedere con rigore nella scienza del calcolo, ne deve formare particolar soggetto delle sue meditazioni.

Conoscendo quanta influenza abbiano le chiare idee dei principii di una scienza, meco stesso ho stabilito di ammettere soltanto ciò che in me induce convinzione; di applicarmi sovente a rischiarare quei punti che si riconoscono oscuri, avvegnachè solo per questo mezzo si può sperare una volta di pervenire ad importanti conseguenze; di far uso bensì di metodi e di principii non abbastanza evidenti, quando dal fatto n'è comprovato il loro felice successo, ma di ritenerli sempre quali sono, cioè abbisognevoli di dimostrazione.

Nelle scienze matematiche le difficoltà debbono provenire dalle incomplete definizioni o nel dedurre fallaci conseguenze, o nell'estendere di troppo i teoremi, cioè a casi nei quali cessano di aver luogo le condizioni necessarie, o nell'abuso dell'algoritmo; ed un attento esame deve far conoscere ove stia l'errore, nè mai si deve perdere la speranza di ricondurle alla loro perfezione. Non c'incresca di ritornare ripetutamente sopra gli stessi principii: troveremo sempre onde occuparci, e potremo conoscere che il più grande piacere intellettuale si è quello di vedere nettamente la successione della verità, che grave rischio si corre nel violentare la ragione, e che il maggior dolore di una mente pensante si è quello di lottare nella oscurità.

Dobbiamo essere cauti e guardinghi prima di dubitare della verità delle proposizioni che ci vennero dettate da sommi ingegni, ma la loro autorità non deve mai tener luogo di dimostrazione. I grandi uomini debbono essere venerati per le verità che discoprirono, non mai debbonsi stimare le proposizioni perchè ad essi sono dovute; queste debbono portar seco l'impronta della verità, ed il loro pregio e valore.

Venendo a parlare dei differenti metodi di calcolo incomincierò da quello degli infinitesimi. Nella mia Memoria distinsi questo metodo in due: l'uno *rigoroso*, l'altro *inesatto*, secondo che tutto si deriva da alcuni principii ammessi, o si procede ad arbitrio. Questa distinzione mi valse a conoscere che il più delle volte si attribuisce al metodo quella semplicità di calcolo che solo al metodo inesatto di procedere appartiene. In quello scritto non volli entrare a discutere intorno alla metafisica dei principii di varii metodi, ritenendo che quello sia da preferirsi, il quale combini una facilità di calcolo colla esattezza dei principii. Ora però riprendendo questo argomento, e volendo procedere a novello confronto del mio metodo cogli altri, prenderò a dire alcuna cosa sulle idee fondamentali di quei metodi.

Cosa sono gl'infinitesimi? Secondo alcuni, sono quantità indefinitamente picciole, così che possono assumersi comunque picciole; quindi sarebbero semplicemente quantità indeterminate. Secondo altri, sono quantità minori di qualunque quantità assignabile, ed in tal caso mi sembra che non possano differire dallo zero. Lascierò di qui ripetere le tante cose che si sono dette sulla natura degl'infinitesimi, onde in qualche modo acquetare la mente; bastami ora riportare l'opinione del Volfio, il quale disse che per rappresentarci l'infinitesimo dobbiamo figurarci un granello di sabbia in confronto dell'intero globo terrestre.

Nuove difficoltà poi insorgono quando si vuole far passaggio agl'infinitesimi degli ordini superiori, per cui il Rolle ed il Nieuwentit ammettendo l'infinitesimo di primo ordine, non volevano riconoscere l'esistenza degli altri. Si è detto, che ammessi i primi di necessità, debbono aver luogo i secondi, avvegnachè se il seno è infinitesimo di primo ordine, il senoverso lo è di secondo. Io osserverò pertanto, che quando per uno infinitesimo si considera il minore di tutti i seni assignabili, non può essere che il seno nullo, e che però non può aver luogo la costruzione che si fa pei seni finiti. Che se gli infinitesimi si ammettono quali quantità picciolissime, e le loro successive potenze costituiscono gli infinitesimi degli ordini superiori, sorgerà la giustissima ricerca del perchè si possono trascurare.

Fu detto che Leibnizio doveva avere chiare idee degli infinitesimi: noi però non possiamo giudicare che da' suoi scritti; ed in uno di questi si legge che le equazioni differenziali non sono *verae*, ma *tolleranter verae*.

Dicesi poi continuamente potersi far uso del calcolo infinitesimale, perchè siamo assicurati d'altra parte dell'esattezza dei risultati: sono adunque ne-

cessarii due metodi, onde vedere che alcuni risultati ottenuti col calcolo leibniziano sono giusti; si dovrà poi inoltre ritenere un tal metodo come pratico, cioè a dire non rigorosamente dimostrato.

Non può non destar meraviglia il vedere come nei principii della Matematica si riconosca necessario di dimostrare la legge dei coefficienti del binomio newtoniano dedotta per analogia, e poco o nulla si curi il rigore nei principii del calcolo sublime.

In un metodo esatto ogni parte deve avere con sè la propria dimostrazione. Ora, senza entrare nelle lunghe dispute di parole, domanderò solo che mi si renda ragione del perchè dall'equazione $y = x^2$ si passa all'altra $dy = 2x\,dx$, trascurando il termine dx^2.

Credo poi che siavi un altro svantaggio nello studio del calcolo infinitesimale, quando non si voglia risguardarlo come semplice metodo pratico per la soluzione di problemi, secondo il Lagrange; ma pel contrario qual metodo che seco porta l'evidenza e la dimostrazione. In tal caso la mente nostra tenterà di persuadersi in un qualche modo, e si abituerà a ritenere per dimostrazione; parole non ben definite, di vago ed indeterminato senso: il che quanto sia nocivo, ognuno facilmente può conoscerlo.

Dette queste cose sopra il calcolo leibniziano, passerò a quello dei limiti; e siccome i trattati secondo questo metodo sono quelli del Cousin e di Paoli, riporterò il passo di quest'ultimo, ove ne espone i primi fondamenti. Pervenuto all'equazione $\frac{\Delta y}{\Delta x} = A + B\,\Delta x + C\,\Delta x^2 +$ ec., così prosegue: « è » chiaro, che diminuendo continuamente il valore di Δx, quello di $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ va sem- » pre accostandosi ad A, senza mai giugnervi; dunque A è il limite al quale » va sempre approssimandosi il valore di $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Se per denotare questo limite » ci serviamo del segno $\frac{dy}{dx}$, sostituendo la caratteristica d all'altra Δ, ed usan- » do la medesima maniera di scrivere, avremo $\frac{dy}{dx} = A$. La ricerca di questo » limite è l'oggetto del calcolo differenziale; i termini dx, dy della frazio- » ne $\frac{dy}{dx}$ si chiamano differenziali o differenze infinitamente picciole del pri-

» mo ordine; differenziare significa trovare il valore della frazione $\frac{dy}{dx}$, cioè » quella quantità A tale che $\frac{dy}{dx} = A$. »

Se adunque, io osserverò, $\frac{dy}{dx}$ è un segno, per cui si avrebbe potuto far uso, p. e., di un'L, per qual motivo si è poi convertito quel segno in frazione, e si considerano dy, dx quali quantità? a che poi l'aggiunta di quantità infinitamente picciole? Ma se questo passaggio da segno a frazione è arbitrario, se non si può legittimarlo, domanderò quale idea si possa avere di differenziale nel calcolo de' limiti. Considerare dx, dy quantità, sarebbe lo stesso che risguardare F' fattore in $F'(x)$, simbolo destinato dal Lagrange a rappresentare la derivata prima di una funzione $F(x)$.

Intorno alle difficoltà che s'incontrano con questo metodo nelle differenziali delle funzioni a più variabili e nei differenziali degli ordini superiori, ho detto già abbastanza nella mia Memoria. L'idea di limite nel rapporto di due quantità variabili, che non hanno fra loro alcuna dipendenza e legame, non può a meno di non essere oscura. Ho fatto poi vedere nello stesso opuscolo come sia necessario nelle applicazioni ricorrere al principio delle tre serie di Lagrange, se vogliasi procedere con esattezza anche secondo gli ammessi principii; ed osserverò finalmente, che le soluzioni dei problemi richiedono necessariamente lunghi calcoli.

Quanto al calcolo lagrangiano è necessario distinguerlo in quello delle funzioni analitiche ed in calcolo differenziale, come venne esposto dal Brunacci e dal La-Croix. Allo stesso calcolo poi si riporta eziandio il metodo da me proposto, differendo soltanto in alcuni punti dal precedente, come avremo luogo di osservare.

Ad ognuno il quale siasi applicato allo studio delle Matematiche sublimi deve esser nota la genesi delle derivate. Confrontando le derivate coi differenziali, trovasi che facilmente si può fare il passaggio dai differenziali primi alle derivate corrispondenti, e si può vedere che la derivata prima altro non è che il limite dell'Alembert. Non così direttamente si può fare passaggio dalla derivata seconda ai differenziali secondi, quando il dx è variabile. In fatti nella derivata prima non essendovi alcuna traccia della variazione attribuita alla variabile, la derivata seconda contiene una sola variabile, mentre nel differenziale primo àvvi la variabile ed il suo differenziale, quindi due quantità

suscettibili di variazione. Onde vi fosse una corrispondenza fra le derivate ed i differenziali, si suppose la variabile x di una funzione dipendente da altra variabile t, per cui la derivata prima contiene due fattori: l'uno la derivata, come se la x fosse semplice variabile; l'altro dipendente dalla supposta relazione fra x e t. Dietro questa ipotesi la derivata seconda contiene due termini, e può agevolmente paragonarsi col differenziale secondo.

Supponendo t semplice variabile, si può paragonare la derivata terza col differenziale terzo, essendo il d^2x costante, non già quando si supponga variabile; per cui in tal caso è necessario considerare la t funzione di altra variabile s, e così via discorrendo. Si vede però che in qualche maniera il calcolo differenziale è più generale di quello delle funzioni analitiche, poichè ogni differenziazione introduce novelle variabili, che si potranno quindi supporre fra loro legate nel modo migliore che lo stato della quistione richiede. Per questo la teorica della trasformazione dei differenziali riesce più chiara e semplice in questo calcolo.

Un altro vantaggio ha il calcolo differenziale, quello cioè che i differenziali sono della stessa natura delle funzioni che si vogliono determinare: così nella quadratura delle curve il differenziale è un'area, nello spianamento della superficie il differenziale è una superficie ec., mentre nel calcolo delle derivate la prima dell'area di una curva è l'ordinata, cioè una linea, e la derivata seconda della superficie è un numero astratto. Si può dire che le derivate sono funzioni ausiliarie che ci conducono alla conoscenza delle ricercate primitive, e quindi poco ci deve interessare che sieno della stessa natura, od altrimenti. Onde conoscere però che l'accennato vantaggio è reale, mi è necessario dire prima alcuna cosa intorno al calcolo delle approssimazioni.

Le Matematiche si potrebbero distinguere in *rigorose* ed in *approssimate:* le prime occupansi delle proprietà assolute delle quantità, le seconde della determinazione delle quantità entro certi limiti. Il grande problema, intorno al quale versano quest'ultime, si è di determinare quali quantità possano sostituirsi ad altre, onde la quantità che ne dipende differisca al più dal giusto valore di quantità data. Questa parte delle Matematiche dovrebbesi separare dall'altra, istituire un suo proprio linguaggio ed algoritmo, e si troverebbero interessanti teoremi per le Matematiche applicate, ove è inutile l'assoluta esattezza matematica.

Grande, a mio credere, sarebbe l'utile derivante da questa divisione delle Matematiche, mentre non si verrebbero a confondere i rapporti assoluti delle

quantità cogli approssimati, e lo studioso non avrebbe alcuna difficoltà di trascurare delle quantità, quando siasi stabilito entro quali limiti si voglia conoscere la quantità da determinarsi, e che entro quelli le ommesse quantità non possano avere alcuna influenza.

Egli è certo che non può a meno di produrre una qualche incertezza il vedere che, ritrovata una equazione differenziale, prima d'integrarla se ne trascurano alcuni termini, o quantità variabili si suppongono costanti; ma se alcuni teoremi precedenti insegnassero che il risultato, al quale si perviene, differisce dal ricercato in quantità che si vogliono trascurare, svanirebbero tutte quelle difficoltà.

Credo che chiunque siasi occupato delle Matematiche applicate debba aver conosciuto ch'è inutile l'assoluta esattezza matematica, che perciò basta istituire dei calcoli di approssimazione, ma che nello stesso tempo non si hanno principii generali, onde in quelle regolarsi.

Convinto della importanza di questo argomento, mi sono alcune volte occupato nella risoluzione di alcune particolari questioni che vi si riferiscono, e spero in altro tempo potervene offrire un saggio. Quanto ora dissi tende soltanto a far conoscere il vantaggio che il calcolo differenziale ha sopra quello delle funzioni analitiche.

Nelle Matematiche approssimate occorre di determinare la variazione che subisce una quantità quando si attribuiscono delle picciole variazioni alle quantità dalle quali dipende; in una parola, è necessario di determinare la variazione di una funzione per mezzo delle variazioni date alle variabili. Ora l'assoluta variazione viene data palesemente dalla differenza; ma se questa si consideri sviluppata in serie, secondo le potenze di quelle variazioni, può accadere che la somma di tutti i termini degli ordini superiori al primo possano trascurarsi, e quindi la ricercata variazione entro i determinati limiti sia data dal differenziale. Si vede però come i differenziali si possano prestare alla scienza delle approssimazioni; mentre, adottando il calcolo delle funzioni, sarebbe poi necessario ottenere i differenziali nelle Matematiche approssimate.

Questo vantaggio mi sembra tale da non esitar punto sulla preferenza da darsi al calcolo differenziale.

A tutto questo devesi aggiugnere, che il calcolo differenziale ha delle interessanti relazioni con quello delle differenze, relazioni che si verrebbero ad oscurare paragonando questo col calcolo delle funzioni. Sono già noti gli eleganti teoremi dovuti al Lagrange ed al La-Place sul legame fra le diffe-

renze e i differenziali, e fra le somme e gl'integrali, e l'influenza di quelli nella teorica dell'interpolazione delle serie. Così lo stesso calcolo misto, parte ancora imperfetta delle Matematiche sublimi, male si adatterebbe al calcolo delle funzioni analitiche.

Dopo aver fatto conoscere, nel modo più chiaro che per me si potesse, che i metodi degli infinitesimi e dei limiti involgono delle difficoltà nella loro metafisica, che il calcolo differenziale lagrangiano devesi anteporre a quello delle funzioni analitiche, mi porrò adesso a far vedere come il metodo ch'io propongo debbasi per molti motivi agli altri preferire. E qui in sulle prime giovami far conoscere in che differisca il mio metodo da quello del Brunacci, poichè riputandosi del tutto a quello estraneo, potrebbesi tosto sfavorevolmente giudicarne.

A tre possono ridursi le variazioni principali che ho introdotto: 1.° il linguaggio; 2.° la definizione generale del differenziale; 3.° il modo di applicare il principio di Lagrange delle tre serie alla determinazione dei differenziali delle funzioni incognite. Se nella mia Memoria v'hanno alcune considerazioni sulla necessità dei criterii d'integrazione completa, sulla distinzione di differenziali dipendenti dagli indipendenti, la dimostrazione generale di qualche teorema; tutto questo non è esclusivo al mio metodo, ma riportasi alla natura del calcolo stesso, e però necessario si rende, qualunque siasi il metodo che si vuole adottare.

Il linguaggio da me introdotto consiste nel chiamare quantità dell'ordine $m + n + p \ldots$ rapporto ad $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ il termine $M\, \alpha^m\, \beta^n\, \gamma^p \ldots$ essendo M indipendente da $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ Credo perciò che questo linguaggio non abbia veruna difficoltà, e comodo sarebbe per abbreviare quello dell'ordinario calcolo differenziale. Così si direbbe, p. e., che il differenziale di $F(x)$ è il termine di primo ordine rapporto a dx dello sviluppo di $F(x + dx)$. Si osservi poi che questo linguaggio combina con quello degli infinitesimi, colla sola differenza che qui si ommette la parola infinitesimo.

Si noti di più, che il linguaggio delle quantità dei varii ordini si usa continuamente nel calcolo delle approssimazioni. Se infatti consideriamo il decimo come quantità di primo ordine, il centesimo sarà di secondo, il millesimo di terzo, ec.

A tutto questo devesi aggiugnere, che il signor Cauchy, alla cui operosità e scienza siamo debitori di un Giornale di Matematica, volle ultimamente estendere la serie delle quantità infinitesime, considerando quelle di ordine fratto e irrazionale, facendone un'applicazione alla teorica dei contatti, e che quanto

egli espone si può ridurre agevolmente al mio metodo, secondo il linguaggio adottato. Ed anzi, leggendo quanto il Cauchy scrisse, mi sono convinto che tutto lo spirito consiste nel distinguere le differenti potenze delle quantità. Se v'hanno delle difficoltà ad ammettere gli infinitesimi degli ordini interi, si vede facilmente che maggiori ve ne saranno nel considerare quelli degli ordini fratti ed irrazionali.

Sembrami adunque che sia ragionevole l'ammettere quel linguaggio, perchè abbraccia l'enunciato delle operazioni, perchè adattato alle Matematiche approssimate, e perchè rende il calcolo differenziale più analogo a quello degli infinitesimi.

Veniamo alla definizione dei differenziali. Il Brunacci comincia a definire il differenziale di $F(x)$, quindi i differenziali degli ordini superiori, nell'ipotesi di dx costante; si fa quindi passaggio alle funzioni a più variabili, e poi alle funzioni implicite. Dopo tutto questo egli fa vedere che se $F(x,y)=0$ è una trasformata di $\varphi(x,y)=0$, il valore di dy, dedotto dall'una, coincide con quello dedotto dall'altra. Tale metodo combina con quello del La-Croix. Io ho adottato una sola definizione generale, che comprende tutti i casi; nè può avere alcuna metafisica difficoltà perchè si appoggia soltanto a serie di operazioni algebraiche. Dalla definizione si vede tosto che il differenziale, al quale pervengo, è identico col leibniziano, perchè suppone le stesse operazioni, e facilmente si dimostra coincidente con quello di Brunacci. La differenza che passa fra la mia definizione e quella di Leibnizio sta in ciò, che io chiamo differenziale ciò che si ottiene facendo quelle operazioni, mentre in quella non essendo introdotta la condizione del trascurare alcuni termini, è necessario ricorrere ai principii degli infinitesimi. Faccio poi vedere, e con semplicità, che il valore di dy ricavato da $F(y,x,u,v\ldots)=0$, combina con quello che si ricaverebbe dalla $y=f(x,u,v\ldots.)$, equazione dedotta dalla risoluzione della precedente. Osserverò poi, che la mia definizione si presta alla dimostrazione dei fondamentali teoremi della differenziazione, come si può vedere nella mia Memoria. Poche parole poi mi bastano per dare la definizione dei differenziali degli ordini superiori. La differenza adunque fra il mio metodo e quello del Brunacci sta in ciò, che in quello si danno le definizioni parziali, e quindi si paragonano fra loro, facendo vedere che i risultati presi sotto differenti punti di vista coincidono; nel mio dalla generale definizione si deducono tutti i casi particolari. Quindi è, che nella sola definizione io comprendo la derivazione di tutti i differenziali. Si aggiunga, che l'intelligenza della mia definizione non è punto più difficile di una qualunque parziale del Brunacci.

Ritengo poi, che la breve introduzione sul calcolo delle derivazioni, ed il modo col quale ho presentato il calcolo differenziale, ne porgano un'idea chiara e generale; mentre gli altri autori, seguendo il metodo delle definizioni particolari, dovettero confessare sino dal principio non essere possibile di definire, cioè dire in che consiste il calcolo differenziale.

Dietro la mia definizione si vede che il calcolo ordinario differenziale è un caso ancora speciale, poichè si potrebbero cangiare le assunte ipotesi sulle variabili principali, e sulle successive variazioni che loro si attribuiscono.

Aggiungasi finalmente, che tale definizione si presta alle applicazioni del calcolo differenziale alle Matematiche approssimate.

Restami adesso a dire delle modificazioni introdotte nel principio di Lagrange. Noterò qui intanto, che nella mia Memoria ho già dimostrato che il principio delle tre serie è necessario in tutti i metodi, quando si voglia seguire gli ammessi principii. Ora, affinchè le due serie comprendenti abbiano i loro primi termini identici, basta assicurarsi che nella loro differenza spariscono; e siccome di quelle serie non occorrono che i soli primi termini, anzi quello di una soltanto, così è inutile calcolare la differenza delle due serie, ma basta conoscerne l'ordine. La determinazione poi di quell'ordine rendesi semplicissima, dietro alcuni teoremi sulla quantità dei varii ordini.

Queste sono le modificazioni da me proposte. Si potrebbe in primo luogo domandare se dietro questo metodo le dimostrazioni sieno dotate dello stesso rigore, e se il calcolo divenga semplice e facile nelle applicazioni. Io credo che non tolgasi punto l'esattezza col dire, p. e., quantità di secondo ordine quel monomio che contiene per fattore il dx^2, e che in luogo di determinare con lunghi calcoli quei termini che debbonsi ommettere, ci assicuriamo che sono effettivamente degli ordini trascurabili. Rispetto poi alla semplificazione introdotta, osserverò che il calcolo puro differenziale è lo stesso del leibniziano nel processo di calcolo; quanto alle applicazioni basta confrontare le soluzioni di molti problemi, che ho dato, con quelli che trovansi nei trattati del Paoli, del Brunacci e del La-Croix. Poche linee mi furono sufficienti a ritrovare le formule per la rettificazione delle curve e lo spianamento delle superficie; formule che richiedono lunghi e penosi calcoli, seguendo il Paoli ed il Brunacci: che anzi quest'ultimo nella Memoria premiata da questa Accademia è obbligato a confessare, che mentre il calcolo lagrangiano non involge alcuna difficoltà nei principii, è più complicato nei calcoli.

Un altro vantaggio che questo metodo presenta egli è, che se nelle dimostrazioni alla parola *ordine* si aggiugne *infinitesimo*, si hanno le dimostrazioni secondo il calcolo leibniziano; e quando nelle dimostrazioni rigorose leibniziane si sopprime la parola *infinitesimo*, si hanno quelle che corrispondono al mio metodo.

Dietro il mio metodo si vede immediatamente come nasca il compenso degli errori nel calcolo leibniziano; ed a far veder questo mi sono già occupato nel mio opuscolo.

Osserverò finalmente, che d'ordinario s'insegnano i principii del calcolo sublime o dietro il metodo dei limiti o delle funzioni analitiche, o dietro il calcolo differenziale lagrangiano, e quindi si fa uso del leibniziano nelle applicazioni. Ora se i principii si vogliono insegnare con un metodo il quale abbia rigore, è ragionevole quello doversi adottare che ha una maggiore prossimità ed analogia con quello degli infinitesimi quanto al processo del calcolo; quindi, per le cose dette, il metodo da me proposto sembrami anche sotto questo punto di vista doversi agli altri preferire.

Esposto brevemente il confronto dei varii metodi, debbo adesso dimostrare il generale teorema che ho enunciato al cominciamento di questo discorso.

L'applicazione del principio delle tre serie alla determinazione dei differenziali delle funzioni continue esige la conoscenza di due quantità, fra le quali la differenza della funzione da determinarsi sia compresa, e tali che i loro primi termini sieno identici. Il problema dello spianamento della superficie presenta in alcuni casi delle difficoltà insuperabili. Così trattandosi delle superficie elicoidiche, cioè di quelle generate da una retta che scorre lungo un'altra conservandosi ad essa perpendicolare, e ruotando con data legge, non si possono ritrovare superficie piane comprendenti. Dopo alcuni inutili tentativi sospettai che la difficoltà si stesse nella natura della cosa, cioè nell'idea che dobbiamo formarci dello spianamento delle superficie. Per lo che, tenendo amichevole corrispondenza col Dott. Bellavitis di Bassano, gli ho chiesto quale idea si formava dell'area di una superficie non isviluppabile. Occupatosi di questo argomento, non che di quello del calcolo sublime, scrisse una nota nel Fascicolo III. del Giornale della Italiana Letteratura per l'anno 1828, e seguì un metodo in qualche maniera analogo a quello tenuto dal sig. Piola nella bella Memoria sopra i principii della Meccanica, premiata dall'Italiano Istituto.

Ad una data superficie suppongasi inscritto un poliedro di faccie triangolari; accrescendosi il numero delle faccie, ne diminuirà di ciascheduna la gran-

dezza, la superficie del poliedro si andrà sempre accostando ad una certa area; e questa, che ne viene ad essere il limite, è ciò che si definisce dal sig. Bellavitis per area della superficie curva. Simile definizione ha luogo per la rettificazione delle curve, per la loro quadratura, come pure per la cubatura dei volumi.

Quanto alla rettificazione delle curve si potrebbe dire che per la lunghezza di un arco intendesi quella retta, nella quale si suppone potersi distendere; e simile cosa si potrebbe dire delle superficie sviluppabili: la necessità però di dare una esatta definizione dello spianamento delle superficie è di per sè stessa palese.

Qualunque però sia l'idea che ci vogliamo formare della rettificazione, dello spianamento ec., quando la differenza della quantità da determinarsi si possa racchiudere fra due quantità coincidenti nei loro primi termini, vi si può applicare il principio delle tre serie, come ho fatto nella mia Memoria. Rispetto poi ai casi nei quali non può verificarsi quella condizione, è necessario direttamente calcolare il limite.

Questo metodo è quello che il signor Piola segue generalmente nella citata Memoria. I calcoli però, ai quali egli è condotto, sono soverchiamente lunghi: per la qual cosa studiando di poter ritrovare una semplificazione, mi sembra finalmente d'esservi giunto mercè il teorema che mi farò ad esporre.

Prima però mi è necessario di far osservare, secondo quanto giustamente avvertì il sig. Piola, che dobbiamo separar bene nella mente le idee di limite e delle quantità approssimanti. La lunghezza dell'arco di una curva non è l'ultimo dei poligoni, come fu detto da alcuni, ma è quella lunghezza alla quale continuamente si accostano i perimetri dei poligoni inscritti. L'idea di poligono non può escludere quella di altro che più si approssimi alla curva, il carattere del limite cioè la sua proprietà determinante sta appunto in ciò che i poligoni continuamente vi si accostano.

Premesse queste cose, prendiamo a considerare una funzione delle due variabili x, y, poichè quanto diremo rapporto alle funzioni di due variabili si potrà estendere agevolmente a qualunque altra. Supponiamo adunque che i valori totali di x, y, ai quali devesi estendere quella funzione, sieno divisi in un numero h, k di valori particolari, onde il valore totale della funzione venga diviso in hk valori parziali. Fingasi adesso che per ognuno di questi valori sia determinata una certa quantità. Accrescendo il numero dei valori parziali della funzione, crescerà il numero di queste quantità. Suppongasi che questo

numero si possa crescere indefinitamente, e che la somma abbia un limite, e questo costituisca appunto il valore di quella funzione; e proponiamoci di determinarla. A questo oggetto basterà determinare di quelle funzioni incognite il differenziale parziale di secondo ordine rapporto ad x, y, poichè mediante il calcolo integrale passeremo alla conoscenza di quella. Onde però fissare le idee, la quantità che si determina fra i valori della funzione da m ad $m+n$ rapporto ad x, e da p a $p+q$ rispetto ad y, si denominerà *quantità approssimante* fra que' limiti. Si vede quindi che da una approssimante si passerà facilmente ad un'altra.

Ciò posto, volendo determinare il differenziale secondo parziale dell'incognita funzione basterà poter conoscere il termine di secondo ordine rispetto a dx e dy della differenza finita parziale. Sieno pertanto dx, dy divise in a, b parti $r_1\, dx$, $r_2\, dx$ .... $r_a\, dx$; $s_1\, dy$, $s_2\, dy$ ..... $s_b\, dy$, e sarà $r_1 + r_2 + \ldots . r_a = 1$, come pure $s_1 + s_2 + \ldots .. + s_b = 1$. Avremo così $a\, b$ approssimanti della differenza finita parziale, e la loro somma conterrà le quantità x, y, dx, dy, più i varii coefficienti numerici delle parti aliquote delle variazioni dx, dy variabili. Se di ogni approssimante si suppone il valore ordinato secondo le potenze di dx, dy, preso il limite della somma, si avrà la ricercata differenza finita della funzione; e siccome se ne ricerca il differenziale, così basterà di ogni approssimante tener conto del termine contenente i due fattori dx, dy, e della somma di questi prenderne il limite.

Ora supponiamo che l'approssimante della differenza finita abbia per primo termine $H\, dx\, dy$, essendo H funzione di x, y; onde avere l'approssimante parziale, corrispondente ad $r_t\, dx$, $s_v\, dy$, si sostituirà ad x, y; $x + (r_1 + r_2 \ldots . r_{t-1})\, dx$, $y + (s_1 + s_2 \ldots . s_{v-1})\, dy$, ed a dx, dy; $r\, t\, dy$, $s_v\, dy$. Quindi il termine di secondo ordine di questa approssimante sarà $H\, dx\, dy.\, r_t\, s_v$. Sommando i termini di secondo ordine di tutti gli approssimanti parziali, avremo il termine

$$H\, dx\, dy\, (r_1 + r_2 + \ldots\ldots . r_a)\, (s_1 + s_2 \ldots .. s_b) = H\, dx\, dy.$$

Siccome adunque questo termine è indipendente dal numero degli approssimanti parziali, sarà anche il termine di secondo ordine del limite, e però il differenziale ricercato. Questo poi è anche il termine di secondo ordine dell'approssimante relativa alla differenza finita. Il ragionamento che abbiamo istituito si può estendere agevolmente ad una funzione di un qualunque numero di variabili, e però si può stabilire il seguente teorema: « il differenziale parziale dell'ordine n^{simo}, rispetto ad $x, y, z \ldots$ di una funzione

» delle variabili $x, y, z \ldots\ldots,$ è il termine dell' ordine n^{simo}, rapporto a
» $dx, dy, dz \ldots$ dell' approssimante della corrispondente differenza parziale di
» quella funzione. »

Prima di dedurre alcune conseguenze da questo teorema osserviamo che potrebbesi sospettare o che il limite dei termini degli ordini superiori fosse infinito, o che secondo la differente successione degli approssimanti si avessero differenti limiti. Quanto alla prima difficoltà le circostanze particolari del problema faranno conoscere se la somma delle quantità approssimanti possa crescere indefinitamente, o no; nel qual secondo caso non potranno i termini degli ordini superiori avere per limiti l'infinito. Rispetto alla seconda difficoltà si noti che se vi avessero differenti limiti, dovrebbero tutti avere lo stesso differenziale, perchè indipendente dalla successione degli approssimanti; quindi non potrebbero differire che nelle funzioni completanti l'integrale. Siccome però queste funzioni vengono determinate quando sieno stabiliti i limiti dell' integrale, così non vi potrà essere che un solo limite. Queste due osservazioni sono di tutta l'importanza, come notò il sig. Bellavitis nel luogo citato, e dietro il modo col quale ho dimostrato il teorema credo sia tolto ogni dubbio sull'esistenza d'un solo limite.

Si noti ancora, che il teorema enunciato ha pur luogo quando non si assume il limite per definizione della funzione incognita, ma si sappia che gli deve esser eguale. Così se nella rettificazione delle linee curve si risguardi per lunghezza dell' arco quella retta nella quale si può stendere, sarà definita indipendentemente dai poligoni inscritti, ma si dimostrerà facilmente che il loro limite deve coincidere con quella lunghezza. Quindi vi si potrà applicare il teorema enunciato superiormente.

Venendo adesso ad indicare alcuna fra le moltiplici conseguenze di quel teorema, consideriamo in primo luogo la rettificazione delle curve. L'approssimante di un arco è la corda; quindi il differenziale dell'arco è il termine di primo ordine della corda.

Se una curva si riferisce a coordinate rettilinee, l'approssimante dell'area è il trapezio contenuto dalle ordinate estreme, dall'asse fra loro compreso e dalla corda; quindi il differenziale dell'area sarà il termine di primo ordine del trapezio rettilineo corrispondente alla differenza. Che se la curva si riferisce a coordinate polari, l'approssimante è il triangolo contenuto dai raggi vettori corrispondenti all'estremità dell'arco e della corda; quindi il differenziale dell'area sarà il termine di primo ordine del triangolo rettilineo corrispondente alla differenza finita dell'area.

Combinando poi questo teorema con quelli che si riferiscono alle quantità dei varii ordini, si ottengono con somma facilità dei risultati che altrimenti richiedono dei lunghi calcoli. Sia una superficie curva riferita a coordinate ortogonali; l'approssimante è la somma di due triangoli inscritti in essa: quindi il differenziale parziale di secondo ordine sarà il termine di secondo ordine dei triangoli corrispondenti alla superficie, che ha per projezione $dx\ dy$. Ora le aree di questi due triangoli, per quello che ho dimostrato nella mia Memoria, differiscono dalla porzione corrispondente del piano tangente in quantità di ordine superiore al secondo: dunque il ricercato differenziale sarà eguale al termine di secondo ordine di quella porzione del piano tangente, cioè eguale a $dx\,dy\,\sqrt{\left\{1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2+\left(\frac{dz}{dy}\right)^2\right\}}$.

Il problema dello spianamento delle elicoidiche ammette quindi una facile soluzione, avvegnachè la formula antecedente può eziandio a questa superficie applicarsi. Del resto si può ritrovare una formula più comoda, avendo riguardo alla loro generazione. La genesi di questa superficie può esprimersi comodamente con una equazione fra le due quantità, l'una delle quali esprime il moto progressivo lungo l'asse, l'altra il rotatorio. Indicando con z, v queste due quantità, l'equazione $v = F(z.)$ rappresenterà tutte le superficie elicoidiche ad asse rettilineo e a retta generante. Volendo passare a coordinate ortogonali, basta prendere per asse delle elicoidiche quello dello z, e l'angolo di rotazione v riportarlo all'asse delle x. In tal caso si avrà tang. $v = \frac{y}{x}$, e l'equazione generale delle elicoidiche sarà: Arc. tang. $\frac{y}{x} = F(z)$.

Nella ricerca della formula per lo spianamento si potranno risguardare come variabili l'angolo di rotazione, e la lunghezza della retta generante valutata dall'asse. Si farà prima variare l'angolo v di dv, quindi la lunghezza r della retta ruotante di dr, e tenendo conto del termine di secondo ordine dei due triangoli approssimanti si otterrà facilmente pel ricercato differenziale dell'area $dr\ \sqrt{(dz^2 + r^2\ dv^2)}$, nella qual formula si potrà sostituire al dz una funzione differenziale in v per mezzo dell'equazioni della superficie. Questa formula è la stessa di quella ottenuta dal sig. Bellavitis, e ch'egli osservò potersi integrare immediatamente rapporto ad r. Dietro le cose precedenti si potrà determinare agevolmente la formula per lo spianamento delle elicoidiche ad asse curvilineo e a linea generante qualunque.

Per vedere l'utilità dell'esposto teorema prendiamo a risolvere il problema dell'interesse continuo. Dicesi generalmente che l'interesse continuo ha luogo quando il denaro si suppone fruttare ad ogni istante infinitesimo. Facile però è a vedersi che questa definizione non è ben chiara, includendo l'idea di infinitesimo. Per darne una giusta definizione si consideri che, diminuendosi gl'intervalli ai quali si suppone fruttare il denaro, la somma finale va aumentando, e va accostandosi ad un limite; e questa si dirà la somma dovuta all'*interesse continuo*. Sia però c il capitale primitivo, e t il tempo decorso, s la somma, ed ω il frutto d'una lira all'anno.

L'*approssimante* di Δs è l'aumento della somma s all'interesse semplice pel tempo dt, cioè $= s\,\omega\,dt$, e però $s\,\omega\,dt$ sarà anche il differenziale di s; onde avremo $ds = s\,\omega\,dt$. Da questa equazione si ottiene $\frac{ds}{s} = \omega dt$, ed integrando Log. $s = \omega\,t + C$ e $C =$ Log. c, onde finalmente si avrà $s = c\,e^{\omega t}$, formula che risolve il proposto problema.

Ognuno può vedere, dietro le cose precedenti, che il teorema enunciato ci riconduce al principio del Leibnizio, cioè che le curve si possono risguardare come poligoni, e le superficie come poliedri. Si vede però nello stesso tempo sotto quale aspetto debbasi ammettere un tale principio, cioè quando si ricerchino soltanto que' termini che costituiscono i differenziali. Quel teorema serve adunque a dimostrare una parte del calcolo infinitesimale, e così il processo del mio metodo si ravvicina sempre più a quello del metodo leibniziano.

Debbo ancora notare, che sebbene io abbia fatto uso della idea di limite, non devesi però credere ch'io ritorni al metodo di d'Alembert. I limiti ai quali sono ricorso combinano con quelli adoperati da Archimede. Si noti ancora, che volendo seguire il metodo di d'Alembert sarà necessario ammettere due specie di limiti, i primi limiti dei rapporti di quantità decrescenti che conducono ai rapporti differenziali, e limiti che si riferiscono al modo di definire le quantità continue, come le lunghezze delle curve, le aree delle superficie, ec. Che se è necessario ricorrere a questi ultimi nelle applicazioni del calcolo, mi sembra inutile il voler far uso dei primi per la genesi dei differenziali, l'origine dei quali si può dedurre da semplici operazioni algebraiche.

Prima di por fine a questa Memoria è necessario ch'io faccia alcuna parola intorno ai momenti d'inerzia ed alle equazioni del moto.

Il Bordoni nelle sue Annotazioni al Venturoli dimostra col calcolo delle derivate tre formule dei momenti d'inerzia delle linee, delle superficie e dei

solidi. A mio credere però tolse la difficoltà solo apparentemente, non essendosi occupato di darne una novella definizione, mentre l'ordinaria include l'idea di elemento o di quantità infinitamente picciola. Il sig. Piola infatti, ricercando quelle formule, si occupò prima di definire quelle quantità ricorrendo alle idee di limite. Per darne un esempio, fingasi un solido riferito a coordinate ortogonali, e si supponga intersecato da piani paralelli a piani coordinati. Per lo spigolo di ciascheduna porzione più prossimo all'asse delle x, che prenderemo per asse dei momenti, sia condotto ad esso una perpendicolare. Ogni porzione di massa si moltiplichi pel quadrato della distanza dell'asse della x presa nel modo indicato, e si faccia la somma di tutti i prodotti. Accrescendosi il numero delle parti nelle quali il solido può concepirsi diviso, è facile vedere che la somma si dovrà avvicinare ad un limite; e questo viene definito dal Piola per momento d'inerzia. Vedesi però come se ne possa ottenere immediatamente il differenziale dietro il mio teorema.

Lo stesso teorema porge l'equazioni del moto, considerando il moto uniformemente variato come limite di moti uniformi, ed il moto variato come limite di moti uniformemente variati. Io credo però di poter dedurre quelle equazioni con un metodo analogo a quello del Bordoni, e da me seguito nella citata Memoria, aggiungendo alcune considerazioni sulle forze.

Nel moto uniforme dicesi velocità lo spazio descritto nell'unità di tempo, per cui indicando la velocità per v, ed s lo spazio descritto nel tempo t, si ottiene immediatamente l'equazione $s = vt$.

Consideriamo adesso un moto qualunque, e chiamiamo velocità corrispondente al tempo t lo spazio che il mobile descriverebbe nell'unità successiva di tempo, se le cause agenti sopra il mobile cessassero.

Se questa velocità cresce col tempo, ovvero decresce proporzionalmente, il moto dicesi uniformemente variato ed accelerato nel primo caso, ritardato nel secondo. Che se questa velocità è in generale una qualunque altra funzione del tempo, il moto si dirà variato.

Nel moto uniformemente variato si chiamerà *velocità elementare* la velocità che il mobile acquista per l'azione delle cause motrici durante l'unità di tempo. Quindi essendo in questo moto v la velocità del tempo t, g la velocità elementare, s lo spazio descritto nel tempo t, si avrà, seguendo gli stessi ragionamenti dei quali ho fatto uso nel citato opuscolo, $ds = v\,dt$, $v = gt$.

Nel moto variato si chiamerà *velocità elementare pel tempo t* la velocità che acquisterebbe il mobile nella successiva unità di tempo, se le cause mo-

trici continuassero costanti per quella unità di tempo. Dietro questo, ritenute le precedenti denominazioni, si avranno l'equazioni $ds = v\,dt$, $dv = g\,dt$, ed in questo caso sarà g funzione del tempo t.

Facilmente si vede che le quantità denominate *velocità elementari* sono quelle che ordinariamente diconsi *forze acceleratrici*, perchè infatti ne servono di misura. Si potrà anche così denominarle, avvertendo però che sono velocità, ed in ultima analisi spazii presi nell'indicata maniera. Mi sembra però, che le quantità che al moto si riferiscono vengano chiaramente definite, e si possa ritenere le parole *velocità* e *forze acceleratrici*, avvegnachè riduconsi poi a spazii, e servono ad abbreviare l'enunciato delle differenti questioni.

Considerate sotto questo aspetto le forze, cioè la misura delle forze, non v'ha più alcuna necessità di ricorrere alle idee di infinitesimo, come fece il Poisson.

Dietro quanto scrisse il Bordoni ho ritrovato l'equazioni stesse; ma, ben osservando, riconobbi che ancora vi aveva una qualche oscurità intorno alla quantità φ, o forza acceleratrice, onde credetti necessario di introdurre questo schiarimento.

S'intenderà così facilmente perchè si chiami *gravità* lo spazio di $9^m,809$, la quale non è che la velocità elementare dipendente dall'azione di quella forza.

Ecco, o Signori, quanto m'interessava di sottoporre al giudizio vostro, certo che se quanto dissi non può soddisfare allo scopo che mi sono prefisso, vorrete riconoscere ch'egli è della più alta importanza l'occuparsi in tali ricerche. Nè questi soli sono i punti ch'esigono dilucidazione. I sommi ingegni, che ci diedero metodi fecondi per la risoluzione delle più complicate questioni, sentirono la verità di alcune proposizioni, si occuparono di svilupparne le utili conseguenze, lasciando ad altri di scoprire le verità intermedie che a quelle debbono aprire la via. Ammiriamo la forza della loro mente, ma c'interessi di rinvenire facile e chiaro passaggio d'una in altra verità.

Quanto a me, continuando a procedere nello studio delle ulteriori teoriche matematiche, mi occuperò continuamente dei principii, contento se la riuscita di un solo fra i moltiplici tentativi mi compenserà delle fatiche che per solo amor della scienza sono disposto di sostenere.

DELLA

DIFFUSIONE E STUDIO DEL LATINO

IN EUROPA DA CARLO MAGNO IN APPRESSO

E

CONGHIETTURE DEL FUTURO SUO STATO

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XVIII MAGGIO MDCCCXXX

DAL SOCIO ATTIVO

GIO. BATTISTA SVEGLIATO

Se, come fece per sua parte l'erudito alemanno Jacopo Burckard nella sua opera *De linguae latinae, quibus in Germania per XVII. saecula amplius usa ea est, fatis,* togliesse altri a scrivere una storia generale dell'uso del Latino presso di ogni nazione, non v'ha dubbio che assai benemerito si renderebbe di tutta la letteraria repubblica; e specialmente se ad un'estesa erudizione accoppiando una sana critica e filosofico spirito, venisse analizzando e mettendo in luce le moltiplici circostanze tanto politiche, quanto religiose ed economiche, che nelle vicende influirono di questa lingua. Forse avverrà che pur alcuno tra Voi, al quale gli omeri bastino a tanto, v'intenda un dì l'animo, e renda pago un sì giusto e nobile desiderio: per me sarò contento abbastanza, se le poche indagini e riflessioni che ho fatte su tale materia torneranno ad altri di eccitamento e di ajuto.

Che la lingua latina, anche caduto il romano Impero, sopravvivesse lunga pezza in Italia, e dovunque l'aveano portata e diffusa le vittorie del popolo che la parlava, e vi rimanesse infino a che, avendo i popoli pur bisogno di uno strumento di vicendevole comunicazione, altro diverso non se ne fabbricavano all'uopo, la ragione n'è aperta, e non offre argomento a ricerche. Ma perchè poi senza intervento di conquiste, senza influenza di preponde-

ranza politica diffondersi eziandio tra nazioni già provvedute di un mezzo di comunicazione loro proprio, e ottenervi un culto speziale e un uso distinto? Perchè in que' paesi, dove il potere dei secoli e la introduzione di stranieri linguaggi ve l'aveano trasformata di guisa, che affatto nuova e dissimile avesse a dirsi, riprendere il nativo suo aspetto, e ritornare gagliardamente alle sue origini, e quasi aspirare all'antico esclusivo dominio? Qui è dove hanno principio e segno le nostre investigazioni.

Diradatasi alquanto la comune ignoranza europea, e stanche omai le nazioni dei perpetui ravvolgimenti che le teneano fra loro inimicate e divise, cominciarono finalmente a sentir di nuovo il bisogno di costumi più miti, un segreto desiderio novello di riacquistare que' lumi, che se non tolgono, alleggeriscono almeno la schiavitù delle menti, e la eccessiva violenza delle passioni rattemperano, o volgono ad oggetti più degni. Riposando le genti un poco dal travaglio di una lotta sì lunga, e tanto più vivaci ed intatte dispiegando le forze d'ogni nobile sentimento e d'ogni intendere più gagliardo, quant'erano state più compresse e neglette, avvisarono complessivamente pur anco i vantaggi che sorgerebbero senza meno da un collegamento reciproco e da un vicendevole ajuto, e quindi a intravedere ed a sentir procedettero l'indispensabile bisogno d'uno strumento il più universale ed agevole che aver si potesse di comunicazione, a cercare il mezzo che il più acconcio si fosse a richiamare ed estendere le antiche non meno che le successive e recenti cognizioni, a mettere i fondamenti, e le istituzioni chiarire della più generale miglior civiltà.

Natural cosa era che i vincitori e i più forti mirassero ad impiegare per tale officio ed a farne capace la lingua propria, sapendosi bene, o certo per naturale sagacia avvisandosi anche tra' barbari, che il predominio e la diffusione delle favelle trae seco agevolamento di prevalenza politica, e accenna gloria e potere. Infatti sappiamo che Carlo Magno, da quel forte intelletto ch'egli era, cotale avvantaggio ben comprendendo, e perchè, forse ancor non volendolo, partecipava alla generale impulsione, vôlto egli pure al disegno o d'incivilire la prima volta, o di tornare all'antica civiltà le genti quant'erano e i popoli del vasto suo Impero, fece pruova di adoperarvi la lingua sua nazionale, e compose egli stesso una grammatica tedesca pur tra il fragore dell'armi, e i negoziati più astrusi dello scettro e della tiara (1). Ma im-

(1) Ved. Burckard *De linguae latinae in Germania fatis*, Cap. I.

perfetta ancora com'era dessa, nè così agevolmente suscettibile di certe norme, e per lunga serie di secoli e di vicende dispogliata quasi d'ogni affinità e somiglianza con la più parte delle altre lingue e dialetti d'Europa, il tentativo fallì, e più valse il comune interesse e il bisogno delle nazioni, che non lo stesso potere ed esempio regale.

Rimanevano quelle dei vinti, e gl'idiomi dell'Occidente; ma oltrachè dovea far contrasto l'orgoglio dei vincitori, aggiungevasi ch'erano lingue parte imbastardite e fra loro dissimili troppo, parte bambine tuttavia e crescenti sull'altrui fondo; nessuna di esse era adatta o matura all'uopo: la francese, la spagnuola, essa medesima la italica nostra indeterminate ancora, irregolari, malferme; sia ne' costrutti, sia ne' significati, sia nelle scritture, sia nella pronuncia, a perpetue modificazioni e mutamenti soggette in bocca del popolo; nè queste, nè quelle vantavano per anco un autore, un'opera che le raccomandasse tampoco con qualche celebrità e rilevanza.

Nè spedito o comodo pur tornava rivolgersi dunque alla greca, perchè quantunque nel vero più delle altre perfezionata, gentile, ricca di termini e di scrittori, e tuttavia in molti luoghi parlata spezialmente del Mezzogiorno, era nondimeno una lingua alla più parte d'Europa sempre affatto straniera, e già in forza di tante barbariche alluvioni, e tanto soffocamento d'ogni sapere, esule e disusata persino nella più gran parte d'Italia, dove trovato avea culto.

Miglior consiglio e più sicuro tornava quindi appigliarsi alla latina, come quella che potea ristorarsi e ripulirsi dov'erasi sformata e corrotta; che dovea essere di estesa intelligenza e di facile acquisto dovunque il dialetto romano rustico unicamente si parlava da tutti; e che in fine a pochi angoli di Europa poteva giungere senza nome, se già in tutti gli angoli recata ve la avevano e disseminata le romane vittorie. Gli effetti e le conseguenze dei proconsolari ed imperiali decreti, con cui l'uso e lo studio n'era stato ai popoli espressamente comandato, duravano ancora; esercitava ancora non lieve influenza sugli animi l'opinione e il rispetto d'una nazione sovrana del mondo, reliquie romane rimanevano ancor dappertutto, e chiamavano intorno a sè con diletto l'altrui riflessione, e ritenevano le appellazioni lor primitive: come dunque non offerirsi da sè quale strumento di comunicazione il più agevole e il più universale che aver si potesse?

Una lingua era poi, cui anche quegli uomini bisognosi di civiltà, e già levati a presentire i lontani destini d'Europa, pur affidato intravedevano il tesoro e il deposito di tutto l'antico sapere. Conciossiachè in vero di quanto i Greci

hanno trovato od inventato nelle scienze, del pari che nelle arti belle, poco o nulla per avventura lasciarono inosservato i Romani, e non trapiantarono nelle loro scritture; molto massimamente di quanto s'aspetta a storia, a legislazione, a geografia, a scienze politiche v'hanno pure aggiunto del proprio, ed è più presto una trasmessa calunnia del fasto erudito, che un fatto e un argomento di sana critica, che i latini autori altro in fine non sieno che mere copie, e sempre, come aggiungono, all'originale inferiori. Se non ch'altri, Cicerone certamente, e Tito Livio e Seneca e Tacito e Plinio faranno prova a tutti i secoli, che qualche passo di più aveano saputo fare ancor essi i conquistatori e reggitori del mondo.

Comunque sia ciò, non può negarsi per certo che dalla lingua latina più agevolmente, che altronde, i popoli aspiranti a novella coltura ritrar ne potevano i mezzi più acconci, di là procacciarsi i lumi e le cognizioni di che abbisognavasi, e che appunto così adoperarono. Interpreti del voto comune delle nazioni, o trascinati potentemente dall'irresistibile corso e dalle inosservate leggi degli umani bisogni, eglino medesimamente i principi più temuti e i più celebrati conquistatori, il grande Alfredo, Carlo Magno, e Lodovico il Pio a lui successore, e Carlo il Calvo, e i tre Ottoni favoreggiaron concordi il nobile intendimento. Anche in mezzo a quella universale ignoranza colla propria autorità e colla grande efficacia dell'esempio lo studio promossero del Latino, come il punto donde voleasi prender le mosse a ricominciar la carriera. E per vero dire, se troppe e troppo pesanti catene non avessero molto innanzi costretto l'umano spirito e fiaccata ogni lena, se i Normanni non traripavano a tutte sconvolgere e metter sossopra le Gallie, nè insormontabile ostacolo vi avesse posto quel feudale sistema d'allora, i vantaggi che per l'uso e lo studio delle latine lettere già s'erano manifestati tra' popoli, non si sarebbero probabilmente sì tosto perduti. Se non che il bisogno s'era una volta sentito; avvisato una volta erasi il mezzo e lo strumento più acconcio di soddisfarlo; e dal molteplice conflitto delle Crociate, non meno che dallo splendore delle istituzioni cavalleresche, uscita fuori e levatasi una epoca più propizia, vi si fece pronto ricorso, e più anche pensatamente di prima fu designata la lingua latina come impulso e fondamento della universale contemplata risurrezione. Dalle agghiacciate sponde della Vistola sino a quelle del Tevere, in Ispagna e in tutte le Gallie, nell'Alemagna ed in Inghilterra fu richiamato e promosso più ardentemente che mai l'uso e l'amore dell'antico Latino: parecchi ben tosto d'ogni nazione animosamente si volsero

a razzolar quinci e quindi latini codici, a trascrivere e commentare a lor posta autori latini, a sciogliérli dalla proscrizione e dall'anatema ond'erano stati colpiti; e, come se dovessero essere universali e profittabili a tutta Europa, leggi e decreti promulgaronsi in latino, e alleanze e trattati si stipularono latinamente. Il fervore s'accrebbe in proporzione del diletto che aveasi di trar quinci idee tutte nuove, e di far pronto ed agevole acquisto di lumi, che troppo lenta fatica avrebbero altramente costato, se fosse stato mestieri farli nascere e rifiorire dal proprio fondo. A mano a mano poi che per tal via progrediva la civiltà e se ne intendeva il vantaggio, fu più universalmente avvisato e compreso meglio, nella lingua del Lazio trovarsi rammassati i tesori che andavasi cercando, ivi il miglior mezzo esser posto o di entrare la prima volta, o di rimettersi più speditamente nel gran sentiero del comune perfezionamento sociale. Le sensazioni del bello, del grande, del nobile, del sublime, le idee dell'urbanità, del decoro, della scambievole pulitezza e della personale dignità, quelle del commercio, della industria, del lusso, sì calcolate ed estese; le altre pur più sottili e recondite della metafisica, dell'etica, del gius comune, le quali o dormigliose e inattive cominciavano a ridestarsi, o tuttavia incerte ed oscure a confortarsi e schiarirsi, per entro agli autori latini si offrirono già belle e sviluppate, contrassegnate tutte e distinte con appositi nomi, tutte classificate ed espresse colle debite graduazioni, con frasi e perifrasi d'ogni più svariata e gentile maniera. Spesso ancor essi i popoli ve ne rinvenivano di quelle che o già s'erano interamente smarrite tra loro, o che non avevano posseduto giammai, ovvero che malamente alterate e confuse, più danno che altro apportavano; onde avvenne che, come a sola ed unica sorgente di civiltà, tutti si rivolgessero con gran diletto allo studio e alla pratica del Latino. Tanto più che all'umano spirito, già sempre inteso a perfezionare sè stesso, era ben facile l'avvisare che se perduta alla fine interamente si fosse la lingua latina, veniva con essa a perdersi il miglior mezzo di conservare almeno le tracce dell'antica sapienza, il deposito, siccome abbiam detto, del procedimento e dei lumi che aveano illustrato l'Impero del più grande dei popoli. E perciò quell'amore o, a meglio dir, quel furore di scoprire e far tornare in luce scritti perduti, di copiar codici d'ogni genere, di svolgere pergamene e palinsesti, e medaglie e lapidi e monumenti a tutto potere e dispendio raccogliere e rintegrare. Il che quanto impulso e quanto ajuto abbia dato alle nazioni per risalire o per giungere la prima volta a quell'ornato viver civile che or godono, è superfluo ch'io mostri.

Mirandosi dunque concordemente per tutta Europa a dirozzamento ed a civiltà, è chiaro che ogni popolo parlante un proprio linguaggio dovesse quindi ogni principal cura ed amore rivolgere al perfezionamento del medesimo: potendo bene anche quelle menti allora allora introdotte nel gran disegno abbastanza comprendere che senza un linguaggio esatto, copioso, regolare, gentile, non era dato trasfondere nella massa e far penetrare a fondo le idee che principio sono e necessario alimento di civile e nobile instituzione. Al che opportunissima appunto e largamente soccorrevole ritrovando la lingua latina, tutti accordaronsi a farle onore, a guardare in lei come in ispecchio, a pigliarsi come da un campo comune e libero checchè meglio pareva, ciascuno degli elementi e sostanze di lei, come dicono, più assimilabili la sua propria nutrendo e informando. Dalla lingua cioè dei Terenzii, dei Tullii, degli Orazii, dei Livii a scegliere incominciarono esempli di eleganti costrutti, di nobili immagini, di vive e incarnate parole; indi i modi e le voci che più accomodate parevano a significare quelle nuove sensazioni gentili, que' nuovi sentimenti morali che tra la loro si sviluppavano; e quando i vocaboli già usati e conosciuti erano troppo ruvidi o troppo abbietti, e di mal suono e di brutta impronta, avevano tosto ricorso a quegli archetipi illustri, e su quelli s'adoperavano a correggere, a ripulire, a nobilitare, ad incolorire; spesso ancora avanzando nel pregio gli offerti modelli. Lungo e malagevole sarebbe il determinare come e quanto ciascuna lingua profittasse di questa guisa, e arricchisse. Nè io dirò già che per questo solo mezzo si conformasse a stabili leggi, e tanta forza e dignità si procacciasse l'alemanna, che pur sul finire del nono secolo, a testimonianza del dotto monaco Ottfried, barbara era ed incolta (1), sdegnosa di ogni freno, e per asprezza di suoni anzi malagevole che no. Nemmeno io reputo aver fondamento la sentenza di alcuni i quali vorrebbero persuadere, i moderni idiomi, lo spagnuolo cioè, il francese, il nostro italiano, dover tutto al latino, e tali quali ora sono, gravi, robusti, regolari ed eufonici, non esserlo che la mercè unicamente dell'esemplare materno. Ognuno sa bene quante circostanze, e quanto varie fra loro, influiscano sopra una lingua; e certo, se non ch'altro, l'avere ciascuna pur delle figlie della medesima madre, fin da più secoli ad-

(1) *Theotiscae linguae barbaries, ut est inculta et indisciplinabilis, atque insueta capi regulari fraeno Grammaticae artis, sic etiam in multis dictis est propter litterarum congeriem, aut inconditam sonoritatem difficilis.*

dietro, un carattere tutto lor proprio e un andamento affatto diverso, fa prova abbastanza che alla loro formazione non concorresse soltanto il Latino. Ciò non ostante, specialmente dopo i grandi travagli di tanti dotti etimologisti alemanni, e dopo l'opere del Bouchard, del Saumese, del Muratori, del Bardetti, e di parecchi altri, come negare che non le lingue solamente provenienti dal romano volgare e rustico, ma elleno ancora le lingue madri non abbiano assai profittato dell'urbano e nobile, ossia della lingua già fissa e immutabile, e di ogni bell'abito provveduta? Come disconoscere che l'ordine patetico, pittorico, eufonico, che prima non avevano, o certo di poco ingraziata natura, se l'ebbero soltanto dopo lo studio e le norme degli scrittori latini? e che tanti vocaboli, spettanti singolarmente ad agricoltura, a manifatture, a costituzioni politiche, ad arti belle, a religione, che sono identici in tutte, o solo un po' diversamente coniati, provengono dalla stessa miniera? Al qual proposito potrebbe in vero esser prezzo d'opera il tener dietro all'uso dei latinismi, tanto utilmente praticato dai fondatori e restauratori degl'idiomi ancor vivi e crescenti presso d'ogni particolare nazione; e parlando del bellissimo nostro, senza dubbio si chiarirebbe che molto della sua forza l'Allighieri, molto della sua gentilezza messer Francesco, e della sua evidenza pur molto il Certaldese, devono ai latinismi, i quali sovente fanno sì bella comparsa anche nella *Gerusalemme Liberata* e nell'*Orlando Furioso*, e sono le pietre preziose, onde ingemmano tuttavia le prose loro sì riputate i gagliardi che, in onta al disfavore dei secoli, mantengono in vita fra noi l'onore delle lettere e delle arti italiane.

Ma saliti per questo mezzo a miglior civiltà e politezza i popoli d'Europa, e i loro linguaggi gradatamente con essi, altri potenti motivi signoreggiavano, perchè appunto vivo dovesse restarvi ancor lungamente l'uso della latinità.

Accolta era ormai e professata dovunque una Religione che alla persuasione delle medesime verità, alla scuola delle medesime instituzioni, agli stessi principii, alle pratiche stesse intendeva di guidar l'universo, non che soltanto l'Europa: al qual fine, santo senza dubbio e sublimissimo, giovava più che mai e mirabilmente addicevasi l'adoperare un medesimo generale strumento di vicendevole comunicazione. Per che, chi non sa a quali abusi e a quanto gravi conseguenze in ogni materia, ma in fatto di religioni singolarmente, apra sovente la via un linguaggio diverso, un'arbitraria interpretazione, un cavillo? La lingua quindi del Lazio fu ritenuta per indispensabile all'uopo; essa sola riconosciuta come lingua della Chiesa latina, sempre tendente ad unità. Ad

essa fu commesso in gran parte l'incarico di aggiungere agli atti esteriori della stessa Religione un decoro, un'autorità, una eguaglianza di pratiche; ad essa fu aperto il merito di sempre più mettere in comunicazione fra loro i popoli del Nord con quelli del Mezzodì, e con un cotal genere di comune interesse mitigare ogni resto del disprezzo reciproco e della reciproca odiosità, che, in aggiunta alle altre cause già note, li teneva fra loro ancora separati e distinti. Nè si può rivocare in dubbio ch'essa non abbia prestato un grande soccorso a questo nobile intendimento, e che a lei non si debbano delle azioni di grazie, che in proporzione de' suoi meriti non per anco le furono tributate. Ma certo è cosa degnissima di osservazione, allora più che mai fra le genti del Mezzogiorno europeo essersi manifestato come un entusiasmo per la lingua latina, quando cioè quelle del Settentrione traevano a religioso dissidio, e la Riforma disseminandosi segnava robusti vestigi. Perciocchè fu in quel torno che il saper dettare in purgato Latino, spezialmente in Italia, era l'apice della gloria, un vanto, un possesso, a cui si doveva ogni altro posporre. Fu in quel torno che il Buonamico protestava, non saprei con qual buona fede, d'esser più presto ad eleggersi di parlare come Cicerone, che di divenire Papa od Imperadore; ed il Bembo, che pure sì fortemente adoperossi a rimettere in onore il buon gusto italiano, asseriva ch'ei non vorrebbe cangiar l'arte di scrivere elegante Latino con tutto il Marchesato di Mantova. Ed è a tutti nota la famosa setta de' Ciceroniani, già argutamente, anche perchè nocevole alla stessa letteratura latina, posta in dileggio dal celebre Erasmo nel suo *Ciceronianus*, donde a lui vennero addosso que' tanti sarcasmi sanguinosi dello Scaligero, che tutto insieme il chiamava un Sulmoneo attentatore del fulmine di Giove, ed un Iscariote traditore di Cristo. Nè saprei dire se con intera verità, ma certo con tale una chiarezza da sparger lume in brevissimi detti su tutta questa materia, scriveva il succennato Cicerone di Rotterdam: *longe plures favent Luthero, qui neque graece sciunt, neque latine.*

Ed oltre ch'era la lingua della Religione e della Corte romana, quella era ancora de' Gabinetti, e delle classi più illustri ed agiate. E perchè così fosse parecchie cause influivano. Primo l'essere appunto, siccome accennammo, lingua della Corte romana, che già tanta parte e sì svariata sosteneva presso tutte le altre Corti d'Europa. Poi l'essere sino dai tempi repubblicani più di ogni altra adoperata nelle trattazioni degli alti affari e delle ragioni di Stato, e quindi vieppiù sempre col succedere dei secoli e col mutare delle

costumanze provveduta mirabilmente di quelle determinate formole diplomatiche che in tanta sottigliezza di cose più che mai richiedevansi, e sarebbe stato indarno cercare nelle altre lingue, nessuna delle quali era ancora fatta capace di tanto. E più oltre, perchè essendo ella come una terza lingua, ormai da tutte le genti guiderdonata di privilegi e quasi annoverata fra' morti, tornava la più accomodata per toglier di mezzo ogni etichetta di rango fra le nazioni, e donare a tutte un cotale aspetto di egualità nel conflitto delle rispettive pretensioni e degli alti loro negoziati. Di fatto sappiamo il quistionare e disputare infinito delle Corti europee, quando (come negli articoli sostituiti alla pace di Utrecht) in vece della lingua latina si voleva far uso della spagnuola o della francese, e quando l'anno 1682 al Congresso di Francoforte si ruppero le trattative al rifiutare che facevano gli Ambasciatori francesi parimente il latino, perpetuamente sola ed unica lingua ministeriale. Le quali pretese e gelosie nazionali e di Stato, se si osservino gli atti de' celebrati Congressi, e tanti illustri trattati di pace fra le Potenze d'Europa, si vedranno mantenersi e bastare fin presso alla metà del secolo scorso. Che anzi, non ostante pur le molte e singolari sue dissensioni, ella pure la Gran Bretagna ritenne sino a quel torno il Latino come lingua del Ministero, almeno certo colla Corte di Francia; e si racconta che alle latine rimostranze, che alla Lisabetta facevano gli ambasciatori ogni legittimo potere, negandole sulla sventurata Stuarda, ella rispondesse loro in buonissimo Latino, a provar che lo aveva. Ma certamente ivi più tardi che nella Germania ed in Francia, e in parecchi Stati pure d'Italia, ne fu conservato l'uso per quanto spettava a Corti giudiziarie, a privilegi, ad atti notarili, a patenti ec., nè cessovvi che sul principio del 1731 in forza di un atto del Parlamento. Dai quali fatti è palese che ogni uomo, il quale voleva mantenere il lustro del suo casato, o mirare a posti elevati, e distinguersi dal vulgo censito o patrizio, bisognava non dimenticasse lo studio e la pratica di una lingua che, come la geroglifica tra gli Egizii, procacciava autorità, e agevolava all'ambizione il cammino per giungere ad alte mete. Tanto più che lunga pezza i Principi stessi e i Monarchi più potenti non sapendo o non potendo per avventura illustrarsi nelle battaglie, o colla benemerenza di savie e profonde legislazioni, credevano, se non per altro, acquistarsi un diritto alla immortalità col proteggere, come Augusto, non pure i dotti e le lettere, ma sì ancora le opere stesse sotto gli auspicii composte di quel generoso, e talvolta quelli che più fiorivano per fama di sapere latino ad altri d'altro merito forse ancora più splendido anteponevano.

Pur senza ciò, perchè sacro ed universale si conservasse lungamente alla lingua latina l'onore e il culto suo antico, confluiva potentemente l'esempio e la pratica degli uomini dotti, i quali, sia perchè le lingue loro nazionali rispettive non erano pér anco condotte a buon termine di perfezionamento, sia perchè riputassero che le scienze medesime, insegnate con nobilissima lingua, potessero ottenere più credito e autorità, proseguivano dappertutto a valersi nelle scuole del Latino. Forse la più vera e forte ragione di così adoperare stava in ciò, che non costumavasi allora tanto studio di lingue straniere, e che la latina era quella che più di tutte s'intendeva a parlare universalmente. Tal che libero essendo per que' tempi l'adito agli insegnamenti di ogni e qualunque Università, più che mai si addiceva il dettare e l'esporre latinamente, a più comune intelligenza degli auditori da straniere contrade quinci e quindi accorrenti. In Latino a più di diecimila studenti, tra francesi e fiamminghi e tedeschi e spagnuoli, ed inglesi pur anco e scozzesi, spiegava dalla cattedra le sue teorie della terra il sommo Galilei, e i Cartesii e i Leibnizii e i Newton e i Keplero in Latino parlavano dei grandi principii che de' Latini nessuno non che significato, non avea tampoco sospettato per ombra. Laonde per sì lunga pezza nè a' maestri, nè a' discepoli fu lecito il trasandare lo studio e l'uso di quella lingua che divenuta era strumento tra le genti di universale comunicazione dell'umano adultivo sapere, e più di ogni altra sopperiva al bisogno di nobilmente ed esattamente significare le più illustri verità e i più sublimi concepimenti del genio creatore.

Frattanto via via procedendo, l'epoca sopravvenne in cui le nuove cognizioni non che le antiche, i nuovi lumi dello spirito, le sottili astrazioni, i nobili sentimenti, i frutti della rivocata civiltà diffusi essendosi in tutte le classi, erasi insieme abbastanza accresciuto, ingentilito, informato ogni nazionale idioma, e fatto acconcio e procaccievole a tutto esprimere con dignità, con chiarezza, e senza altro bisogno di latini soccorsi. Tuttavolta una lingua, com'era, tutta piena d'illustri e consolate memorie, già parlata dal più famoso e generoso dei popoli, ridondante d'ineffabili bellezze, e delle più svariate ed eleganti formule provveduta, si tenne ancor salda in seggio per alcun poco, e le alzate contro di lei nazionali lingue ribelli infrenò soperchiando. Ma poi che alla fiaccola dell'analisi e del confronto, raccesa dall'immortale Bacone, fu messo piede in tante regioni sconosciute, e tante cose omai senza nome, e sepolte nella obblivione, furono in nuova luce profferite; poi che l'amore delle nozioni positive e degli esperimenti rapì il principato

a quello della erudizione, che minor campo offeriva alle ricerche; poi che la politica degli Stati europei ben d'altro divenne gelosa ne' suoi negoziati, che della lingua usata in dettarli; e sommi ingegni ardirono i primi, ad esempio e incoraggiamento dei minori, nel proprio idioma insegnare le scienze, trattare quistioni, pubblicare volumi; e fu chiarito col fatto, che le nuove lingue nazionali, non per romanzi solamente, per cronache, per leggende d'amore potevano usarsi, ma per ogni maniera d'argomenti anche più gravi e sublimi, e di qualunque grado si fossero di nobiltà; l'amor del Latino infermò, si restrinse, e per poco alle sole palestre claustrali non si confinò. In questo accadde che la lingua francese, lingua d'un popolo ove la novella civiltà europea, incominciata dagli Italiani, si rispandeva gagliardamente, emergesse; e perchè lingua per la sua parentela cogli antichi, del pari che co' moderni idiomi, non meno che per suo naturale andamento nella sintassi ed invariabilità delle formole a tutti agevole ad appararsi, di leggieri si diffondesse tra' popoli in mezzo ai quali la Francia è geograficamente collocata. Si aggiunse, che in forza delle politiche relazioni e della grande preponderanza che aveva allora la Francia su molti Stati, non venne più ributtata dalla severa gravità dei Congressi e de' Gabinetti, ma fuvvi anzi accolta quasi esclusivamente, e a comune interprete avuta delle più rilevanti comunicazioni. Allora poi fu che il Latino sofferse l'ultimo crollo, nè più soltanto ingrata diserzione, ma diretti assalimenti ebbesi a sostenere. Fra gli altri quello del d'Alembert fu gravissimo, micidiale; nè a ristorarla del danno valse tampoco l'accorrerle che fecero intorno con parole confortatrici il Ferri, il Vannetti, Clemente Sibiliato. Ella medesima, che già dettava leggi e decreti, fu con pubblico bando estesamente proscritta; nè, per quantunque consolata di ospitali affezioni ed ammessa a consorzio, fatta fu abile a ricoverare l'antica sua dignità. Prevalse la massima, che le opere degl'ingegni rappresentando in certo modo le nazioni alle quali ciascuno appartiene, abbiano senza più a dettarsi nella lingua nazionale di ciascheduno; questo essere ufficio di figlio riconoscente, questo un diritto di madre onoranda. E comechè per così sante ragioni la foga del franzeseggiare abbia passo passo scemato, per questo non venne che il Latino ritornasse verso il suo posto d'onore, ma sembra anzi che sempre più ne si allontani co' giorni, e ceda del loco. Che avverrà dunque di questa lingua?

Io so bene che la scienza dei presagi e degli indovini è la più mal fondata di tutte, e già riconvinta di fallacie e d'inganni. Però mi pare che, fatte le rispettive applicazioni di quanto abbiamo superiormente indicato, le con-

ghietture vi nascano sul terreno, e il terreno sia sodo abbastanza. La lingua latina non è più un organo di universale comunicazione europea, non è un vincolo di unità: = Tutti i lumi e le conoscenze che in essa s'erano conservate, o la più parte certamente, omai furono quinci attinte, e per entro gl'idiomi d'ogni nazione fuse e innestate: = Tutte le lingue, o madri che si vogliano o figlie, acquistarono pulitura, affinamento, ricchezza, acconciate a qualunque genere di scrittura, fino al lapidario, a che pur credevasi non si potessero adattare: = A siffatte lingue è affidato il deposito delle recenti scoperte e del progressivo sapere: = L'amor delle scienze positive sovrasta, e molto usurpa del luogo a quello delle lingue e del gusto: = S'illanguidiscono ogni dì più, per mutar di fortune, di costumanze e d'interessi, le cause, per che il Latino nelle sue diciture e nelle sue voci offerendo congiuntamente più immagini e più rapporti, desti insieme più gradevoli sensazioni, e quindi attraggasi il nostro amore: = Ogni nazione, fatta accorta della influenza che hanno le lingue, guarda la propria con occhio di madre gelosa, ed è tutta intesa a farle onore, e ad estenderle il patrimonio; = rimane dunque che la lingua del Lazio debba gradatamente soggiacere a nuove sconfitte e a peggiori infortunii.

Nondimanco restano tuttora più cause, ed efficaci abbastanza, perchè almeno sì tosto non possa temere un totale disertamento e una intera obblivione.

Prima di tutto non è per anco acclamato nella letteraria repubblica un generale strumento di universale comunicazione da surrogarsi alla lingua latina, il qual pure dalle attuali reciproche condizioni di Europa, e da quello spirito medesimo che si va propagando di una nuova comune letteratura europea, è sempre più potentemente domandato. Perciocchè, io nol nego, è verissimo che bella copia di riputati Giornali porge sovente delle opere più distinte tali e sì giudiziosi sommarii, che poco o nulla ti cale non aver presta l'opera tutta intera; e verissimo è parimente che una scrittura di merito applaudito, in qualunque idioma sia stesa, già senza fallo può ripromettersi presso d'ogni nazione un buon traduttore: ma chi oserebbe asserire che per questa guisa sia bastevolmente riparato al danno, e il bisogno e il voto delle lettere soddisfatto?

Inoltre il Latino è tuttavia linguaggio della Religione più estesamente professata, e, fatta osservazione a quel suo antico carattere di costanza pur nelle cose di esterior disciplina, è a presumere che non possa o voglia la Chiesa così di leggieri cessare dal riguardarla come ministeriale e sua propria. E sia pure che l'autorità del Clero abbia gradatamente sofferto di assai gravi scapiti, e dicaduta sia molto da que' tempi per lei tutti d'oro, quando gli Ecclesiastici

esclusivamente in uno Stato cattolico venivano levati ai primarii politici ministerii, e gli Abbati ed i Vescovi erano i primi inviati a risedere presso le Corti, e regolare i destini, direi quasi, del mondo. Sia che il sapere non più formi il partaggio degli Ecclesiastici soli, nè più fra noi la voce *clericus* suoni egualmente che *letterato*. Tuttavolta è innegabile che il Clero, specialmente cattolico, forma tuttavia e rappresenta una classe distinta, e in Ispagna più che mai, nella Francia, in Italia esercita buona influenza sulla nazione. E sendo che inoltre a riputati Ecclesiastici viene tuttora affidata molto comunemente gran parte di privata e pubblica educazione, fra i quali pur taluni salgono spesso in fama di valenti in sapere, par veramente debba quinci derivare al Latino, se non ch'altro, un riparo da più estremi danni.

Arrogesi a tutto ciò, che la lingua latina, malgrado le diverse modificazioni a cui è necessario soggiacciano gli umani spiriti, è tuttavia salutata da molti come il palladio del gusto, come il canone della vera bellezza, come l'archetipo al qual si debba perpetuamente mirare. Anche i men latinanti confessano che que' celebrati Romani, ajutati dall'esempio de' Greci maestri, in un terreno beato, sotto un cielo bellissimo, per la più parte allevati nello splendore della fortuna, di soli generosi sentimenti nudriti, sempre confortati di grandi immagini, spesso di luminosissime cariche rimunerati, nelle opere dello ingegno e dello spirito toccarono il sommo, e per cotale maniera della grandezza le investirono di quell'Impero. Insegnano anch'essi senza malivoglienza e senz'odio nei capi d'opera d'una nazione, preponderanza politica della quale ingombra tuttora e fa meravigliare le menti, stare riposti i semi d'ogni civiltà, e come i raggi raccolti d'ogni poderosa virtù. I Classici Latini, sopravvissuti a tante vicende, autorizzati da tanti secoli, applauditi dal maggiore dei popoli, essere stati perpetuamente imitati dai più valenti scrittori di ogni nazione. Al ridestato amore per questi esser dovuto, dopo un secolo e mezzo di sdolcinato Petrarchismo, l'oro del cinquecento; e quel dignitoso Fracastoro, quel lucido Vida, quel numeroso Sannazaro, quell'elegante e patetico Castiglione, e il Navagero, e il Flaminio, e gli altri preclari, onde potrebbe nobile invidia concitarsi anche nel romano petto dei maestri, non altronde la lena acquistarono per volar essi tant'alto, e la bassa fortuna d'Italia di un nuovo vanto e sì bello riconsolare. E rafforzandosi a confortare di ogni presidio la causa della Latinità, procedono a distinguere fra prodotti d'intelletto e prodotti di spirito, fra la scienza di accrescere il patrimonio del vero e quella di destare ad un punto la maggior quantità possibile di grate e piacevoli sensa-

zioni, ch'è la scienza del Bello, e quella pronunciano dover sempre avanzare e inricchire, aver questa un segno, un confine, del quale a guardia e tutela starsi gli autori del Lazio. Laonde a questi dover sempre addietro mirare col guardo ogni autore che tolga a scrivere alla immortalità, quando non voglia per matta presunzione di originalità perder di vista le intemerate invariabili norme del Bello. La qual dottrina comechè, quando ci volessimo rapportare alla sottile analisi dei motivi onde le gradevoli sensazioni si destano e il Bello si crea, possa essere almeno in parte combattuta, nè a tutte le scuole sia egualmente persuasibile; nondimeno, fondandosi ella su gravissime autorità ed esempli nobilissimi, diciamo ancora sulle diverse abitudini del sentire di molti, è probabile non si distrugga sì di presente, e prosegua a tener vivo il credito della tanto benemerita romana favella.

La quale non è poi, come credesi, saccheggiata per anco di tutte le sue ricchezze, ed anzi rimane tuttavia la grande officina e come l'emporio della erudizione, al cui amore buon numero fra ogni nazione, e que' specialmente che sentono al volo troppo brevi e malferme le penne, giusto è che immolino, come fanno; e non potendo segnalarsi col vanto di potenti creazioni, ripieghino a rendersi benemeriti della civiltà col mettere in aperto ogni più consolante memoria dell'antica così dolorosamente perduta. Nè si dee disconoscere che questo disotterrare monumenti latini, questo scuotere dalla polvere romani codici, e mondar della ruggine medaglie e monete di ogni maniera, come fu un tempo utilissimo al lume progressivo dell'arte critica, e agevolò il ritorno di mille idee e costumanze gentili, non debba anche in appresso fornir suoi grandi vantaggi, ed influire medesimamente al contemplato perfezionamento. Senza che non sarà sempre un conforto dello spirito umano, orgoglioso, incostante, bisognevole di svariate memorie e cangiantisi impulsi, rivolgere un poco addietro il guardo curioso, e calcolare con gioja i fatti progressi?

Lasciamo stare; che se il Latino non è più, come pochi anni addietro, il fondamento e la base essenziale ed unica della letteraria educazione, è però nelle scuole da ben ponderati e sapienti regolamenti prescritto come lingua di confronto e di ajuto a meglio comprendere e penetrare la natura e la tempera delle proprie, e che specialmente ne' Seminarii vi ha sempre aperto come un asilo, e presto un tributo.

Le quali considerazioni, prestanti Colleghi, insieme raccolte e vagliate mi guidarono a far conghiettura, che almeno fra' dotti lunghissimo debba durarne l'uso e l'amore.

Non intendo dello scriverlo purgatamente, nè per ogni materia, e alla foggia dei nostri Facciolati e dei Costa (1), perchè allora le conghietture si vorrebbero prendere da altri dati.

Dal determinare se la lingua latina possa o no interamente acconciarsi a tutte significare le cognizioni, le astrazioni, i rapporti, i calcoli, le scoperte di ogni scienza e di ogni arte.

Dal risolvere il problema, se richiedendosi ora, per sostenere il nome e l'officio di letterato, tante cognizioni positive, e tanto corredo d'indagini e di esami sottili e profondi, possa rimanere al letterato medesimo l'agio e la facoltà di procacciarsi quinci e quindi negli autori latini i necessarii lumi della orazione, e que' reconditi modi, onde solo si può ingemmare lo stile e attemperarlo a piacere.

Se in tanta mutazione di costumanze, di legislazioni, di religione, in tanta diversità di sentire, di astrarre, di comporre tra i Romani della repubblica e noi, venga sì di leggieri piano ad alcuno l'improntarsi, come s'addice, di quel tuono, di quel colore, dello spirito che allor dominava, e, scordato il proprio secolo, anzi sè stesso, divenir tutto a un punto cittadino di Roma e anima romana.

Se possa concedersi licenza ad ogni scrittore, in qualunque contrada, in qualunque epoca, coniare al bisogno nuovi vocaboli, e modificarli possibilmente a desinenze e carattere latino.

Se i metodi dominanti d'informare al Latino la gioventù con tanta copia di traduzioni, di annotazioni, di etimologici, di Dizionarii si debbano giudicare utili o nocevoli al migliore e più pieno acquisto di detta lingua.

Se il presente gusto letterario più universale sia buono o cattivo, e se per risalire al buono, dato che fosse cattivo, sia mestieri senz'altro aver ricorso alla imitazione dei Classici Latini, o possa bastare volgersi agli esemplari della età avuta rispettivamente per l'aurea d'ogni nazione, ovvero in fine se nulla abbisogni di tutto questo a produr cose che debbano piacere.

Ancora, se fra gli Augusti e i Potenti sia per sorgere alcun protettore generoso delle scritture latine, o un ingegno di cotal fatta e sì straordinario da dare col suo esempio e colla sua autorità un nuovo gagliardo impulso a cotal

(1) È vano accennare dello stile in prosa del primo; di quest'altro, lume anch'esso del Seminario di Padova, tale è lo scrivere in versi, che, a giudizio de' più intelligenti, potrebbe onorare il secolo d'Augusto.

genere di studio, e formare un nuovo interesse nazionale di leggere, scrivere e giudicare begli scritti latini.

La soluzione di alcuno de' quali dati imprendersi non potendo senza darsi l'aria di profeta, di tali altri essendo troppo agevole e piana, di alcuni poi così intricata e scabrosa da richiedere più gagliardía che non è degli omeri miei, mi contenterò di conchiudere alzando un voto, che per quanto riguarda noi gente italiana, conservato il debito seggio di onore alla bellissima figlia, non divenghiamo sì ingrati da abbandonare sprezzatamente la madre, sì che non ci avvenga di perdere anche questo che restaci, patrimonio e documento dell'antico impero del mondo, la lingua italiana e latina.

SULLA

CRITICA DELLA RAGIONE PURA
DI KANT.

DISCORSO ANALITICO

LETTO ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XV GIUGNO MDCCCXXX

DAL SOCIO ATTIVO

AB. JACOPO BONFADINI

Una delle più gravi questioni che siensi discusse tra' filosofi, certamente si è quella che si prefigge di scuoprire l'origine delle nostre idee e delle nostre cognizioni, e di determinare quindi qual rapporto passi tra esse e gli oggetti ai quali si riferiscono. Le diverse scuole di Filosofia, che fiorirono nei tempi più remoti e in quelli vicini a noi, potrebbero rettamente classificarsi giusta le diverse maniere di risolvere l'accennato problema. Ma siccome la trattazione di questo argomento richiederebbe più tempo di quello che suolsi concedere ad un Discorso accademico, così io penso di ristringere il mio ragionare alla scuola di Kant, la celebrità della quale oramai a tutta Europa è palese.

Porto fiducia, egregii Accademici, che non debba tornarvi discaro ch'io vi renda conto di alcune dottrine psicologiche relative all'accennato argomento, proprie di questo chiarissimo filosofo di Alemagna, il quale tanto oltre portò l'analisi delle operazioni dell'umano intelletto, ed a giusto dritto non può temere per forza d'ingegno il paragone di qualsiasi altro studioso dell'umana natura.

Credo convenevole cosa, prima di tutto, fare un qualche cenno sopra le vicende di alcune celebri scuole di Psicologia e di Logica, le quali precedettero la *Critica della ragione pura;* perchè con ciò si renderà vie più palese lo spirito che il nostro autore ebbe nel dettarla.

A tutti è noto che la Filosofia empirica di Locke, esposta nel *Saggio sull'intendimento umano* giusta i principii del grande Bacone di Verulamio, vuolsi considerare come la principale opera di Psicologia e di Logica che siasi scritta dopo il risorgimento dei buoni studii sino al tempo in cui visse il celebre suo autore; opera che nella repubblica delle scienze ebbe ad acquistare tal riputazione da essere ben presto diffusa per ogni dove erano tenuti in considerazione gli studii che si riferiscono allo spirito umano.

In Francia la Filosofia di Cartesio ha dovuto cedere il campo a quella di Locke, per essere questa di più agevole concepimento e più estesa, e perchè in allora tutte quelle cose che venivano d'Inghilterra erano tenute come le sole che onorassero l'umano ingegno, e servire dovessero di norma ad ogni genere di pensamenti. Quindi noi veggiamo che le dottrine Lockiane furono ardentemente abbracciate dal Voltaire, dal d'Alembert, dall'Elvezio, e da tutti quegli altri cultori di simili studii, dei quali il nome era divenuto celebre. Quest'amore della Filosofia di Locke si estese sino a' nostri tempi, poichè noi abbiamo veduto l'Ab. di Condillac professarne le dottrine, e di mano in mano più oltre spingerle nei diversi trattati che sopra simili argomenti ebbe a comporre questo illustre autore. Vive ancora in Francia il sig. Destutt di Tracy, valoroso coltivatore della Filosofia di Locke e di Condillac, il quale vanta non pochi seguaci, e vuolsi tenere in onore sì per avere promosso specialmente gli studii teoretici della Grammatica, e sì per avere a più semplicità ridotte le dottrine della sua scuola. Nè vuolsi ommettere il signor di Laromiguiere, il quale per molti rispetti non si allontana gran fatto dai principii del Condillac, quantunque per la spiegazione dell'origine delle umane cognizioni egli usi di alcuni altri elementi, oltre a quelli che sono proprii della scuola di Locke.

Ognuno sa che il grande Federico re di Prussia non solamente faceva professione dell'arte militare e della politica, ma coltivava ancora le belle lettere e le scienze: cosicchè appresso di lui trovavano del pari onesto ricovero e protezione il guerriero, il diplomatico, il letterato ed il filosofo. A questo celebre Monarca andavano a verso i letterati di Francia, e può dirsi che la sua corte fosse piuttosto composta di questi, che di quelli che allora fiorivano in Alemagna. Anzi pare che quel Re filosofo tenesse in poca stima gli studii della propria nazione, e specialmente quelli che si riferiscono alle scienze razionali, a cagione forse della maniera con la quale venivano trattate dopo l'esempio di Wolfio. Lo spirito del Voltaire spesse volte, e nella stessa corte

di Federico, ebbe a motteggiare e a voce ed in iscritto le dottrine che in allora venivano insegnate nelle scuole di Alemagna per via di assiomi, di teoremi e di problemi, in quella guisa per l'appunto che soglionsi trattare le scienze geometriche. Sia per altro di conforto ai filosofi di Germania di quei tempi il considerare che lo stesso Federico, quantunque dimostrasse le sue proposizioni colle bajonette e col cannone, ha dovuto sofferire le punture dell'attico bensì, ma per altro caustico sale Voltairiano.

Il grande Leibnizio, l'ingegno del quale versava per ogni ramo dell'umano sapere, non si mostrò gran fatto pago delle dottrine di Locke, e specialmente di quelle che si riferiscono all'origine delle idee e delle cognizioni; e per mostrare giusto questo suo dissenso compose diverse opere sopra questo argomento, fra le quali tengono principalissimo luogo i suoi *Nuovi Saggi sopra l'intelletto umano*, scritti in lingua francese, affinchè potessero essere più universalmente letti ed intesi da chicchessia. La teorica Leibniziana è in aperta contraddizione colle dottrine inglesi e francesi intorno il problema accennato, e quindi naturalmente le due scuole dovevano riuscire d'indole affatto diverse, come nei tempi antichi diversissime per la stessa ragione riuscirono le due scuole Platonica ed Aristotelica. Di fatto Locke pretendeva che tutto si dovesse alla sperienza. La divisa di questo filosofo era quel detto peripatetico: *nihil datur in intellectu, quod non prius fuerit in sensu;* ed il Leibnizio per comporre la propria vi aggiungeva: *nisi ipse intellectus*. L'opera Leibniziana, della quale parliamo, a giusto dritto può tenersi come la prima parte della *Critica della ragione pura* di Kant.

Non solamente in Germania, ma nella stessa Inghilterra la dottrina del Locke sulla origine delle umane cognizioni ebbe a sostenere gli attacchi di valentissimi filosofi, tra i quali specialmente vuolsi annoverare l'Hume, che non potendo convenevolmente spiegare colle teoriche professate in allora la legittimità dell'umano sapere, si diede a far professione del più esteso scetticismo, negando che per noi si potesse mai giungere alla scoperta del vero. L'Hutcheson, non potendo colla sola sperienza degli organi esterni de' sensi e colla dottrina psicologica del Locke in maniera convenevole spiegare l'origine dei concetti morali ed estetici, si vide obbligato di porre in campo un senso interno dotato di diverse attribuzioni, per le quali si potesse sciogliere più naturalmente l'accennato fondamentale problema.

La scuola di Edimburgo, capo e maestro della quale può considerarsi il signor Reide, s'innalzò pur essa contro l'insegnamento del Locke, imputandolo di

mal rispondere a tutte quelle interrogazioni che poteansi fare intorno l'origine delle umane cognizioni, e intorno la loro legittimità; anzi può dirsi che in questa scuola contengonsi tutti i germi della Filosofia del Kant, con questa differenza soltanto, che quest' ultimo sviluppò maggiormente e maggiormente estese quelle dottrine le quali, con quella moderazione ch'è propria della scuola di Edimburgo, erano insegnate. La verità di questa proposizione non può non esser palese a chiunque conosca e l'opera del Reide, e quella del Dugnald Stewart degno amico e discepolo di lui, dei quali due chiarissimi uomini altro non si ritrova, a parer mio, che meglio abbia studiato i fenomeni dello spirito umano.

Nell'anno 1781 Manuele Kant di Könisberga diede alla luce la *Critica della ragione pura.* Egli era favorevolmente conosciuto in Germania per diverse altre opere di vario argomento, le quali furono anche tradotte in parecchie lingue. La *Critica della ragione pura* fu, per così dire, ignorata per alcuni anni, quando a poco a poco surse in tal grido di eccellenza, che ne furono presi d'alta meraviglia quasi tutti gli alemanni filosofi. E ben mi sovviene che nel principio del secolo viaggiando io per la Germania, non era lecito, per così dire, di porre in dubbio nessuna delle proposizioni della *Critica* del Kant, senza correre pericolo di essere tacciato o di ostinazione, o di pochezza d'ingegno, od almeno di non averne penetrato il vero senso; della quale ultima taccia difficilmente si poteva andar libero, poichè la terminologia del Kant e l'intralciata esposizione delle sue dottrine rendevano l'opera di difficilissima intelligenza.

Il Villers, amatore degli studii psicologici, ed il quale per le vicende politiche di que'tempi aveva molto vissuto in Germania, fu il primo tra' Francesi che rimase preso dall'insegnamento della scuola di Könisberga, e diede alla luce nell'anno 1801 un'opera col titolo di *Filosofia di Kant,* la quale egli dedicò all'Istituto di Francia coll'intendimento di spargere nel seno della sua patria le novelle dottrine, e porgere quindi occasione di riformare la Filosofia, che allora quasi universalmente ivi si professava.

Dopo questo autore il chiarissimo signor Degerando con migliore esito, perchè scevro da qualunque fanatismo e da qualunque parzialità, diede un sunto della dottrina Kantiana, aggiungendo di quando in quando alcune critiche considerazioni, per le quali il merito di quest'opera si rendesse palese.

Il signor Rojer-Collard, il quale nell'anno 1811 dettava lezioni di Filosofia nelle scuole normali di Parigi, e, non persuaso delle dottrine di Con-

dillac, considerate sotto diversi aspetti, esponeva gl' insegnamenti della scuola di Edimburgo, preparò gli animi di molti tra' suoi discepoli ad istudiare la Filosofia alemanna, e ad adottarne alcuni principii.

Il signor Cousin, il quale non solamente fu discepolo del Rojer-Collard, ma anche successore di lui sino a che fu mantenuta la scuola normale in Parigi, molto studio pose nelle dottrine tedesche, e ne trasse buon partito. Di questo dotto, che ora mena tanto rumore in Francia, si attende con molta impazienza il Corso delle lezioni che da esso si dettano onde intenderne lo spirito, poichè i fragmenti che nell'anno 1816 si resero di pubblica ragione non bastano a porgere un giusto concetto della sua maniera di filosofare.

Ho creduto bene di premettere questi brevi cenni intorno la *Critica della ragione pura* del Kant, prima di farne la esposizione. Premetto ancora, ch'io mi sono valso per questo mio lavoro della traduzione che ne diede il signor Dott. Mantovani, resa pubblica nell'anno 1820, e la quale trovasi nella *Collezione dei Classici Metafisici* stampata in Pavia. Sia detto a lode del vero, il signor Mantovani con questa sua traduzione si rese benemerito di tutta l'Italia, recando a comune intelligenza l'opera della quale parliamo, e corredandola di spesse annotazioni, le quali, nel medesimo tempo che più facile ne rendono il concepimento, dimostrano quanto egli valga in quest'astrusa parte dell'umano sapere.

Parlando della differenza che passa tra la ragione pura e l'empirica, il Kant si esprime in questa maniera: « Ogni nostro sapere incomincia dalla » sperienza. Da che altro infatti potrebbe essere al proprio esercizio eccitata » la facoltà di conoscere, se non lo fosse dagli oggetti che i nostri sensi affet- » tano, e parte producono rappresentazioni per sè stessi, e parte mettono in » azione l'attitudine del nostro intendimento a confrontare, accoppiare o divi- » dere quelle rappresentazioni, e così lavorare la materia bruta delle impres- » sioni sensitive, e ridurle a quella tal cognizione degli oggetti che si chiama » sperienza? Niuna cognizione adunque precede in noi, riguardo al tempo, » la sperienza, ed ogni cognizione incomincia colla medesima. »

Non v'ha, credo, filosofo, di qualunque setta egli siasi, che non convenga nella sentenza del nostro autore; poichè, o si voglia ammettere che le nostre cognizioni provengano tutte dai materiali, per così esprimermi, somministrati alla sostanza pensante dalla sensibilità, e sopra dei quali si spiegano le altre sue potenze; oppure si voglia ammettere che vi siano alcuni concetti preesistenti alla sperienza, i quali per altro non sieno dall'anima avvertiti

che mediante la sperienza stessa, si renderà sempre necessario di cadere nella sentenza del nostro autore.

« Ciò non di meno (prosegue il Kant) quantunque sorga ed incomin-
» ci ogni nostra cognizione colla sperienza, non per questo ne viene che
» tutto sorga e nasca dalla sperienza. Perciocchè potrebbe darsi che la stes-
» sa nostra cognizione sperimentale fosse un composto di ciò che noi rice-
» viamo per mezzo d'impressioni, e di ciò che somministra da sè stessa la
» nostra propria facoltà di conoscere, data l'occasione della impressione dei
» sensi. »

Intorno a questo pensamento del Kant si potrebbe osservare, che tutti egualmente i filosofi debbono convenire che nelle rappresentazioni della sensibilità vi sia una qualche cosa che appartenga agli oggetti a cui tali rappresentazioni si riferiscono, ed una qualche altra che appartenga alla sostanza pensante. Nè la cosa potrebbe essere altrimenti; poichè gli oggetti corporei e l'animo essendo tra loro essenzialmente diversi, le modificazioni e qualità loro non possono essere vicendevolmente identiche. Non però in egual maniera converranno i filosofi nell'ammettere che le cognizioni sperimentali siano un composto di cognizioni che parte spettino alle impressioni e parte alla facoltà di conoscere, poichè questa è cosa ben diversa dall'antecedente, nè dall'antecedente può essere dedotta; e qui per l'appunto incomincia il Kant ad allontanarsi dai concepimenti delle altre scuole.

Seguitando l'autore ad esporre la sua dottrina si esprime nella seguente maniera: « merita dunque di esaminare se effettivamente si dia tale specie
» di cognizioni, le quali siano indipendenti dalla sperienza, ed anche da tutte
» le impressioni dei sensi. Queste cognizioni intanto chiamo a priori, e dalle
» empiriche le distinguo, in quanto hanno esse le fonti loro a posteriori, vale
» a dire dalla sperienza. » E qui si noti che il nostro autore prende la cognizione a priori in significato assoluto, in guisa tale che mai non si possa confondere con quelle altre cognizioni a priori, le quali partono da alcune regole apprese per via di moltiplici cognizioni empiriche, usando della induzione; come sarebbero, p. e., quelle deduzioni che si fanno a priori dei fenomeni che appartengono alla legge di gravitazione, la qual legge noi abbiamo appreso per via di sperienza. Le cognizioni poi a priori, prese in senso assoluto ed indipendenti da qualunque siasi sperienza, sono chiamate dal nostro autore cognizioni pure, e formano il retaggio della ragione pura, come le altre quelle della ragione empirica.

Qui potrebbe recar meraviglia a qualcheduno, come il nostro autore dall'aver sospettato che nelle nostre cognizioni derivanti dall'esperienza ve ne siano pure innestate di quelle che appartengono alla facoltà di conoscere, passi rapidamente a conchiudere che effettivamente vi sono queste cognizioni anticipate, le quali solamente aspettano l'occasione delle impressioni dei sensi per farsi manifeste; la qual cosa concedendosi, torna forse meglio alla prima di concedere che tutto il nostro vero e reale sapere è preesistente a qualunque sperienza, e con ciò cadere in un perfetto idealismo. Si aggiunga, essere cosa più di ogni altra meravigliosa che l'anima, essendo per sè stessa molto più eccellente di qualunque oggetto corporeo che agisca sopra i sensi, debba stare per sempre dormigliosa, nè mai valersi di quelle cognizioni pure che sono per sè stesse di tanto superiori dell'empiriche, quando prima non sia tratta dal torpido suo sonno dalla materiale ed idiotissima sperienza. Questo fenomeno, che ha dello strano e quasi dell'inconcepibile, i Platonici cercarono almeno di spiegarlo dicendo, che ciò avveniva per castigo dell'anima, la quale aveasi meritato questo avvilimento per aver commesso nella nativa sua stella non so qual delitto.

Non basta nè poteva bastare al nostro autore l'avere affermata l'esistenza delle cognizioni pure, ma si rendeva necessario lo stabilire tal criterio, che valesse a separarle e distinguerle dalle empiriche, di maniera che l'umano intelletto non potesse errare in così arcana e difficile operazione. Ecco pertanto il criterio assegnato. « La sperienza c'insegna bensì esistere in un » modo o in un altro una qualche cosa, non però che la cosa stessa non » possa essere altrimenti. Ora se c'incontriamo in una tesi, nel pensare alla » quale ne ricorra insieme al pensiero la necessità, sarà essa una cognizione » a priori; e se non è derivata da altra, ma necessaria per sè stessa, lo sarà » assolutamente a priori. In secondo luogo la universalità che imprime a' suoi » giudizii la sperienza non è mai assoluta, ma solo supposta o relativa, e » concepita per via d'induzione. Che se la cognizione che mediti è meditata » come assolutamente universale, nè ammetta possibile la minima eccezione, » allora essa non proviene dalla sperienza, ma è della natura di quelle che » chiamansi pure. La necessità assoluta e la assoluta universalità formano dun- » que il doppio criterio, per cui si distinguono le cognizioni pure dalle em- » piriche. »

Che vi siano effettivamente nell'umano intendimento queste cognizioni e questi principii abbastanza, secondo la mente dell'autore, viene provato dagli

assiomi matematici, dal principio di causalità, e da altre cose simili. Anzi, soggiunge egli, chi bene addentro medita sull'indole delle umane cognizioni, non può a meno di non avvedersi che tali principii sono indispensabili alla possibilità della sperienza medesima. « D'onde mai ricaverebbe questa infatti » la propria certezza, ove empiriche fossero per sè stesse, quindi avventizie le » regole, giusta le quali essa procede, e come ammettere in tal caso che que- » ste regole avessero valore di principii e di leggi primitive? »

Sopra questo doppio criterio si potrebbe da taluno fare alcune operazioni, le quali varrebbero almeno a porne in dubbio la legittimità. Di fatto, perchè tenesse l'accennato criterio bisognerebbe prima avere rigorosamente dimostrato che l'anima, valendosi delle sue potenze di unire, di scomporre, di astrarre, e di anatomizzare, per così esprimermi, le idee e le nozioni sensibili, non potesse mai formarsi alcuni concetti, i quali, considerati in sè stessi, porgessero tali cognizioni che fossero dotate di assoluta necessità; come avviene, p. e., ai matematici. Non sarà forse possibile all'anima dalle idee empiriche, dalla estensione, la quale ora noi presupponiamo che possa acquistarsi col mezzo dell'esperienza, trarre l'idea astratta della linea retta, usando delle diverse sue potenze, e unire di tal maniera tre linee rette che valgano a racchiudere una figura, e quindi comporre il concetto del triangolo rettilineo? E l'anima da questo concetto, per via di giudizii analitici, non potrà forse trarre molte proposizioni dotate di assoluta necessità e tutte universali, perchè essenzialmente contenute nel concetto che mi sono formato del triangolo? Se ciò non è dimostrato impossibile, si scorge che più non tiene il criterio di Kant per separare ciò che appartiene alla ragione pura da quello ch'è proprio della ragione empirica, e quindi corre pericolo di cadere il sistema del quale parliamo.

Mi pare che meglio si spiegherebbe la differenza che passa tra le cognizioni empiriche e le cognizioni pure, se si badasse alla diversa indole degli obbietti ai quali si riferiscono. Le cognizioni empiriche si rapportano agli oggetti che effettivamente esistono in natura, dei quali fa d'uopo prima ch'io ne formi il concetto, togliendolo dalle diverse proprietà, modi e attributi che in esso trovansi coesistenti, ed i quali può avvenire che non riescano conformi alla natura loro, o almeno non conformi ai concetti che gli altri per avventura di essi si sono formati. Dalla quale diversità ne dovrà avvenire che le deduzioni fatte per via di giudizii analitici potranno non essere dotate di assoluta necessità e di riconosciuta universalità, siccome quelle che,

derivando da supposto concetto, variano al variare di questo. Si aggiunga ancora, che intorno alle sostanze noi siamo ben lungi dal conoscerne l'intima essenza; dalla quale ignoranza ne deve avvenire, che le nostre cognizioni intorno ad esse non possono tenersi dotate di assoluta necessità ed universalità. Vi saranno forse nel sistema delle cose create intelligenze così superiori alle umane, che anche intorno alle sostanze potranno giungere a tal perfezione di concetti, che le cognizioni indi dedotte si confonderanno per l'indole della certezza loro con quelle che noi rapportiamo alle scienze matematiche.

Non così avviene nelle scienze pure; poichè i concetti, intorno ai quali esse si occupano, sono dallo stesso intelletto creati, e per via di definizioni resi manifesti: cosicchè la nozione del concetto non può non essere identica per tutte le intelligenze che intorno ad esso spiegano le proprie facoltà, le quali intelligenze nell'uomo in quanto alla loro essenza essendo le medesime, fa d'uopo che le cognizioni indi dedotte per via di giudizii analitici siano assolutamente universali e necessarie relativamente all'archetipo a cui si riferiscono.

Il Kant ammette due specie di giudizii essenzialmente tra loro differenti. Ecco come egli ragiona sopra questo importantissimo argomento. « In tutti i » giudizii, nei quali si medita col pensiero il rapporto di un soggetto col- » l'attributo, l'accennato rapporto è possibile in due maniere. Perciocchè o il » predicato B appartiene al soggetto A, come qualche cosa che sia contenuta » nel concetto dello stesso A, quantunque in maniera oscura e non appari- » scente; o il predicato B, sebbene unito e collegato col concetto A, è però » affatto fuori del medesimo. Nel primo caso chiamo analitico il giudizio, e » nel secondo sintetico. » Giusta questa definizione dell'autore sarebbe analitico questo giudizio: il cerchio ha tutti i raggi eguali; poichè l'attributo concesso al soggetto è contenuto nella nozione del soggetto stesso. Sarebbe un giudizio sintetico quest'altro: ogni corpo è grave; poichè l'attributo che affermasi convenire al soggetto non si contiene nella nozione del soggetto stesso. Cosicchè analitici sono solamente que' giudizii che si appoggiano al principio d'identità, e sintetici quegli altri nei quali l'idea dell'attributo non avrebbe mai potuto dedursi per qualunque analisi della nozione del soggetto. Da questa dottrina si rende palese che i giudizii empirici, cioè provenienti dalla sperienza, debbono tenersi tutti come sintetici. « Di fatto (dice l'auto- » re) sarebbe un assurdo fondare un giudizio analitico sulla sperienza, sicco-

» me quello, per avere il quale non fa di bisogno uscire dalla nozione del sog-
» getto. »

Questa distinzione di giudizii sintetici ed analitici è giusta, e può essere molto utile per determinare la diversa indole delle umane cognizioni. Qui solamente osserviamo che in ogni caso è sempre necessario procedere prima per giudizii sintetici, e poscia per analitici; poichè fa sempre d'uopo prima comporre la nozione del soggetto: la qual composizione in diversa maniera procede, secondo che si tratta o di esseri ch'effettivamente esistono, come sono, p. e., i corpi; oppure di esseri che non hanno altra esistenza che nel nostro intelletto, come sono, p. e., le figure geometriche in quella guisa che si concepiscono dai matematici. Nel primo caso le nozioni dei soggetti rispetto a noi sono sempre incomplete, e quindi possono pochi giudizii analitici sopra di esse istituirsi; nel secondo caso tali nozioni essendo complete in maggior numero, e forse in numero indeterminato, riescono i giudizii analitici che intorno ad esse possono instituirsi; come avviene per l'appunto nei concetti geometrici. E questo io dico perchè sembra che il nostro autore voglia in seguito restringere il significato del giudizio analitico, ad onta della sua definizione, a quelli soltanto che, per così dire, immediatamente si deducono dalle nozioni dei soggetti; rendendo in questa maniera dipendente dalla maggiore o minore intelligenza dell'uomo l'indole e la natura del giudizio stesso. E forse appunto, per avere troppo ristretto il significato del giudizio analitico, l'autore in altro luogo è caduto in una qualche proposizione tenuta a giusto diritto per erronea, come, p. e., sarebbe questa: non si può dimostrare che la sostanza pensante sia semplice. Di fatto, secondo la dottrina dell'autore, non può concedersi l'attributo di semplice alla sostanza pensante, usando del giudizio sintetico empirico, poichè il semplice non può essere oggetto di sperienza; non può concedersi per via di giudizii analitici, poichè a tanto non si estendono per dedurre dalla nozione del soggetto l'attributo della semplicità.

Secondo la mente del nostro autore vi ha un'altra specie di giudizii sintetici che possono chiamarsi per anticipazione, sui quali manca l'appoggio della sperienza, come sarebbe, p. e., questo: tutto ciò che avviene ha la sua causa. Poichè è ben vero che l'idea di un avvenimento fa che si pensi ad una esistenza, all'esser questa preceduta da un tempo, e ad altri simili concetti che possono dare origine a parecchi giudizii analitici; ma l'idea di una causa giace assolutamente fuori di quella nozione che forma il soggetto del giudizio. Non si può inoltre per via di sperienza affermare che questo attributo con-

venga al soggetto, poichè il giudizio pronunziato è assolutamente necessario ed universale, e quindi spettante alla ragione pura, ossia anticipato. Soggiunge l'autore, che tutto il nostro sapere speculativo si appoggia sopra così fatti principii sintetici, i quali perciò possono anche dirsi amplificanti, giacchè gli analitici servono per anatomizzare quelle idee che formano gli attributi che di già coesistono con la nozione dei soggetti stessi.

Noi di sopra abbiamo veduto che que' concetti che dall'autore chiamansi prodotti della ragione pura possono essere invece il prodotto delle sperienze, sopra le quali le diverse potenze dell'anima abbiano spiegato la loro azione; cosicchè non è da concedersi così agevolmente la proposizione per lui stabilita. Nell'esempio di cui si serve per render chiara la sua dottrina potrebbe forse tal altro filosofo sostenere non esser d'uopo ricorrere ad un giudizio sintetico per anticipazione, onde collegare l'idea della causa coll'avvenimento; poichè avendo l'anima la coscienza di que' fenomeni che in sè stessa produce, quando usa della sua potenza di volere, ha in sè quel tanto che basta per istabilire il principio di causalità, preso in quel senso stesso che tiensi dal nostro autore: la qual cosa ci basti ora avere accennata, poichè una compiuta trattazione di questo argomento richiederebbe più tempo, e potrebbe da sè sola bastare per porgere materia ad un accademico ragionamento.

Per ciò poi che risguarda l'altra proposizione del Kant, che tutto il nostro sapere si appoggi ai principii sintetici, si può dire che, presa in largo significato, essa è conforme al vero, poichè ogni nostro sapere presuppone sempre l'oggetto a cui questo sapere si riferisce; come altresì è vero che la nozione dell'oggetto, di qualunque indole sia, non può comporsi che per via di giudizii sintetici. Così, per esempio, io non potrò nulla sapere dell'oro, se prima non mi sia fatto il concetto di questo metallo per via di giudizii sintetici, usando della sperienza; come non potrò nulla sapere del triangolo, se prima nel mio intelletto, mediante le diverse potenze della mia anima, non mi sia formato il concetto del triangolo. Io direi dunque piuttosto, che i giudizii sintetici amplificano il sapere, in quanto che offrono un maggior numero di oggetti alla facoltà di conoscere; ma mi asterrei bene dal dire che tutto il nostro sapere deriva da essi: poichè, rigorosamente parlando, se io ho, p. e., la scienza della proprietà del cerchio, io la debbo ai giudizii analitici.

Portando più oltre il suo ragionamento il nostro autore si esprime in questi termini: « I giudizii matematici sono tutti quanti sintetici, quantunque dagli

» scrutinatori dell'umano intendimento siasi pensato diversamente; poichè quan-
» tunque qualche proposizione matematica possa provarsi per via del principio
» di contraddizione, sempre dovrà essere premessa tal altra proposizione sin-
» tetica, la quale serva alla prima di appoggio. » Non solamente, soggiunge l'autore, nelle scienze matematiche s'incontrano i principii sintetici anticipati, ma altresì nelle fisiche. Di questo tenore, p. e., è il seguente: che in tutte le mutazioni del mondo corporeo rimane sempre immutabile la quantità di materia; poichè in questa proposizione, oltre il carattere della necessità e della universalità, l'attributo aggiunto della immutabilità non è contenuto nella nozione della materia. La somma poi di questi tali principii sintetici a priori costituisce ciò che chiamasi Fisica pura.

Ognuno da sè scorge qual risposta debba darsi a questi due ragionamenti del Kant, dopo ciò che dianzi abbiamo detto discorrendo in generale sull'indole dei giudizii sintetici: basti solo qui osservare che il fondamento di tutto l'umano sapere, giusta la dottrina del nostro autore, consiste nei principii sintetici a priori.

Ridotta a questa semplicità l'origine delle idee e delle cognizioni, resta a determinare la loro legittimità, la quale, a detta dell'autore, dipende dalla risoluzione del seguente quesito: come possano i principii sintetici presumersi e preconcepirsi? Dalla risoluzione di questo problema dipende la esistenza o non esistenza di quella parte dell'umano sapere che appellasi Metafisica, la qual cosa non venne mai da altro filosofo prima di Kant sotto tal punto di vista considerata; tolto forse Hume, il quale in qualche maniera ne travide la necessità: poichè non iscorgendo come la combinazione dell'effetto colla causa potesse essere un principio sintetico a priori, negò che intorno il principio di causalità potesse l'intelletto umano avere alcun'altra cognizione, che quella che deriva dalla sperienza, e tutta consistente nell'abitudine di connettere due avvenimenti per la sola ragione, che con un certo ordine si succedono. Dunque scopo della Metafisica si è quello di stabilire che effettivamente esistono questi principii sintetici a priori, ed è suo principale uffizio l'annoverarli; la qual cosa non potrà mai conseguirsi, se non facendo che la ragione consulti sè stessa, e formi di sè stessa la critica. Da questa operazione intellettuale trae origine la Filosofia trascendentale, che tutta consiste nell'esporre il sistema di tutti i principii della ragione contemplatrice.

Il Kant per conseguire questo importantissimo scopo prende a considerare le diverse facoltà dell'animo per ciò che risguarda la capacità di cono-

scere, lasciando ad altra trattazione quelle potenze che si riferiscono alla volontà; dalle quali sorge quell'altra parte della Filosofia, ch'egli appella *Critica della ragione pratica.* Ora io mi farò ad esporre tutta di seguito, e con quella maggiore brevità e chiarezza che mi riuscirà possibile, questa teorica, sopra la quale si appoggia tutto il sistema del Kant, e poscia mi farò lecito di soggiungere alcune brevi considerazioni circa la validità di tale dottrina.

Kant ammette nell'animo tre facoltà o mezzi di conoscere.

1.° La sensibilità, ossia la capacità passiva di ricevere le impressioni degli oggetti, dalle quali traggono origine le sensazioni, e quindi le rappresentazioni degli oggetti stessi.

2.° L'intendimento, ossia la facoltà di riunire le diverse sensazioni in guisa da formarne i concetti o le idee più o meno generali, secondo che viene richiesto dall'indole della cosa.

3.° La ragione, o la facoltà di dedurre conseguenze particolari da principii generali, e conseguenze generali da principii di una generalità assoluta.

Vuole inoltre che ciascheduna di queste facoltà possegga in sè stessa alcune forme, le quali essa imprime necessariamente negli oggetti cui si applica, e che perciò questi oggetti dall'anima si pensino non come effettivamente sono, ma modificati come viene richiesto dalle leggi primitive che risguardano le tre accennate facoltà.

La sensibilità a buon conto non può porgere alcuna percezione degli oggetti sensibili senza che vada accompagnata dalla idea del tempo e dello spazio; cosicchè tutto quello che ci viene manifestato per via dei sensi ci apparisce necessariamente come esistente nel tempo e nello spazio. Da ciò ne deriva che il tempo e lo spazio sono le due forme necessarie della sensibilità, e quindi simili idee debbono essere in noi preesistenti a qualunque sperienza.

Le forme dell'intendimento non così facilmente si possono determinare come quelle della sensibilità, e perchè più numerose, a detta dell'autore, e perchè, non avendo l'appoggio della immediata sperienza, ricercano una più seria e più sostenuta meditazione. Il metodo per altro che vuolsi anche qui seguire si è quello di considerare l'intendimento ne' suoi diversi atti, ossia nei giudizii che da lui vengono pronunziati; poichè essi soli possono farci conoscere quali sieno quei concetti che vanno accompagnati dalla doppia condizione di necessità e di universalità che si richiede, affinchè il criterio dianzi stabilito per tali ricerche non manchi a sè stesso.

Se noi pertanto debitamente meditiamo intorno ai nostri giudizii ci verrà fatto di scuoprire che essi necessariamente si riducono o all'una o all'altra delle quattro seguenti forme.

1.° I giudizii si pronunciano per determinare la qualità o l'estensione dei soggetti ai quali si riferiscono.

2.° I giudizii si pronunciano per determinare la qualità dei soggetti intorno ai quali l'anima pensa.

3.° I giudizii si pronunciano per determinare le relazioni che passano tra i soggetti che pensiamo.

4.° I giudizii finalmente si pronunciano avuto riguardo alla maniera con la quale noi conosciamo i rapporti dei soggetti pensati.

Fatta astrazione da tutto ciò che vi può essere di concreto nei giudizii pronunciati dall'intendimento, non potrà farsi a meno di non riferirli o all'una o all'altra delle quattro accennate classi, le quali per ciò debbono chiamarsi le forme necessarie dell'intelletto.

Ciascheduna di queste forme si suddivide in tre categorie. I giudizii che risguardano la quantità possono essere o individuali, o plurali, o generali. Queste tre specie di giudizii presuppongono nel nostro intendimento tre specie di concetti puri; la qual cosa è lo stesso che affermare, in noi preesistere a qualunque esperienza i concetti della *unità*, della *pluralità* e della *totalità*.

Nei giudizii che spettano alla qualità noi o affermiamo appartenere direttamente una data qualità ad un dato soggetto, o direttamente lo neghiamo, o lo affermiamo indirettamente, negando la proposizione contradditoria; quindi sorgono tre sorta di giudizii: gli affermativi, cioè, i negativi e i determinativi; le quali tre diverse classi di giudizii presuppongono in noi esistere prima di qualunque sperienza i concetti puri della *realtà*, della *negazione* e della *determinazione*.

Nei giudizii di relazione o si afferma un attributo come esistente nel soggetto, o si afferma una proposizione come conseguenza di un'altra, la quale si considera come un principio, senza badare per niente alla realtà delle due proposizioni separatamente considerate, o finalmente si ravvicinano due o più proposizioni non come le une dedotte dalle altre, ma come tali che scambievolmente si escludono, cosicchè dimostrata esser vera una di esse, si è dimostrato in pari tempo le altre esser false. Quindi sorgono i giudizii positivi, ipotetici, e disgiuntivi o reciproci. Essi presuppongono che in noi prima di qualunque sperienza esistono i concetti puri di *sostanza*, di *causa* e di *reciprocità*.

Nella quarta categoria, che comprende i giudizii di modalità, la cosa procede o nell'una o nell'altra di queste tre seguenti maniere: le cose intorno le quali l'intendimento si occupa o sono affermate semplicemente come possibili, o sono affermate o negate come se effettivamente fossero esistenti, o sono affermate o negate come necessarie. Quindi sorgono i giudizii problematici, gli assertorii, i dimostrativi od apoditici; le quali tre diverse categorie di giudizii richieggono che siano in noi anticipati a qualunque sperienza i concetti puri di *possibilità*, di *esistenza* e di *necessità*. Ora prendendo insieme tutti questi diversi atti dell'umano intendimento, si ottengono dodici diverse categorie di giudizii, le quali presuppongono esistere prima di qualunque sperienza dodici concetti puri della sostanza pensante.

L'ultima facoltà di conoscere, vale a dire la ragione, ammette una sola forma; poichè essa essenzialmente consistendo nella capacità di dedurre dai principii generali le conseguenze, fa di bisogno che si appoggi ad un tale principio che sia dotato di un'assoluta generalità: quindi la forma della ragione è l'*assoluto*.

Unendo pertanto alle dodici forme dell'intendimento le due che appartengono alla sensibilità, e l'altra ch'è propria della ragione, il Kant compone quindici categorie o forme di puri concetti od idee preesistenti a qualunque esperienza, e tali che in nessuna guisa dallo spirito si potrebbero colla sperienza acquistare. Con ciò egli tiene per fermo di aver dimostrato quale sia il fondamento della legittimità delle umane cognizioni, ed aver dato origine alla pura Metafisica, la quale si confonde colla Filosofia trascendentale.

Mi sia ora permesso d'esporre alcune brevi osservazioni intorno a questa celebratissima dottrina. Prima di tutto non così agevolmente si può concedere all'autore che le idee dello spazio e del tempo siano anticipate a qualunque sperienza, e ciò per diverse ragioni. Di fatto non può concepirsi come l'idea o concetto dello spazio preesista in noi, e che l'anima attenda soltanto l'occasione della sperienza per averne la percezione: poichè non basta in generale, per conseguir ciò, che l'anima sperimenti l'impressione dei sensi; ma si rende necessario che tali impressioni siano trasmesse piuttosto da alcuni sensi, che da alcuni altri. Così i due sensi dell'odorato e dell'udito non valgono ad eccitare in noi l'idea dello spazio, nè lo spirito potrebbe mai con questi due mezzi affermare che i corpi sieno dotati di estensione, e che perciò esistano nello spazio. È ben vero che nel fiutare un odore conosciuto l'anima tiene presente l'oggetto odoroso, e ne trasporta la rappresentazione nello spa-

zio; ma ciò avviene per la legge della associazione delle idee, per la qual legge si fanno presenti all'anima all'occasione dell'odore que' concepimenti ch'essa deve alle impressioni del tatto e della vista. Questo fatto psicologico ci deve mettere almeno in sospetto che dall'anima si concepisca l'idea dello spazio mediante certa organizzazione dei sensi, e loro modo di agire, che porgano l'occasione di mettere in attività alcune delle sue potenze per conseguire il proposto fine. E se così è, come pare che effettivamente sia, ne deriva che più non si possa ammettere questo concetto come una forma della sensibilità preesistente a qualunque sperienza. Io non estendo questa osservazione quanto si potrebbe estendere, poichè importerebbe la intera discussione del problema: come l'anima umana dalla sperienza delle sensazioni, valendosi delle sue potenze, deduca la esistenza degli oggetti esterni.

Osservo inoltre, che dianzi parlando del principio di causalità noi abbiamo accennato come potrebbe dedursi questo primitivo concetto dalla coscienza che molti fenomeni psicologici sono onninamente dipendenti dalla libera azione della volontà; la quale coscienza potrebbe a poco a poco far sorgere nel nostro intendimento il concetto di causa, il quale perciò non potrebbe più considerarsi come un'idea anticipata. Si potrebbe forse per egual maniera dare una plausibile spiegazione degli altri concetti dell'umano intelletto, che dal nostro autore vengono tenuti come anticipati; e se ciò venisse fatto di ottenere, ognuno scorge che il sistema della *Critica della ragione pura* non più sarebbe sostenibile.

Forse avverrà ch'io altra volta sottoponga alla vostra matura riflessione ed al vostro rispettabile giudizio alcuni miei pensieri sopra questo difficile argomento.

Non può negarsi che il nostro autore non abbia molto bene meritato delle scienze psicologiche e metafisiche, poichè nessun altro filosofo prima di lui ha spinto tant'oltre l'analisi delle operazioni dell'anima, ed anatomizzati, per così dire, gli elementi delle umane cognizioni. Il suo sistema, per ciò che risguarda le idee ed i concetti preesistenti, potrà andar soggetto a molte eccezioni, e potrà anche forse essere non conforme al vero; nonpertanto cesserà che questo chiarissimo filosofo abbia, forse il primo o almeno più precisamente di qualunque altro, determinato sotto qual punto di vista debba considerarsi la Metafisica propriamente detta, e quali sieno i problemi che in ultima analisi essa propone a risolvere. Se poi sieno effettivamente solubili, o se deggiansi ammettere come semplici postulati, non spetta a me il deciderlo: bensì mi sembra di poter affermare con tutta verità, che ciò non potrà

mai conseguirsi, quando di pari passo non si proceda in simili investigazioni collo studio dei fenomeni che spettano ed al sistema intellettuale ed al sistema fisico; poichè dalla meravigliosa loro unione sorge quell'essere che appellasi uomo, ed il quale per ciò vuolsi considerare sotto questo doppio rapporto. Chiunque si allontanerà o dall'una o dall'altra di queste due guide, correrà pericolo di cadere od in un empirico sensualismo, od in un puro razionalismo. Ma, Signori, è tempo oramai ch'io vi lasci uscire della selva selvaggia della Metafisica.

INTORNO

AL CALCOLO DEGLI ECCLISSI SOLARI

ED IN PARTICOLARE

DELL'ECCLISSE SOLARE

OSSERVATO AI XXIX NOVEMBRE DELL'ANNO MDCCCXXVI.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXII GENNAJO MDCCCXXVIII

DAL SOCIO ATTIVO

PROF. GIOVANNI SANTINI

§. 1.° Sembrerebbe che l'argomento degli ecclissi solari e lunari, che fino dalla più remota antichità esercitò le menti degli uomini, fosse ormai per intero esaurito, e non restasse tutto al più che registrare e calcolare, ad utile riprova delle tavole astronomiche, questi fenomeni, quando il lento svolgersi del tempo a noi li presenta. Pure, ad onta dei replicati sforzi nelle umane cose per giungere alla più semplice soluzione dei problemi e quesiti appartenenti alle scienze naturali, bene spesso accade che in altra forma trattando la questione, si giunga ad una nuova soluzione, la quale abbia sopra le altre un qualche vantaggio o per la parte della semplicità, o per qualche altro rapporto; ed è appunto in virtù di queste continue mutazioni (delle quali sono le Accademie ed i Giornali letterarii i più opportuni depositarii) che progrediscono le scienze, e continuamente procedono verso il loro perfezionamento.

Di tal fatta io reputo alcune formule, che sottopongo in quest'oggi, Accademici dottissimi, al vostro retto ed imparziale giudizio, per calcolare un'ecclisse solare, quando in un qualche luogo della terra sia stato osservato, e

che ad opportuna illustrazione io applico al calcolo dell'ecclisse accaduto ai 29 Novembre dell'anno 1826, osservato da me in Padova, ed in diversi altri luoghi della nostra Italia da astronomi valentissimi.

§. 2.° Il metodo universalmente seguíto nel calcolo degli ecclissi e delle occultazioni è quello conosciuto sotto il nome di *metodo del nonagesimo*, che con varie modificazioni viene riferito in tutti i moderni trattati più accreditati di Astronomia, e del quale in conseguenza è inutile di far parola. Ci limiteremo soltanto ad osservare, che per calcolare il momento della congiunzione dietro di esso, ed assegnare per quell'istante la vera posizione geocentrica della Luna, è necessario calcolare o con una effemeride, o con le tavole astronomiche la longitudine e latitudine della Luna per gli istanti osservati del principio e del fine del fenomeno; dai quali dati poi con le conosciute formule pel calcolo delle paralassi si deduce la posizione apparente della Luna, e dietro di essa le equazioni di condizione, che servono a stabilire l'errore delle tavole o delle effemeridi negli assunti elementi: dopo di che non àvvi più alcuna difficoltà nella ricerca del tempo della congiunzione, e della vera posizione della Luna per quell'istante. Un tal modo di procedere è, come ben si vede, indiretto; ed in tanto riesce comodo, in quanto che le tavole lunari sono giunte presentemente ad un eminente grado di esattezza, sicchè di raro accade incontrare fra la posizione calcolata e quella osservata una differenza di 7″ in 8″, ma il più delle volte è ristretta negli angustissimi limiti di 1″ a 3″. Presenta inoltre il vantaggio considerabile di poter facilmente apprezzare il grado di fiducia nelle osservazioni, separatamente confrontandosi colle tavole le posizioni relative al principio ed al fine del fenomeno osservato; e se per mala ventura siasi, nei tempi registrati del contatto primo od ultimo, insinuato un notabile errore, questo si appalesa tostamente, e ci persuade o ad abbandonare l'osservazione, o a prendere quel partito che può sembrare alle circostanze più consentaneo. Ma se nella posizione geografica del luogo vi sia una qualche notabile incertezza, il calcolo non è così spedito; imperciocchè rimane incognita la posizione della Luna per l'incertezza della longitudine geografica del luogo rapporto al meridiano delle tavole, e con continue approssimazioni conviene avvicinarsi alla determinazione della vera congiunzione; approssimazioni che in vero non presentano difficoltà, massime se la incertezza sia molto piccola, come accade il più delle volte per la grande esattezza con la quale si conoscono al presente le longitudini geografiche, e per la precisione delle carte.

Tuttavia non si deve negare che il calcolo non sia in ogni caso lungo e tedioso per la molestia del calcolo delle posizioni della Luna, ed oltre a ciò la via indiretta lascia sempre a desiderare i comodi ed i vantaggi di una soluzione diretta.

§. 3.° Il chiarissimo astronomo signor Carlini nelle effemeridi milanesi per l'anno 1809 propose un suo metodo pel calcolo delle occultazioni delle stelle fisse, nel quale giunse ad evitare con molta perspicacia le principali difficoltà, eliminando la longitudine e latitudine della Luna, ed introducendo solo la cognizione dei moti orarii e delle paralassi; le quali quantità si possono sempre con molta esattezza e facilità avere dalle tavole, o dalle ordinarie effemeridi astronomiche. Partendo quindi dalla circostanza, che la longitudine e latitudine apparente di quel punto del globo lunare, in cui accade l'immersione o l'emersione della stella, è uguale alla longitudine e latitudine della medesima stella, con una facile costruzione assegna le formule per dedurre dai soli dati dell'osservazione e dei moti orarii la vera posizione geocentrica della Luna pel momento dell'immersione; donde poi agevolmente si ricava l'istante della congiunzione, e la posizione della Luna per questo stesso istante.

Le formule del signor Carlini si trovano con altra dimostrazione esposte nel primo volume de' miei Elementi di Astronomia (pag. 195), ed illustrate con opportuno esempio numerico. Questo metodo gode di due sommi e pregevolissimi vantaggi: 1.° Risparmia il calcolo della posizione della Luna dalle tavole. 2.° Non occorre la cognizione della longitudine geografica del luogo dell'osservazione, imperciocchè la posizione della stella, che sola entra nel calcolo, non ne dipende quasi in alcun modo, potendo aversi assolutamente costante per un intero giorno; e pochissimo sono pure da essa dipendenti i moti orarii della Luna in longitudine, in latitudine, la paralasse, ed il semidiametro lunare, che si desumono dalle tavole, e variano pochissimo nell'intervallo di qualche ora: è quindi sommamente opportuno pel calcolo delle longitudini geografiche.

Affinchè poi si possa adoperare vantaggiosamente il metodo di Carlini è necessario che l'osservazione sia completa, cioè che siasi osservata l'emersione della stessa stella nel medesimo luogo; che se manca uno di questi due istanti, ha con tutti gli altri metodi comune l'inconveniente di supporre conosciuto e ben determinato uno qualunque dei due elementi, cioè la longitudine o la latitudine della Luna, che in tal caso con accuratezza

devesi calcolare col mezzo delle tavole. Un tale inconveniente è inerente alla natura della questione, nè si potrebbe in alcun modo generalmente evitare. In tutti i casi però la brevità e speditezza lo rendono sommamente pregevole.

§. 4.° I vantaggi che abbiamo veduto ottenersi nel §. precedente col metodo di Carlini nel calcolo delle occultazioni delle stelle, primo di tutti gli estese al calcolo degli ecclissi solari il chiarissimo sig. Andrea Conti, Professore di Astronomia nel Collegio Romano, nel volume degli *Opuscoli Astronomici*, pubblicati in Roma nel 1818 sotto gli auspicii di S. S. il Sommo Pontefice Pio VII. di felice ricordanza.

In questo caso però incognita era la vera posizione del punto del globo solare, in cui succede il primo e l'ultimo contatto, ed in conseguenza le formule relative al calcolo delle occultazioni non vi si possono applicare senza alcune previe modificazioni. Per eludere questa difficoltà, e ridurre la ricerca al caso di una occultazione, il sig. Conti ebbe ricorso ad un artifizio ingegnosissimo, conducente a formule molto semplici e rimarchevoli. Finse pertanto concentrica alla vera Luna un'altra Luna avente un semidiametro uguale alla somma dei due semidiametri della vera Luna e del Sole, ed è palese che una stella esistente nel centro del Sole verrebbe occultata dalla Luna fittizia nell'istante in cui ha luogo il principio dell'ecclisse, e per la stessa ragione si troverebbe nella emersione all'istante del fine. Quindi le formule adoperate pel calcolo delle occultazioni si estendono anche a questo caso, se il semidiametro della Luna si aumenti del semidiametro solare. Nello sviluppare, dietro questa supposizione, le formule pel calcolo di un ecclisse solare, osserva il sig. Conti che al semidiametro solare vero si deve applicare una correzione uguale e contraria all'aumento che riceverebbe un pari semidiametro orizzontale della Luna veduto in diverse elevazioni sopra l'orizzonte, ed inoltre applica una picciola correzione alla paralasse orizzontale per ridurla alla superficie della Luna fittizia. La prima di queste correzioni è abbastanza evidente; quanto alla seconda, io osservo che risulta di terzo ordine rapporto alle paralassi ed ai semidiametri. Ora le formule tutte dall'autore e dal signor Carlini adoperate pel calcolo delle paralassi in longitudine ed in latitudine sono fondate sul principio, che le quantità di terzo ordine sieno trascurabili; quindi il ritenere questa nuova correzioncella nulla aumenta all'esattezza del metodo, e può alcune volte di più allontanare dalla esattezza il risultato finale: laonde io reputo migliore partito trascurarla per intero.

§. 5.° Quantunque la via tenuta dal chiarissimo autore sia di per sè facile e piana, tuttavia mi è sembrato che sarebbe lodevole senza alcuna finzione ricavarne la soluzione dalla natura stessa della questione per via di semplici operazioni analitiche, le quali ci additassero ad evidenza a quali limiti di esattezza ristringonsi le proposte formule; ed è appunto questo il particolar fine che mi sono proposto nella presente breve Memoria, prima di esporvi il calcolo delle osservazioni dell'ecclisse che vi ho sin da principio annunziato.

Sia pertanto pel principio dell'ecclisse la longitudine vera della Luna $= \lambda$
Quella del Sole . . . . . $= l$
La latitudine della Luna supposta boreale . . . . . $= \beta$
La latitudine del Sole (piccolo angolo per lo più trascurabile) . $= b$
La paralasse orizzontale della Luna, o piuttosto la differenza fra le paralassi orizzontali della Luna e del Sole . . . . . $= \pi$
Il semidiametro orizzontale della Luna . . . . . $= \delta$
Il semidiametro orizzontale del Sole . . . . . $= d$
La longitudine apparente del centro della Luna . . . . . $= \lambda'$
La latitudine apparente . . . . . $= \beta'$
Il semidiametro della Luna aumentato in ragione dell'altezza . $= \delta'$
La longitudine dello zenit, o piuttosto di quel punto che corrisponde nel cielo stellato al prolungamento del raggio terrestre pel luogo dell'osservazione . . . . . $= g$
La sua latitudine . . . . . $= h$

Chiamisi P la paralasse in longitudine pel centro della Luna, dovuta alla differenza delle paralassi orizzontali della Luna e del Sole; p la paralasse in latitudine, calcolata del pari pel centro della Luna; L la latitudine geografica del luogo, diminuita dell'angolo colla verticale; ϑ il tempo siderale, corrispondente all'immersione, ridotto in gradi; ε l'obliquità dell'ecclittica.

Avremo primieramente, siccome dimostrasi negli elementi di Astronomia, pel calcolo degli angoli g, h le seguenti equazioni:

$$(1)\ \text{tang.}\ z = \text{sen.}\ \vartheta.\ \text{cot.}\ L;\quad (2)\ \text{tang.}\ g = \frac{\text{tang.}\ \vartheta.\ \text{sen.}\ (z+\varepsilon)}{\text{sen.}\ z}$$

$$(3)\ \text{tang.}\ h = \text{sen.}\ g.\ \text{cot.}\ (z+\varepsilon).$$

Per riprova del calcolo si farà uso della seguente equazione:

$$\ldots\ldots\ \text{cos.}\ h.\ \text{cos.}\ g. = \text{cos.}\ L.\ \text{cos.}\ \vartheta.$$

§. 6.° Si consideri ora il triangolo formato al polo P dell'ecclittica, al centro del Sole S, ed al centro apparente della Luna L, in cui sarà l'angolo in

$P = l - \lambda'$, il lato $PS = 90 - b$, il lato $PL = 90 - \beta'$: al momento del principio dell' ecclisse il lato LS sarà $= d + \delta'$: pongasi inoltre l'angolo $PSL = 90^\circ - \alpha$. Dalla trigonometria avremo le due seguenti equazioni:

$$\text{sen. } (l - \lambda') = \frac{\cos. \alpha}{\cos. \beta'} . \text{ sen. } (d + \delta')$$

$$\text{sen. } \beta' = \text{sen. } b. \cos. (d + \delta') + \cos. b. \text{ sen. } (d + \delta'). \text{ sen. } \alpha.$$

Ricavando dalla prima di queste equazioni il valore di $l - \lambda'$ in serie, dietro facili sviluppi si troverà (ponendo $\cos. \beta' = 1$ nel termine piccolissimo di terzo ordine)

$$l - \lambda' = (d + \delta') \frac{\cos. \alpha}{\cos. \beta'} - \frac{(d + \delta')^3. \cos. \alpha. \text{ sen.}^2 \alpha}{6}.$$

Quanto al termine di terzo ordine, osserveremo che ha il suo massimo valore, quando $\alpha = 54.^\circ\ 44'$ circa; ed essendo $d + \delta' = 33'$, si troverà che nel suo massimo valore questo termine è $= 0'', 0\ 12$ circa, cioè trascurabile. Quindi senza errore sensibile si avrà

$$l - \lambda' = (d + \delta'). \frac{\cos. \alpha}{\cos. \beta'},$$

e però $\lambda = \lambda' - P = l - P - \dfrac{(d + \delta') \cos. \alpha}{\cos. \beta'}$ . . . . . (1)

Con simili ragionamenti dalla seconda equazione si otterrà senza errore sensibile

$$\beta' = b + (d + \delta') \text{ sen. } \alpha,$$

e quindi $\beta = \beta' - p = b - p + (d + \delta') \text{ sen. } \alpha$. . . . . (2)

§. 7.° Passiamo ora ad esprimere le paralassi in longitudine, in latitudine, ed il semidiametro apparente δ' della Luna per la paralasse orizzontale e per la longitudine del Sole; e per non cadere in formule troppo complicate, assumiamo la ipotesi ordinaria, che le terze potenze delle quantità dipendenti dalle paralassi e dai semidiametri sieno trascurabili. Dietro il §. 145. de' miei Elementi d'Astronomia (vol. I.) riducendo al caso presente quelle denominazioni, avremo

$$P = \lambda' - \lambda = \frac{\pi \cos. h. \text{ sen.} (\lambda' - g)}{\cos. \beta} \text{ . . . . . } (a)$$

$$p = \beta' - \beta = -\pi \cos. \beta'. \text{ sen. } h + \pi \text{ sen. } \beta' \cos. h. \cos. (\lambda' - g)$$

$$+ \frac{\pi^2 \text{ teg. } \beta' \cos.^2 h. \text{ sen.}^2 (\lambda' - g)}{2 R''} \ (b);$$

e poichè negli ecclissi di Sole le latitudini sono dell'ordine delle paralassi, trascurando le terze potenze, sarà più semplicemente

$$P = \pi \text{ cos. } h. \text{ sen. } (\lambda' - g)$$

$$p = -\pi \text{ sen. } h + \pi\, \beta'. \text{ cos. } h. \text{ cos. } (\lambda' - g).$$

Sostituendo ora in queste due equazioni i valori di λ', β' dati nel §. precedente, avremo (trascurando le quantità di terzo ordine)

$$P = \pi \text{ cos. } h. \text{ sen. } \left\{ l - g - (d + \delta') \text{ cos. } \alpha \right\}$$

$$p = -\pi \text{ sen. } h + \pi\, (d + \delta') \text{ sen. } \alpha \text{ cos. } \left\{ l - g - (d + \delta') \text{ cos. } \alpha \right\} \text{ cos. } h;$$

ovvero, sviluppando convenientemente,

$$P = \pi \text{ cos. } h \text{ sen. } (l - g) - \pi\, (d + \delta') \text{ cos. } h. \text{ cos. } (l - g). \text{ cos. } \alpha$$

$$p = -\pi \text{ sen. } h + \pi\, (d + \delta') \text{ cos. } h. \text{ cos. } (l - g). \text{ sen. } \alpha.$$

Si osservi ora che il termine $\pi\, d.$ cos. $h.$ cos. $(l - g)$ è l'incremento del diametro solare, se in una longitudine l ed in una latitudine $= 0$ fosse sottoposto alla paralasse orizzontale π (Elementi di Astronomia, §. 143.); ed il termine $\pi\, \delta'$ cos. $h.$ cos. $(l - g)$ (trascurando sempre le quantità di terzo ordine) è l'incremento del diametro lunare.

Ponendo pertanto il primo $= a$, il secondo $= k$, di modo che sia $\delta' = \delta + k$, ed inoltre facendo

$$\Pi = \pi \text{ cos. } h. \text{ sen. } (l - g) \;.\;.\;.\;.\;.\;. \; (3)$$

$$\varphi = -\pi. \text{ sen. } h \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (4)$$

$$a = \pi\, d \text{ cos. } h. \text{ cos. } (l - g) \;.\;.\;.\;.\;.\; (5),$$

avremo $P = \Pi - a.$ cos. $\alpha - k.$ cos. α

$$p = \varphi + a. \text{ sen. } \alpha + k. \text{ sen. } \alpha.$$

Introdotti questi valori nelle equazioni (1), (2), osservando di porvi cos. $\beta' = 1$, $\delta' = \delta + k$, si otterrà

$$\lambda = l - \Pi - (d + \delta - a). \text{ cos. } \alpha \;.\;.\;.\;.\;.\; (A)$$

$$\beta = b - \varphi + (d + \delta - a). \text{ sen. } \alpha \;.\;.\;.\; (B).$$

§. 8.° Le precedenti equazioni valgono pel principio dell'ecclisse; con un ragionamento del tutto simile, se pongasi il moto della Luna in longitudine per l'intera durata dell'ecclisse $= m$, il moto in latitudine $= n$, ed il moto del Sole in longitudine $= m'$; riguardando la latitudine ed i semidiametri orizzontali come costanti, chè tali sono presso a poco per una o due ore, avremo pel fine

$$\lambda + m - m' = l - \Pi' + (d + \delta - a'). \text{ cos. } \alpha' \;.\;.\;.\; (A')$$

$$\beta + n = b - \varphi' + (d + \delta - a'). \text{ sen. } \alpha' \;.\;.\;.\;.\;.\; (B'),$$

dove Π', φ', a' si calcolano dietro le equazioni (3), (4), (5), ponendovi per π, h, l, g i dati relativi al fine dell'ecclisse, e dove α' rappresenta l'angolo che l'arco $L\,S$ fa coll'ecclittica valutato verso l'oriente, mentre nel primo caso era valutato verso l'occidente.

Le quattro equazioni (A), (B), (A'), (B') daranno le incognite α, α', λ, β, e quindi risolveranno il problema.

Per determinare facilmente i valori di α, α' si sottragga l'equazione (A) da (A'), e la (B) da (B'). Ponendo per brevità

$$\begin{array}{l|l} m - m' + \Pi' - \Pi = M & d + \delta - a' = S \\ n + \varphi' - \varphi = \quad N & d + \delta - a = T, \end{array}$$

avremo le due seguenti

$$M = S.\ \text{cos.}\ \alpha' + T.\ \text{cos.}\ \alpha$$
$$N = S.\ \text{sen.}\ \alpha' - T.\ \text{sen.}\ \alpha,$$

e quindi

$$S.\ \text{cos.}\ \alpha' = M - T.\ \text{cos.}\ \alpha$$
$$S.\ \text{sen.}\ \alpha' = N + T.\ \text{sen.}\ \alpha.$$

Sommando i quadrati di queste due ultime si otterrà

$$S^2 = M^2 + N^2 + T^2 - 2\,T\,(M\ \text{cos.}\ \alpha - N\ \text{sen.}\ \alpha)\ \ldots\ (C).$$

Pongasi

$$M = Q.\ \text{cos.}\ \gamma$$
$$N = Q.\ \text{sen.}\ \gamma,$$

dalle quali si ritrae $\text{tang.}\ \gamma = \frac{N}{M}\ \ldots\ldots\ (6)$

$$Q = \frac{M}{\text{cos.}\ \gamma} = \frac{N}{\text{sen.}\ \gamma}\ \ldots\ (7).$$

Introducendo nell'equazione (C) i valori di M, N, avremo

$$S^2 = Q^2 + T^2 - 2\,T\,Q.\ \text{cos.}\ (\alpha + \gamma),$$

la quale darà . . . . . $\text{cos.}\ (\alpha + \gamma) = \frac{Q^2 + T^2 - S^2}{2\,TQ}$.

Se si pone $\frac{Q + S + T}{2} = L$, si potrà la precedente trasformare nella seguente, più comoda al calcolo logaritmico:

$$\text{sen.}\ \frac{\alpha + \gamma}{2} = \sqrt{\frac{(L - Q)\,(L - T)}{Q\,T}}\ \ldots\ldots\ (8).$$

Ottenuto $\alpha + \gamma$, si avrà $\alpha = (\alpha + \gamma) - \gamma$, e per ultimo le equazioni (A), (B) daranno la longitudine e latitudine della Luna nel principio dell'ecclisse.

§. 9.° Apparisce ora da tutto ciò che precede, che la soluzione precedente conduce alle stesse formule del signor Conti, senza che altra modificazione vi

sia stata fatta, tranne quella di avere trascurato i divisori cos. β, cos. β', i quali non influiscono che sui termini del terzo ordine; che se questi si fossero conservati, avrebbero condotto alle stesse sue formule, ad eccezione della leggiera correzione indotta nella paralasse orizzontale, la quale non viene esattamente a rappresentare i termini trascurati, e perciò ho stimato inutile ritenerla.

In fatto, se sviluppare si volessero le formule delle paralassi e del semidiametro apparente della Luna fino alle terze potestà inclusivamente, si troverebbero con facilità le seguenti espressioni (ponendo per semplicità . . . . $\Pi = \pi$ cos. h. sen. $(l-g)$):

$$P = \Pi - \pi\,(d+\delta)\cos.h.\cos.(l-g).\cos.\alpha + \frac{\Pi}{2}\left(\beta^2 - (d+\delta)^2\cos.^2\alpha\right) - \pi^2\,\delta.\cos.^2 h.\cos.^2(l-g).\cos.\alpha \quad (a)$$

$$p = -\pi\,\text{sen}.h + \pi(d+\delta)\cos.h.\cos.(l-g).\text{sen}.\alpha + \pi(d+\delta)^2.\cos.h.\text{sen}.(l-g)\,\text{sen}.\alpha.\cos.\alpha + \frac{\pi^2(d+\delta).\cos.^2 h.\text{sen}.^2(l-g).\text{sen}.\alpha}{2} + \frac{\pi(d+\delta)^2}{2}\,\text{sen}.\,h.\,\text{sen}.^2\alpha \;\ldots\; (b)$$

$$\delta' = \delta + \delta\,\pi\cos.h.\cos.(l-g) + \delta\,\pi^2.\text{sen}.^2 h + \delta\pi\,(d+\delta).\text{sen}.h.\,\text{sen}.\,\alpha + \delta\,\pi.^2\cos.^2 h.\,\text{sen}.^2(l-g) + \delta\,\pi\,(d+\delta)\cos.h.\,\text{sen}.(l-g).\cos.\alpha - \tfrac{1}{2}\delta\,\pi^2 + \tfrac{3}{2}\delta\,\pi.^2\cos.^2 h.\cos.^2(l-g)\ldots(c),$$

nelle quali espressioni i termini del terzo ordine non sono tutti rappresentati, calcolando le paralassi col progettato incremento $\delta^2\pi$ nella paralasse orizzontale.

§. 10.° La ricerca degli angoli α, α' dietro i precetti del §. 8.° è alquanto laboriosa, ed obbliga a questa strada una circostanza che non ha luogo nelle occultazioni, vale a dire degli aumenti del semidiametro d espressi dai numeri a a', i quali possono di alcuni secondi variare dal principio al fine del fenomeno. Si può tuttavia ordinare il calcolo in una maniera indiretta, che può in pratica riuscire talvolta più semplice e spedita nel modo seguente:

Si riprendano le equazioni (A), (B), (A'), (B') del §. 7.° e 8.°, e vi si ponga $\frac{a'+a}{2} = r$; $\frac{a'-a}{2} = \rho$, di modo che sia $a' = r+\rho$; $a = r-\rho$; sarà anche $d+\delta-a = (d+\delta-r)+\rho$; $d+\delta-a' = (d+\delta-r)-\rho$.

Quindi le predette equazioni diverranno

$$\lambda = l - \Pi - (d + \delta - r).\ \text{cos.}\ \alpha - \rho.\ \text{cos.}\ \alpha$$
$$\lambda + m - m' = l - \Pi' + (d + \delta - r).\ \text{cos.}\ \alpha' - \rho.\ \text{cos.}\ \alpha'$$
$$\beta = b - \varphi + (d + \delta - r)\ \text{sen.}\ \alpha + \rho.\ \text{sen.}\ \alpha$$
$$\beta + n = b - \varphi' + (d + \delta - r).\ \text{sen.}\ \alpha' - \rho.\ \text{sen.}\ \alpha'.$$

Prendendo la differenza delle prime due equazioni, facilmente si vedrà che può scriversi sotto il seguente aspetto:

$$2\ (d + \delta - r).\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha + \alpha')\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha' - \alpha) = m - m' + \Pi' - \Pi$$
$$- 2\ \rho.\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha + \alpha').\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha' - \alpha),$$

e la differenza delle ultime due darà

$$2\ (d + \delta - r)\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha + \alpha')\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha' - \alpha) = n + \varphi' - \varphi$$
$$+ 2\ \rho.\ \text{sen.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha' + \alpha).\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}\ (\alpha' - \alpha),$$

dalle quali si ottiene

$$\text{tang.}\ \frac{\alpha' - \alpha}{2} = \frac{n + \varphi' - \varphi + 2\ \rho.\ \text{sen.}\ \frac{\alpha' + \alpha}{2}.\ \text{cos.}\ \frac{\alpha' - \alpha}{2}}{m - m' + \Pi' - \Pi - 2\ \rho.\ \text{sen.}\ \frac{\alpha' + \alpha}{2}.\ \text{sen.}\ \frac{\alpha' - \alpha}{2}} \quad \ldots (a)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{cos.}\ \frac{\alpha' + \alpha}{2} &= \frac{m - m' + \Pi' - \Pi - 2\ \rho.\ \text{sen.}\ \frac{\alpha' + \alpha}{2}.\ \text{sen.}\ \frac{\alpha' - \alpha}{2}}{2\ (d + \delta - r)\ \text{cos.}\ \frac{\alpha' - \alpha}{2}} \\ &= \frac{n + \varphi' - \varphi + 2\ \rho.\ \text{sen.}\ \frac{\alpha' + \alpha}{2}.\ \text{cos.}\ \frac{\alpha' - \alpha}{2}}{2\ (d + \delta - r)\ \text{sen.}\ \frac{\alpha' - \alpha}{2}}. \end{aligned}\right\} \ldots (b)$$

Si otterranno pertanto gli angoli α' ed α nel modo seguente: 1.° Si porrà $\rho = 0$, ed i secondi membri delle due equazioni (a), (b) daranno i valori prossimi di $\frac{\alpha' - \alpha}{2}$, $\frac{\alpha' + \alpha}{2}$. 2.° Con questi valori prossimi si stimerà l'influenza di ρ nei secondi membri delle stesse equazioni, e si avranno gli esatti valori di $\frac{\alpha' - \alpha}{2}$; $\frac{\alpha' + \alpha}{2}$, donde si formeranno gli angoli α, α'. Quindi il calcolo di λ e di β non andrà soggetto ad alcuna difficoltà.

§. 11.° Le stesse formule danno una comodissima soluzione del problema, ancorchè non siasi osservato che il principio od il fine dell'ecclisse; ma in questo caso conviene desumere dalle tavole o la longitudine o la latitudine

vera della Luna. Assumasi, per esempio, come nota la latitudine lunare; l'equazione (B) del §. 7.° darà

$$\text{sen. } \alpha = \frac{\beta - b + \varphi}{d + \delta - a};$$

dopo di che l'equazione (A) porgerà

$$\lambda = l - \Pi - (d + \delta - a). \text{ cos. } \alpha,$$

e quindi coll'ajuto del moto orario si troverà l'istante del novilunio.

Questo metodo, come ognuno vede, è spedito, e pressochè indipendentemente dalla longitudine geografica del luogo conduce alla cognizione dell'instante del novilunio; dissi *pressochè*, però ch'entra nel calcolo la posizione del Sole desunta dalle tavole, il calcolo della quale esige la conoscenza della longitudine geografica; ma una leggiera incertezza non influisce notabilmente nel risultato, in grazia della lentezza del moto diurno del Sole: tuttavia non si vuole dissimulare che questi fenomeni sono meno idonei al calcolo delle longitudini geografiche, delle occultazioni delle stelle fisse, le quali sono del tutto indipendenti dalla posizione del luogo dell'osservatore.

§. 12.° Premesse queste riflessioni, venghiamo al calcolo dell'ecclisse osservato in Padova nel 1826 ai 29 Novembre, di cui ecco i dati dell'osservazione:

Principio = 15.h 20'. 22", 43 (28 Nov.)	Tempo siderale.
Fine = 17. 38. 24, 43 (29 Nov.)	
Ovvero: Principio 28 Novembre = 22.h 49.' 21", 38	Tempo medio.
Fine 29 Novembre = 1. 7. 0, 73	

Le tavole solari del signor Carlini danno i seguenti numeri:

	Principio	Fine
Longitudine del Sole	= 246.° 42.' 47", 6	= 246.° 48.' 36", 7
Semidiametro del Sole	= 16. 15. 1	
Paralasse orizzontale del Sole	= 8, 82	
Latitudine del Sole	= + 0", 03, che trascureremo per la sua piccolezza.	

Le tavole della Luna del signor Burkant danno:

Longitudine della Luna	= 245. 53. 15", 7	247.° 20.' 40", 6
Latitudine della Luna	= + 1. 7. 40, 3	+ 1. 15. 33, 0
Paralasse equatoriale	= 61. 24, 5	61. 24, 3
Semidiametro della Luna	16. 44, 03	16. 43, 97

Dobbiamo osservare che sarebbe inutile calcolare colle tavole lunari la longitudine e latitudine della Luna per l'uso delle formule precedenti; avrebbesi solo dovuto calcolare la paralasse equatoriale, la quale avendo una piccola variazione si potrà assumere costante ed uguale $= 61.' 24'', 4$, il semidiametro orizzontale, che pure si assumerà $= 16.' 44'', 0$, quale ha luogo nel mezzo dell'ecclisse, e il moto della Luna in longitudine ed in latitudine per la durata del fenomeno, che si ottengono facilmente dal moto orario. Si troverà pertanto $m = 1.^{\circ} 27'. 24'', 9$ $n = +7'. 52'', 7$; $m' = 5' 49'', 1$.
In seguito si avrà $d = 16'. 15'', 1$; $\delta = 16'. 44'', 0$; $d + \delta = 32' 59'', 1$.

Si ritiene dagli astronomi che nel calcolo degli ecclissi solari il semidiametro solare debba essere diminuito di circa $3'', 5$ per l'effetto di una irradiazione che ce lo fa comparire nelle misure maggiore del vero. Discutendo molte osservazioni dell'ecclisse anulare accaduto ai 7 Settembre del 1820, trovai che la semisomma dei semidiametri del Sole e della Luna, presi dalle stesse tavole, doveva diminuirsi di $3'', 9$ (*Atti della Società Italiana*, vol. XIX). Adottando pel caso presente questa correzione, avremo $d + \delta = 32'. 55'', 2$.

Assumendo la frazione $\frac{1}{330}$ per la misura dello schiacciamento terrestre, si avrà per la latitudine di Padova l'angolo della verticale $= 10' 26''$, ed il logaritmo del raggio terrestre $= 9.\ 99933$. Quindi la paralasse orizzontale della Luna risulterà $= 61'. 18'', 75$, e la differenza fra le paralassi orizzontali del Sole e della Luna $= \pi = 61'. 9'', 93$.

Si assuma l'obbliquità dell'ecclittica $= 23^{\circ}. 27' 6$.

Si avrà in seguito pel . . . . . Principio . . . . . Fine

$L =$	$45.^{\circ}$	$13', 6$			
$\vartheta =$	$230.$	$5, 6$	$=$	$264.^{\circ}$	$36', 1$
$g =$	$205.$	$14, 3$	$=$	$259.$	$35, 3$
$h =$	$60.$	$2, 0$	$=$	$68.$	$29, 5$
$l =$	$246.$	$42, 8$	$=$	$246.$	$48, 7$
$l - g =$	$+41.$	$28, 5$	$=$	$-12.$	$46, 7$

Calcolo di Π, φ, a

Log. . . . $\pi = 3,56466 +$	Log. $-\pi = 3.56466 -$	Log. sen. $\pi = 8.25023 +$
Log. cos. $h = 9.69853 +$	L. sen. $h = 9.93768 +$	Log. cos. $h. = 9.69853 +$
L. sen. $(l-g) = 9.82105 +$	Log. $\varphi = 3,50234 -$	L. cos. $(l-g) = 9.87463 +$
Log. . . . $\Pi = 3,08424 +$		Log. . . . $d = 2.98900 +$
		Log. . . . $a = 0,81239 +$

$\Pi = +20' 14'', 1$ $\varphi = -52' 59'', 4$ $a = 6'', 5$

Calcolo di Π', φ', a'

Log. . . . $\pi = 3,56466 +$	Log. $-\pi = 3.56466 -$	Log. sen. $\pi = 8.25023 +$
Log. cos. $h' = 9.56424 +$	Log. sen. $h' = 9.96866 +$	Log. cos. $h' = 9.56424 +$
L. sen. $(l' - g') = 9.34474 -$	Log. $\varphi' = = 3,53332 -$	L. cos. $(l' - g') = 9.98911 +$
Log. . . . $\Pi' = 2,47364 -$		Log. . . . $d = 2.98900 +$
		Log. . . . $a' = 0,79258 +$

$$\Pi' = -4'.\,57'',6;\ \varphi' = -56.\,54'',5;\ a' = 6'',2$$

Calcolo di α, α' *secondo i precetti del* §. 10.

$$r = \frac{a' + a}{2} = 6'',35;\ \rho = \frac{a' - a}{2} = -0'',15.$$

$$d + \delta = 32.\,55,2$$

$$d + \delta - r = 32.\,48,85;\ 2\,(d + \delta - r) = 65'.\,37''\,7.$$

In seguito si avrà
$$\left.\begin{aligned} m &= 1^{\circ}.\ 27'.\ 24'',9 \\ m' &= \phantom{1^{\circ}.}\ 5.\ 49,\ 1 \\ \Pi' - \Pi &= -\ 25.\ 11,\ 7 \end{aligned}\right\}\ m - m' + \Pi' - \Pi = 56'.\ 24'',1$$

$$\left.\begin{aligned} n &= +\ 7'.\ 52'',7 \\ \varphi' - \varphi &= -\ 3.\ 55,\ 1 \end{aligned}\right\}\ n + \varphi' - \varphi = +\ 3'.\ 57'',6$$

Log. . $(n + \varphi' - \varphi) = 2.37585 +$	Log. $2\,(d + \delta - r) = 3.59525 +$
Log. $(m - m' + \Pi' - \Pi) = 3.52944 +$	Log. cos. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 9.99893 +$
Log. tang. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 8.84641 +$	$= 3.59418 +$
	L. $(m - m' + \Pi' - \Pi) = 3.52944 +$
	L. cos. $\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 9.93526$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\alpha' - \alpha}{2} &= +\ 4^{\circ}.\ 1',0 \\ (\alpha' + \alpha) : 2 &= \phantom{+\ 4^{\circ}.}\ 30.\ 31,0 \end{aligned}\right\}$$

Quindi i valori prossimi di α, α' saranno

$$\alpha = 26.^{\circ}\ 30',0\quad \alpha' = 34.^{\circ}\ 32',0.$$

In questo caso, per la piccolezza di ρ, è pressochè inutile intraprendere la correzione di α ed α'. Essa tuttavia si calcolerà sempre con molta facilità nel modo seguente:

Log. $2\rho = 9.47712 -$	L. $-2\rho = 9,47712 +$
Log. sen. $\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 9.70568 +$	Log. sen. $\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 9.70568 +$
Log. cos. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 9.99893 +$	Log. sen. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 8.84539 +$
L. corr. Num.^{e} $= 9.18173 +$	L. cor. Den. $= 8.02819 +$

$n + \varphi' - \varphi = + 3'.57'', 6$; $m - m' + \Pi' - \Pi = 56'.24'', 1$

correzione $- 0, 15$ . . . . . $+ 0, 01$

Valori corretti . $n + \varphi' - \varphi = 3'.57'', 45$ $m - m' + \Pi' - \Pi = 56.24, 11$

Log. $(n + \varphi' - \varphi) = 2.37557$ Log. $2(d + \delta - r) = 3.59525$

Log. $(m - m' + \pi' - \pi) = 3.52944$ Log. cos. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 9.99893$

Log. teg. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 8,84613$ $= 3.59418$

Log. $(m - m' + \Pi' - \Pi) = 3.52944$

$\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 4^\circ.\ 0', 8$ L. cos. $\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 9.93526$

$\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 30.\ 31.\ 0.$

Però $\alpha = 26^\circ.\ 30', 2.$

Calcolo di λ e di β.

$d + \delta - a = 32'.48'', 7$

Log. $(d + \delta - a) = 3.29418$ . . . . . $= 3.29418$

Log. cos. $\alpha = 9.95178$ L. sen. $\alpha = 9.64958$

$= 3.24596$ $= 2.94376$

$l = 246^\circ.42'.47'', 6$ $6 - \varphi = + 0^\circ.52'.59'', 4$

$- \Pi = - 20.\ 14,\ 1$; $(d + \delta - a)$ sen. $\alpha = + 14.\ 38,\ 5$

$\beta = + 1^\circ\ 7'.37'', 9$

$- (d + \delta - a)$ cos. $\alpha = - 29.\ 21,\ 8$

Lat. calc. $= + 1.\ 7.\ 40,\ 3$

$\lambda = 245^\circ\ 53'.11'', 7$

Longit. calcol. $= 245.\ 53.\ 15,\ 7$

Corr. delle tavole $= -4'', 0$ $- 2'', 4$

Calcolo dell' istante del novilunio e della posizione della Luna in novilunio.

Si trovò $\lambda = 245.^{o}\ 53'.\ 11'',\ 7$
$l = 246.\ 42.\ 57,\ 6$

quindi . . $l - \lambda = \quad 49'.\ 45'',\ 9$

Dividendo per 60 i movimenti orarii della Luna e del Sole, si ottiene il moto per un minuto della Luna in longitudine $= \ 38'',\ 1015$
del Sole . . . . . $= \ 2,\ 5360$
della Luna in latitudine $= + 3,\ 4340.$

Pertanto il moto della Luna relativo intorno al Sole sarà $= 35'',\ 5655$ in un minuto, ed il tempo da aggiungersi al principio espresso in minuti per giungere al novilunio, si otterrà dalla proporzione

$35'',\ 5655 : 1' :: 49'.\ 45'',\ 9 : x' = 1.^{h}\ 23'.\ 40'',\ 43.$
Principio dell' ecclisse . . . . . $= 22.\ 49.\ 21,\ 38$

Istante del novilunio $= 0.^{h}\ 13'.\ \ 1'',\ 81$ del 29 Nov.

Le longitudini della Luna e del Sole dall' equinozio vero saranno . . . . . $= 246.^{o}\ 46'.\ 19'',\ 8$
La latitudine della Luna . . . . . $= + 1.\ 12.\ 25,\ 2$

Risultati esattamente uguali ai precedenti si troveranno calcolando l' instante del novilunio e la posizione della Luna dal fine dell' ecclisse; il che forma la riprova delle operazioni numeriche.

§. 13.° Questo ecclisse fu completamente osservato in Napoli dal ch. astronomo signor Brioschi. Dietro le osservazioni da esso trasmessemi si ottiene:

Principio dell' ecclisse	$15.^{h}\ 35'.\ 44'',\ 5$	Tempo siderale in Napoli.
Fine	$17.\ 52.\ 21.\ 0$	
Ovvero: Principio	$23.\ 4.\ 42,\ 4$	Tempo medio.
Fine	$1.\ 20.\ 56,\ 5$	

Nell' ipotesi pertanto dello schiacciamento $= \frac{1}{330}$, assumendo la latitudine del nuovo Osservatorio di Napoli $= 46.^{o}\ 51'.\ 46''$, si ottengono i risultati seguenti:

	Principio	Fine
$\vartheta =$	$233^{o}.\ 56',\ 1$	$268^{o}.\ 5',\ 4$
$g =$	$214.\ 8,\ 5$	$266.\ 40,\ 7$
$h =$	$57,\ 21,\ 7$	$64.\ 7,\ 7$
$l =$	$246.\ 43.\ 2,\ 2$	$246^{o}.\ 48'.\ 47'',\ 7.$

Si formerà in seguito $m = 86'.30'',76$; $m' = 5'.45'',49$; $n = 7'47'',83$

$\Pi = +17'.45,\ 7$; $\Pi' = -9'.\ 4'',15$

$\varphi = -51.30'',\ 3$; $\varphi' = -55.\ 2'',\ 1$

$a = 7'',89$; $a = 7'',12$

$$m - m' + \Pi' - \Pi = 53'.55'',42 \quad \left\{ \begin{array}{l} r = \frac{\alpha' + \alpha}{2} = 7'',50 \\ s = \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 0,\ 38 \end{array} \right.$$

$$n + p' - p = +\ 4'.16'',03$$

$d + \delta = 32'.55'',2$; $d + \delta - r = 32'.47'',7$; $d + \delta - a = 32'.47'',3$.

$$\text{Log. } (n + \varphi' - \varphi) = 2.40829 + \qquad \text{Log. } 2\,(d + \delta - r) = 3.59499$$

$$\text{Log. } (m - m' + \Pi' - \Pi) = 3.50993 + \qquad \text{Log. cos. } \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 9.99865$$

$$\text{Log. tang. } \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 8,89836 \qquad = 3.59364$$

$$\text{Log. } (m - m' + \Pi' - \Pi) = 3.50993$$

$$\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 4^{\circ}.32',5 \qquad \text{L. cos. } \frac{\alpha' + \alpha}{2} = 9.91629$$

$$\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 34.26,5$$

Log. $2\rho = 9.88649 -$; $n + \varphi' - \varphi = 4'.\ 16'',03$ $m - m' + \Pi' - \Pi = 53'.55'',4$

L. sen. $\frac{\alpha' + \alpha}{2} = 9.75248 +$ corr. $k = -0,\ 43$ $-k' = +\ 0,\ 0$

L. cos. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 9.99864 +$; $n + \varphi' - \varphi + k = 4'.\ 15'',60$

L. corr. Num. $= k = 9.63761 -$; $m - m' + \Pi' - \Pi - k' = 53'.55'',45$

Log. tang. $\frac{\alpha' - \alpha}{2} = 8,89836 -$

Log. corr. Den. $k' = 8,52392 +$

$$\text{Log. } (n + \varphi' - \varphi + k) = 2.40766 + \qquad \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 4^{\circ}.31',0$$

$$\text{Log. } (m - m' + \Pi' - \Pi - k') = 3.50993 + \qquad \frac{\alpha' + \alpha}{2} = 34.\ 26,\ 5$$

$$\text{L. tang. } \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 8.89763 + \qquad \alpha = 29.\ 55,5$$

$$\text{Log. } (d + \delta - a) = 3.29387 \ \ldots\ldots\ldots = 3.29387$$

$$\text{L. cos. } \alpha = 9.93785 \qquad \text{L. sen. } \alpha = 9.69798$$

$$= 3,23172 \qquad 2.99185$$

$l = 246^{\circ}.43'.\ 2'',2$ $\qquad$ $b - \varphi = +0^{\circ}.51.'30'',3$

$-\Pi = -\ 17.\ 45,\ 7$ $\qquad$ $(d+\delta-a)$ sen. $\alpha = +0.\ 16.\ 21,\ 4$

$-(d+\delta-a)$ cos. $\alpha = -\ 28.\ 25,\ 0$ $\qquad$ $\beta = \ 1.\ 7.\ 51,\ 7$

$\lambda = 245.\ 56.\ 51,\ 5$

Per calcolare l'istante del novilunio abbiamo $l - \lambda = 46'.10'',7$; il moto relativo della Luna in longitudine è, come sopra, $= 35'',5657$ in un minuto. Quindi sarà

Log. $(l-\lambda)$ $= 3.\ 44259$ Principio dell'ecclisse $= 23.^{h}\ 4'.\ 42'',4$

Log. $35,5657 = 1.\ 55103$ $\qquad$ $x' = 77',903 = 1.\ 17.\ 54,\ 2$

Log. $x' = 1.\ 89156$ Novilunio $= +0.\ 22.\ 36'',6$

Longitudine della Luna nel principio . . . . . $= 245.\ 56'.51'',\ 5$

Movimento per $1.^{h}\ 17'.\ 54'',2$ . . . . . $49.\ 28,\ 2$

Longitudine vera della Luna . . $= 246.\ 46.\ 19,\ 7$

Si trovò di sopra coll'ecclisse di Padova . . . . $= 246.\ 46.\ 19,\ 8$

Latitudine della Luna nel principio . . . . . $= 1.^{\circ}\ 7'.\ 51'',7$

Moto della Luna in latitudine . . . . . $+\ 4.\ 27,\ 5$

Latitudine nel novilunio . . . . . $= 1.\ 12.\ 19.\ 2$

Di sopra si trovò invece . . . . . $1.\ 12.\ 25,\ 2$

Confrontando i tempi del novilunio, si ha

Per Padova $= 0.^{h}\ 13'.\ 1'',8$

Per Napoli $= 0.\ 22.\ 36,\ 6$

Differenza di longitudine fra Napoli e Padova . . . . . $= 9'.34'',8$

Differenza di longitudine fra Padova e Parigi . . . . . $38.\ 8,\ 3$

Differenza di longitudine fra Parigi e Napoli . . . . . $= 47'.\ 43'',1$

Il sig. Brioschi trovò coll'eccl. sol. dell'anno 1820 . . . . $47.\ 44,\ 0$

§. 14.° Lo stesso ecclisse fu osservato in Milano dal ch. signor Carlini, il quale impedito dalle nuvole non potè vederne che il principio, notato coi seguenti dati:

Principio dell'ecclisse $22.^{h}\ 34'.\ 48'',37$. Tempo medio

$15.\ 5.\ 48,\ 83$. Tempo siderale.

Per poter dedurre da questa osservazione l'istante del novilunio e la longitudine della Luna conviene assumere come data la sua latitudine. Si

potrebbe in vero prendere quella che risulta dalle osservazioni di Padova o di Napoli, ovvero anche un medio di quelle due determinazioni; ma una singola osservazione nell'attuale perfezione delle tavole lunari non si può a queste anteporre; quindi reputiamo partito migliore prendere quella che si ottiene dalle tavole del signor Burkardt, che pel notato tempo sarà = 1.° 7'. 27'', 2. Inoltre sarà dalle tavole solari la longitudine del Sole = 246.° 42'. 37'', 9. Assumendo la latitudine diminuita dell'angolo della verticale = L = 45.° 17', 6, si troverà

$$\vartheta = 226.^\circ\ 27',\ 2$$
$$g = 200.\ \ 51,\ 3$$
$$h = \ \ 58.\ \ 45,\ 4$$
$$\Pi = +\ \ 22'.\ 46'',\ 2$$
$$\varphi = -\ \ 52.\ 17,\ 7$$
$$a = \qquad 6'',\ 3$$
$$d + \delta - a = \qquad 32.\ 48'',\ 9$$
$$\beta + \varphi - b = \qquad 15.\ 35,\ 7$$

$$\text{Log. } (\beta + \varphi - b) = 2.\ 95880 +;\ \alpha = \qquad 27.^\circ\ 30',\ 7$$
$$\text{Log. } (d + \delta - a) = 3.\ 29423 +$$

$$\text{Log. sen. } \alpha = 9.\ 66457$$
$$\text{Log. cos. } \alpha = 9.\ 94788$$

$$\text{L. } (d + \delta - a) \cos. \alpha = 3.\ 24211 +$$

$$l = 246.^\circ\ 42'.\ 37'',\ 9$$
$$-\Pi = -\ \ 22.\ 46,\ 5$$
$$-(d + \delta - a) \cos. \alpha = -29.\ \ 6,\ 4$$

$$\lambda = 245.\ \ 50.\ 45,\ 0$$

Si troverà quindi il novilunio a 0.^{h} 2'. 19'', 8 Tempo medio di Milano. La longitudine della Luna = 246.° 46'. 19'', 6, la quale differisce pochissimo dalle superiori determinazioni.

Da questa osservazione risulta la differenza di longitudine fra Padova e Milano = 10'. 42'', 0, cioè minore di 1'', 3 di quella dedotta dai segnali a polvere accesi sul monte Baldo; differenza in sè stessa piccolissima, e dipendente dalla difficoltà di vedere con precisione il primo contatto del lembo lunare col disco solare in un ecclisse.

§. 15.° Abbiamo sviluppato le formule precedenti nell'ipotesi che le terze potenze delle quantità dell'ordine delle paralassi e dei diametri sieno trascurabili; ipotesi il più delle volte ammissibile nel calcolo degli ecclissi, perchè sì fatte osservazioni lasciano sempre sussistere l'incertezza di un secondo di tempo, e quindi gli errori probabili delle osservazioni sono dell'ordine stesso delle quantità trascurate. Non sarebbe difficile stabilire sulle tracce precedenti le formule pel calcolo degli ecclissi, nelle quali si tenesse conto eziandio delle terze potestà; ma qualora si vogliano ritenere tutti i termini di questo ordine, risultano complicate, e perdono molto dal lato della semplicità; ed in conseguenza è migliore consiglio per questi casi attenersi alle formule rigorose. Il signor dottore Olbers diede già nelle effemeridi di Berlino alcune eleganti espressioni, le quali sono nei citati *Opuscoli Astronomici* di Roma riferite, e con opportuno esempio illustrate; ma il loro calcolo risulta alquanto molesto, perchè non calcolandosi con esse la differenza fra le posizioni apparenti e le posizioni vere, ma bensì le posizioni apparenti espresse in funzione delle vere, è forza adoperare le maggiori tavole a sette cifre decimali, e ritenere dappertutto le decime parti del secondo. Credo pertanto che la via più comoda, e nel tempo stesso la più sicura, sia quella che traesi dalle formole rigorose pel calcolo delle paralassi, esposte ne' miei Elementi di Astronomia, e che credo opportuno di qui richiamare sotto la forma più comoda al calcolo numerico.

Si ritengano le denominazioni tutte esposte al §. 5.°, colla sola avvertenza che la quantità π ivi definita per la differenza fra le paralassi orizzontali della Luna e del Sole debba qui rappresentare il seno di questa grandezza.

Si ponga inoltre

$$\frac{1}{\sqrt{\left\{1 - 2\pi\,(\text{sen}\,\beta.\ \text{sen.}\ L + \cos.\,\beta\ \cos.\,L\ \cos.\,(\lambda - g) + \pi^2\right\}}} = 1 + s \quad (1)$$

Si avrà

$$\text{tang.}\ P = \text{tang.}\ (\lambda' - \lambda) = \frac{\pi.\ \cos.\ h.\ \text{sen.}\ (\lambda - g)}{\cos.\ \beta. - \pi\ \cos.\ h.\ \cos.\ (\lambda - g)} \quad \ldots\ldots\ (2)$$

$$\text{sen.}\ \tfrac{1}{2}\ (\beta' - \beta) = \text{sen.}\ p = \frac{s.\ \text{sen.}\ \beta. - \pi\ (1 + s)\ \text{sen.}\ h}{2\ \cos.\ \tfrac{1}{2}\ (\beta' + \beta)} \quad \ldots\ldots\ (3)$$

$$\delta' = \delta\ (1 + s) \quad \ldots\ldots\ (4)$$

Qui cade in acconcio di osservare: 1.° Che gli angoli g, h si potranno calcolare con tavole a cinque cifre in decimi di minuto. 2.° La sola equazione (1) richiede l'uso delle tavole a sette cifre, quando non si ami svolgerla in serie; nel qual caso basterà tener conto delle seconde potenze di π, perchè il calcolo riesca esatto fino alle terze. A tale scopo, ponendo per brevità

$$N = \text{sen. } \beta . \text{ sen. } h + \cos. \beta . \cos. h . \cos. (\lambda - g),$$

si avrà $s = \pi N - \frac{1}{2} \pi^2 (1 - 3 N^2)$.

3.° Delle equazioni (2), (3), (4) basterà eseguirne il calcolo con tavole a cinque, o tutto al più sei cifre. 4.° L'equazione (3) contiene nel secondo membro la latitudine apparente della Luna, che si ricerca; ma entrandovi in un coseno, si otterrà sempre con somma facilità dietro un primo valore prossimo anche grossolanamente calcolato. 5.° La ricerca delle paralassi esige la conoscenza della posizione vera della Luna, ma non sarà necessario calcolarla coll'ultimo scrupolo dalle tavole astronomiche; basterà prenderla da un'effemeride, poichè le differenze fra le posizioni vere ed apparenti risulteranno sempre ben determinate, se anche non conoscansi quelle con ogni precisione.

Ottenuti poi colle formule precedenti i valori di P, p, δ', si avrà la posizione vera della Luna dalle equazioni seguenti (§. 6.°):

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= l - P - \frac{(d + \delta') \cos. \alpha}{\cos. \beta'} \\ \lambda + m - m' &= l - P' + \frac{(d + \delta'') . \cos. \alpha'}{\cos. \beta''} \\ \beta &= b - p + (d + \delta') . \text{ sen. } \alpha \\ \beta + n &= b - p' + (d + \delta'') . \text{ sen. } \alpha' \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Per risolverle, osservo primieramente che β', β'' sono sempre piccoli archi, dei quali può porsi il coseno $= 1$; volendo tuttavia ritenerli, si farà $\frac{\beta' + \beta''}{2} = \gamma$, e si potrà porre senza errore sensibile $\cos. \beta' = \cos. \beta'' = \cos. \gamma$. Quindi la differenza delle prime due darà

$$(m - m' + P' - P) \cos. \gamma = (d + \delta'') \cos. \alpha' + (d + \delta') \cos. \alpha \quad (6),$$

e la differenza delle ultime due darà

$$n + p' - p = (d + \delta'') \text{ sen. } \alpha' - (d + \delta') \text{ sen. } \alpha \quad (7),$$

dalle quali si otterranno gli angoli α, α' col metodo esposto al §. 8.°

Si potranno ancora più semplicemente ottenere gli angoli α, α' coi precetti del §. 9.°, osservando che δ', δ'' differiscono sempre di pochi secondi.

Pongasi in fatto

$$\frac{\delta' + \delta''}{2} = r; \quad \frac{\delta'' - \delta'}{2} = \rho;$$

e l'equazioni (6), (7) si potranno scrivere sotto l'aspetto

$$2\,(d+r)\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}.\cos.\frac{\alpha'-\alpha}{2} = (m-m'+P'-P)\cos.\gamma$$
$$+2\,\rho\,\text{sen.}\,\frac{\alpha'+\alpha}{2}\,\text{sen.}\,\frac{\alpha'-\alpha}{2}$$

$$2\,(d+r)\cos.\frac{\alpha'+\alpha}{2}.\text{sen.}\frac{\alpha'-\alpha}{2} = n+p'-p$$
$$-2\,\rho\,\text{sen.}\,\frac{\alpha'+\alpha}{2}.\cos.\frac{\alpha'-\alpha}{2},$$

dalle quali si otterrà

$$\text{tang.}\,\frac{\alpha'-\alpha}{2} = \frac{n+p'-p-2\rho\,\text{sen.}\,\frac{\alpha'+\alpha}{2}.\cos.\frac{\alpha'-\alpha}{2}}{(m-m'+P'-P)\cos.\gamma+2\rho\,\text{sen.}\,\frac{\alpha'+\alpha}{2}.\text{sen.}\,\frac{\alpha'-\alpha}{2}}$$

$$\cos.\,\frac{\alpha'+\alpha}{2} = \frac{(m-m'+P'-P)\cos.\gamma+2\rho\,\text{sen.}\,\frac{\alpha'+\alpha}{2}\,\text{sen.}\,\frac{\alpha'-\alpha}{2}}{2\,(d+r)\cos.\frac{\alpha'-\alpha}{2}}$$

donde con una facile approssimazione si calcoleranno gli angoli α, α'. In seguito dalle equazioni (5) il calcolo di λ e di β non avrà più alcuna difficoltà.

§. 16.° Porremo fine a queste nostre considerazioni col calcolo dell'osservazione di Padova fatto sopra queste ultime formule, da cui si farà palese entro quali angusti limiti le speditissime formule precedenti porgano la vera posizione della Luna.

	Principio	Fine
$l =$	246.° 42'. 47", 6	246. 48'. 36", 7
$g =$	205. 14, 3	259. 35, 3
$h =$	60. 2, 0	68. 29, 5
$\lambda =$	245. 53, 3	247. 20, 7
Log. $\pi =$	8, 25021	= 8. 25021
$s =$	0, 0069614	= 0. 0066535
Aumento di $\delta =$	6", 99	6", 68

$d + \delta = 32'.\ 55'', 2$

$d + \delta' = 33.\ 2, 19$; $d + \delta'' = 33'.\ 1'', 88$

$$d + r = 33.\ 2,04$$

$$P = +\ 20.\ 2,42 \ldots\ldots P' = -\ 4'.\ 47'',45$$

$$p = -\ 52.\ 53,\ 2 \ldots\ldots p' = -\ 56.\ 47,\ 0$$

$$m - m' + P' - P = 56.\ 45,93\,;\ n + p' - p = +\ 3.\ 58,\ 90$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\alpha' - \alpha}{2} = 4.\ 0,\ 9 \\[2ex] \dfrac{\alpha' + \alpha}{2} = 30.\ 32,25 \end{array}\right\} \quad \alpha = 26.^{\circ}\ 31',\ 35$$

Quindi	$\lambda = 245.^{\circ}\ 53'.\ 11'',6$ . .	$\beta = +\ 1.^{\circ}\ 7'.\ 38'',3$
sopra si trovò	$\lambda = 245.\ 53.\ 11,\ 7$ . . .	$\beta = +\ 1.\ 7.\ 37,\ 9$
Differenze	$0'',1$	$0'',4$

OSSERVAZIONI DELLE COMETE

FATTE

NEGLI ANNI 1825-1826-1827-1828

NELL' I. R. SPECOLA DI PADOVA

PRECEDUTE DA BREVI CENNI ISTORICI INTORNO ALLA LORO SCOPERTA ED ALLA LORO ORBITA.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XI MARZO MDCCCXIX

DAL SOCIO ATTIVO

PROF. GIOVANNI SANTINI

Nessun anno nella storia dell'Astronomia è tanto interessante per la teoria delle comete quanto il 1825, nel corso del quale se ne poterono osservare cinque distinte e diverse, mercè il perfezionamento degli stromenti ottici, la vigilanza degli astronomi, e l'instancabile costanza dei calcolatori. Fra tutte le comete di quest'anno merita il primato quella che già si attendeva dietro l'effemeride dell'incomparabile calcolatore ed astronomo di Gotha sig. Enke, ora direttore dell' Osservatorio di Berlino, la quale per un giusto tributo dovuto al suo merito porta di comune consenso degli astronomi il nome di *Cometa a breve periodo di Enke*, della quale piacemi in brevi parole ritesservene la storia, perchè interessantissima e sommamente onorevole per questo abile calcolatore.

Il celebre Pons nella sera del 26 Novembre 1818 scuoprì all' Osservatorio di Marsiglia una cometa invisibile ad occhio nudo nel collo del Pegaso, piccola, mal terminata, e d'informe nebulosità, di cui fissò la posizione nelle due consecutive sere 27-28 Novembre, e col mezzo del sig. Barone di Zach,

il quale pubblicava allora in Genova un interessantissimo giornale sotto il titolo di *Correspondence Astronomique etc.*, ne comunicò la notizia agli astronomi. Pei cattivi tempi di quella stagione non fu possibile osservarla in Italia; lo stesso Pons non la potè rivedere in seguito: ma ciò che non si potè ottenere dagli osservatori d'Italia e di Francia, si ottenne da tre celebri astronomi della Germania; cioè dal sig. Nicolai in Mannheim, che la osservò dal 22 al 25 Dicembre; dal sig. Harding in Gottinga, che la seguì dal 25 Dicembre fino agli 8 del consecutivo Gennajo; dal signor Enke a Seeberg, che la osservò dal 1. sino al 12 Gennajo. Colla scorta di queste poche osservazioni si accinse quest'ultimo al calcolo dell'orbita, assumendo da principio la consueta ipotesi parabolica, nella quale riesce il più delle volte di rappresentare le osservazioni delle comete durante il breve periodo della loro apparizione. Vani riuscirono i primi suoi tentativi, poichè non potè giungere a rappresentare plausibilmente tutte le osservazioni: abbandonata perciò l'ipotesi del moto parabolico, si rivolse al calcolo di un'orbita ellittica, e con sua grande sorpresa trovò di poter rappresentare dentro pochi secondi tutte le osservazioni in un' ellisse di brevissimo periodo, cioè di circa 1310 giorni. Ciò che di più ne accrebbe la meraviglia, e ne raddoppiò la costanza in proseguire ardentemente tali sue ricerche, fu la grande rassomiglianza ch' egli discoprì fra gli elementi ellittici da esso ottenuti per la presente cometa, e l'orbita già da Bessel calcolata per la cometa del 1805, le osservazioni della quale non si erano del pari potute lodevolmente rappresentare in un'orbita parabolica. Intraprese egli pertanto a discutere di nuovo le osservazioni fatte nel 1805, e giunse, calcolando le une e le altre separatamente dietro un'orbita ellittica, al seguente sistema di elementi, che rappresentano tutte le osservazioni dentro mezzo minuto; dalla ispezione dei quali uno è tosto portato ad ammettere la identità delle due comete, e rigettare le piccole differenze sulle attrazioni planetarie da principio trascurate.

	1805.	1818.
Longitudine del perielio . . . . . =	155°. 42'. 58"	156°. 14'. 4"
Longitudine del nodo ascendente . . =	335. 42. 49	334. 18. 8
Inclinazione all'ecclittica . . . . . =	13. 46. 34	13. 42. 30
Eccentricità . . . . . =	0, 86044746	0, 8567776
Log. semiasse maggiore . . . . . =	0, 3928129	0, 3697758

Dalla grandissima somiglianza di queste orbite ellittiche sempre più confortato nella ipotesi, che queste due comete ne formassero una sola, la quale

ravvolgendosi nel periodo di 3.½ intorno al Sole fosse stata casualmente osservata in queste due diverse epoche, intraprese il calcolo delle perturbazioni, ad oggetto di fare sparire le piccole differenze esistenti fra i due sistemi di elementi, estendendolo a tutte le rivoluzioni intermedie compiutesi negli anni 1808–11–15–19. I risultati di questo immenso lavoro trovansi nel vol. II. della Corrispondenza di Zach sopra citata, pag. 496, ove dagli elementi superiori coll'applicazione delle perturbazioni viene dedotto il seguente I. sistema di elementi ellittici, accanto ai quali scriviamo in II. eziandio quelli tratti immediatamente dalle osservazioni, affinchè più manifesta ne apparisca la identità.

I. Sistema.	II. Sistema.
Passaggio al perielio . 1819 = 27, 28 g Genn. T. M. in Parigi.	1819 = 27, 275 g Genn. T. M. in Seeberg.
Longitudine del perielio. . . 156°. 59′. 30″	157.° 5′. 53′ } Equinozio medio del 1819.
Longitudine del nodo. . . . 334. 31. 0	334. 43. 37 } Equinozio medio del 1819.
Inclinazione 13. 36. 30	13. 38. 42
Eccentricità . . . . . = sen. 58°. 3′. 0″	sen. 58°. 6′. 45″, 5
Logar. distanza media . . = 0, 34520	0, 34500
Rivoluzione . . . . . = 1203, 37 g	1202, 54 g

Riconosciuta così e dimostrata da Enke l'identità delle comete osservate nel 1805–1818, e rappresentatene le osservazioni con un'orbita, ed un periodo di 1202 giorni, Olbers il primo concepì il sospetto che la cometa scoperta da Miss Carolina Herschell ai 7 Novembre 1795, osservata a Berlino da M.r Carl ai 10, a Parigi da M.r Bouvard ai 14 dello stesso mese, ed in seguito da Olbers, da Prosperino, da Zach, e da altri, potesse venire rappresentata dagli stessi elementi ellittici, quantunque le orbite paraboliche in quel tempo calcolate da diversi astronomi non avessero con la presente alcuna rassomiglianza. Olbers nel 1814 era ritornato a discuterne di nuovo le osservazioni, ed aveva ricavato i due sistemi di elementi parabolici che qui riferiamo (*Effemeridi di Berlino* 1814, Zach *Corr. Astr.* vol. II. pag. 505), i quali tuttavia non bene rappresentano il complesso delle osservazioni.

1795.	Passaggio al perielio. T. M. in Parigi.	Longitudine del nodo.	Inclinazione all'ecclittica.	Longitudine del perielio.	Dist. perielia.
I. Sist. Dicembre 21	9ᵃ. 52′. 26″	351°. 15′. 56″	21°. 45′. 11″	160°. 21′. 14″	0, 24521
II. Sist. Dicembre 21	9. 2. 2	351. 58. 47	21. 56. 2	159. 53. 26	0, 24401

Quantunque queste orbite paraboliche molto si allontanino dall'ellisse di Enke, pure rimarcò Olbers, che questa rappresentava con sufficiente esattezza le posizioni osservate, le quali non risultarono del tutto sicure per la incertezza delle stelle di confronto allora impiegate. Queste riflessioni di un astronomo sì rinomato impegnarono il valentissimo calcolatore Enke a rivedere le osservazioni originali conservateci dalla storia, a determinare con nuove osservazioni la posizione di alcune stelle di confronto; ed avendo così formato un quadro ben discusso di osservazioni geocentriche (*Corr. Astr.* vol. II. pag. 603), tentò di rappresentarle in un'orbita parabolica, la quale risultò da quelle di Olbers non molto diversa. Ma siccome gli errori ascendevano tuttavia a quattro minuti, tentò il calcolo di un'orbita ellittica, e trovò che plausibilmente si potevano rappresentare tutte le osservazioni colla seguente, dalle superiori pochissimo diversa:

Passaggio al perielio . . 1795 Dicembre	$21^{g},43881$ T. medio in Seeberg.	
Longitudine del perielio . . . . . =	156°. 49'. 32"	dall'Equinoz. med. 18 Nov. 1795.
Longitudine del nodo . . . . . =	335. 13. 5	
Inclinazione all'ecclittica	13°. 45'. 33"	
Eccentricità . . . . . =	0, 84938906 = sen. 58°. 8'. 43"	
Log. semiasse maggiore . . . . . =	0, 3449907.	

Vide per ultimo, che la medesima orbita rappresentava eziandio le osservazioni della cometa scoperta nel Gennajo del 1786 dagli astronomi Mechain e Messier, come lo stesso Olbers aveva già precedentemente riconosciuto.

Dimostrata così l'identità delle comete apparse negli anni 1786–1795–1805–1818, si accinse a calcolarne la posizione pel prossimo ritorno al perielio del 1822, ad oggetto di presentare agli astronomi un'effemeride per poterla ricercare e comodamente osservare; e per giungere a tutta l'esattezza faceva d'uopo calcolare le perturbazioni prodotte dai pianeti in tutto questo lungo intervallo, non escluso Mercurio, a cui grandemente si avvicina la cometa, e da cui ne sono in conseguenza grandemente alterati gli elementi ellittici. Si accinse egli a questo immenso lavoro con metodi, per quanto pare, suoi proprii, non per anco pubblicati, colla vista di determinare il moto medio con ogni esattezza, da cui soprattutto dipende il passaggio al perielio in ogni apparizione. Cominciò pertanto dal ricercare dalle peculiari osservazioni il passaggio al perielio in ogni apparizione, e trovò i seguenti risultati:

1786 Gennajo 30, ^{g}873. Tempo medio in Parigi.

1795 Dicembre 21, 447.

1805 Novembre 21, 506.

1819 Gennajo 27, 2502.

Applicandovi le perturbazioni che affettano il passaggio al perielio, trovò che pel 1819 la rivoluzione periodica doveva risultare come segue:

dal 1786 al 1795 rivoluzione periodica pel 1819 = $1204,^{g}7$

dal 1795 al 1805 . . . . . = 1204, 2

dal 1805 al 1819 . . . . . = 1203, 7

donde segue una diminuzione progressiva e regolare nel tempo del periodo. Stabilì poi per gli altri elementi i seguenti, che mirabilmente concordano coi superiori:

Longitudine del perielio = π = 156°. 59′. 43″, 8 } dall'Equinozio medio
Longitudine del nodo . . = Ω = 334. 31. 15, 5 } del 1819.
Inclinazione . . . . . = i = 13. 36. 43, 1
Angolo dell' eccentricità = φ = 58. 3. 43, 3.

Per trasportare questi elementi al 1822 conveniva vedere di quanto variassero per l'azione dei pianeti, e soprattutto di Giove, a cui molto avvicinossi la cometa in questo intervallo. Indicando per t il tempo del passaggio pel perielio, e per μ il moto diurno medio, trovò le seguenti variazioni degli elementi:

$$dt = +9,^{g}273;\ d\pi = +9'.32'',7;\ d\Omega = -10'.26'',2;\ di = -16'.7''.2.$$
$$d\varphi = -25'.12'',4;\ d\mu = -7'',40896.$$

Quanto alla rivoluzione, fu in una specie di perplessità per la diminuzione successiva superiormente rammentata: gli sembrò doverla assumere $= 1203,^{g}452$; con che veniva a tenerne conto empiricamente: tuttavia, per abbracciare i casi estremi, stabilì due ipotesi, in una delle quali assunse il tempo periodico che gli sembrò più probabile, cioè $1203,^{g}452$; nell' altra $1204,^{g}452$. Gli risultarono così i due seguenti sistemi di elementi ellittici, ai quali appoggiò le sue effemeridi:

	I. Sistema.	II. Sistema.
Passaggio al perielio .	24 Maggio 0^h	25 Maggio 0^h T. M. in Seeberg.
Log. distanza media =	0,3472191	0,3474612
Longit. del perielio . =	157°. 12'. 7" } Equinozio	
Longit. del nodo . . =	354. 23. 40 } medio.	
Inclinazione . . . . =	13. 20. 36	
Eccentricità . . . . . =	0,8447173 = sen. 57°. 38'. 30"	

Col mezzo di queste due orbite formò una doppia effemeride per la sua reapparizione del 1822, estendentesi dal 2 Aprile sino alla fine di Luglio, dalla quale rendevasi manifesto che poca speranza si aveva di poterla osservare in Europa, per la sua poca elevazione sopra l'orizzonte nei mesi di Giugno e Luglio, quando aver doveva il maggiore splendore.

Il Governo Inglese, che in ogni tempo si è eminentemente distinto per la protezione accordata alle scienze, non trascurò questa circostanza per erigere all'Astronomia un nuovo monumento di gloria. Armata ed equipaggiata una nave per Paramatta, capitale della nuova Galles, la munì delle macchine opportune per le osservazioni astronomiche, e vi fece salire il signor Rumker, ufficiale distinto, ed esercitatissimo tanto nell'arte di osservare, come di calcolare. Giunto a Paramatta, stabilì un osservatorio a gradi 33°. 48'. 55", 5 di latitudine australe, ed a 10^h. 4'. 5", 3 all'oriente di Greenwich; ivi ai 2 Giugno 1822 scuoprì la cometa annunziata da Enke, che continuò ad osservare fino ai 23 dello stesso mese; ed a grande gloria di questo illustre calcolatore si trovò che la effemeride stabilita sul primo sistema si allontanava dal vero appena di 7'; vale a dire, diretto un canocchiale che ingrandisse da 20 a 30 volte al luogo da essa indicato, la cometa trovavasi non solo dentro il campo, ma al centro molto vicina. Le osservazioni di Paramatta giunsero molto a proposito per correggere di nuovo gli elementi del primo sistema, pei quali col metodo dei minimi quadrati ottenne piccolissime correzioni, conservando inalterato l'asse maggiore. Le correzioni del nodo esercitando nelle osservazioni una piccola influenza, rimase questo elemento peggio degli altri determinato.

In tal guisa trovò egli la seguente ellisse, che rappresenta dentro un minuto, sovente dentro pochi secondi, tutte le osservazioni del signor Rumker, eccettuata la declinazione del 7 Giugno 1822, nella quale rimane un errore di 2'. 24", che visibilmente dipende dall'osservazione stessa:

Passaggio al perielio . . . . . 1822, Maggio 24, 01768 T.M. a Seeberg.
Longitudine del perielio . . . . . 157°. 11'. 28", 8 } Equin. medio
Longitudine del nodo . . . . . 334. 19. 31, 9 } del 24 Maggio.
Inclinazione 13, 22. 24, 6
Eccentricità . . . . . = sen. 57°. 37'. 24", 7 = 0, 8445479
Log. semiasse maggiore. . . . . = 0, 3472191.

Le osservazioni di Paramatta confermarono pienamente il sospetto già concepito da Enke, che il tempo periodico della cometa si andasse da una rivoluzione all'altra abbreviando in modo sensibile. Un risultato così inaspettato nel sistema del mondo doveva eccitare necessariamente la curiosità degli astronomi, ed impegnare validamente il sig. Enke, agli sforzi del quale era dovuta tutta la teoria di quest'astro singolare, a ricercarne la spiegazione. Newton stesso, ed i più celebri geometri che vennero dopo di lui, avevano dimostrato col potente soccorso dell'Algebra, che se esistesse disseminato per lo spazio un etere sottilissimo resistente, questi, opponendosi al moto dei pianeti, produrrebbe l'effetto di una forza tangenziale, la quale renderebbe prevalente l'azione solare; quindi verrebbero ad abbreviarsi le distanze loro dal Sole, ed in conseguenza ad accelerarsi il moto diurno medio, con che il tempo della rivoluzione periodica sarebbe pure diminuito. In virtù di questa resistenza il semigrande asse si abbrevierebbe, l'eccentricità dell'orbita terrestre soffrirebbe una continua lenta diminuzione, la longitudine del perielio non soffrirebbe che un cambiamento periodico, i nodi e l'inclinazione non soffrirebbero per questa cagione alcuna variazione.

Da ciò risulta che la resistenza di un etere anche sottilissimo, tendendo ad alterare, per suo primario e principale effetto, la durata delle rivoluzioni medie dei pianeti, avrebbe dovuto manifestarsi nel confronto delle osservazioni antiche colle moderne, prese a diversi intervalli fra loro. Siccome però non si è scoperta la più piccola alterazione nei loro moti medii, così si conchiuse non esistere etere alcuno disseminato per le ampie vie dello spazio, il quale eserciti una sensibile influenza sui movimenti planetarii. Ma come spiegare l'enigmatica accelerazione del moto medio di questa cometa, tanto pronta a manifestarsi anche nel giro di poche rivoluzioni in modo sì evidente e sensibile? Non potendosi risolvere da principio il sig. Enke ad ammettere un etere resistente, tentò se fosse possibile di rappresentare le osservazioni fatte dal 1786 al 1822 nelle sue diverse apparizioni con un cambiamento nella massa

di Giove, e trovò che tutto rappresentavasi a sufficienza aumentandola di $\frac{1}{7}$. Ma, oltre che un tale aumento è fuori del verosimile, rimaneva ancora un errore medio di 44'', troppo forte in vero per essere attribuito alle osservazioni; questo aumento diveniva ancora più inverosimile applicandolo ai perielii del 1786 e del 1822, imperciocchè in tale supposizione si trovavano in difetto il primo di $+ 2,^{g}0$: il secondo di $+ 1,^{g}6$; differenze che non si potevano fare sparire intieramente coll'azione degli altri pianeti, oltre Giove, la quale egli aveva trascurato, non senza essersi assicurato dei limiti entro i quali poteva esercitare la sua influenza. Non gli rimaneva pertanto altro partito da scegliere, che o un'ipotesi di attrazione diversa dalla legge newtoniana, in virtù della quale il pianeta Giove diversamente agisse sulla cometa e sui pianeti del sistema solare, o la presenza di un etere resistente. La prima ipotesi sembra del tutto inverosimile, e tenderebbe a rovesciare per intiero le teorie newtoniane, così bene d'accordo con tutti i fenomeni sinora conosciuti del sistema del mondo, nè alcun indizio presenterebbe di condizioni plausibili da introdursi nel calcolo. La seconda ipotesi spiega in vero fisicamente il fenomeno; ma, per le addotte riflessioni, gli altri fenomeni del sistema del mondo sinora conosciuti ad essa fortemente si opponevano. Ciò nondimeno, alcune plausibili ragioni la rendono probabile per le comete, e queste si riducono in somma alla larga loro superficie congiunta con una tenuissima massa, in virtù di che quell'etere, il quale non produce una sensibile resistenza, e non induce una notabile forza ritardatrice nei movimenti dei pianeti dotati di una grandissima densità in confronto di quella delle comete, sia valevole a manifestarsi prontamente in questi rari ammassi moventisi per lo spazio (1). Che tenuissima

(1) A queste ragioni danno forte appoggio le sagaci discussioni del chiarissimo nostro Italiano Fabrizio Mossotti, ora Professore di Fisica in Buenos-Aires, lette alla Società Astronomica di Londra, ed inserite nella parte I. del II. vol. de' suoi Atti, pag. 55, London 1826. In questa sua interessantissima Memoria, partendo dalle formule fondamentali della Meccanica, viene ricercando il rapporto fra l'accelerazione del moto medio prodotto dalla resistenza di un etere nei pianeti, i volumi dei quali rimangono costanti nelle loro rivoluzioni intorno al Sole, e nelle comete che variano continuamente di forma e di grandezza, ricevendo nelle vicinanze del perielio una sensibilissima dilatazione, prodotta, com'è probabile, dall'azione dei raggi solari. Dietro alcune ipotesi sulla legge di questa dilatazione, rese plausibili dalle osservazioni, trovò che la resistenza di un etere valevole a produrre nell'attuale cometa la osservata accelerazione del moto medio farebbe variare l'anomalia media di Mercurio in capo a 100 anni di soli 49'',5; lo che produrrebbe nelle sue longitudini geocentriche la differenza di 31'',2; quantità pic-

sia la densità delle comete, nessuno osò rivocarlo in dubbio; ce lo persuade il loro primo aspetto, perocchè piuttosto ad un corpo non per anco giunto alla intiera sua conformazione, ad un ammasso di vapori, ad una nebbia si possono assomigliare, che a corpi ridotti ad un certo stato di solidità. Quel centro stesso, che appellasi nucleo, non si può il più delle volte assegnare e distinguere con precisione; apparisce informe, mal terminato, e come involto in un largo inviluppo di materia rarissima, variabile e nebulosa. Non mancano osservazioni di interposizioni di comete fra le stelle ed il nostro occhio: queste sono state per lo più continuamente vedute in tutto il loro splendore; ed anche sembrò talvolta che la luce delle stelle ricevesse, frammista a quella delle comete, maggior risalto, e ce ne facesse aumentare la grandezza. Ecco alcuni fatti che per la loro singolarità meritano di essere riferiti.

Il celebre nostro consocio Piazzi, non ha guari mancato all'onore delle scienze, osservò una piccola stelluccia dietro il disco, od almeno in grandissima vicinanza del centro del nucleo della bella cometa del 1811, e riferisce tale interessante osservazione nella sua operetta, intitolata *Della Cometa del* 1811 *osservata nella Specola di Palermo*, con le seguenti parole, pag. 12: « Finalmente li 24 Dicembre con un cielo bellissimo si osservò una piccola » stelluccia sul disco stesso della cometa, ossia dentro i limiti fra i quali ap- » pariva che fosse circoscritto il nucleo; la distanza della stella si stimò dagli » orli mezzo minuto, e dal centro un minuto, talchè il diametro sarebbe stato » di tre minuti circa ..... la posizione apparente della stella veduta era » $AR = 306^{\circ}. 17'. 30''$; declinazione $= 1^{\circ}. 52'. 26''$ bor. Questa stella non » si trova in alcun catalogo. » L'autore non dice qual grandezza avesse; la riferisce però nel suo insigne catalogo sotto il N. 197. dell'Ora XX., attribuendole la 12.ª grandezza con la seguente nota:

« 197. Cum die 24 Dicembris an. 1811 per cometae illius anni atmo- » sphaeram exigua quaedam stellula hic observata fuisset, et in opusculo (*Della* » *Cometa del* 1811 *osservata nella Specola di Palermo*) ut talis tradita, » eruditissimo equiti Jonville, tunc Panormi degenti, ex Anglia cl. Wollaston » rescripsit, quam ego stellam credideram, probabiliter fuisse cometae nu- » cleum. Mense igitur Augusti anni 1812 diligenter inquisivi num supposita » stella revera existeret, an non, et hanc inveni, quae cum illa omnino con-

cola, di cui non si può rispondere nel confronto delle antiche con le moderne osservazioni. Dietro questi risultati assegna anco la densità dell'etere, che trova circa 360000 milioni di volte minore di quella dell'aria atmosferica.

» venit quoad locum, et solum differt quoad magnitudinem. Prior enim aesti-
» mata fuerat 9.ae magnitudinis, posterior 12.ae magnitudinis. Sed alia stella,
» nempe 149 hujus horae, quae per cometae atmosphaeram apparebat 5.ae ma-
» gnitudinis, in ipsius ad meridianum appulsu, inventa est tantum 7.ae magni-
» tudinis. Phoenomenon sane singulare, quod hujus cometae atmosphaera stel-
» larum lucem potius auxerit, quam minuerit. »

Il sig. Valz di Nimes ai 16 Ottobre 1825 osservò un'altra simile occultazione di una stella fatta dalla bella cometa del Toro mentre si avvicinava a scomparire dal nostro orizzonte per mostrarsi agli abitatori dell'emisfero australe. Questa osservazione, minutamente descritta da questo abile astronomo, trovasi riferita nel XXIV. volume della Corrispondenza di Zach in una lettera scritta in francese, di cui qui trascriviamo la traduzione, perchè da essa vie più confermasi la diafaneità e somma rarità della materia componente questi speciosi corpi del sistema solare.

« Questa bella cometa ha offerto una circostanza favorevolissima per una
» bella osservazione tanto rara, quanto interessante, di cui mi sono dato pre-
» mura di approfittare. Il 16 Ottobre (1825), a $10^h.50'$ di tempo medio,
» quest'astro seguiva la 12.a stella della pag. 101 del *Coelum Australe* (di
» la Caille), e la direzione del movimento indicava che passerebbe avanti di
» essa. A $11^h.20'$ non era più in ritardo che di $15''$; lo che mi fece inter-
» rompere ben tosto dopo $10'$ le osservazioni, per seguire più attentamente le
» circostanze del fenomeno con un canocchiale di Dollond a grande aper-
» tura (42 linee), dell'ingrandimento 70. A $11^h.47'$ (i secondi sarèbbero il-
» lusorii) essa mi sembrò, per quanto fu possibile giudicarlo, corrispondere al
» centro stesso della nebulosità, ove io non poteva distinguere precisamente il
» nucleo tagliato (dalla stella), ma soltanto una più forte condensazione di lu-
» ce, che si indebolì al punto di essere appena sensibile allorchè la stella per-
» venne alla sua metà: questa non vi provò che una debole diminuzione nella
» chiarezza, di modo che di 7.a gr. si ridusse al più all'8.a Non mi fu possibile
» riconoscere alcuna deviazione nel cammino della luce attraverso la nebulo-
» sità. A $11^h.52'$ sembrò giunta al bordo apparente (rapporto alla stella che
» non lasciava distinguere il vero); a $12^h.7'$ era già fuori di ogni nebulo-
» sità ec. »

La cometa del 1770 passò in grandissima vicinanza di Giove, ed attraversò il sistema de' suoi satelliti, senza che per questo accidente siasi potuto scoprire la più piccola alterazione nei loro movimenti (*La Place Mec. cel.*

vol. IV. pag. 232). Diverse comete sonosi grandemente avvicinate alla Terra, senza che la durata della sua rivoluzione periodica siasi sensibilmente alterata.

Per le quali cose tutte siamo autorizzati a riguardarle (siccome di sopra si è asserito) come corpi rarissimi, di molta estensione e di tenuissima massa, sicchè la più piccola resistenza di un etere anche sottilissimo possa indurre in loro una forza ritardatrice, tale da manifestare il suo effetto nei loro movimenti intorno al Sole; e quantunque operi una sì fatta forza anche nei pianeti, l'effetto per la sua piccolezza, e per la recente data delle buone osservazioni, non si è per anco manifestato.

Per tutte queste ragioni il signor Enke si persuase ad ammettere la presenza di un etere sottilissimo, per la cui resistenza spiegò l'accelerazione del moto periodico: partì dalla supposizione, che questo fosse ovunque disseminato in comunicazione col Sole, diminuente in densità in ragione inversa dei quadrati della distanza dal Sole, ed operante una resistenza proporzionale al quadrato della velocità lineare della cometa. Assunte queste ipotesi nel calcolo, trascurando l'ineguaglianza periodica sulla longitudine del perielio, trovò che chiamando u'' l'accelerazione del moto medio diurno in fine di ogni rivoluzione, l'eccentricità doveva diminuire di $35,236.u''$. Ricavando pertanto la detta accelerazione u'' dalle discussioni sull'abbreviamento osservato nel periodo nelle precedenti rivoluzioni, trovò che tutto plausibilmente conciliavasi, ponendo $u'' = +0'',1199$; $d\varphi = -4'',225$; φ indicando l'angolo di eccentricità. Dietro questa ipotesi, il tempo del passaggio pel perielio nelle rivoluzioni compite al 1786 ed al 1822 non risulta in errore che di $0,^{g}03$; $0,^{g}84$; differenze di gran lunga minori di quelle accennate superiormente colla variazione della massa di Giove. Gli elementi ellittici dell'orbita, avuto riguardo alle perturbazioni ed alla resistenza dell'etere, furono, per le apparizioni osservate dal 1795 al 1819, determinati come segue, rapporto all'equinozio medio:

Elementi dell'orbita.	Passaggio al perielio. 1795 Dicembre. 21,47584. T. medio in Parigi.	Passaggio al perielio. 1805 Novembre. 21,49766. T. medio in Parigi.	Passaggio al perielio. 1819 Gennajo. 17,26634. T. medio in Parigi.
Longit. del perielio.	156°. 32'. 0'', 4	156°. 43'. 52''. 0	156°. 58'. 2'', 1
Longit. del nodo . .	334. 17. 35, 2	334. 23. 52, 3	337. 32. 50, 1
Inclinazione	13. 39. 33, 6	13. 32. 42, 7	13. 36. 32, 8
Eccentricità	0, 8484604	0, 8464956	0, 8484851
φ	58°. 2'. 40'', 62	57°. 49'. 7'', 14	58°. 2'. 50'', 24
Moto diurno sider. .	1076'', 33387	1073'', 24389	1076'', 86590
Log. a	0, 3453731	0, 3462055	0, 3452300

Determinato così con quella precisione, che dalla difficoltà dell'argomento potevasi sperare, la rivoluzione periodica della cometa, fu facile comprendere che nell'estate del 1825 doveva di bel nuovo ritornare al suo perielio, ed in vicinanza alla Terra in tale posizione, che sarebbesi comodamente potuta osservare nei nostri climi boreali; lo che impegnò di nuovo il signor Enke a darne una esattissima effemeride, di giorno in giorno calcolata ai decimi di secondo dal primo Luglio fino a tutto Agosto di detto anno per $13^h. 33'. 26''$ di tempo medio al meridiano di Greenwich, corrispondenti a $14^h. 20'. 57''$ del nostro meridiano; e tanto ne fu limata la teoria, che le osservazioni non si allontanarono dall'effemeride più di un minuto. Gli elementi ai quali egli appoggiò la sua effemeride, trasportati all'epoca del passaggio al perielio pel 1825, sono i seguenti (*Astronomis. Nachr.* vol. IV. pag. 214):

Passaggio al perielio . . .	1825 Settembre $16^g,28544$	T. medio in Parigi.
Longitudine del perielio	$= 157^\circ. 13'. 30'', 8$	dall'Equinozio medio del 16 Settembre.
Longitudine del nodo	$= 334.\ 27.\ 5,\ 9$	
Inclinazione	$= 13.\ 21.\ 55,\ 6$	
Eccentricità = sen. φ	$=$ sen. $57^\circ. 40'. 18'', 2$	
Moto diurno siderale	$= 1070'', 34000$	
Log. semiasse maggiore	$= 0, 3469899.$	

Comparve questa volta nel vasto e spinoso campo un altro valentissimo calcolatore ed astronomo sig. Barone Damoiseux, conosciuto già per la sua bella ed importante Memoria sul ritorno della cometa di Halley pel 1834, premiata dalla Reale Accademia di Torino, ed inserita nel XXXIV. vol. de' suoi Atti, per le recenti tavole lunari, ed altre interessanti produzioni astronomiche. Le posizioni però assegnate da questo valente calcolatore, riferite nelle effemeridi parigine per l'anno 1827, differivano da quelle di Enke di 7° in 8°; e senza il soccorso del grande e minuto lavoro di quest'ultimo sarebbe stato difficile di ritrovarla: lo che devesi attribuire ad un errore di calcolo nel passaggio dagli elementi ellittici alle posizioni geocentriche; il qual tristo accidente, se non deve per una parte recar meraviglia, a motivo della prolissità e lunghezza di tal sorta di calcoli, deve per l'altra impegnare molti astronomi ad occuparsene contemporaneamente, affinchè dal confronto dei loro risultati più facilmente sorga quell'unico vero che ricercasi.

Eccoci ormai giunti all'anno 1825, in cui speravasi di decidere la questione sulla resistenza dell'etere; tutti gli astronomi dei più rinomati stabili-

menti di Europa attendevano con impazienza il ritorno della cometa, e primo ad osservarla fu il sig. Harding di Litieuthal, il quale la vide fino dai 26 di Luglio. Era allora sommamente debole, e non potè farne che un' incerta osservazione, la quale confrontata colla effemeride dava la piccolissima differenza di — 2'. 18" in *AR*, e di + 2'. 11" in declinazione. Ai primi di Agosto fu veduta in pressochè tutte le specole fornite di opportuni stromenti, e fra noi ebbe merito di priorità nell'osservarla il signor Carlini di Milano, il quale la ravvisò nella notte dei 7 agli 8 Agosto, e nei giorni seguenti fu quasi contemporaneamente veduta dappertutto colla scorta delle effemeridi, che continuarono a rappresentarne egregiamente il corso per tutta la durata della sua apparizione.

Nel nostro Osservatorio era io allora occupato per ordine superiore nell' osservazione dei segnali a polvere accesi sul monte Baldo, per determinare la differenza di longitudine fra Milano, Padova, Venezia e Fiume, i quali mi tenevano distratto per tutta la notte sino agli 11 di Agosto; il mio collega ed amico Bertirossi-Busatta, oppresso dalla grave malattia che poi con nostro comune rammarico troppo immaturamente lo rapì, non potè occuparsene. Rimasto libero dalle osservazioni dei segnali, la ricercai la notte dei 12 Agosto, e con mia grande sorpresa, situato avendo il bello e grande equatoriale di questo Osservatorio sul luogo indicato dalla effemeride, al primo aspetto si presentò nel mezzo del campo, abbastanza splendente, informe e senza coda sensibile, come se fosse stato uno dei vecchi pianeti, le cui tavole sì mirabilmente corrispondono al fatto per gli sforzi riuniti di tanti secoli. La serie regolare delle osservazioni da me fatte, riferite qui in fine, comincia al giorno 12 Agosto, e compiesi col 2 Settembre; nella qual epoca, chiamato ad altre occupazioni, dovetti abbandonare l'Osservatorio.

Le osservazioni tanto moltiplicate ed esatte, fatte in questa circostanza dagli astronomi, aggiunsero nuovo peso alla ipotesi del sig. Enke; imperciocchè fu per esso palese che le posizioni da quella dedotte mirabilmente convenivano con le osservate. Ritenendola pertanto come sufficientemente dimostrata, di bel nuovo si applicò al calcolo degli elementi ellittici per la reapparizione del 1828, e produsse un' altra effemeride in gradi e minuti, estendentesi dal 26 Luglio fino al 31 Dicembre, per poterla facilmente ricercare e seguire in quella circostanza. Gli elementi ellittici, ai quali giunse, furono i seguenti:

Passaggio al perielio . . . 1829 Gennajo 9,72		Tempo medio in Parigi.
Anomalia media M	$= 0^\circ. 0'. 2'',83$	
Moto diurno medio siderale μ. . . .	$1069'',87573$	
Longitudine del perielio . . . $\pi =$	$157^\circ. 17'. 26'',2$	dall'Equinozio medio del 9 Gennajo.
Longitudine del nodo . . . . $\Omega =$	$334. 28. 47, 1$	
Inclinazione . . . . . $i =$	$13. 20. 47, 9$	
Angolo dell'eccentricità . . . $\varphi =$	$57. 38. 25, 3$	

Prevenne in pari tempo gli astronomi, che per la sua grande debolezza difficilmente sarebbesi veduta prima del finire di Ottobre.

Le osservazioni di quest' anno pienamente corrisposero alle sue predizioni, imperocchè non fu possibile travederla che agli ultimi giorni di Ottobre. Col primo di Novembre comincia la serie regolare delle osservazioni fatte in questa nostra Specola promiscuamente da me e dall' egregio mio collega e socio nostro sig. Dott. Carlo Conti, il quale pure si è assunto l'incarico della loro riduzione all'equatore, i cui risultati in fine io vi presento.

La resistenza di un etere sottilissimo sembrerebbe posta fuori di dubbio dopo le osservazioni di queste ultime due apparizioni, e specialmente dopo quella del 1828; poichè sensibilissima, ed ascendente a circa 40", avrebbe dovuto essere la differenza nei luoghi geocentrici dipendentemente da questa causa. Tuttavia non potrà peranco riguardarsi che come una sufficiente spiegazione empirica dei fenomeni osservati, e converrà attendere una lunga serie di rivoluzioni, e più ancora i prossimi ritorni al perielio della cometa di Biela, di cui fra poco parleremo, e di quella di Halley, per vedere se in essi pure manifestisi traccia dell'accennata resistenza, o se piuttosto convenga ricorrere ad una minuta revisione della teoria newtoniana dell'attrazione, siccome opina il chiarissimo Plana in una sua bella e profonda discussione sulle alterazioni prodotte dalla resistenza dell'etere, nel vol. XIII. della Corrispondenza di Zach. Non vuolsi dimenticare, che altri fenomeni del sistema del mondo, come il moto dell' apogeo lunare, l'equazione secolare del moto medio lunare, le variazioni osservate nei moti medii di Giove e di Saturno, furono da principio reputati contrarii alla semplicissima legge di Newton, e che in seguito per gli studii dei sommi geometri Clairaut e la Place ne formarono la più bella e la più luminosa riprova.

Notizie intorno alle altre Comete del 1825.

Dopo quanto abbiamo riferito sulla cometa di Enke, ragion vuole che diciamo eziandio qualche cosa intorno alle altre scoperte nel corso dell'anno 1825, nelle quali si abbatterono Pons ed altri diligentissimi osservatori, ricercando per lo più la cometa a breve periodo, che per le cose sopraddette veniva da tutti aspettata.

I. *Cometa del* 1825.

Fu questa scoperta a Marsiglia da M.r Gambard, degno successore dei Messier e dei Pons in quel bel cielo, reso celebre per le molte comete ivi scoperte dalla indefessa loro attività e vigilanza, ai 19 Maggio verso 3 ore della mattina, fra la testa di Cassiopea ed il braccio dritto di Andromeda, avendo 5° o' di *AR*, 48°. 22' di declinazione boreale. Occupato io in quell'anno nelle osservazioni dei segnali, non potei osservarla: il sig. Carlini in Milano la seguì fino ai 26 di Giugno, e sulle proprie osservazioni determinò la seguente orbita parabolica:

Passaggio al perielio . . . . 1825 Maggio 30,781 T. medio in Milano.
Distanza perielia . . . . . = 0,88945
Longitudine del perielio . . . . . = 273°. 33'. 38"
Longitudine del nodo . . . . . = 20. 0. 20
Inclinazione dell' orbita . . . . . = 56. 41. 20"; moto retrogrado.

II. *Cometa del* 1825.

La seconda cometa fu scoperta dal signor Pons mentre stava per partire da Lucca, e recarsi al nuovo campo delle sue glorie in Firenze, ivi invitato dall'ottimo Principe che regge i destini della Toscana. L'Osservatorio di Marlia essendo stato a quell'epoca smontato, non potè egli prenderne che alcune configurazioni con le stelle vicine, dalle quali venne in sospetto che fosse questa la tanto aspettata cometa di Enke. Fu solo dopo il suo arrivo in Firenze, che comunicata la scoperta al Padre Inghirami, astronomo delle scuole pie, potè questi regolarmente determinarne la posizione nella notte dei 29 ai 30 Luglio nel modo seguente:

29 Luglio 15h. 16'. 36" T. medio in Firenze *AR* = 63°. 13'. 52";
Decl. bor. = 23°. 53'. 6".

Dietro questa osservazione fu facile comprendere non essere questa la co-

meta attesa di Enke. Comunicatane agli altri astronomi la notizia, fu generalmente osservata sotto il nome di *Cometa del Toro* del 1825. Il primo ad assegnarne l'orbita fu il sig. Capocci, astronomo aggiunto al Regio Osservatorio di Napoli; indi il sig. Hansen, degno successore di Enke all'Osservatorio di Seeberg, ne calcolò pure l'orbita parabolica. Si potè agevolmente comprendere da questi primi abbozzi, che sarebbesi in seguito veduta molto splendente ad occhio nudo; che per qualche tempo sarebbe scomparsa, passando nell'emisfero australe per ricomparire di nuovo fra non molto sul nostro orizzonte, finchè allontanatasi da noi si sottraesse ai nostri sguardi per mostrarsi forse a più tarde generazioni.

La serie delle osservazioni fatte in questa Specola comincia col 24 di Agosto: la cometa era allora piccola, informe, non bene distinguibile ad occhio nudo; indi ben presto aumentatasi di grandezza e di splendore, potè vedersi ad occhio nudo. In Ottobre formava già di sè comune spettacolo: nella sera del 6 Ottobre fu osservata con un buon acromatico di Frahunofer di quattro piedi; aveva una coda lunga circa 7°, divisa in due rami un poco piegati e disuguali. Il nucleo veduto con l'ingrandimento 64 appariva splendente, circondato da forte nebulosità; dove le code sembravano separarsi, appariva più rara la nebula. Coll'ingrandimento 126 il nucleo non compariva rotondo, e sembrava come agglomerato di tre corpicciuoli luminosi. La sera del 14 Ottobre, essendo già giunta ai $34^{\circ}\frac{3}{4}$ di declinazione australe, molto illanguidita pei vapori prossimi all'orizzonte, fu l'ultima in cui si potesse vedere innanzi la sua discesa sotto l'orizzonte. Ritornata dall'emisfero australe, non si potè osservare in grazia dei cattivi tempi avanti la sera del 1.° di Maggio. Appariva allora come una larga nebulosa, di luce molto languida, vicinissima al posto assegnatole da un'effemeride calcolata sugli elementi di Hansen. Si continuò ad osservarla presso di noi fino al giorno 31 dello stesso mese.

Il sig. Capocci corresse la prima sua orbita parabolica col concorso delle osservazioni posteriori; Hansen tentò il calcolo dell'orbita ellittica, che corresse in seguito sul complesso di tutte le buone osservazioni. Ecco i risultati di questi due valenti calcolatori:

Orbita parabolica di Capocci.	I. Orbita ellittica di Hansen.	II. Orbita ellittica di Hansen.
Passaggio al perielio. 1825 Dicembre. 10, 60100 T. medio di Napoli.	Dicemb. 11, 48951 g T. medio di Seeberg.	Dicembre 11, 29767 g T. medio di Seeberg.
Longitudine del perielio = 318°. 44'. 26"	318°. 11'. 2", 0	318°. 15'. 13", 9 } Eq. Med.
Longitudine del nodo . . = 215. 43. 51	215. 37. 26, 4	215. 39. 17, 9 } del 1. Sett.
Inclinazione dell'orbita . = 33. 30. 24	33. 37. 46, 2	33. 35. 9, 56
Log. distanza perielia . . = 0, 0930643	= 0. 092180	0. 0923926
Eccentricità	0. 9765025	0. 9817028
Tempo della rivoluzione	382 An. Giul.	556 An. Giul.
Moto retrogrado.		

III. *Cometa del* 1825 *nella costellazione del Cocchiere.*

Abbiamo veduto come il sig. Pons scoprisse la cometa del Toro, ricercando quella di Enke; annunziata e consegnata la sua scoperta al Padre Inghirami, si diede di nuovo a ricercare la tanto aspettata vagabonda, e dopo due notti di minutissima perlustrazione scoprì una tenuissima nebulosità nella costellazione del Cocchiere, che tosto indicò allo stesso Inghirami, affinchè con buone macchine ne determinasse la posizione, non dubitando che fosse la cometa di Enke; tanto più, che alla sua debolezza gli sembrava riconoscervi la già nota fisionomia. Pochissime osservazioni si poterono fare di questa cometa molto difficile a vedersi. Non sono a mia notizia che quelle fatte dal Padre Inghirami ad un buon micrometro circolare di Frahunofer, ed alcune del signor Harding di Gottinga, che per sua parte la scoprì ai 23 Agosto, e continuò ad osservarla fino al 26. Il sig. Clausen prese a discutere le osservazioni fiorentine: determinando prima la posizione apparente delle stelle di confronto, ricavò le seguenti posizioni della cometa (*Astron. Nach.* vol. IV. pag. 326), le quali alcun poco differiscono da quelle date da Inghirami nella Corrispondenza di Zach, in grazia delle piccole variazioni indotte nei luoghi delle stelle di confronto.

1825.	T. medio in Firenze.	*AR* della cometa.	Declinazione della cometa.
Agosto 10	14h. 48'. 2"	83°. 2'. 12"	+ 39°. 21'. 57" ::
11	13. 29. 35	83. 34. 45	38. 3. 4
—	13. 50. 2	83. 34. 59	38. 2. 43
12	13. 26. 39	84. 10. 4	36. 40. 47
—	13. 57. 19	84. 11. 1	36. 39. 2
20	15. 42. 25	89. 25. 3	29. 51. 37 ::
22	15. 0. 12	90. 50. 49	18. 44. 4
23	15. 10. 56	91. 36. 29	16. 32. 59 ::
—	15. 19. 21	91. 36. 35	16. 30. 17 ::
24	14. 36. 37	92. 21. 2	14. 16. 21
—	15. 6. 25	92. 22. 6	14. 13. 22 ::
25	15. 34. 58	93. 10. 7	11. 48. 55
—	15. 39. 10	93. 10. 15	11. 47. 5

Dalle osservazioni dei giorni 11, 20, 25 Agosto ricavò lo stesso Clausen la seguente orbita parabolica, la quale rappresenta lodevolmente sì le osservazioni precedenti, come anco quelle pubblicate dal signor Harding:

Passaggio al perielio . . Agosto $18^{g},73867$ del 1825 T. medio in Altona.
Log. distanza perielia . . . . . = 9,9461924
Longitudine del perielio . . . . . = 192°. 56′. 9″,5 } Equinoz. medio
Longitudine del nodo . . . . . = 15. 37. 54, 1 } o Gen. 1825.
Inclinazione. . . . . = 89. 41. 47″
Moto diretto . . . . . .

La quarta cometa, osservata in quest' anno, è quella a breve periodo, di cui abbiamo sopra diffusamente riferito la storia; traveduta forse da Pons la sera dei 15 Luglio avanti la sua partenza da Lucca, e senza esitazione ritrovata da Harding ai 26 dello stesso mese, ed in seguito ai primi di Agosto generalmente osservata dagli altri astronomi, siccome si è indicato di sopra.

V. *Cometa dell' anno* 1825 *nella costellazione dell' Eridano.*

Quattro comete, vedute ed osservate con tanta assiduità negli ultimi mesi di quest' anno, sembravano già una messe sufficiente per quelli che erano assuefatti a non vederne se non di raro, o tutto al più una per anno, e pochi avrebbero potuto attenderne una quinta. Ma così fu in fatto; giacchè nel tener dietro al corso di quelle delle quali abbiamo di sopra dato la relazione, l'instancabile Pons nella notte del 6 al 7 Novembre, verso un' ora del mattino, ne ritrovò un' altra piccolissima, debolissima, difficile ad osservarsi, sulla costellazione dell' Eridano, la quale fu assiduamente seguíta a Firenze ed a Napoli. I vapori di quella stagione e la debolezza della sua luce impedirono di poterla qui ritrovare dietro il suo primo annuncio. Frattanto il signor Clausen, sulle osservazioni che si potè procurare, ne calcolò un' orbita ellittica, che mi venne comunicata dal Padre Inghirami, e colla sua scorta la ritrovai 'l dì 25 Febbrajo 1826, debole sì, ma molto vicina al luogo calcolato, e continuai a vederla fino al giorno 6 del seguente Aprile. Le osservazioni di questa cometa sembrarono annunziare un'orbita ellittica, ed anco a taluni un'orbita iperbolica; delle quali discrepanze devesi ripetere la cagione dalla sua grande distanza perielia, e dalla lentezza del moto eliocentrico da essa dipendente. Riuscì finalmente al signor Nicolai, astronomo di Mannheim, di rappresentare lodevolmente tutte le osservazioni nell' orbita parabolica che qui soggiungiamo:

Passaggio al perielio . . . 1826 Aprile 21,^{5}94152 T. medio in Mannheim.
Log. distanza perielia . . . . . = 0,3027426
Longitudine del perielio . . . . . = 116°.59'.27",5
Longitudine del nodo ascendente . . . = 197. 36. 33, 6
Inclinazione dell'orbita . . . . . 40. 0. 25, 6; moto diretto.

Comete scoperte nell'anno 1826.

Quest'anno, al pari del precedente copioso per l'apparizione di nuove comete, è ugualmente osservabile per la singolarità del loro corso, e pel breve periodo attribuito ad una di esse, che forma appunto la prima della serie, scoperta nella costellazione della Balena. Il primo annunzio ne fu dato agli astronomi d'Italia e di Francia dal signor Gambard di Marsiglia, il quale la osservò per la prima volta la notte del 9 al 10 di Marzo, e continuò poscia la serie delle sue osservazioni sin verso il finire di Aprile con molta assiduità. Si seppe in seguito, che un distinto ufficiale delle nostre armate, il sig. Capitano Biela, lo aveva preceduto nella scoperta di questa cometuscola, avendola per sua parte ritrovata fino dal giorno 28 del precedente Febbrajo. Fu osservata anco in tutti gli Osservatorii d'Italia, a fronte della debolezza della sua luce. La serie delle mie osservazioni comincia col giorno 25 Marzo, e compiesi col giorno 2 Maggio, alla qual epoca era divenuta sommamente debole: forse sarebbesi ancora osservata; ma lo stato torbido dell'atmosfera impedì nelle seguenti sere di più ricercarla; ed anche molto incerta, per la stessa cagione, risultò l'osservazione del 2 Maggio.

Non si poterono plausibilmente rappresentare le sue osservazioni nella consueta ipotesi parabolica; e gli stessi scuopritori Biela e Gambard vi osservarono una grandissima analogia con le orbite assegnate a due comete apparse nell'anno 1772 e alla fine del 1805, a segno di sospettarne l'identità; ma devesi al signor Clausen l'onore di averne con molta felicità rappresentato le osservazioni in un'ellisse con un periodo di 2438 giorni. Gli elementi, ai quali pervenne, sono i seguenti:

Passaggio pel perielio . . . 1826 Marzo 18,49297 T. medio in Altona.
Log. semiasse maggiore = 0,5496086
Eccentricità . . . . = sen. (48°.12'.28"75) = 0,745569
Longitudine del perielio = 109°.53'.29",7
Longitudine del nodo. . = 251. 27. 19, 7
Inclinazione . . . . . = 13. 32. 52, 0; rivoluzione = 2438 giorni.
Moto diretto.

Resa per questi elementi evidente l'identità della cometa attuale con quella osservata nei mesi di Novembre e Dicembre del 1805, il signor Gambard si accinse a rappresentarne le osservazioni in una stessa ellisse. Dovendo in questo intervallo essere passata tre volte pel suo perielio, fissò la durata della rivoluzione a $6,^{an}737$, ossia a 2461 giorni; con che per la terza legge di Keplero veniva a stabilirsi il semiasse maggiore = 3,567050. Cercò pertanto di soddisfare separatamente alle osservazioni del 1805 e del 1826 con un' orbita ellittica avente questo semiasse maggiore, e giunse ai seguenti risultati, che non lasciano alcun dubbio sulla identità delle due comete, mentre nello spazio di pochi secondi rappresentano tutte le buone osservazioni (*Astron. Nachr.* vol. V. pag. 126).

Passaggio al perielio 1826 . .	$77,^{g}97723$ T. medio dalla mezzanotte in Marsiglia.	1806, $2,^{g}4807$ T. medio dalla mezzanotte in Parigi.
Semigrand' asse.	3,567050	. . . 3,567050
Eccentricità.	0,7470093	. . . 0,745784
Distanza perielia	0,902430	. . . 0,906801
Longitudine del perielio. .	109°. 51′. 22″ } dall' Eq.	. . . 109°. 32′. 23″
Longitudine del nodo. . .	251. 26. 9 } 9 Marzo.	. . . 251. 15. 15
Inclinazione	13. 33. 15	. . . 13. 38. 45
Rivoluzione.	2461 giorni.	. . . 2461 giorni.
Moto diretto.		

Una cometa di sì pronta rivoluzione è per l'Astronomia una scoperta di somma importanza, imperciocchè può condurre a molte belle ed utili conseguenze intorno alla resistenza dell' etere adottata dal sig. Enke per ispiegare l'accelerazione dell' altra cometa a breve periodo, di cui sopra abbiamo riferito l' istoria. Ciò ha impegnato il sig. Damoiseau ad intraprendere il calcolo delle perturbazioni planetarie, che hanno dovuto alterare gli elementi ellittici fra il 1806 ed il 1826, ed ha trovato (*Connaissence des temps*, an. 1830, pag. 54) che la rivoluzione media di $2460,^{g}1627$, risultante dal confronto dei passaggi al perielio in questi due anni, era troppo piccola pel primo di $2,^{g}4730$, troppo grande nel secondo di $4,^{g}9865$, di modo che nel calcolo delle osservazioni fatte nelle due indicate epoche devesi pel 1806 impiegare un' ellisse $2462,^{g}6360$, e pel 1826 di $2455,^{g}1762$. Ad oggetto di poterne facilitare le osservazioni nella sua prossima reapparizione del 1832, ha lo stesso Damoiseau calcolato le perturbazioni che soffrirà per parte di Giove, di Saturno e della Terra in questo periodo, ed ha trovato che tornerà al perielio dopo $2445,^{g}5120$, venendo fortemente da Giove in questa volta abbreviato il tempo

della rivoluzione periodica. Gli elementi ellittici trasportati al tempo del prossimo passaggio al perielio saranno, giusta i suoi risultati, i seguenti:

Tempo del passaggio al perielio . . .	1832 Novembre 27,^{g}4808 T. medio dalla mezzanotte in Parigi.
Longitudine del perielio	109°. 56′. 45″
Longitudine del nodo ascendente	248. 12. 24
Inclinazione	13. 13. 13
Eccentricità	0,7517481
Semigrand'asse	3,53683.

Su questi elementi il signor Gambard ha costruito un'effemeride per facilitarne la ricerca, estendentesi dai primi giorni di Agosto sin verso la fine di Novembre. Quest'orbita rende possibile un grande avvicinamento della cometa alla Terra nella serie indefinita delle rivoluzioni di questi due corpi. Ciò ha sparso presso alcuni il timore, che nel suo prossimo ritorno al perielio potesse incontrarsi realmente colla Terra, ed urtandovi produrre un soqquadro universale: ma tale funesta circostanza non avrà luogo; imperciocchè mentre la cometa si troverà nella maggiore vicinanza all'orbita inalterabilmente dalla Terra descritta nell'ecclittica, questa ne sarà lontana per più di un mese, e la loro distanza scambievole rimarrà sempre superiore alla metà della distanza solare. Donde sorsero adunque i timori e le stravaganze che i nostri fogli giornalieri spacciarono con l'aria del sarcasmo e della derisione nello scorso anno? Da una mala interpretazione dei calcoli di Olbers e di Damoiseau, poichè con una leggierezza inconcepibile presero il grossolano equivoco, che la Terra e la cometa si trovassero *contemporaneamente nel nodo*, mentre non fu indicata altra circostanza, che *se* ivi contemporaneamente si trovassero, sarebbero ad una grandissima vicinanza. Fu nel medesimo tempo avvertito, che ciò non avrebbe avuto luogo nella presente occasione, ed essere infinitamente piccola la probabilità di un tale avvenimento anche in una grandissima serie di rivoluzioni e di secoli. (Vedasi il N. 128. delle *Notizie Astronomiche* di Schümacher, vol. VI. pag. 155 e seg.)

II. *Cometa del* 1826 *nella costellazione di Orione.*

Il signor Flauguergues di Viviers, ricercando la cometa precedente, dietro l'avviso avutone da Gambard e da Biela, s'incontrò la sera del 29 Marzo in una piccola cometa nebulosa, che non poteva vedere se non con un buon acromatico di 40 pollici di fuoco, e credette di aver trovato l'astro annunciatogli. Le sue osservazioni originali giungono fino al 6 Aprile; ridotte dal signor

Peters, la dimostrano una nuova cometa, la seconda scoperta in quest'anno. Non mi sono note che queste poche osservazioni, ed ignoro se alcuno abbia per anco procurato di trarne da esse l'orbita. Vengono riferite nel quinto volume delle più volte citate *Notizie Astronomiche*, pag. 457–466.

III. *Cometa del* 1826 *nella costellazione dell'Eridano.*

La sera del 7 Agosto il signor Pons scuoprì presso l'11.ma dell'Eridano una nuova piccolissima cometa, spoglia di nucleo, e rassomigliante ad una debolissima nebulosità. Me ne fu comunicata dal P. Inghirami la notizia con lettera del giorno 12, e qui fu ritrovata nella notte del 29 Agosto, cresciuta in luce e splendore; non però a segno da poter sostenere estranea luce. Se ne continuarono le osservazioni sino al 5 Dicembre, alla qual epoca era divenuta sommamente debole, visibile soltanto per intervalli.

Sulle prime osservazioni ne determinai un'orbita parabolica, per potere più facilmente tener dietro al suo corso; la corressi quindi, prendendo a base le osservazioni del 30 Agosto, 28 Settembre, 20 Ottobre, ed ottenni i risultati seguenti:

Passaggio al perielio . . . . 1826 Ottobre $9^{g},2310$ T. medio in Padova.
Log. distanza perielia . . . . . = 9,93028
Longitudine del perielio . . . . . = 57°. 35′,6
Longitudine del nodo . . . . . = 43. 9, 5
Inclinazione. . . . . = 25. 30, 7; moto diretto.

I signori Nicolai in Mannheim e Del-Re in Napoli calcolarono pure sulle prime osservazioni delle orbite paraboliche prossimamente concordanti colla superiore, riferite nel quinto volume delle *Notizie Astronomiche* di Schümacher. Finalmente il signor Argelander, Direttore della Specola di Abo in Finlandia, dalle osservazioni 9 Agosto in Firenze, 3 Ottobre in Gottinga, 8 Novembre in Abo, le quali abbracciano quasi tutta la durata della sua apparizione, dedusse la seguente orbita, che rappresenta dentro mezzo minuto le posizioni prese a base del calcolo:

Passaggio al perielio . . . . 1826 Ottobre $8^{g},97986$ T. medio in Altona.
Log. distanza perielia . . . . . = 9,930852
Longitudine del perielio. . . . . = 57°. 48′. 24″,2
Longitudine del nodo. . . . . = 44. 6. 27, 7
Inclinazione. . . . . = 25. 57. 18, 3; moto diretto.

Questi dati potranno servire a riconoscerla, se avvenga che ritorni nelle future età al suo perielio.

IV. *Cometa del* 1826 *nella costellazione di Boote.*

Anche la scoperta di questa cometa devesi all'indefessa vigilanza del signor Pons, il quale perlustrando, com'è di suo costume, il cielo nelle notti serene, la ritrovò in Firenze ai 22 Ottobre 1826 nella costellazione di Boote. In assenza del Padre Inghirami, il suo collega Tanzini ne fece le prime osservazioni dal 23 al 30 di Ottobre, che mi furono comunicate dal Padre Inghirami con sua lettera di Livorno in data 2 Novembre, dietro le quali fu da me ricercata e ritrovata alla macchina equatoriale il giorno 6 di Novembre: era allora molto vicina all'orizzonte, e non se ne potè fare che una sola osservazione. Appariva splendente e rotonda, accompagnata da piccola traccia di coda; pel cattivo tempo non si potè rivedere che ai 10 dello stesso mese. Intanto sulle osservazioni del 23 e 30 di Ottobre fatte dal Padre Tanzini, e sulla mia osservazione del giorno 6 Novembre, calcolai la seguente orbita parabolica, che continuò a rappresentare nello spazio di pochi secondi le posizioni osservate in tutta la durata della sua apparizione.

Passaggio al perielio	1826 Novembre $18^{g},4383$ T. medio in Padova.
Longitudine del perielio.	$154^{\circ}.57'.\ 7''$
Longitudine del nodo	$235.\ 14,19''$
Inclinazione all'ecclittica	$90^{\circ}.34.\ 50''$
Log. distanza perielia.	8,42518

Apparisce da questi elementi, ch'essa appartiene alla classe di quelle appellate retrograde, avendo un'inclinazione maggiore di 90°. I costanti superiori sono apparecchiati per le regole del moto diretto, tenendo conto nelle funzioni trigonometriche dei segni algebraici. Essendo quasi perpendicolare all'ecclittica, non è meraviglia se ad alcuni in una prima approssimazione sembrò doverla riporre fra le dirette. Nel passaggio al perielio si trovò in grandissima vicinanza al Sole, e ne dovette quindi contrarre un fortissimo calore. Era facile accorgersi che ben presto si sarebbe perduta nei raggi solari, ed in seguito sarebbe stata di nuovo visibile dopo il suo passaggio pel perielio. Per agevolarne la ricerca calcolai una piccola effemeride coi superiori elementi, inserita nelle *Notizie Astronomiche*, vol. V. pag. 257, sino alla fine di Dicembre, la quale nella reapparizione si trovò assai bene in accordo con le osservazioni. Giusta gli stessi elementi, la cometa il giorno 18 Novembre dovette passare sul disco del Sole. Il signor Gambard calcolò le circostanze di questo

fenomeno, nuovo nella storia dell'Astronomia, il quale avrebbe condotto a risultati concludenti sulla diafaneità delle comete, ed avrebbe anco assegnato direttamente la posizione della linea dei nodi. Ma a nessun osservatore riuscì di poterla vedere sul disco solare, poichè il tempo fu in quel giorno universalmente nebbioso. Presso di noi non si sgombrarono le nuvole che verso 11 ore antimeridiane; a Marsiglia verso 8ᵃ. 35', cioè all'incirca nel momento in cui terminava il passaggio.

Un' altra osservazione curiosa, rimarcata in vero anche in altre simili circostanze, ci presentò questa cometa. All'epoca della sua scoperta, non avendo ancora passato il perielio, il suo nucleo era sensibilmente rotondo, e sufficientemente ben terminato. Tale almeno mi apparve la sera del dì 6 Novembre, quando la vidi per la prima volta, e tale lessi nei pubblici fogli essersi presentata al signor Pons nel discuoprirla. Dopo il suo passaggio pel perielio fu da me riveduta la sera del 1.° Dicembre, essendo il cielo abbastanza puro; ma presentavasi sotto un aspetto molto differente. Aveva una coda ben marcata e visibile; il suo nucleo non era, come prima, preciso e determinato, ma informe e nebuloso, quale d'ordinario si suole presentare nelle comete. La stessa cosa potei osservare nella sera del 5 Dicembre, sebbene fosse molto pallida pel crepuscolo e pel chiaro della Luna. In seguito allontanandosi divenne di più in più debole, anche in grazia del cattivo tempo, e delle nebbie proprie della stagione. Se si può sopra questa osservazione stabilire una qualche congettura, sembra che, passando nel perielio in somma vicinanza del Sole, il suo nucleo siasi fortemente riscaldato, e la massa intera, posta quasi in uno stato di fusione, abbia subíto una forte variazione, e dato origine alla riferita differenza di aspetto.

Calcolarono l'orbita di questa cometa eziandio i signori Capocci, Clausen e Gambard; ma un lavoro diligente devesi al sig. Clüver, il quale sulla totalità delle buone osservazioni calcolò un'orbita parabolica, di cui mostrò la esattezza confrontandola colle osservazioni fatte in tutto il corso della sua apparizione in varie specole (*Astr. Nachr.* vol. V. pag. 433-434).

Ecco i suoi risultati:

Passaggio al perielio	1826 Novembre 18, 43655	T. medio in Brema.
Longitudine del perielio	154°. 43'. 54", 3	Equinozio medio del 23 Ottobre.
Longitudine del nodo	235. 7. 44, 3	
Inclinazione	90. 37. 50, 5	
Log. distanza perielia.	8, 4296128.	

V. *Cometa del* 1826 *nella costellazione di Ercole.*

Quest' ultima cometa del 1826 fu pure scoperta da Pons in Firenze nella costellazione di Ercole alla mattina del 26 Dicembre, mentre dopo molti giorni di pioggia e di cattivo tempo erasi purgata l'atmosfera. Non poterono gli astronomi fiorentini osservarla che nei giorni 27–28–30–31 dello stesso mese; indi annuvolatosi il cielo, non fu più visibile in Italia. Fu però osservata in Gottinga, Brema e Kremsmunster dai 17 ai 26 Gennajo, dopo la qual epoca non se ne conoscono altre osservazioni. Le osservazioni risultarono in piccolo numero ed indecise; il sig. Heiligstein, astronomo di Krems-Munster, le ha discusse e ridotte all'equatore; da quelle del 28 Dicembre 1826, 18 Gennajo, 26 Gennajo 1827 ha dedotto i seguenti elementi parabolici, i quali lasciano sussistere tuttavia dei forti errori, dipendenti dalla cattiva qualità delle osservazioni, che furono per lo più fondate sopra semplici stime (*Astron. Nachr.* vol. V. pag. 435).

Passaggio al perielio	1827 Febbrajo $4^{g},95283$ T. medio in Firenze.
Longitudine del perielio	33°.30'.16"
Longitudine del nodo ascendente	184. 27. 49
Inclinazione.	77. 35. 35
Log. distanza perielia	9,70460; moto retrogrado.

La cometa era piccola, splendente, non accompagnata da sensibile nebulosità; distinguevasi dalle stelle per una luce più pallida, e pel disco mal contornato.

Comete dell'anno 1827.

Quest' anno ci presentò due comete: la prima fu scoperta da Pons a Firenze nella costellazione di Cassiopea ai 20 di Giugno, e dal sig. Gambard in Marsiglia ai primi di Luglio. Le osservazioni originali del primo, sebbene molto indeterminate per la difficoltà di assegnare le posizioni delle stelle di confronto, furono pubblicate nelle *Notizie Astronomiche*, vol. VI. pag. 164; non conosco quelle del secondo discuopritore, che forse apparvero nei pubblici fogli francesi. Fu da Pons osservata fino al 21 Luglio, dopo la qual epoca non potè più ravvisarla: non si sa che da altri venisse osservata, perchè facilmente confondevasi colle molte nebulose di quella regione.

Queste poche osservazioni vennero discusse dai signori Walz di Nimes ed Heiligstein, i quali ne calcolarono separatamente l'orbita. Ecco i loro risultati:

Secondo Walz.	Secondo Heiligstein.
Passaggio al perielio 1827 Giugno 8,^{g}336 T. M. dalla mezzanotte in Parigi.	1827 Giugno 7, 8724 T. medio dal mezzodì in Firenze.
Distanza perielia 0, 8081	. . . . . 0, 80815
Longitudine del perielio . . 297°. 34'. 18"	. . . . . 297°. 31'. 42"
Longitudine del nodo. . . . 318. 14. 48	. . . . . 318. 10. 28
Inclinazione 43. 37. 48	. . . . . 43. 38. 45
Moto retrogrado.	Moto retrogrado.

La seconda cometa di quest'anno fu per la prima volta osservata da Pons ai 3 Agosto verso 2^{h} della mattina; indi nei giorni 4 e 5 fu dallo stesso confrontata con un micrometro circolare alle circonvicine stelle, la posizione delle quali non è bene determinata, o almeno nella serie delle osservazioni fu accidentalmente spostato il micrometro (*Astr. Nachr.* vol. VII. pag. 294). La serie delle buone osservazioni comincia col giorno 12: me ne giunse la notizia il giorno 24, e fu qui nella stessa notte osservata; ma perdendosi poscia nei raggi solari, non potei più osservarla. Clüver, Walz, Peter e Nicolai ne calcolarono l'orbita, nella quale fu notata una qualche rassomiglianza con la prima cometa del 1780. Clüver tentò, ad istanza di Olbers, il calcolo di un'orbita ellittica per quella cometa, la trovò vicinissima alla parabola, e mostrò che non si poteva ritenerla identica colla presente (*Astr. Nachr.* pag. 147).

Dagli elementi parabolici di questa seconda cometa si congetturò che dopo essersi perduta di vista nei raggi solari, sarebbe ricomparsa ai primi di Ottobre, e veduta per tutto questo mese; perlochè il sig. Nicolai ne calcolò una piccola effemeride, ma non mi è noto che alcuno l'abbia realmente osservata. Gli elementi poi ottenuti dal lodato Nicolai sul complesso delle osservazioni, sono i seguenti:

Passaggio al perielio . . 1827 Settembre 11,^{g}69837 T. medio in Mannheim.
Log. distanza perielia . . . . . = 9, 1383010
Longitudine del perielio. . . . . = 250°. 58'. 13",4
Longitudine del nodo . . . . . = 149. 39. 4, 3
Inclinazione dell'orbita . . . . . = 54. 3. 19, 2; moto retrogrado.

Dopo di avervi brevemente esposto, illustri Accademici, la storia delle comete apparse nei decorsi anni, in quell'ordine che mi sembrò il più opportuno per renderne nella loro moltiplicità chiare le osservazioni, per tributare anco il dovuto onore di lode ai benemeriti discuopritori, ed a quegli astro-

nomi che con tanta costanza si occuparono della loro teoria, mi resta solo a porvi sott' occhio il quadro completo delle osservazioni da me fatte quando da altre occupazioni non mi fu impedito.

Tutte le seguenti osservazioni furono fatte alla macchina paralattica per quest' Osservatorio costruita dal sig. Utzschneider di Monaco, munita di un eccellente e chiarissimo canocchiale acromatico. Generalmente la scarsa luce delle comete non sostenendo un' illuminazione del campo sufficiente a distinguere i fili sottili del micrometro, si è sostituito al tubo oculare, inviato dall' artefice, un altro uguale tubo fatto a bella posta costruire, a cui si adattano le medesime lenti oculari; ma in luogo del micrometro filare, sono tese nel foco tre sottili lamine di acciajo nel senso perpendicolare all' equatore, ed una ad esso paralella, le quali vedendosi senza bisogno di illuminazione, danno il modo facilissimo di osservare la posizione degli astri più deboli. Si è sempre avuto in mira di prendere le stelle di confronto dai cataloghi di Piazzi o di Bayly, l' esattezza dei quali è universalmente riconosciuta, tranne le poche osservazioni della prima cometa del 1825, che fu confrontata con istelle del catalogo di Bode. I numeri arabici congiunti ai numeri romani servono ad indicare il posto e l' ora di una stella di confronto nel catalogo di Piazzi, edizione del 1814; mentre i numeri arabici con la lettera B indicano il posto della stella nel catalogo recente di Bayly, inserito nel secondo volume degli Atti della Società Astronomica di Londra; catalogo pregevolissimo per le tavole speciali dalle quali è accompagnato, pel calcolo delle aberrazioni e nutazioni. Per ultimo avvertirò di non riferire le osservazioni originali, poichè queste furono già in diverse epoche pubblicate nella Corrispondenza Astronomica di Zach, o nelle Notizie Astronomiche di Schümacher; e solo riferirò le posizioni da esse dedotte, tenendo conto eziandio della differenza di rifrazione, quando questa era sensibile.

Osservazioni della I. *Cometa del* 1825, *scoperta da Mr Gambard ai* 18 *Maggio* 1825.

Anno, Mese, Giorno.	Tempomedio in Padova.	*AR* Appar. della cometa.	Declin. boreale della cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
1825.	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Giugno 3	11. 26. 7	42. 2. 0	77. 36. 58	30 del Rangif. Cat. di Bode.
—	11. 43. 12	42. 8. 49	77. 38. 8	. . . . .
4	10. 36. 3	53. 6. 48	79. 8. 6	36. Rangifero. (sera fosca)
7	12. 19. 17	103. 55. 24	79. 55. 27	122. Camelopardo.
8	11. 30. 44	117. 37. 0	78. 27. 27	187. Camelopardo.

Osservazioni della II. *Cometa del* 1825 *nel Toro.*

Anno, Mese, Giorno.	Tempo medio in Padova.	*AR* Appar. della cometa.	Declinaz. appar. della cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
1825.	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Agosto 24	15. 28. 16	63. 35. 13	+ 20. 56. 50	53. del Toro.
25	15. 28. 0	63. 30. 50	20. 41. 6	idem.
—	15. 48. 17	63. 30. 50	20. 40. 44	. . . . .
26	15. 22. 41	63. 25. 31	20. 24. 38	. . . . .
—	15. 43. 38	63. 25. 1	20. 24. 38	. . . . .
Settembre 2	15. 27. 30	62. 27. 10 ?	18. 8. 44 ?	ε Toro.
—	15. 46. 17	62. 26. 57	18. 8. 14	
6	16. 10. 4	61. 32. 31	+ 16. 27. 23	α Toro. 75. Toro.
Ottobre 6	11. 36. 17	34. 13. 8	— 18. 7. 45	σ Balena.
—	12. 0. 54	34. 10. 47	— 18. 9. 40	σ Balena. τ Eridano.
10	11. 15. 30	24. 48. 47	— 26. 48. 14	99. III. γ Scultore.
—	11. 45. 12	24. 45. 40	— 26. 50. 59	. . . . .
14	10. 23. 57	13. 35. 51	— 34. 45. 9	α App. dello Scultore. (sera fosca)
—	10. 43. 42	13. 33. 4	— 34. 47. 19	
—	11. 3. 34	13. 30. 55	— 34. 48. 56	

Dopo il suo ritorno dall' emisfero australe.

1826.	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Maggio 1	11. 26. 42	228. 8. 31	— 33. 4. 58	5. λ Lupo.
2	10. 58. 58	226. 57. 36	— 32. 32. 22	5. λ Lupo.
—	11. 42. 40	226. 55. 21	— 32. 31. 22	. . . . .
11	11. 26. 38	217. 20. 18	— 27. 20. 6	6. Libra.
—	11. 45. 10	217. 19. 51	— 27. 20. 28	. . . . .
13	10. 55. 3	215. 31. 14	— 26. 12. ::	135. XIV. (sera fosca)
28	11. 45. 48	204. 6. 19	— 18. 14. 44	276. XIII. (sera fosca, com. debole)
29	9. 55. 38	203. 38. 8	— 17. 56. 20	276. XIII. (cometa debole)
31	10. 36. 5	203. 41. 10	— 17. 3. 50	89. della Vergine.
—	10. 54. 29	203. 40. 41 ±	— 17. 2. 54 ±	
—	11. 5. 45	203. 39. 38	— 17. 2. 18	

Osservazioni della Cometa di Enke nel 1825.

1825.	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Agosto 12	13. 45. 36,2	100. 51. 45,7	+ 31. 33. 13,0	316. VI. τ Gemini.
—	14. 40. 49,9	100. 56. 14,9	+ 31. 32. 28,2	. . . . .
16	15. 22. 50,4	108. 28. 42,2	+ 30. 33. 56,3	τ Gemini.
21	15. 19. 47,0	118. 17. 25,7	+ 28. 34. 0,8	307. VII. 37. VIII.
—	15. 42. 45,4	118. 19. 28,7	+ 28. 33. 25,8	. . . . .
23	15. 44. 1,0	122. 20. 32,2	+ 27. 29. 30,4	φ^2 Cancro.
24	15. 42. 17,0	124. 21. 33,3	. . . . .	80. VIII.
—	15. 46. 33,5	124. 22. 15,3	. . . . .	
25	16. 0. 0,6	126. 24. 31,0	+ 25. 15. 38,4	69. e 75. Cancro.
26	16. 3. 34,2	128. 25. 55,1	+ 25. 35. 46,6	69. Cancro.
Settembre 2	16. 3. 37,8	142. 39. 14,5	+ 19. 49. 49,0	30. e 40 Leone. (cometa bassa)

Osservazioni della V. *Cometa del* 1825, *scoperta nell' Eridano.*

(La cometa era debolissima, e non sosteneva illuminazione)

Anno, Mese, Giorno.		Tempomedio in Padova.	*AR* Appar. della cometa.	Declinaz. appar. della cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
1826.		h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Febbrajo	25	7. 40. 1	58. 39. 26	— 19. 11. 13	54. Eridano.
	27	7. 3. 10	59. 26. 26	— 18. 54. 26	54. e 58. Eridano.
	—	7. 57. 19	59. 27. 7	— 18. 54. 16	. . . . .
	28	7. 20. 28	59. 51. 6 ±	— 18. 45. 35 ±	. . . . . (sera fosca)
Marzo	2	7. 46. 30	60. 47. 35 ±	— 18. 27. 43	. . . . . (sera fosca)
	3	7. 26. 39	61. 5. 47	— 18. 18. 21	. . . . .
	4	7. 12. 42	61. 30. 59	— 18. 9. 59	. . . . .
	6	7. 15. 19	62. 23. 9	— 17. 51. 35	. . . . .
	7	7. 22. 57	62. 49. 34	— 17. 42. 26	. . . . .
	9	7. 37. 22	63. 44. 43	— 17. 24. 6	. . . . .
	10	7. 15. 42	64. 11. 14	— 17. 15. 0	
	11	7. 19. 36	64. 39. 20	— 17. 5. 31	58. Eridano.
	—	7. 49. 29	64. 39. 29	— 17. 5. 21	. . . . .
	12	7. 37. 12	65. 7. 26	— 16. 55. 4	58. e 60. Eridano.
	13	7. 29. 2	65. 36. 1	— 16. 47. 4	. . . . .
	17	7. 44. 33	67. 32. 36 ±	— 16. 9. 14 ±	60 Erid. (cometa appena visibile
	25	8. 6. 35	71. 40. 22	— 14. 53. 1	μ, λ Lepre. pel chiarore lunare)
	31	8. 5. 15	74. 56. 45	— 13. 56. 16	*k* Lepre.
	—	8. 25. 42	74. 57. 22	— 13. 55. 54	*k*. λ Lepre.
Aprile	1	8. 11. 49	75. 31. 6	— 13. 46. 31	λ Lepre.
	5	8. 16. 27	77. 47. 33?	— 13. 9. 11 ?	*k* Lepre.
	6	7. 59. 30	78. 21. 28	— 13. 0. 32 ±	96. V.
	—	8. 10. 29	78. 21. 58	— 13. 0. 38	. . . . .

Osservazioni della I. *Cometa dell'anno* 1826.
Cometa periodica scoperta nella costellazione della Balena.

1826.		h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Marzo	25	7. 38. 27	56. 52. 6	+ 10. 52. 43	λ Toro.
	—	7. 52. 14	56. 52. 33	10. 52. 23	. . . . .
	29	8. 10. 50	62. 5. 27	10. 49. 53	. . . . .
	31	7. 33. 33	64. 42. 27	10. 47. 22	88. Toro.
	—	7. 47. 14	64. 43. 6	10. 57. 14	. . . . .
Aprile	1	7. 38. 35	66. 3. 0	10. 44. 39	141. Toro.
	—	7. 54. 36	66. 3. 40	10. 44. 50	. . . . .
	4	7. 51. 22	70. 7. 41	10. 36. 15	. . . . .
	7	8. 9. 3	74. 16. 41	10. 25. 12	φ' φ^2 Orione.
	—	9. 1. 20	74. 19. 20	10. 24. 14	. . . . .
	8	8. 14. 8	75. 40. 8	10. 19. 27	λ Orione.
	—	8. 58. 54	75. 42. 47	10. 19. 23	. . . . .
	11	7. 56. 1	79. 51. 3	10. 2. 13	. . . . .
	15	8. 27. 41	85. 31. 18	9. 35. 16	61. μ Orione.
	—	8. 44. 32	85. 32. 28	9. 34. 41	. . . . .
Maggio	1	9. 26. 26	107. 59. 35	6. 54. 15	150. VIII. Procione.
	2	9. 16. 43	109. 21. 23	6. 41. 21	. . . . .
	—	9. 36. 25	109. 22. 23	6. 41. 38	. . . . .

III. *Cometa dell'anno* 1826 *nell' Eridano.*

Anno, Mese, Giorno.	Tempo medio in Padova.	*AR* Appar. della cometa.	Declinaz. appar. della cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
1826.	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Agosto 29	16. 1. 8	75. 14. 47	—14. 1. 0	λ Lepre.
30	14. 58. 50	76. 43. 58	—13. 12. 7	μ, e λ Lepre.
—	15. 16. 36	76. 45. 0	—13. 11. 53	. . . . .
31	16. 0. 34	78. 22. 2	—12. 17. 39	*i*, υ Lepre.
Settembre 5	15. 57. 18	86. 29. 12	— 7. 30. 47	55. Orione.
—	16. 8. 18	86. 30. 6	— 7. 30. 15	. . . . .
—	16. 14. 3	86. 30. 30	— 7. 30. 8	. . . . .
8	15. 24. 47	91. 30. 40	— 4. 23. 39	9. Unicorno.
—	15. 42. 24	91. 32. 17	— 4. 23. 11	. . . . .
9	15. 0. 34	93. 12. 29	— 3. 18. 55	9. 45. Unicorno.
—	15. 18. 36	93. 14. 1	— 3. 18. 38	9. Unicorno.
10	14. 55. 25	94. 56. 10	— 2. 13. 43	18. Unicorno. 318. VI.
—	15. 40. 40	94. 59. 18	— 2. 11. 40	. . . . .
28	14. 55. 20	126. 37. 49	+16. 14. 46	54, 02. Cancro.
—	15. 28. 24	126. 40. 6	16. 16. 18	. . . . .
—	15. 58. 30	126. 42. 13	16. 17. 0	. . . . .
Ottobre 9	16. 14. 46	144. 20. 31	22. 54. 8	230. IX.
—	16. 35. 50	144. 21. 52	22. 55. 0	. . . . .
20	15. 51. 44	159. 8. 52	25. 46. 3	
—	16. 16. 31	159. 9. 57	25. 46. 12	
23	15. 28. 25	162. 39. 30	26. 5. 34	219. X. } Osservazione
—	15. 50. 59	162. 40. 45	26. 5. 42	. . . . . } del Dott. Gabelli.
—	16. 8. 23	162. 41. 40	26. 6. 10	. . . . . }
5	17. 4. 10	175. 39. 1	26. 16. 38	4, *H* di Berenice.
9	16. 56. 46	178. 55. 47	26. 6. 55	*H* di Berenice.
26	16. 52. 51	190. 0. 46	25. 17. 35	253. XII. 14. XIII.
—	17. 26. 9	190. 1. 43	25. 17. 15	. . . . .
Dicembre 5	16. 48. 7	194. 17. 49	25. 5. 24	14. XIII. (cometa debolissima,
—	17. 2. 44	194. 18. 9	25. 5. 40	. . . . . visibile ad intervalli)
—	17. 17. 1	194. 18. 36	+25. 5. 30	. . . . .

IV. *Cometa del* 1826 *nella costellazione di Boote.*

1826.	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
Novembre 6	6. 44. 6	226. 37. 54	+17. 46. 7	Dedotta dirett. dalla macch. paràll.
10	5. 54. 42	229. 24. 20	6. 58. 26	α del Serpente.
11	5. 44. 33	230. 3. 13	3. 59. 26	93. ψ Serpente.
12	5. 36. 9	230. 40. 3	0. 52. 42 ±	ω Serpente. (fra le nuvole)
Dicembre 1	5. 51. 38	249. 17. 44	4. 18. 32	2. *m.* Ercole. (dopo la reappariz.)
3	5. 41. 45	251. 10. 23	6. 30. 54	193. XVII.
5	5. 32. 30	252. 57. 43	8. 32. 53	270. XVI. (pall. pel chiaro di Luna)
—	5. 45. 10	252. 58. 27	8. 33. 59	. . . . .
6	6. 6. 52	253. 51. 32	9. 32. 48	27. *K* Ofiuco.
9	5. 30. 47	256. 23. 40	12. 13. 4	α Ofiuco.
22	6. 10. 49	266. 17. 17	21. 37. 58	95. Ercole. (cometa debolissima)
23	6. 6. 53	266. 58. 39	22. 13. 54	98. Ercole.
25	5. 55. 48	268. 21. 38?	23. 25. 37?	105. Ercole. (osservaz. incerte)
—	6. 21. 3	268. 22. 12?	23. 25. 58?	. . . . .
26	6. 1. 17	269. 1. 15	24. 2. 5	. . . . .

Osservazioni della Cometa a breve periodo di Enke nel 1828.

Anno, Mese, Giorno.	Tempo medio in Padova.	*AR* Appar. della cometa.	Declinaz. appar. della cometa.
1828.	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
Ottobre 31	10. 54. 42	346. 54. 15,0	+ 25. 20. 43,8
Novembre 1	9. 46. 48	345. 46. 43,5	25. 0. 22,3
3	8. 38. 18	343. 23. 18,0	24. 13. 35,2
—	9. 13. 9	343. 22. 24,0	24. 13. 29,2
—	9. 42. 16	343. 19. 36,0	24. 13. 16,1
4	7. 52. 13	342. 12. 21,0	23. 50. 52,6
—	8. 14. 47	342. 10. 58,5	23. 49. 28,6
—	8. 39. 30	342. 7. 22,5	23. 49. 18,6
5	7. 54. 2	340. 59. 33,0	23. 24. 20,6
—	8. 52. 43	340. 57. 27,0	23. 23. 8,6
28	6. 41. 16	316. 37. 49,5	11. 4. 22,1
—	7. 33. 42	316. 35. 45,0	11. 3. 14,8
Dicembre 2	7. 0. 14	312. 48. 22,5	8. 40. 16,2
—	8. 5. 36	312. 46. 36,0	8. 38. 18,7
3	6. 23. 21	311. 52. 48,0	8. 4. 9,5
—	6. 48. 18	311. 52. 1,5	8. 3. 55,1
5	6. 35. 53	309. 56. 22,5	6. 48. 34,6
—	6. 56. 17	309. 55. 28,5	6. 47. 55,9
6	6. 54. 54	308. 56. 52,5	6. 9. 35,4
—	7. 30. 35	308. 55. 0,0	6. 8. 32,5
7	6. 16. 45	307. 58. 33,0	5. 31. 9,6
—	6. 46. 9	307. 57. 22,5	5. 30. 12,4
10	6. 13. 52	304. 53. 36,0	3. 28. 38,8
—	6. 49. 37	304. 41. 31,5	+ 3. 27. 47,9
19	5. 58. 4	294. 16. 28,5	— 3. 35. 57,5
—	6. 9. 1	294. 14. 22,5	— 3. 36. 11,5

CONSIDERAZIONI

INTORNO

AL CALCOLO DELL'ORBITA ELLITTICA DI UNA COMETA

APPLICATE ALLA COMETA SCOPERTA NELLA COSTELLAZIONE DELLA BALENA AI XXVIII FEBBRAJO MDCCCXXVI

PER SERVIRE DI APPENDICE ALLA PRECEDENTE MEMORIA SULLE COMETE APPARSE DOPO IL MDCCCXXV.

DI

GIOVANNI SANTINI

§. 1.° Accade frequentemente nella teoria delle comete, che non si possano rappresentare plausibilmente in un' orbita parabolica tutte le buone osservazioni che ne vengono fatte, e che gli elementi appoggiati a tre osservazioni geocentriche vadansi di più in più allontanando dal vero; bene spesso anche la seconda osservazione non può essere rappresentata con l'ipotesi parabolica. Inoltre si è talvolta presentata la circostanza di una cometa improvvisamente apparsa nel cielo, e reputandola nuova si è tentato il calcolo della sua orbita, che poi si è riscontrata per sì fatto modo simile a quella di altre comete scoperte ed osservate nei trascorsi tempi da non lasciar dubbio sulla loro identità. Ciò accadde per la prima volta al celebre Halley, il quale osservò una grande rassomiglianza fra le orbite delle comete apparse negli anni 1531–1607–1682; e giustamente riputandole identiche, nel 1705 con molta riserva si azzardò di annunziarne il ritorno per l'anno 1758, il quale non si verificò che nel successivo anno 1759. Fu appunto nel 1758 che Clairaut intraprese il calcolo delle perturbazioni, alle quali doveva andare soggetta per l'azione di Giove e di Saturno, e mostrò con inconcussi argomenti, da queste straniere azioni doversi ripetere la cagione del suo tardato ritorno, ed ebbe la soddisfazione di vedere pienamente avverata la congettura d'Halley, ed il risultato del suo lavoro.

Quando pertanto con un'orbita parabolica non si possano rappresentare le osservazioni geocentriche di una cometa, si può ragionevolmente ritenere che essa piuttosto si aggiri intorno al Sole in un'ellisse, della quale molto importa, per l'avanzamento dell'Astronomia, determinarne i parametri. Molti celebri

astronomi dopo Halley si sono occupati del calcolo dell'orbita ellittica delle comete, ed in particolar modo sono benemeriti di questo importantissimo ramo dell'Astronomia il nostro Asclepi, Lexell, Burkardt, Bessel, Gauss, Enke, Nicolai e Gambart. Contuttociò scarsi precetti, ed inetti a servire di scorta alla studiosa gioventù, si trovano intorno a questo argomento nei più riputati trattati di Astronomia fino ad ora pubblicati; e quelli che hanno calcolato di qualche cometa un'orbita ellittica, hanno il più delle volte prodotto i soli risultati, o hanno prescritto metodi lunghi e laboriosi, che si rendono di difficile applicazione ai casi speciali, i quali vengono di giorno in giorno divenendo più comuni. Non sarà pertanto, io credo, del tutto inutile una succinta esposizione dei metodi che mi sembrano i più comodi pel calcolo dell'orbita ellittica delle comete, nella quale seguirò quell'ordine stesso che ho proposto nella seconda edizione dei miei Elementi di Astronomia che si sta pubblicando, e che illustrerò con appositi esempli numerici, i quali potranno servire di supplemento a quanto in quell'opera io non poteva esporre senza dare a quel trattatello soverchia estensione.

§. 2.° Per procedere con ordine, ridurremo i casi che si possono presentare ai tre seguenti, ciascheduno dei quali richiede considerazioni speciali: 1.° di una cometa avente un'orbita pochissimo diversa dalla parabola; 2.° di una cometa avente un'orbita notabilmente diversa dalla parabola; 3.° di una cometa, la quale riconoscasi per identica ad una osservata nei tempi anteriori, ed in modo che il confronto delle osservazioni manifesti il tempo della rivoluzione periodica. Allora per la terza legge di Keplero si conoscerà l'asse maggiore dell'ellisse da essa descritta, e si dovrà procurare solo di determinare gli altri parametri, e la posizione del piano in cui giace.

I. Caso. *Calcolo delle orbite ellittiche od iperboliche, pochissimo dalla parabola differenti.*

Quando sia stata già con tre prime osservazioni determinata l'orbita di una cometa nell'ipotesi parabolica, e siasi tentato di correggerne gli elementi sopra quattro o cinque buone osservazioni distribuite per tutta la durata della sua apparizione, se gli elementi così corretti si allontanino pochissimo dalle posizioni osservate, ed in modo che le differenze vadano variando con una certa regolarità, si dovrà conchiuderne che l'ipotesi del moto parabolico, quantunque prossima al vero, non è però valevole a rappresentare con ogni esattezza il moto della cometa; ed in tale circostanza si dovrà ricorrere al cal-

colo di un' orbita ellittica, od anche iperbolica. In tal caso i veri elementi differiranno pochissimo dai parabolici, e supponendo tali differenze sì piccole da poterne trascurare le potenze superiori alla prima, si potranno queste comodamente determinare col mezzo di alcune equazioni lineari di condizione, da stabilirsi nel modo seguente.

Si scelgano quattro o cinque buone osservazioni, distribuite quanto è possibile ad uguali intervalli per tutta la durata della sua apparizione; si correggano dall'aberrazione, nutazione e paralasse. Le longitudini così corrette riducansi ad una posizione fissa dell'equinozio, alla quale pure riducansi i luoghi del Sole calcolati dietro le migliori tavole. Siano gli elementi parabolici già ottenuti, e per ipotesi molto prossimi al vero, rappresentati dai seguenti simboli. Il tempo del passaggio al perielio, espresso in giorni valutati dal principio dell'anno, o da una data epoca fissa qualunque $= \tau$; la distanza perielia $= q$; la longitudine del perielio $= \pi$; la longitudine del nodo ascendente $= \omega$; l'inclinazione all'ecclittica $= i$, che fingeremo contata da 0.° fino a 180.° Supponiamo che i veri elementi siano rappresentati da $\tau + d\tau$; $q + dq$; $\pi + d\pi$; $\omega + d\omega$; $i + di$; ed inoltre l'eccentricità dell'orbita (la quale nella parabola è $= 1$) sia $= 1 - \alpha$, dovendosi riguardare α come una picciolissima frazione. Siano in una qualunque delle assunte osservazioni l', λ' la longitudine e latitudine geocentrica, calcolate dietro gli elementi parabolici τ, q, π, ω, i, mentre le stesse quantità date dall'osservazione siano α', β'. Dovranno aver luogo le seguenti equazioni di condizione:

$$\alpha' = l' + Ad\tau + Bdq + Cd\pi + Fd\omega + Cdi + H\alpha \quad . \; . \; . \; (1)$$

$$\beta' = \lambda' + ad\tau + bdq + cd\pi + fd\omega + cdi + h\alpha \quad . \; . \; . \; (2);$$

nelle quali si dovranno diligentemente calcolare i coefficienti A, a, B, b ec. Quanto ai primi cinque coefficienti, si calcoleranno comodamente con le tavole a cinque cifre, dietro i precetti dei §§. 335.–336. dell'opera citata, ove insegnasi a determinare la variazione della longitudine e latitudine geocentrica per piccole alterazioni indotte negli elementi dell'orbita parabolica, e si potrebbero, dietro le espressioni generali del primo volume, assegnare anco allo stesso modo i valori di H e h. Ma per le orbite molto eccentriche questi coefficienti si determineranno più comodamente col metodo seguente, che si potrà adoperare anco per gli altri, stimandolo conveniente. Si dia ad α un piccolo valore arbitrario, per es. 0,02; ritenendo gli altri elementi il loro primitivo valore, si verrà a cambiare l'orbita parabolica in una ellisse ad essa molto vicina, della stessa distanza perielia, nella quale pel dato tempo si calcolino

la longitudine e latitudine geocentrica, che fingeremo rappresentate per l'', λ''. Sarà $l'' = l' + H\,(0,02)$; $\lambda'' = \lambda' + h\,(0,02)$; donde si avrà:

$$H = \frac{l''-l'}{0.\,02};\ h = \frac{\lambda''-\lambda'}{0.\,02}.$$

Ottenuti così per tutte le assunte osservazioni i coefficienti A, B, C ec. delle equazioni (1), (2), si tratteranno col metodo dei minimi quadrati, e le trovate correzioni aggiunte col loro segno agli elementi parabolici rispettivi, daranno i veri elementi dell'orbita della cometa, la quale sarà un'ellisse, se risulti α positivo; sarà un'iperbola, se α sia negativo. Detto poi a il semiasse maggiore dell'orbita, quando è ellittica; T il tempo della rivoluzione periodica; sarà, pel §. 323., $a = \frac{q}{1-e} = \frac{q}{\alpha}$; $T = \frac{2\pi}{k}.a^{3.2} = \frac{2\pi}{k}.\left(\frac{q}{\alpha}\right)^{3.2}$ donde chiaramente apparisce che un piccolo errore in α esercita una grandissima influenza nel tempo della rivoluzione periodica, e che perciò non si può sperare di ottenere con qualche sicurezza questo elemento dietro le osservazioni di una sola apparizione. Questo metodo è stato frequentemente adoperato per determinare gli elementi ellittici della cometa di Halley, e se ne può vedere un bell'esempio egregiamente ordinato nelle eccellenti ricerche di Bessel intorno alla cometa del 1807, pubblicate a Conisberga sotto il titolo: *Untersuchungen über die wahre, und scheinbare Bahn des grossen im Ihar* 1807 *erschienen Cometen – Konigsberg* 1810.

II. Caso. *Calcolo dell'orbita ellittica di una cometa notabilmente diversa dalla parabola.*

§. 3.° Se non si possano con un'orbita parabolica rappresentare entro discreti limiti le osservazioni di una cometa, o se le differenze fra l'orbita parabolica, determinata con qualche primo tentativo, e le posizioni osservate vadano crescendo con qualche rapidità, si dovrà conchiudere che l'ipotesi, da cui si partì, si allontana notabilmente dal vero, ed in allora si ricorrerà al calcolo di una orbita ellittica. In questo caso appunto trovossi la cometa della Balena scoperta nel 1826, per rappresentare i movimenti della quale fu d'uopo abbandonare l'ipotesi parabolica. Il metodo generale dovuto al celebre Gauss, col quale egli ha determinato le orbite di tutti i nuovi pianeti, da noi riferito con sufficiente estensione nel secondo volume degli Elementi di Astronomia, si presta opportunamente anche per le comete, come si può vedere nell'esempio numerico del §. 363., il quale è appunto relativo all'indicata cometa. Noi non riferiremo

qui le tracce di questo esempio, potendosi vedere nel luogo citato. Solo osserveremo, che i primi risultati raramente riusciranno abbastanza prossimi al vero per la difficoltà somma di ottenere buone ed esatte osservazioni di una cometa, e per la grande influenza che esercitano sugli elementi gli errori delle osservazioni, soprattutto se l'inclinazione all'ecclittica risulti mediocre. Si raccoglierà infatti dal citato esempio, che gli elementi ottenuti soddisfanno a meraviglia alle osservazioni, sopra le quali vennero calcolati; tuttavia essi notabilmente aberrano dal vero, come fra poco si renderà manifesto. In tale circostanza è necessario ricorrere ad un metodo di correzione; ed ecco quello che mi sembra più opportuno, e che illustrerò con un esempio numerico relativo alla cometa medesima.

Si scelgano quattro osservazioni distribuite per tutta la durata dell'apparizione, e dalle loro ascensioni rette e declinazioni deducansi le longitudini e latitudini geocentriche, le quali corrette dall'aberrazione, nutazione e paralasse si riducano ad una posizione fissa dell'equinozio, alla quale riducansi pure le longitudini del Sole calcolate colle migliori tavole. Delle quattro prescelte osservazioni basterà che due sieno complete, siensi cioè con cura in esse osservate le longitudini e latitudini geocentriche; nelle altre due basteranno le sole longitudini: che se l'inclinazione sia considerabile, e le latitudini geocentriche variino con rapidità, allora si potrà, seguendo le tracce del metodo che siamo per esporre, correggere gli elementi dell'orbita con tre sole osservazioni complete: ma in generale accade nelle comete, che per la estensione del nucleo e per la debolezza della loro luce più accuratamente vengano osservate le AR, che le declinazioni; e quindi più fiducia meritino le longitudini che le latitudini, e perciò a quelle, piuttosto che a queste, dovrassi procurare di appoggiare la rettificazione degli elementi.

Scelte pertanto e ridotte le osservazioni come ora si è indicato, supponiamo che le osservazioni complete sieno la prima e la quarta, e si calcolino pei tempi ad esse corrispondenti le distanze accorciate della cometa dalla Terra colla scorta degli elementi ottenuti nella prima approssimazione, e vengano indicate da ρ', ρ'^{v} Saranno queste soggette a piccole variazioni, dipendenti dagli errori degli elementi, che determineremo mediante due piccole variazioni arbitrarie p, q in tre diverse ipotesi, distribuendo il calcolo come segue:

1.ª Ipotesi.	2.ª Ipotesi.	3.ª Ipotesi.	Distanze vere.
Distanze supposte . . ρ'	$\rho' + p$	ρ'	$\rho' + px$
ρ'^{v}	ρ'^{v}	$\rho'^{v} + q$	$\rho'^{v} + qy$

In ciascheduna ipotesi si calcolino, dietro le date distanze accorciate, le longitudini e latitudini eliocentriche della cometa unitamente alla sua distanza dal Sole. Se in generale sia ρ la distanza accorciata; α, β la longitudine e latitudine geocentrica osservata; l, λ, r la longitudine, latitudine eliocentrica, ed il raggio rettore; R la distanza del Sole dalla Terra; A la longitudine eliocentrica della Terra (che uguaglia sempre quella del Sole, aumentata di 180.°); si determineranno l, λ, r comodamente colle seguenti equazioni:

$$\left.\begin{aligned} r.\ \cos.\ \lambda.\ \text{sen.}\ (l-\alpha) &= R.\ \text{sen.}\ (A-\alpha) \\ r.\ \cos.\ \lambda.\ \cos.\ (l-\alpha) &= R.\ \cos.\ (A-\alpha) + \rho \\ r.\ \text{sen.}\ \lambda. &= \rho.\ \text{tang.}\ \beta \end{aligned}\right\} (1)$$

Siano l', l'^{v}; λ', λ'^{v}; r', r'^{v} i valori di l, λ, r corrispondenti alla prima e quarta osservazione, dedotti numericamente dalle equazioni (1) in una qualunque delle superiori tre ipotesi; col loro mezzo si calcoleranno tre sistemi di elementi ellittici al modo seguente. Primieramente sia ω la longitudine del nodo ascendente; i l'inclinazione all'ecclittica. Avremo (§. 369. *Astron.*) per determinare i ed ω le equazioni:

$$\left.\begin{aligned} \text{tang.}\left(\frac{l'+l'^{\text{v}}}{2}-\omega\right) &= \frac{\text{sen.}\ (\lambda'^{\text{v}}-\lambda')}{\text{sen.}\ (\lambda'^{\text{v}}+\lambda')}\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}\ (l'^{\text{v}}-l') \\ \text{tang.}\ i &= \frac{\text{tang.}\ \lambda'}{\text{sen.}\ (l'-\omega)} = \frac{\text{tang.}\ \lambda'^{\text{v}}}{\text{sen.}\ (l'^{\text{v}}-\omega)} \end{aligned}\right\} (2)$$

In seguito si calcolerà la distanza eliocentrica della cometa dal nodo, che indicheremo generalmente per P sì nella prima che nella quarta osservazione, mediante le seguenti equazioni:

$$\left.\begin{aligned} \cos.\ P &= \cos.\ \lambda.\ \cos.\ (l-\omega) \\ \text{ovvero tang.}\ P &= \frac{\text{tang.}\ (l-\omega)}{\cos.\ i} \end{aligned}\right\} (3)$$

Ponendo ora $P'^{\text{v}} - P' = 2f$, sarà $2f$ l'angolo compreso fra r', r'^{v}; conosciuti r', r'^{v}, $2f$ coi precetti dei §§. 343.–347., si calcoleranno in ciascheduna ipotesi i parametri tutti dell'orbita ellittica. Ottenuti così tre sistemi di elementi ellittici, si calcolino in ciascheduno di essi la longitudine geocentrica sì per la seconda come per la terza osservazione, e sieno:

a'', $a'' + m$, $a'' + n$ per la seconda;
a''', $a''' + m$, $a''' + n'$ per la terza.

Dietro ciò si formeranno le due equazioni di condizione (§. 372.):

$$\left.\begin{aligned} \alpha'' &= a'' + mx + ny \\ \alpha''' &= a''' + m'x + n'y \end{aligned}\right\} (4)$$

dalle quali si ricaveranno i valori di x e di y, e quindi le correzioni px, qy delle assunte distanze ρ', $\rho.'^{v}$ Trovate poi le distanze corrette, da esse si ricaveranno i veri elementi, procedendo come in una qualunque delle stabilite ipotesi.

§. 4.° Se si avranno tutte le osservazioni complete, e le latitudini osservate meritino uguale fiducia delle longitudini, allora basteranno tre sole osservazioni, e la seconda delle equazioni (4) verrà rimpiazzata dal confronto fra la latitudine calcolata pel tempo della seconda osservazione nei tre diversi sistemi, e la latitudine osservata; che anzi, assunte anco quattro osservazioni complete, si potranno dal confronto delle latitudini ottenere altre due equazioni simili alle equazioni (4), le quali dovranno con esse accordarsi nel dare per x ed y gli stessi valori, o si potranno alle superiori riunire, per risolverle tutte col metodo dei minimi quadrati. Nel nostro esempio non fu possibile accordare convenientemente le longitudini con le latitudini, e perciò abbiamo riputato partito migliore il rigettare queste ultime. Che se le ottenute correzioni px, qy risultino considerabili, dovremo allora ritenere le distanze corrette, come più prossime al vero di quelle dalle quali partimmo, ed intraprendere col loro mezzo una nuova correzione degli elementi dell'orbita.

Applicazione di questo metodo alla Cometa periodica della Balena.

§. 5.° Gli elementi ottenuti col metodo sopra citato di Gauss, desunti dal secondo volume dell'Astronomia, sono i seguenti (pag. 100):

Passaggio al perielio . . . 77,^{g}29901 del 1826. Tempo medio in Padova.
Log. semiasse maggiore = log. a = 0,4697873
Log. eccentricità = log. sen. φ = 9,8441346
Log. mot. diurno siderale . . . . . = 2,8453256
Longitudine del nodo ascendente = 252°. 23′. 51″, 5 } dall'Equinozio medio
Longitudine del perielio . . . . . = 110. 59. 40, 9 } del 9 Marzo.
Inclinazione all'ecclittica . . . . . = 13. 15. 12, 1
Rivoluzione siderale . . . . . = 1850,^{g}4.

Allontanandosi questi elementi notabilmente dalle ultime osservazioni fatte in sul finire di Aprile e al principio di Maggio, ho scelto per correggerli le quattro seguenti osservazioni, delle quali la prima fu fatta a Marsiglia dal signor Gambard, le altre furono fatte da me all'equatoriale, e risultano dal medio aritmetico di quelle sopra riferite alle corrispondenti sere.

Tempo medio in Padova.	*AR* Appar. osservata.	Decl. appar. osservata.	Long. appar. di Cometa.	Lat. appar. di Cometa.
h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
9 Marzo = 8. 36. 14	37. 45. 31	+10. 9. 23	38. 41. 7	— 4. 28. 59
25 Marzo = 7. 45. 20	56. 52. 19	+10. 52. 33	57. 5. 52,6	— 8. 52. 42,6
15 Aprile = 8. 36. 6	85. 31. 53	+ 9. 34. 58,5	85. 28. 5,2	—13. 48. 28,7
1 Maggio = 9. 26. 26	107. 59. 35	+ 6. 54. 15,0	108. 32. 50,8	—15. 24. 17,6

Riducendo al principio dell'anno i tempi osservati, correggendo le longitudini dall'aberrazione, nutazione e paralasse, e calcolando colle tavole del signor Carlini le posizioni della Terra, qualora le longitudini tutte riducansi all'equinozio medio del 9 Marzo, si ottengono le seguenti posizioni:

Tempo medio del 1826.	Long. oss. Com. = α	Latit. di Com. = β	Longit. della Terra = A	Log. dist. di ☉ = log. R
g	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	
I. 68,35849	38. 41. 21,8	— 4. 29. 2,1	168. 44. 45,0	9. 9972827
II. 84,32315	57. 6. 9,7	— 8. 52. 45,0	184. 36. 22,2	9. 9992029
III. 105,35841	85. 28. 18,5	—13. 48. 27,0	205. 17. 17,1	0. 0018237
IV. 121,39336	108. 33. 2,8	—15. 24. 10,8	220. 53. 12,6	0. 0036635.

Calcolando colla scorta dei superiori elementi prossimi le distanze accorciate della cometa dalla Terra per la prima e quarta osservazione, trovasi ρ' = 1,120; ρ'^{v} = 0,920 circa. Posto $p = q$ = 0,02 dietro i precetti del numero precedente, si formino le tre ipotesi seguenti, e spingendo sino alla fine il calcolo dei tre sistemi di elementi ellittici dietro i precetti del paragrafo precedente, si otterranno i risultati raccolti nelle sottoposte colonne.

	I. Ipotesi.	II. Ipotesi.	III. Ipotesi.
	′v	′v	′v
ρ' . .	= 1,120; ρ = 0,920	$\rho' + p$ = 1,140; ρ = 0,920	ρ' = 1,120; $\rho + q$ = 0,940
l'	= 96°. 24′. 36″,0	= 95°. 20′. 45″,3	= 96°. 24′. 36″,0
l'^{v} . . .	= 168. 38. 3, 8	= 168. 38. 3, 8	= 167. 43. 12, 2
λ'	= – 5. 34. 32,6	= – 5. 36. 27, 2	= – 5. 34. 32, 6
λ'^{v} . . .	= –13. 15. 8,9	= –13. 15. 8, 9	= –13. 24. 31, 3
Log. r'	= 9. 9561470	= 9. 9613712	= 9. 9561470
Log. r'^{v} . . .	= 0. 0436180	= 0. 0436180	= 0. 0479605
ω	= 252°. 5′. 29″,0	= 250°. 56′. 36″,8	= 252°. 20′. 57″,2
i	= 13. 20. 10,6	= 13. 22. 6, 4	= 13. 27. 56, 5
P' . . .	= 204. 54. 42,0	= 204. 59. 59, 5	= 204. 39. 39, 0
P'^{v} . . .	= 276. 22. 4,9	= 277. 29. 5, 4	= 275. 13. 26, 5
$P'^{v} - P' = 2f$	= 71. 27. 22,9	= 72. 29. 5, 9	= 70. 33. 47, 5
Log. a	= 0. 4810301	= 0, 5663224	= 0. 4788661
Log. e	= 9. 8481598	= 9. 8786539	= 9. 8466896
Log. mot. diur.	= 2. 8284615	= 2. 7005229	= 2. 8317074
Pass. al periel.	= 77,g49044	= 79, 45123	= 76, 27992
Long. del per.	= 110°. 48′. 53″,0	= 112°. 45′. 28″,7	= 108°. 57′. 8,″1

Calcolando ora in ciascheduno dei tre trovati sistemi la longitudine geocentrica per la seconda e per la terza osservazione, si avrà $a'' = 57.^{\circ}\ 3'.\ 28'',8$; $a'' + m = 56.^{\circ}\ 46'.\ 12'',2$; $a'' + n = 57.^{\circ}\ 15'.\ 5'',3$, essendo $\alpha'' = 57.\ 6.\ 9,7$; quindi sarà $\alpha'' - a'' = +\ 2'.\ 40'',9$; $m = -\ 17'.\ 16'',6$; $n = +\ 11'.\ 36'',5$.

$a''' = 85.^{\circ}\ 21'.\ 43'',0$; $a''' + m' = 85.^{\circ}\ 3'.\ 6'',4$; $a''' + n' = 85.^{\circ}\ 36'.\ 29'',1$, essendo $\alpha''' = 85.^{\circ}\ 28'.\ 18'',5$; quindi $\alpha''' - a''' = +\ 6'.\ 35'',5$; $m' = -\ 18'.\ 36'',6$; $n' = +\ 14'.\ 46'',1$. Dietro ciò si formeranno le due equazioni di condizione (4):

$$160'',9 = -\ 10\ 36'',6.\ x + 696'',5.\ y$$
$$395,\ 5 = -\ 11\ 16,\ 6.\ x + 886,\ 6.\ y$$

Le quali risolute, daranno $x = 0,9439$; $y = 1,6358$; quindi $p\ x = +\ 0,018878$; $q\ y = +\ 0.\ 032716$; e le distanze corrette saranno $\rho' + px = 1,13878$; $\rho'^{v} + qy = 0,952716$.

Intraprendendo ora con queste distanze corrette il calcolo degli elementi corretti, si troverà, dietro le superiori equazioni,

$l' = 95.^{\circ}\ 24'.\ 17'',7$; $\lambda' = -\ 5^{\circ}.\ 36'.\ 21'',0$; Log. $r' = 9.\ 9610759$

$l'^{v} = 167.\ 8.\ 51,\ 4$; $\lambda'^{v} = -\ 13.\ 30.\ 17,\ 0$; Log. $r'^{v} = 0.\ 0507539$

In seguito si avrà .... $\omega = 251.^{\circ}\ 24'.\ 38'',7$; $i = 13.^{\circ}\ 34'.\ 12'',7$

$P' = 204.^{\circ}\ 36'.\ 9,\ 2$; $P'^{v} = 275.\ 34.\ 39,\ 8$; $P'^{v} - P' = 2f = 70.\ 58.\ 30,\ 6$.

Coi valori trovati di log. r', log. r'^{v}, $2f$, e col tempo intercetto fra la prima e la quarta osservazione, seguendo i precetti superiormente citati dei §§. 343.–347., si formeranno tutti gli altri elementi ellittici che qui riuniamo.

Passaggio al perielio $= \tau = 77,^{g}47984$ del 1826. Tempo medio in Padova.
Long. del perielio $= \pi = 109^{\circ}.45'.20'',1$ } dall'Equinozio medio
Longit. del nodo $= \omega = 251.\ 24.\ 38,\ 7$ } del 9 Marzo.
Inclinazione.... $= i = 13.\ 34.\ 12,\ 7$
Log. a ..... $= 0.5569047$; Tempo della rivol. sid. $= 2500,^{g}9$
Log. e = log. sen. $\varphi = 9.8747702$; $\varphi = 48^{\circ}.\ 32.'\ 48'',7$.

Se con questi elementi si calcolano pei tempi delle quattro osservazioni fondamentali le posizioni geocentriche della cometa, si troverà che la prima e la quarta sono esattamente rappresentate, come ciò deve accadere per lo spirito del metodo; nella seconda e terza sussistono i seguenti piccoli errori, che nella teoria delle comete potrebbero in vero riguardarsi come trascurabili, vista la poca esattezza delle osservazioni:

25 Marzo, longit. osserv. — longit. calc. = + 12″,2; lat. osserv. — lat. calc. = + 22″,3

15 Aprile, longit. osserv. — longit. calc. = — 3, 3; lat. osserv. — lat. calc. = — 53, 3

§. 6.° Gli errori in latitudine residui di circa un minuto, manifestano ora evidentemente la inesattezza delle osservazioni; imperciocchè, quantunque forse non esista in ogni singola osservazione un errore sì grave, pure sforzando l'orbita a passare pei due punti estremi, che possono essere falsi, gli errori di questi rifondonsi sulle altre, e si aggiungono, se sono di segno contrario. Gli errori in longitudine sono tollerabili; ma siccome le correzioni delle distanze risultarono piuttosto forti, così si può ragionevolmente sospettare che non sia del tutto trascurabile l'influenza delle seconde potenze delle correzioni. Non riputai inutile tentare una nuova correzione per questa via medesima onde attenuarli, che volentieri qui soggiungerò, giacchè si renderà per essa manifesto quanto poco debbasi contare sul tempo della rivoluzione periodica delle comete, ricavato dalle osservazioni di una sola apparizione.

Ritenendo pertanto $\rho' = 1,138878$; $\rho'^{v} = 0,952716$ trovati nella superiore correzione, si facciano tre nuove ipotesi, ponendo $p = q = -0,002$; si avranno così i risultati riferiti nel seguente prospetto:

	I. Ipotesi.	II. Ipotesi.	III. Ipotesi.
$\rho' =$	1, 138878	1, 136878	1, 138878
$\rho'^{v} =$	0, 952716	0, 952716	0, 950716
$l' =$	95°.24′.17″,7	95°.30′.35″,3	95°.24′.17″,7
$l'^{v} =$	167. 8. 51, 4	167. 8. 51, 4	167. 14. 13,85
$\lambda' =$	– 5. 36. 21, 0	– 5. 36. 9, 8	– 5. 36. 21, 0
$\lambda'^{v} =$	–13. 30. 17, 0	–13. 30. 17, 0	–13. 29. 23,26
Log. $r' =$	9,9610759	9, 9605527	9, 9610759
Log. $r'^{v} =$	0, 0507539	0, 0507539	0, 0503130
$\omega =$	251°.24′.38″,7	251°.31′.29″,35	251°.23′.11″,74
$i =$	13. 34. 12, 7	13. 34. 3, 4	13. 33. 28, 2
$P' =$	204. 36. 9, 2	204. 35. 34, 8	204. 37. 33, 7
$P'^{v} =$	275. 34. 39, 8	275. 28. 0,64	275. 41. 19. 1
$2f =$	70. 58. 30, 6	70. 52. 25,84	71. 3. 45, 4
$\pi =$	109. 45. 20, 1	109. 33. 23, 4	109. 56. 3, 5
Log. $a =$	0, 5569047	0, 5478282	0, 5570389
Log. $e =$	9, 8747702	9, 8717860	9, 8748623
Log. mot. diur. = log. $\zeta =$	2, 7146495	2, 7282643	2, 7144483
Passaggio al perielio = $\tau =$	77,^{g}47980	77, 27958	77. 59598
Rivoluz. periodica = $T =$	2500,^{g}9	2423,^{g}0	2501,^{g}3
Angolo di eccentricità $\varphi =$	48°.32′.48″;7	48°.6′.16″,5	48°.33′.38″,25

Calcolando ora in ciascheduno dei tre ritrovati sistemi la longitudine geocentrica della cometa nelle due osservazioni intermedie, si troverà per l'osservazione del giorno 25 Marzo:

Longitudine osservata . . . . . $= \alpha''$ . . $= 57^\circ.6'.\ 9'',7$	$\alpha'' - a'' = +\ 12'',2$	
Long. calcolata nel I. sistema $= a''$ . . $= 57.\ 5.\ 57,\ 5$	$m = +103,\ 4$	
Long. calcolata nel II. sistema $= a'' + m = 57.\ 7.\ 40,\ 9$	$n = -\ 70,\ 4$	
Long. calcolata nel III. sistema $= a'' + n' = 57.\ 4.\ 47,\ 1$		

Quindi l'equazione di condizione $12'',2 = 103'',4.x - 70'',4.y$ . . . (1)

Del pari per l'osservazione del giorno 15 Aprile si troverà:

Longitudine osservata . . . . . α''' . . . $= 85^\circ.28'.18'',5$	$\alpha''' - a''' = -\ 3'',3$	
Long. calcolata nel I. sistema . a''' . . . $= 85.\ 28.\ 21,\ 8$	$m' = +109,\ 9$	
Long. calcolata nel II. sistema . $a''' + m' = 85.\ 30.\ 11,\ 7$	$n' = -\ 87,\ 3$	
Long. calcolata nel III. sistema . $a''' + n' = 85.\ 26.\ 54,\ 5$		

Quindi l'equazione . . . . $-\ 3'',3 = 109'',9.x - 87'',3.y$ . . . . (2)

Le equazioni (1), (2) risolute danno $x = 0,99908$; $y = 1,29551$, e però le distanze corrette risulteranno come segue:

Valori assunti	$\rho' = 1,1388780$;	$\rho'^{v} = 0,9527160$
Correzioni.	$px = -0,0019982$;	$qy = -0.0025910$
Distanze corrette . . .	$\rho' = 1,1368798$;	$\rho'^{v} = 0,9501250$

Queste nuove distanze corrette daranno pel calcolo degli elementi dell'orbita i seguenti valori:

$l' = 95^\circ.30'.36'',8$; $\lambda' = -\ 5^\circ.36'.9'',93$; log. $r' = 9,9605504$
$l'^{v} = 167.\ 15.\ 49,\ 3$; $\lambda'^{v} = -\ 13.\ 29.\ 7,\ 32$; log. $r'^{v} = 0,0501828$

Da questi poi si otterranno i seguenti elementi ellittici corretti:

Passaggio al perielio . . . . . $\tau = 77^{g},43012$ del 1826. T. medio in Padova.
Longitudine del perielio . . . $\pi = 109^\circ.47'.16'',6$ } Equinozio medio
Longitudine del nodo. . . . . $\omega = 251.\ 29.\ 37,\ 0$ } 9 Marzo.
Inclinazione. . . . . $i = 13.\ 33.\ 5,\ 4$
Log. semiasse maggiore $=$ log. $a = 0.5479534$
Log. $e =$ log. sen. $(48^\circ.7'.12'',21) = 9.8718911$
Log. mot. diur. med. sid. $=$ log. $\zeta = 2.7280765$
Rivoluzione siderale. . . . 2424 giorni; moto diretto.

Se ora in questi elementi si calcolano le posizioni geocentriche nelle osservazioni che hanno servito di base, si troveranno le due estreme bene rappresentate, mentre nelle due di mezzo rimangono ancora i seguenti errori, dovuti alla irregolarità delle osservazioni che col metodo precedente non si potrebbero ulteriormente attenuare:

25 Marzo; long. oss. — long. calc. = — 2″,9; lat. oss. — lat. calc. = + 21″,0
15 Aprile . . . . . = — 0, 1; . . . . . = — 55, 9.

§. 7.° Vedesi ora palesemente quanto sia grande l'influenza degli errori delle osservazioni nella durata della rivoluzione periodica; imperocchè tentando di correggere una leggiera differenza di circa 12″ nella osservazione del giorno 25 Marzo, siamo caduti in un periodo di circa 77 giorni minore del precedente: donde si può conchiudere, che questo elemento non si può ottenere con sicurezza dalle osservazioni fatte in una sola apparizione. Che se molte osservazioni di una sola apparizione si vorranno far concorrere alla determinazione degli elementi dell'orbita in modo che sia l'influenza degli errori attenuata nel risultato, parmi la via più spedita di procurare tre o quattro luoghi fondamentali distribuiti a grandi distanze nella durata dell'apparizione medesima, confrontando con un sistema di elementi già molto prossimo al vero tutte le buone osservazioni fatte nei due giorni precedenti, e seguenti l'epoche fissate; quindi correggere col medio degli errori ottenuti in ogni gruppo le posizioni date dagli elementi, e riguardando i luoghi così ottenuti come realmente osservati, appoggiare ad essi la correzione degli elementi. In qualunque modo però si proceda, il tempo della rivoluzione periodica non riuscirà bene determinato se non quando fra le comete osservate negli scorsi tempi se ne riscontri una, i cui elementi tanto rassomiglino a quelli dedotti dalle attuali osservazioni da renderne molto probabile l'identità. Questo è appunto il caso della nostra cometa; imperciocchè quella osservata in sul finire del 1805 e nel principio del 1806, registrata nel Catalogo di De-Lambre al N. 108. (*Astron.* vol. III. pag. 414), sebbene non si potesse esattamente rappresentare in orbite paraboliche, tuttavia le parabole in allora determinate nella posizione del piano e nella distanza perielia molto si assomigliano agli elementi ellittici ora determinati. I signori Clausen e Gambart fecero i primi questa importante scoperta; riuscì quest'ultimo a rappresentare le osservazioni tanto del 1805, come del 1826, con due ellissi aventi lo stesso asse maggiore, e però non si può rivocare in dubbio l'identità sospettata delle due comete. Giusta i risultati del signor Gambart,

essa passò al perielio il $1,^{g}9807$ di Gennajo del 1806 (tempo medio contato dalla mezzanotte sotto il meridiano di Parigi), che equivale ai 2, 0072 di Gennajo da mezzodì sotto il nostro meridiano. Pertanto il numero dei giorni trascorsi fra i passaggi al perielio nelle due indicate epoche del 1805 e del 1826 sarà di giorni 7380, 4229; nel qual tempo, in virtù della prossima rivoluzione sopra determinata, ha compito tre esatte rivoluzioni. Detto pertanto T il tempo della rivoluzione, sarà $T = 2460,^{g}14$; e quindi dietro i soliti precetti col mezzo della terza legge di Keplero si determinerà il semiasse maggiore, e si otterrà per questa via log. $a = 0,5522409$; ed $a = 3,566492$. Come poi debbansi determinare gli altri elementi, apparirà da quanto passiamo ad esporre nell'articolo seguente.

III. Caso. *Calcolo di un' orbita ellittica già presso a poco conosciuta, di cui sia dato l' asse maggiore.*

§. 8.° Se, come nel caso precedente, siasi già ottenuta un'orbita ellittica che molto prossimamente soddisfaccia alle osservazioni di un' apparizione, e che si possa con qualche precisione stabilire la lunghezza dell' asse maggiore dietro un passaggio al perielio osservato nei trascorsi tempi, si potranno allora col mezzo delle consuete equazioni di condizione, fra piccole variazioni arbitrarie date agli elementi prossimi, determinare tutti gli elementi dell'orbita della cometa in modo che si adattino all' asse maggiore osservato. Primieramente è palese che la distanza perielia non dovrà subire una grandissima variazione, essendo per ipotesi le attuali osservazioni bene rappresentate; quindi, per cadere in minori correzioni dell' eccentricità, sarà opportuno variare questo elemento in modo, che nella nuova ellisse la distanza perielia rimanga come nella precedente. Ora, detta q la distanza perielia della prima ellisse, a il semiasse maggiore, $e = \text{sen.}\,\varphi$ l'eccentricità della nuova ellisse, sarà $q = a\,(1 - e) = 2\,a.\,\cos.^2\,(45 + \frac{1}{2}\varphi)$.

Quindi si avrà $\cos.\,(45 + \frac{1}{2}\varphi) = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{2a}}$. Nel caso attuale trovasi coi superiori elementi . . . . . Log. $\sqrt{q} = 9.9776337$

Col nuovo asse maggiore si ha . . . . . Log. $\sqrt{2a} = 0.4266355$

Log. cos. $(45 + \frac{1}{2}\varphi) = 9,5509982$

però sarà . . . . $45^\circ. + \frac{1}{2}\varphi = 69^\circ.\,10'.\,4'',6$; $\varphi = 48^\circ.\,20'.\,9'',2$.

Ottenuta per questa via l' eccentricità corrispondente al dato asse maggiore, si

formeranno le equazioni di condizione fra le correzioni degli elementi coi seguenti precetti (*Astron.* §. 378.):

Sieno rappresentati da τ, π, ω, i, φ i valori prossimi del passaggio al perielio, delle longitudini del perielio, del nodo, della inclinazione e dell'angolo di eccentricità; $d\tau$, $d\pi$, $d\omega$, di, $d\varphi$ le loro correzioni, che supporremo piccole a segno da poterne trascurare le potenze superiori alla prima; a e ζ il semiasse maggiore ed il moto diurno invariabili e dati; l, λ, r la longitudine, la latitudine eliocentriche, ed il raggio vettore; l', λ' la longitudine e la latitudine geocentriche, calcolate dietro i dati elementi prossimi; dl, $d\lambda$, dr, dl', $d\lambda'$ le loro variazioni, dipendenti dalle supposte correzioni; α', β' la longitudine e latitudine geocentriche osservate ad un tempo dato; ρ la distanza accorciata della cometa dalla Terra. Avremo primieramente:

$$(1)\quad dl' = \alpha' - l' = \frac{\cos.\lambda.\,\text{sen.}(l-l')}{\rho}.\,dr + \frac{r\cos.\lambda.\cos.(l-l')}{\rho}dl - \frac{r\,\text{sen.}\lambda.\,\text{sen.}(l-l')}{\rho}d\lambda$$

$$(2)\quad d\lambda' = \beta' - \lambda' = \left(\frac{\text{sen.}\,\lambda.\cos.^2\lambda'}{\rho} - \frac{\text{sen.}\,2\lambda'.\cos.\lambda}{\rho}\cos.(l-l')\right)dr$$

$$+\frac{r}{2\rho}\,\text{sen.}\,2\lambda'\cos.\lambda.\,\text{sen.}(l-l').\,dl + \left(\frac{r}{\rho}\cos.\lambda.\cos.^2\lambda' + \frac{r}{2\rho}.\,\text{sen.}\,2\lambda'\,\text{sen.}\lambda.\cos.(l-l')\right)d\lambda$$

I valori poi di dr, dl, $d\lambda$, che entrano in queste equazioni, saranno espressi per le correzioni degli elementi dell'orbita nel modo seguente:

$$(3)\quad dr = -a\zeta\,\text{sen.}\,v.\,\text{tang.}\,\varphi.\,d\tau - a\cos.\varphi\cos.v\,d\varphi;$$

$$(4)\quad dl = \left(1 - \frac{\cos.\,i}{\cos.^2\lambda}\right)d\omega - \text{tang.}\,\lambda.\cos.(l-\omega)\,di$$

$$-\frac{\zeta a^2\cos.\varphi\cos.i}{r^2\cos.^2\lambda}.\,d\tau + \frac{\cos.\,i}{\cos.^2\lambda}d\pi + \frac{\cos.\,i\,\text{sen.}\,v\,(2+e\cos.v)}{\cos.\varphi.\cos.^2\lambda}.\,d\varphi;$$

$$(5)\quad d\lambda = -\text{sen.}\,i\cos.(l-\omega)\,d\omega + \text{sen.}(l-\omega)\,di - \frac{\zeta a^2\cos.\varphi}{r^2}\,\text{sen.}\,i\cos.(l-\omega)\,d\tau$$

$$+\,\text{sen.}\,i\cos.\,l-\omega)\,d\pi + \frac{(2+e\cos.v)\,\text{sen.}\,i\cos.(l-\omega)\,\text{sen.}\,v}{\cos.\varphi}.\,d\varphi$$

Avendo ridotto a numeri i coefficienti delle equazioni (3), (4), (5), se si sostituiscano nelle equazioni (1), (2), si avranno per ogni osservazione due equazioni di condizione fra le correzioni degli elementi; le quali, risolute col metodo dei minimi quadrati, daranno i valori di $d\omega$, di, $d\tau$, $d\pi$, $d\varphi$, in modo che gli errori delle osservazioni vi esercitino la minima influenza.

Applicazione del metodo precedente alla stessa Cometa periodica della Balena.

§. 9.° Si ritengano le stesse osservazioni del §. 5., e si domandi di rappresentarle con un'ellisse, in cui sia (come sopra §. 7.) log. $a = 0.5522409$, ed $a = 3,566492$; donde si formerà log. $\zeta = 2,7216452$, essendo inoltre prossimamente $\varphi = 48.^\circ\ 20'.\ 9'',2$. Poco importando di partire dagli elementi assegnati al §. 6., o da altri a quelli molto prossimi, supporremo che in numeri rotondi si abbia:

Il passaggio al perielio. . . . $= \overset{g}{77},43012 + d\tau$
La longitudine del perielio. $= 109^\circ.47'.20'' + d\pi$
La longitudine del nodo . . $= 251.\ 29.\ 40 + d\omega$
L'inclinazione . . . . . $= 13.\ 33.\ 10 + di$
L'eccentricità . . . . . $=$ sen. $(48^\circ.20.'10'' + d\varphi)$

Nel ridurre, dietro questi dati, a numeri le equazioni superiori ho supposto che fosse $d\tau$ espresso in decimi di giorno, con che i termini moltiplicati per $\zeta d\tau$ devono essere divisi per 10; inoltre le correzioni $d\omega$, di, $d\pi$, $d\varphi$ espresse in minuti essendo $\alpha' - l'$ date in secondi, perciò i coefficienti di queste correzioni si dovranno moltiplicare per 60. Con queste avvertenze ho ottenuto i seguenti risultati:

1.ª Osservazione del 9 Marzo:

$$\left.\begin{array}{l} l' = 38^\circ.41'.12'',6 \\ \alpha' = 38.\ 41.\ 21,8 \end{array}\right\} \alpha' - l' = +9'',2 \quad \left.\begin{array}{l} \lambda' = -4^\circ.28'.56'',2 \\ \beta' = -4.\ 29.\ 2,1 \end{array}\right\} \beta' - \lambda' = -5'',9$$

(1) $dl' = +1'',328.d\omega - 3''953.di - 185'',272.d\tau + 24'',920.d\pi - 125'',416.d\varphi = +9'',2$

(2) $d\lambda' = +10,189.d\omega - 19,194.di + 116,159,d\tau - 13,317.d\pi + 19,549.d\varphi = -5,9$

2.ª Osservazione del 25 Marzo:

$$\left.\begin{array}{l} l' = 57^\circ.6'.24'',8 \\ \alpha' = 57.\ 6.\ 9,7 \end{array}\right\} \alpha' - l' = -15'',1 \quad \left.\begin{array}{l} \lambda' = -8^\circ.53'.16'',3 \\ \beta' = -8.\ 52.\ 45,0 \end{array}\right\} \beta' - \lambda' = +31'',3$$

(3) $dl' = +1'',225.d\omega - 9'',088.di - 240'',74.d\tau + 23'',146.d\pi - 102,497.d\varphi = -15'',1$

(4) $d\lambda' = +8,167.d\omega - 37,641.di + 140,988.d\tau - 15,252.d\pi + 2,768.d\varphi = +31,3$

3.ª Osservazione del 15 Aprile:

$$\left.\begin{array}{l} l' = 85^\circ.29'.51'',8 \\ \alpha' = 85.\ 28.\ 18,5 \end{array}\right\} \alpha' - l' = -93'',3 \quad \left.\begin{array}{l} \lambda' = -13^\circ.48'.\ 3'',9 \\ \beta' = -13.\ 48.\ 27,0 \end{array}\right\} \beta' - \lambda' = -23'',1$$

(5) $dl' = -0'',064.d\omega - 14'',301.di - 333'',22.d\tau + 27'',965.d\pi - 33'',386.d\varphi = -93'',3$

(6) $d\lambda = +3,404.d\omega - 58,488.di + 138,298.d\tau - 16,387.d\pi - 26,868.d\varphi = -23,1$

4.ª Osservazione del giorno 1. Maggio.

$$\left.\begin{array}{l} l' = 108^\circ.35'.42'',4 \\ \alpha' = 108.\ 33.\ \ 2,\ 8 \end{array}\right\} \alpha' - l' = -159'',6 \quad \left.\begin{array}{l} \lambda' = -15^\circ.24'.43'',5 \\ \beta' = -15.\ 24.\ 10,\ 8 \end{array}\right\} \beta' - \lambda' = +32'',7$$

(7) $dl' = -1'',341.d\omega - 13'',190.di - 374'',24.\ d\tau + 37'',097.d\pi + 46'',03.d\varphi = -159'',6$

(8) $d\lambda' = -1'',143.\ d\omega - 66,\ 320.di + 98,\ 44.\ d\tau - 13,\ 952.d\pi - 35,\ 41.d\varphi = +\ 32,\ 7$

Se ora si risolvono le precedenti equazioni col metodo dei minimi quadrati, di cui abbiamo riferito la pratica al §. 111. (*Astron.*), si otterranno le cinque seguenti equazioni:

$$188,4777.d\omega - 624,0506.di + 2675,4815.d\tau - 290,1736.d\pi - 180,8962.d\varphi = +\ 293,2184$$
$$-\ 624,0506.d\omega + 10081,1555.di - 9531,703.d\tau + 1515,3502.d\pi + 4737,8978.d\varphi = +\ 1657,760$$
$$+2675,4815.d\omega - 9531,703.di + 405559,1.d\tau - 40727,73.d\pi + 37269,65.d\varphi = +\ 96500,552$$
$$-\ 290,1736.d\omega + 1515,3502.di - 40727,73.d\tau + 4188,129.d\pi - 4092,082.d\varphi = -\ 9126,563$$
$$-\ 180,8962.d\omega + 4737,8798.di + 37269,65.d\tau - 4092,082.d\pi + 31833,644.d\varphi = -\ 4403,487$$

§. 10.° Apparecchiate così queste equazioni, la loro risoluzione dietro i precetti ordinarii dell'Algebra non ha alcuna difficoltà. Noi soggiungeremo qui i risultati ottenuti colle successive divisioni e sottrazioni, per comodo di coloro che volessero ripetere i calcoli:

(1) $d\omega - 3,31100.di + 14,19521.d\tau - 1,53957.d\pi - 0,95978.d\varphi = +\ 1,55572$

(2) $d\omega - 16,15439.di + 15,27392.d\tau - 2,42825.d\pi - 7,59214.d\varphi = -\ 2,65645$

(3) $d\omega - 3,56261.di + 151,58363.d\tau - 15,22258.d\pi + 13,93007.d\varphi = +\ 36,06848$

(4) $d\omega - 5,22222.di + 140,35642.d\tau - 14,43318.d\pi + 14,10218.d\varphi = +\ 31,45208$

(5) $d\omega - 26,19114.di - 206,02771.d\tau + 22,62115.d\pi - 175,97733.d\varphi = +\ 24,34261$

Sottraendo dalla prima di queste equazioni successivamente tutte le altre, e dividendo i residui pei coefficienti di $d\,i$, si formano le seguenti:

(1)′ . . $di - 0,08399.\ d\tau + 0,06919.\ d\pi + 0,51640.\ d\varphi = +\ 0,32796$

(2)′ . . $di - 546,03713.\ d\tau + 54,38181.\ d\pi - 59,17828.\ d\varphi = -\ 137,16770$

(3)′ . . $di - 66,01082.\ d\tau + 6,74627.\ d\pi - 7,88081.\ d\varphi = -\ 15,64256$

(4)′ . . $di + 9,42507.\ d\tau - 1,05597.\ d\pi + 7,64932.\ d\varphi = -\ 0,99592$

Sottraendo dalla prima tutte le altre, e dividendo pei coefficienti di $d\tau$, si ottengono le seguenti:

(1)″ . . $d\tau - 0,0994822.\ d\pi + 0,1093403.\ d\varphi = +\ 0,251845$

(2)″ . . $d\tau - 0,1012802.\ d\pi + 0,1273717.\ d\varphi = +\ 0,242246$

(3)″ . . $d\tau - 0,1158876.\ d\pi + 0,7346662.\ d\varphi = -\ 0,136355$

Allo stesso modo si formeranno le due seguenti:

$(1)''' \ldots d\pi - 10,02859 . d\varphi = + 5,33871$

$(2)''' \ldots d\pi - 38,11708 . d\varphi = + 23,66293$

e per ultimo $d\varphi = - 0',65237 = - 0'.39'',14$.

Risalendo ora successivamente alle equazioni $(1)'''$, $(1)''$, $(1)'$, (1), si avrà:

$$d\pi = - 1',20366 = - 1',12'',22$$
$$d\tau = + 0,203433 = + 0,^{g}0203433$$
$$di = + 0',76522 = + 0',45'',91$$
$$d\omega = - 1,27764 = - 1',16'',66$$

Queste correzioni, applicate coi loro segni agli elementi ellittici da principio assunti, daranno i seguenti risultati:

Passaggio al perielio . . . . 77,450463 del 1826. Tempo medio in Padova.
Ossia in Marzo $18,^{g}450463$

Longitudine del perielio . . . = 109°.46'. 7'',78 } Equinozio medio
Longitudine del nodo . . . . = 251. 28. 23, 34 } del 9 Marzo.

Inclinazione . . . . . = 13. 33. 55, 91

Angolo di eccentricità φ . . . = 48°.19'.30'',86; log. e = 9.8732806

Eccentricità . . . . . e = 0,7469312

Log. a = 0.5522409; log. distanza perielia = 9.9554798

Distanza perielia . . . . . = 0.9025676

Rivoluzione periodica . . . . . = $2460,^{g}14$

Log. moto medio diurno in secondi = 2.7216452.

Questi elementi rappresentano con molta esattezza le longitudini delle osservazioni fondamentali; ma lasciano tuttavia sussistere un errore di circa 40'' nelle latitudini, dipendente dalla inesattezza delle declinazioni, che erano molto difficili ad osservarsi per la poca luce, e per la forte nebulosità che inviluppava il nucleo della cometa. Ecco i risultati di questo confronto:

Giorni delle osservazioni	9 Marzo	25 Marzo	15 Aprile	1. Maggio.
Correzione delle longitud.	+ 0'',2	— 3'',4	+ 2'',8	+ 0'',4
Correzione delle latitud.	+ 5, 4	— 25, 3	+ 39, 4	— 22'',1.

Comunque però sia di qualche piccola mutazione, di cui potessero abbisognare gli elementi superiori, essi assai bene convengono con quelli calcolati dal signor Gambart, e mostrano che si dovrà attendere il ritorno della presente

cometa nel Novembre e Dicembre del 1832. Se però calcolare si volesse una effemeride sul loro appoggio soltanto per quell'epoca, poca speranza si avrebbe di assegnarne con qualche precisione la posizione per quella sua reapparizione, giacchè le attrazioni planetarie fanno variare sensibilmente da una rivoluzione all'altra gli elementi dell'orbita. Se dunque si voglia calcolarne la posizione per apparecchiare gli osservatori a rintracciarla in quel tempo, è forza ricorrere al calcolo delle perturbazioni. Questo lavoro è stato intrapreso dal signor Damoiseau, il quale ha assegnato pel 1832 i seguenti elementi, involventi l'effetto delle forti attrazioni provenienti da Giove e da Saturno. (*Conn. des Temps* 1830, pag. 52.)

Passaggio al perielio 1832 Novembre	27^{g},4808 (dalla mezzanotte di Parigi)
Eccentricità	0,7517481
Perielio	109°.56′.45″
Nodo	248. 12. 24
Inclinazione	13. 13. 13
Semiasse maggiore	3,53683.

Sopra di essi il signor Gambart ha costruito l'effemeride inserita nel citato luogo, la quale riuscirà in quei giorni sommamente vantaggiosa agli astronomi osservatori.

FORMULE E PRECETTI

PER LA COSTRUZIONE DEGLI OCULARI A QUATTRO LENTI PEI CANOCCHIALI TERRESTRI TANTO PER INGRANDIMENTI DETERMINATI, COME PER INGRANDIMENTI VARIABILI.

MEMORIA

LETTA ALL' ACCADEMIA DI PADOVA LI VIII FEBBRAJO MDCCCXXXI

DAL SOCIO ATTIVO

PROF. GIOVANNI SANTINI

Poco tempo dopo l' invenzione dei canocchiali galileani, Keplero con fino accorgimento immaginò di sostituire un oculare convesso ad un oculare concavo, di cui fecero uso i primi inventori di questo meraviglioso sussidio alla nostra limitata vista, con che ottenne un campo più ampio e più netto, come facilmente dimostrasi dietro i primi principii fondamentali della Diottrica: ma tale utilissima invenzione di Keplero, comunemente adoperata dagli astronomi, ha il leggiero inconveniente di presentare le immagini degli oggetti in una situazione inversa: lo che, se non apporta alcun imbarazzo a chi per lunga abitudine siasi di già assuefatto alle osservazioni con sì fatti stromenti, riesce molesto e fastidioso per quelli che poche volte, o per diletto soltanto, ricorrono all' uso dei canocchiali.

Lo stesso Keplero immaginò pel primo una distribuzione di lenti convesse, che raddrizzasse gli oggetti; ma il merito di averne tentato l' effetto sembra dovuto al P. Reita, che con tre lenti oculari fece il primo canocchiale terrestre, di cui faccia menzione la storia.

Molto imperfetti riuscirono questi primi canocchiali per le grandi aberrazioni di rifrangibilità e di figura a cui erano sottoposti, e per la grande ristrettezza del loro campo: perfezionatasi in seguito la teoria, vennero succes-

sivamente progettati ed eseguiti sopra diversi principii degli oculari a tre, a quattro, e perfino a cinque lenti, tanto colla vista di ingrandire il campo, quanto di togliere alle immagini il contorno colorato, ed attenuare le altre sorgenti di confusione dipendenti dalla diversa rifrangibilità dei colori e dalla sfericità dei vetri. Non è mia intenzione di qui ritessere la teoria completa degli oculari, che trovasi esposta in molte opere, ed anche nel secondo volume della *Teoria degli stromenti ottici*, da me pubblicata nel 1828 (Padova, Tipografia del Seminario). In essa si troveranno riferiti i pregii ed i difetti di molti oculari terrestri a tre e quattro lenti, le formule generali che servono a determinarne le dimensioni, e gli effetti che se ne devono attendere, illustrate con molti esempii numerici, i quali serviranno di guida agli artefici nei diversi casi particolari che si possono ad essi presentare.

Fra le varie specie di oculari terrestri dalla teoria raccomandati innanzi la pubblicazione dell'opera ora citata, non trovavasi (che io sappia) compresa quella che comunemente vedesi adoperata dai più distinti ottici inglesi e francesi, adottata anche dal celebre Fraunhofer, le cui produzioni vennero cotanto meritamente applaudite; e lo stesso sig. Praechtl, che in un'opera eccellente (*Pracktische Dioptrik*, Vienna presso Heubner 1828) raccolse i precetti per la costruzione tanto degli obiettivi acromatici, quanto degli oculari, non altra regola additò per gli oculari terrestri a quattro lenti, che quella di attenersi alle dimensioni degli oculari di Fraunhofer, dei quali presenta un'ampia tabella per le dimensioni e per gli ingrandimenti più usuali, ricavata dalla inspezione dei molti canocchiali ch'ebbe occasione di consultare. Tentai di dedurre questa peculiare costruzione dalle formule fondamentali della Diottrica, ed intrapresi a dimostrare con varii esempii numerici: 1.° in qual modo ad un dato obiettivo si possa adattare un oculare che produca un ingrandimento determinato, ed abbia un campo dato; 2.° come si debbano disporre quattro lenti di distanza focale determinata, perchè ne risulti un oculare terrestre, il quale, applicato ad un dato obiettivo, produca un ingrandimento determinato; e dalla soluzione di questo quesito risulta spontanea la costruzione degli oculari pancratici o polialdi, introdotti in commercio per la prima volta dal rinomato ottico francese Cauchoix; 3.° per ultimo tentai di assegnare le dimensioni delle lenti e le loro distanze, per l'ingrandimento e per la distanza focale dell'obiettivo, sempre introducendo la condizione opportuna a distruggere i contorni colorati nelle immagini degli oggetti. Quest'ultima via è la più comoda, in quanto che, fissato l'ingrandimento che si vuol produrre con

un dato obiettivo, si hanno tosto, dietro il calcolo numerico di formule determinate, le distanze focali delle lenti, e le loro distanze scambievoli opportune a produrre l'intento. Un tale problema, per sua natura indeterminato, rigorosamente parlando, è suscettibile di infinite soluzioni; ma una scelta conveniente delle quantità indeterminate, che non ristringa soverchiamente il campo, e renda positive al tempo stesso le distanze scambievoli e le distanze focali, senza allungare di soverchio il tubo oculare, riesce difficile ed imbarazzante. Nel §. 274. ho riferito una particolare determinazione delle quantità arbitrarie, che conduce ad una buona disposizione di oculari, e molto si avvicina a quella adoperata da Fraunhofer ne' suoi canocchiali: conviene tuttavia confessare, che le formule indi risultanti sono alquanto complicate pel calcolo numerico, e non si prestano ad un semplice enunciato, quale d'ordinario desiderasi dai pratici in un argomento tanto interessante, e di un uso presso che giornaliero. Inoltre il campo è appena un terzo più grande di quello che si otterrebbe con una sola lente in un canocchiale astronomico dotato di pari ingrandimento, mentre con tanto numero di lenti si può desiderare di acquistare una maggiore estensione. Dopo quell'epoca tentando di aumentare il campo di visione con una diversa determinazione delle quantità arbitrarie del problema, sono caduto in due disposizioni molto semplici, delle quali la prima conduce ad un campo $= \frac{5}{3}$ di quello di un comune oculare astronomico ad una sola lente, dotato di pari ingrandimento; la seconda ad un campo in vero un poco minore, cioè $= \frac{3}{2}$ di quello dello stesso canocchiale astronomico; ma in cambio si appoggia a formule suscettibili di un enunciato semplice, che riesce a portata di tutti gli artefici pratici. Io spero che la benignità vostra, cortesi Accademici, vorrà condonare all'importanza dell'argomento questa breve appendice alla teorica degli oculari terrestri, riferita nella citata mia opera.

I. *Oculare acromatico a quattro lenti, che abbraccia un campo* $2\varphi = \frac{10}{3}\frac{\omega}{(M-1)}$.

§. 1.° Si ritengano le denominazioni tutte della *Teorica degli stromenti ottici*, riguardando il canocchiale terrestre come un sistema di cinque lenti disposte intorno ad un medesimo asse per la chiara visione, nella prima delle quali sarà supposto un obiettivo acromatico di una distanza focale $= p$; le altre per ordine abbiano le distanze focali q, r, s, t. Le distanze di riunione siano rispettivamente a, α; b, β; c, γ; d, δ; $e = t$ (giacchè fingesi, per la chiara

visione, che l'ultima immagine cada sul foco della lente prossima all'occhio. Sia ϕ il mezzo campo del canocchiale; π, π', — π'', π''' i rapporti delle semi-aperture delle quattro lenti oculari alle loro distanze focali rispettive, richiesti perchè l'ultimo raggio principale, facente con l'asse nel centro dell'obiettivo un angolo $= \phi$, possa attraversarle tutte senza impedimento. Saranno, pei principii spiegati nell'Ottica, queste quantità altrettante frazioni assolute, che non dovranno eccedere $\frac{1}{4}$, se vogliansi evitare errori troppo gravi di sfericità nelle immagini prodotte dagli oculari; in generale rappresenteremo per α il massimo valore da attribuirsi alle medesime. Sia inoltre M l'ingrandimento; D la distanza dell'obiettivo dalla prima lente oculare; d', d'', d''' le distanze scambievoli della prima dalla seconda, della seconda dalla terza, della terza dalla quarta lente oculare; O la distanza di questa quarta lente dall'occhio.

§. 2.° Richiamate così queste denominazioni, pongasi, come nel §. 264.,

$$P = \frac{\alpha}{b};\ Q = -\frac{\beta}{c};\ R = -\frac{\gamma}{d};\ S = \frac{\delta}{e},$$

e le equazioni alle quali si dovrà soddisfare pel buon effetto del canocchiale saranno:

$$(1)\ M = PQRS$$

$$(2)\ \pi q = b\ (P + 1)\,\phi$$

$$(3)\ \pi' r = -c\ (PQ + 1)\,\phi + \pi c$$

$$(4)\ -\pi'' s = d\ (PQR + 1)\,\phi + (\pi' - \pi)\,d$$

$$(5)\ \phi = \frac{\pi''' + \pi'' + \pi' - \pi}{M - 1}$$

$$(6)\ \pi - \frac{\pi'}{Q} - \frac{\pi''}{QR} + \frac{\pi'''}{QRS} = 0,$$

l'ultima delle quali è relativa al toglimento del contorno colorato. Queste equazioni, senza contare le distanze focali date dietro le distanze di riunione, contengono quattordici quantità α, b, β, c, γ, d, δ, e, π, π', π'', π''', ϕ, M, delle quali otto rimangono al nostro arbitrio, e debbonsi determinare per modo, che P, Q, R, S, π, π', π'', π''', e le distanze focali p, q, r, s, t, non che le distanze delle lenti $D = \alpha + b$; $d' = \beta + c$; $d'' = \gamma + d$; $d''' = \delta + e$ risultino tutte positive. Oltre le precedenti equazioni, avremo ancora le seguenti:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta};\ \frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma};\ \frac{1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{1}{\delta};\ O = \frac{\pi''' t}{M\phi}.$$

§. 3.° Per soddisfare a queste equazioni si assunse nel §. 274.

$$Q = \tfrac{1}{3};\ R = 4;\ S = \tfrac{2}{3};\ \pi = \tfrac{2}{3}\,\omega;\ \pi' = \tfrac{1}{4}\,\omega;\ \omega'' = \omega,$$

i quali numeri ci condussero ad una lodevole disposizione di oculari molto simile a quella adoperata da Fraunhofer, nella quale il semi-campo φ risultava uguale $= \frac{143\,\omega}{108\,(M-1)}$.

Per rendere il campo più ampio vogliamo assumere

$$\pi = \tfrac{1}{3}\,\omega,\ \pi' = \tfrac{1}{3}\,\omega;\ \pi'' = \pi''' = \omega;\ \text{inoltre } Q = \tfrac{1}{3};\ R = 6.$$

In questa supposizione l'equazione (1) darà

$$P = \frac{5\,M}{6};\ \text{e la (5) } \varphi = \frac{5\,\omega}{3\,(M-1)}.$$

Dietro questi valori avremo

$$\frac{\varphi}{\pi} = \frac{5}{2\,(M-1)};\ \frac{\varphi}{\pi'} = \frac{5}{M-1};\ \frac{\varphi}{\pi''} = \frac{\varphi}{\pi'''} = \frac{5}{3\,(M-1)},$$

ed il calcolo della totale disposizione del sistema risulterà come segue:

1.° L'equazione $P = \frac{\alpha}{b}$ darà $b = \frac{\alpha}{P} = \frac{6\,\alpha}{5\,M}$, donde si formerà

$$D = \alpha + b = \frac{(5\,M+6)\,\alpha}{5\,M} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (a).$$

2.° L'equazione (2) darà

$$\frac{q}{b} = (P+1)\,\frac{\varphi}{\pi} = \frac{5\,(5M+6)}{12\,(M-1)};\ 1 - \frac{q}{b} = -\frac{13\,M+42}{12\,(M-1)};$$

dietro questi valori si avrà subito

$$q = b.\frac{q}{b} = \frac{(5\,M+6)\,\alpha}{2\,M\,(M-1)} = \frac{5\,D}{2\,(M-1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

$$\beta = \frac{q}{1-\frac{q}{b}} = -\frac{12\,(M-1)}{13\,M+42}\cdot q.$$

In seguito si avrà $c = -\frac{\beta}{Q} = -3\,\beta = +\frac{36\,(M-1)}{13\,M+42}\cdot q$,

e però $d' = \beta + c = -2\,\beta = +\frac{24\,(M-1)}{13\,M+42}\cdot q \quad \ldots\ldots\ldots (c)$

ovvero $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots d' = \frac{60\,D}{13\,M+42} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (c)'$

3.° L'equazione (3) darà $\frac{r}{c} = \frac{\pi}{\pi'} - (PQ+1)\,\frac{\varphi}{\pi'}$, che per la sostituzione dei precedenti valori riducesi ad $\frac{r}{c} = \frac{11\,M-126}{18\,(M-1)}$;

di qui si dedurrà $1 - \frac{r}{c} = \frac{7\,M+108}{18\,(M-1)}$

$$r = \frac{r}{c}\,.c = \frac{2\,(11\,M-126)}{13\,M+42}\,.\,q = \frac{11\,M-126}{12\,(M-1)}\,d' \quad \ldots (d)$$

$$\gamma = \frac{r}{1 - \frac{r}{c}} = \frac{18\,(M-1)}{7\,M+108} \cdot r$$

$$d = = \frac{\gamma}{R} = -\frac{3\,(M-1)}{7\,M+108} \cdot r$$

$$d'' = d + \gamma = \frac{15\,(M-1)}{7\,M+108} \cdot r = \frac{5\,(11\,M-126)}{4\,(7\,M+108)}\, d' \;\ldots\; (e).$$

4.° Venendo alle dimensioni della terza lente, l'equazione (4) darà

$$\frac{s}{d} = -\frac{22\,M+18}{9\,(M-1)}, \text{ ed } 1 - \frac{s}{d} = \frac{31\,M+9}{9\,(M-1)},$$

dalle quali tosto si otterrà

$$s = \frac{22\,M+18}{3\,(7\,M+108)}\, r = \frac{22\,M+18}{45\,(M-1)}\, d'' \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (f)$$

$$\delta = \frac{9\,(M-1)}{31\,M+9} \cdot s = \frac{22\,M+18}{5\,(31\,M+9)}\, d'' \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (g).$$

5.° Sarà per ultimo $e = t = \frac{\delta}{5} = \frac{5}{3}\,\delta$; $d''' = \delta + e = \frac{8}{3}\,\delta$,

$$\text{cioè } t = \frac{15\,(M-1)}{31\,M+9}\, s \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (h)$$

$$d''' = \frac{8\,(22\,M+18)}{15\,(31\,M+9)}\, d' \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (l)$$

$$\text{ed } O = \frac{\pi'''\,t}{M\,\varphi} = \frac{3\,(M-1)}{5\,M}\, t \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (m).$$

In queste formule α rappresenta la distanza focale dell'obiettivo, giacchè nel caso speciale dei canocchiali destinati ad osservare oggetti lontanissimi, si può ritenere $a = \infty$, ed $\alpha = p$.

§. 4.° Pertanto la disposizione completa del canocchiale si dovrà regolare dietro le seguenti dimensioni:

Distanze focali del 1.° oculare . . . . $q = \frac{(5\,M+6)\,\alpha}{2\,M\,(M-1)}$

del 2.° oculare . . . . $r = \frac{2\,(11\,M-126)}{13\,M+42}\, q$

del 3.° oculare . . . . $s = \frac{22\,M+18}{3\,(7\,M+108)}\, r$

del 4.° oculare . . . . $t = \frac{15\,(M-1)}{31\,M+9} \cdot s$

Le distanze scambievoli delle lenti per tutto il sistema saranno:

dell'obiettivo dal primo oculare . . . . $D = \frac{(5\,M+6)\,\alpha}{5\,M}$

del primo dal secondo oculare . . . . $d' = \frac{60\,D}{13\,M+42}$

del secondo dal terzo oculare . . . . $d'' = \frac{5(11\,M-126)}{4(7\,M+108)}\,d'$

del terzo dal quarto oculare . . . . . $d''' = \frac{8(22\,M+18)}{15(31\,M+9)}\,d''$

del quarto oculare dall'occhio . . . . $O = \frac{3(M-1)}{5\,M}\,.\,t$

Il mezzo campo φ sarà $= \frac{5\,\omega}{3(M-1)}$; ovvero ponendo $\omega = \frac{1}{4}$, e riducendo a minuti di grado . . . $\varphi = \frac{1432',4}{M-1}$.

§. 5.° *Esempio numerico.* Sia, come nell'Ottica (vol. II. pag. 102) $\alpha = 54$, $M = 60$. Si troverà, dietro il calcolo successivo delle precedenti equazioni,

$q =$	2, 334 pol.	. . . . . $D =$	55, 080 pol.
$r =$	3, 032	$d' =$	4. 021
$s =$	2, 561	$d'' =$	5, 083
$t =$	1, 213	$d''' =$	1. 941
		$O =$	0, 716

Lunghezza totale = 66, 841

Campo totale $2\,\varphi = 48',6$.

Affinchè possa ciascheduno a colpo d'occhio rilevare i vantaggi ed i discapiti di questa distribuzione in confronto di quella della teorica, riferiremo qui i risultati ottenuti da quelle formule

$q =$	1, 840	. . . . . $D =$	54, 800
$r =$	2, 361	$d' =$	2, 825
$s =$	2, 166	$d'' =$	3, 998
$t =$	1, 238	$d''' =$	2, 063
		$O =$	0, 681

Lunghezza totale = 64, 367; Campo $2\,\varphi = 38',6$.

Apparisce ora da ciò, che il tubo del canocchiale risulterà in vero nella disposizione superiormente proposta circa $2,5$ pol. più lungo; ma questo leggiero discapito è abbondantemente compensato dal campo maggiore, e dalla semplicità dei numeri che entrano nel calcolo delle distanze focali e delle distanze scambievoli.

II. *Oculare acromatico a quattro lenti per un canocchiale terrestre di un semi-campo* $\varphi = \frac{3\,\omega}{2\,(M-1)}$.

§. 6°. Riprese le equazioni generali del §. 2.°, pongasi in esse $\pi''' = \pi'' = \pi = \omega$; $\pi' = \frac{1}{2}\,\omega$; con che l' equazione (5) darà $\varphi = \frac{3\,\omega}{2\,(M-1)}$: inoltre si assuma $Q = \frac{1}{2}$; $R = 2$: l'equazione (6) darà $S = 1$, e la (1) $P = M$.

Dietro questi valori le altre equazioni (2), (3), (4) ec. daranno successivamente le distanze focali e le distanze scambievoli mediante un calcolo analogo a quello esposto per l'oculare precedente. Si giungerà così alle seguenti formule, che nulla lasciano a desiderare per parte della semplicità e facilità del calcolo.

Distanze focali.

1.° oculare $q = \frac{3\,(M+1)}{2\,M(M-1)} \cdot \alpha$; 2° oculare $r = \frac{2\,(M-10)}{M+5} \cdot q$

3.° oculare $s = \frac{M+2}{M+8} \cdot r$; 4.° oculare $t = \frac{M-1}{2\,M+1} \cdot s$

Distanze scambievoli.

$$D = \frac{M+1}{M}\,\alpha = \frac{2\,(M-1)}{3}\,q$$

$$d' = \frac{2\,(M-1)}{M+5}\,q = \frac{3\,D}{M+5}$$

$$d'' = \frac{M-1}{M+8}\,r = \frac{M-10}{M+8}\,d'$$

$$d''' = \frac{2\,(M-1)}{2\,M+1}\,s = \frac{2\,(M+2)}{2\,M+1}\,d''$$

$$O = \frac{\pi'''\,t}{M\,\varphi} = \frac{2\,(M-1)}{3\,M}\,t$$

$$\text{Mezzo campo } \varphi = \frac{3\,\omega}{2\,(M-1)} = \frac{1289',1}{M-1}.$$

Sia, come nel caso precedente, $\alpha = 54^{\text{pol.}}$; $M = 60$: si troverà, dietro le formule superiori,

$q = 1^{\text{pol.}},396$	$D = 54^{\text{pol.}},900$
$r = 2,147$	$d' = 2,534$
$s = 1,958$	$d'' = 1,863$
$t = 0,955$	$d''' = 1,909$
	$O = 0,626$
Lunghezza totale	$= 61,832$

Il campo intero $2\,\varphi$ sarà $= 43',6$ circa.

Apparisce da ciò, che questa disposizione gode di un buon campo, che quantunque sia un poco più ristretto di quello del primo oculare, è tuttavia maggiore del consueto; in compenso però la lunghezza totale è di circa cinque pollici minore. Questo vantaggio, congiunto a quello della semplicità delle formule, che si prestano all'uso spedito dell'aritmetica ordinaria anche senza tavole logaritmiche, la rende, a parer mio, sommamente commendevole.

§. 7.° *Corollario.* Sia M un numero grandissimo; le formule precedenti in questo caso si cangiano nelle seguenti:

$$q = \frac{3\alpha}{2M}; \quad r = 2q; \quad s = 2q; \quad t = \tfrac{1}{2}s = q$$

$$d' = 2q; \quad d'' = 2q; \quad d''' = 2q; \quad O = \tfrac{2}{3}q,$$

cioè *le distanze focali delle due lenti estreme divengono uguali fra di loro; come pure uguali risultano quelle delle due lenti intermedie, e doppie di quelle delle estreme: le loro distanze scambievoli poi risultano tutte uguali alla distanza focale delle lenti intermedie.*

§. 8.° La semplicità di questa regola, ricavata dietro la condizione di un forte ingrandimento, c'impegna a ricercare quanto un oculare dietro di essa costruito per un mediocre ingrandimento si allontani dalle condizioni dell'acromatismo. Suppongasi pertanto che in un oculare a quattro lenti le distanze focali sieno $q = q$, $r = 2q$; $s = 2q$; $t = q$; le distanze d', d'' della prima dalla seconda, e della seconda dalla terza lente sieno $= 2q$. Affinchè sia distrutto il contorno colorato, dovrà essere per l'equazione (f) (vol. II. pag. 68)

$$d''' = \frac{P' + \frac{Q'}{D}}{M' + \frac{N'}{D}}$$

avendo le quantità M', N', P', Q' i valori indicati alla stessa pagina dalle equazioni (e), le quali in questo caso danno:

$$P' = 20q^3; \quad Q = -4q^4; \quad M' = 10q^2; \quad N' = -8q^3;$$

donde si otterrà:

$$d''' = \frac{\left(20 - \frac{4q}{D}\right)q}{10 - \frac{8q}{D}} = 2q + \frac{12q^2}{10D - 8q}.$$

Se ora terrassi dietro al corso del raggio luminoso per tutto il sistema disposto alla chiara visione, si troverà:

$$q = \frac{3\alpha}{2M}; \; b = \frac{\alpha}{M}; \; D = \alpha + \frac{\alpha}{M}.$$

Mediante questi valori l'equazione precedente diverrà:

$$d''' = 2q + \frac{3}{5M-1} \cdot q;$$

dalla quale risulta, che posto $d''' = 2q$, l'errore nell'acromatismo sarà insensibile; e con tanta maggiore fiducia si potrà trascurare, chè il nostro occhio tollera agevolmente i piccoli errori di rifrangibilità, non essendo egli pure perfettamente acromatico, come con ingegnosi esperimenti ha dimostrato pel primo il nostro Venturi (*Società Italiana*, vol. III. pag. 272), e come in altro modo ha pure riconosciuto Fraunhofer, al quale sembra che fossero ignoti gli esperimenti del Fisico italiano.

§. 9.° Passiamo ora a ricercare qual sia in questo oculare l'angolo di aberrazione di rifrangibilità, ed il raggio della minima aberrazione di sfericità, per confrontarli con quelli che rimangono nei consueti oculari acromatici dei canocchiali astronomici. A tale oggetto si dovranno, dietro le equazioni fondamentali della Diottrica, primieramente calcolare le distanze di riunione per tutto il sistema; al che si giungerà facilmente, partendo dall' ultima lente oculare, da dove i raggi per la chiara visione sortono paralelli all'asse, e procedendo verso l'obiettivo, ove li supporremo entrare in direzioni pure paralelle all'asse. Si troverà così:

$$M = \frac{3\alpha}{2q}; \; b = \frac{2q}{3}; \; \beta = -2q; \; c = 4q; \; \gamma = 4q$$

$$d = -2q; \; \delta = q; \; e = t = q.$$

Ciò posto, l'angolo di aberrazione (omettendo la parte dovuta all'obiettivo, che sparisce quando questo è acromatico, e fingendo tutte le lenti oculari composte dello stesso vetro) sarà (vol. I. §. 86.):

$$d\psi = \frac{x\,dm}{m-1} \cdot \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcde} \left(\frac{1}{q} \cdot \frac{b^2}{\alpha^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{b^2c^2}{\alpha^2\beta^2} + \frac{1}{s} \cdot \frac{b^2c^2d^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2} + \frac{1}{t} \cdot \frac{b^2c^2d^2e^2}{\alpha^2\beta^2\gamma^2\delta^2} \right).$$

Sostituendo per α, β, ec. i valori precedenti, ed esprimendo tutto per M, si troverà $d\psi = \frac{3\,x\,dm}{(m-1)\,p}$.

Nell'oculare astronomico a due lenti acromatico si ha $d\psi = \frac{2M}{M-1} \cdot \frac{x\,dm}{(m-1)p}$; quindi rendesi manifesto che la confusione risultante da questa cagione sarà molto al di sotto di quella del canocchiale di Huyghen, e perciò tollerabile all'occhio.

§. 10.° Per ciò che riguarda il minimo raggio dell'aberrazione di sfericità riprendiamone la sua generale espressione, la quale per l'attuale sistema è data dall'equazione (B) (vol. II. pag. 112).

$$K = \frac{\mu M x^3}{4 p^3} \left\{ \begin{array}{l} \lambda + \frac{b^2}{p\,q}\left(\frac{b^2}{q^2}\lambda' + \nu\,\frac{b}{\beta}\right) \\ + \frac{c^2}{p\,r}\left(\frac{c^2}{r^2}\lambda'' + \nu.\,\frac{c}{\gamma}\right)\frac{b^4}{\beta^4} \\ + \frac{d^2}{p\,s}\left(\frac{d^2}{s^2}\lambda''' + \nu\,\frac{d}{\delta}\right)\frac{b^4\,c^4}{\beta^4\,\gamma^4} \\ + \frac{t}{p}\cdot\frac{b^4\,c^4\,d^4}{\beta^4\,\gamma^4\,\delta^4}\,\lambda'^{\mathrm{v}} \end{array} \right\}$$

Se in essa si sostituiscono per $b, \alpha, \beta, \ldots$ i loro valori superiori, fatte le convenienti riduzioni, si avrà:

$$K = \frac{\mu M x^3}{4 p^3}\left(\lambda + \frac{8\lambda' + 16\lambda'' + \lambda''' + 8\lambda'^{\mathrm{v}}}{27 M}\right).$$

In questa equazione, se l'obiettivo è acromatico, mancherà la parte dipendente da λ; le quantità $\lambda', \lambda'', \lambda''', \lambda'^{\mathrm{v}}$ sono le arbitrarie determinanti la figura delle lenti; queste non possono essere < 1, e quanto più si avvicinano a questo limite, tanto più piccolo è il raggio del circolo di confusione sferica. Si dimostrerà qui facilmente coi principii generali stabiliti nell'Ottica, che le figure piano-convessa ed isoscele molto si avvicinano a dare la minima aberrazione, e si vedrà in pratica la convenienza della seguente disposizione.

1.ª Lente — piano-convessa, con la parte piana rivolta all'obiettivo; in questo caso si troverà: $\lambda' = 1,356$.

2.ª Lente — isoscele; sarà: $\lambda'' = 1,000$.

3.ª Lente — piano-convessa, con la parte piana rivolta all'occhio; si troverà: $\lambda''' = 2,894$.

4.ª Lente — dovrà farsi isoscele per le ragioni addotte al §. 221., e perciò sarà: $\lambda'^{\mathrm{v}} = 1,630$.

Dietro ciò risulterà: $K = \frac{\mu M x^3}{4 p^3} \cdot \frac{42,772}{27 M} = \frac{\mu x^3}{4 p^3} \cdot 1,584$.

In un oculare astronomico, formato da una sola lente isoscele, si avrebbe $K = \frac{\mu x^3}{4p^3} \cdot 1,630$; donde si può conchiudere che non vi sarà da temere per questa parte una confusione sensibile.

§. 11.° Dietro le precedenti discussioni, e dietro i precetti conosciuti intorno alla chiarezza degli stromenti ottici, si possono prescrivere agli artefici le seguenti

Regole pratiche per costruire un oculare a quattro lenti pei canocchiali terrestri.

1.° Stabilite l'ingrandimento competente al dato obiettivo di distanza focale $= p$. Se x è la sua semi-apertura espressa in pollici di Parigi, e vogliasi adottare la chiarezza normale stabilita da Eulero, la quale è conveniente per la maggior parte dei casi, l'ingrandimento che si dovrà procurare sarà $= 50x$. Se poi si desidera la chiarezza naturale, che è pure la massima a cui si può giungere negli stromenti ottici, sarà $M = 25x$ circa.

2.° Si moltiplichi la distanza focale dell'obiettivo espressa in poll. per $\frac{3}{2}$, ed il prodotto dividasi per l'ingrandimento a cui si aspira; il quoziente sarà la distanza focale della prima lente, che porremo $= q$. Questa lente dovrà avere la figura piano-convessa.

3.° Si darà alla seconda e terza lente una distanza focale doppia della precedente, cioè $= 2q$, facendo la seconda lente isoscele; la terza si farà piano-convessa. Alla quarta lente, che dovrà essere isoscele, si darà una distanza focale uguale alla prima.

4.° Si fisseranno tutte le quattro lenti nell'ordine sopra enunziato in un tubo annerito internamente, a distanze uguali ciascheduna a $2q$, avendo cura che la parte piana della prima rivolgasi all'obiettivo, e la parte piana della terza verso l'occhio. Fra la prima e la seconda lente si stabilirà alla metà circa dell'intervallo un angusto diaframma (di circa 2 linee di diametro), per allontanare i raggi laterali riflessi dalle pareti del tubo, ed un maggiore diaframma si porrà fra la terza e la quarta lente, alla metà pure dell'intervallo, dove si formano le immagini, e dove debbonsi anche tendere i fili del micrometro, se di questo dovrà essere munito il canocchiale.

5.° Si stabilirà il luogo dell'occhio ad una distanza dalla quarta lente $= \frac{2}{3}q$. Siccome poi l'occhio non può rendersi esattamente aderente al coper-

chio ove praticasi il foro per dar passaggio alla luce, così questa distanza dovrà farsi di qualche linea minore di $\frac{2}{3}q$.

Esempio. Ad un obiettivo di 18 pollici si vuole applicare un oculare che ingrandisca 20 volte. Qui sarà $18.\frac{3}{2}=27$; perciò la distanza focale della prima lente sarà $=\frac{27}{20}=1^{p}, 35$. La seconda e la terza lente avranno per distanza focale $2^{p}, 70$. La distanza focale della quarta sarà $=1^{p}, 35$; le distanze delle lenti saranno $=2^{p}, 70$; la distanza dell'occhio dalla quarta lente sarà $=\frac{2}{3}.\ 1, 35 = 0^{p}, 90$. La lunghezza del tubo oculare sarà $=9^{p}, 00$. La figura delle lenti e i diaframmi si disporranno come sopra si è prescritto.

Regole per la costruzione degli oculari pancratici, nei quali sia distrutto il contorno colorato.

§. 12.° Sembra che al sig. Cauchoix di Parigi sia dovuto l'onore di avere il primo posto in commercio questi oculari, e di avere resi avvertiti i fisici di una circostanza ben facile a conoscersi colla scorta della teoria, che cioè con quattro lenti disposte in un tubo a distanze variabili si può ottenere un ingrandimento variabile, e formare i canocchiali da esso appellati *Polialdi*, dei quali ho trattato nel secondo volume della *Teoria degli stromenti ottici*, dove ho mostrato con varii esempli come si debbano disporre le lenti per procurare un ingrandimento sempre crescente, introducendo tuttavia la condizione, che sia tolto il contorno nelle immagini. Non mi è mai riuscito di avere un sì fatto oculare della costruzione di Cauchoix, nè in alcun luogo ho potuto incontrarne una dettagliata descrizione. Ne fa menzione il sig. Biot nel suo *Précis de Physique*, tom. II. pag. 353, ma non si rileva con esattezza se delle tre distanze delle lenti ne abbia reso variabile solo una, ovvero due. Nel reputato Giornale di Matematica e Fisica, pubblicato in Vienna dai signori Baumgartner ed Ettings-hausen sotto il titolo *Zeitschrift für Physik, und Mathematik*, vol. IV. pag. 501, trovasi descritto un simile oculare, attribuito al sig. Dott. Kitchiner di Londra, e costruito dal rinomato artefice Dollond, il quale componesi di quattro lenti piano-convesse, legate a distanze invariabili a due a due in due piccoli tubi, che, accolti in un terzo tubo, si possono l'uno dall'altro allontanare. Ora quanto più cresce la loro distanza, tanto più aumenta l'ingrandimento, e dentro certi limiti (in vero molto estesi) la visione si mantiene chiara e distinta. A quell'articolo trovasi unita una nota del sig. Prof. Ettingshausen, nella quale è dato un giusto tributo di lode al P. Pietro Grüber di Bolzano, dell'Ordine dei Cappuccini,

che nel silenzio del chiostro da molti anni ha costruito degli oculari ad ingrandimento variabile simili a quello descritto dal sig. Littrow, ed a cui in conseguenza devesi l'onore di questa importante scoperta. Nessuno, per quanto è a me noto, aveva derivato dai principii della Diottrica la costruzione di questi oculari, i quali nella forma descritta dal sig. Littrow, dietro quello sopra citato di Dollond, non possono, a parer mio, produrre il miglior effetto possibile, perchè debbonsi in essi necessariamente riprodurre le frange colorate. In fatto, se stabiliscasi una distanza determinata d' fra la prima e la seconda lente, ed assumasi a piacere una distanza d'' fra la seconda e la terza lente, vi è una sola determinata distanza d''' fra la terza e la quarta lente, valevole a distruggere il contorno colorato delle immagini, la quale è data dall'equazione (f) (vol. II. pag. 68); donde si può inversamente conchiudere, che disposte a distanze fisse in due piccoli tubi le lenti a due per due, non vi è che una sola posizione dei tubi stessi, la quale dia le immagini libere dal contorno colorato. Tuttavia si potrà da questa costruzione, sommamente commendevole per la sua semplicità, ottenere un lodevole effetto, se abbiasi l'avvertenza di disporre le lenti per modo, che l'ingrandimento medio della scala sia assolutamente scevro da colori. Siccome però con facilità il contorno colorato può essere tolto in tutti gli ingrandimenti, così credo opportuno di indicare qui brevemente la via da tenersi per costruire uno di questi oculari con quattro lenti, le distanze focali delle quali siano q, $2q$, $2q$, q, come nell'oculare comune sopra descritto, trascurando nella determinazione di d''' i termini divisi per D, i quali per la loro piccolezza si rendono insensibili.

§. 13.° Si riprenda a tale oggetto l'equazione (g) (vol. II. pag. 68) $d''' = \frac{P'}{M'}$, dove, ritenute le superiori denominazioni, sia

$$P' = \left\{ d'(d'+2r) - (2d'-q)(2d''-r) \right\} (s+t) + st \left\} 2d' - (q+r) \right\{$$

$$M' = q \left\{ 3d'' - 2(r+s) \right\} + r \left\{ (d'+d'') - 2s \right\} - d' \left\{ 4d'' - 3s \right\}.$$

Lasciando d'' indeterminato, pongasi $d' = 2q$, $r = 2q$; $s = 2q$, $t = q$: si troverà $P' = 20q^3$; $M' = 8q^2 + q\,d''$, e perciò

$$d''' = \frac{20\,q^2}{8\,q + d''} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (A).$$

Dando ora a d' un valore arbitrario, l'equazione (A) determina un valore di d''', che stabilisce la posizione della lente prossima all'occhio per vedere le

immagini libere dal contorno colorato. Come poi dalle distanze d', d'', d''' dipenda l'ingrandimento, si rileverà dalla seguente tabella, nella quale si è fatto crescere d'' di $\frac{1}{2}q$ alla volta, e si sono calcolati per ogni valore di d'' i corrispondenti valori di d''', ed i valori delle distanze di riunione dietro l'equazione fondamentale della Diottrica, supponendo che per la chiara visione sortano dall'ultima lente oculare i raggi in direzioni paralelle.

Tavola per la costruzione di un oculare pancratico

$d' =$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$	$2\,q$
$d'' =$	$\frac{1}{2}\,q$	q	$\frac{3}{2}\,q$	$4\,q$	$\frac{5}{2}\,q$	$3\,q$	$\frac{7}{2}\,q$	$4\,q$	$\frac{9}{2}\,q$	$5\,q$	$6\,q$	$7\,q$
$d''' =$	$\frac{40}{17}\,q$	$\frac{20}{9}\,q$	$\frac{40}{19}\,q$	$2\,q$	$\frac{40}{21}\,q$	$\frac{20}{11}\,q$	$\frac{40}{23}\,q$	$\frac{5}{3}\,q$	$\frac{8}{5}\,q$	$\frac{20}{13}\,q$	$\frac{10}{7}\,q$	$\frac{4}{3}\,q$
$b =$	$\frac{88}{147}\,q$	$\frac{28}{43}\,q$	$\frac{136}{203}\,q$	$\frac{2}{3}\,q$	$\frac{184}{283}\,q$	$\frac{52}{83}\,q$	$\frac{232}{387}\,q$	$\frac{4}{7}\,q$	$\frac{56}{103}\,q$	$\frac{76}{147}\,q$	$\frac{42}{47}\,q$	$\frac{20}{49}\,q$
$-\beta =$	$\frac{88}{59}\,q$	$\frac{28}{15}\,q$	$\frac{136}{67}\,q$	$2\,q$	$\frac{184}{99}\,q$	$\frac{52}{31}\,q$	$\frac{232}{155}\,q$	$\frac{4}{3}\,q$	$\frac{56}{47}\,q$	$\frac{76}{71}\,q$	$\frac{22}{25}\,q$	$\frac{20}{27}\,q$
$c =$	$\frac{206}{59}\,q$	$\frac{58}{15}\,q$	$\frac{270}{67}\,q$	$4\,q$	$\frac{382}{99}\,q$	$\frac{114}{31}\,q$	$\frac{542}{155}\,q$	$\frac{10}{3}\,q$	$\frac{150}{47}\,q$	$\frac{218}{71}\,q$	$\frac{72}{25}\,q$	$\frac{74}{27}\,q$
$\gamma =$	$\frac{103}{22}\,q$	$\frac{27}{9}\,q$	$\frac{135}{34}\,q$	$4\,q$	$\frac{191}{96}\,q$	$\frac{57}{13}\,q$	$\frac{271}{58}\,q$	$5\,q$	$\frac{75}{14}\,q$	$\frac{109}{19}\,q$	$\frac{72}{11}\,q$	$\frac{37}{5}\,q$
$-d =$	$\frac{46}{11}\,q$	$\frac{22}{7}\,q$	$\frac{42}{17}\,q$	$2\,q$	$\frac{38}{23}\,q$	$\frac{18}{13}\,q$	$\frac{34}{29}\,q$	q	$\frac{6}{7}\,q$	$\frac{14}{19}\,q$	$\frac{6}{11}\,q$	$\frac{2}{5}\,q$
$\delta =$	$\frac{23}{17}\,q$	$\frac{11}{9}\,q$	$\frac{21}{19}\,q$	q	$\frac{19}{21}\,q$	$\frac{9}{11}\,q$	$\frac{17}{23}\,q$	$\frac{2}{3}\,q$	$\frac{3}{5}\,q$	$\frac{7}{13}\,q$	$\frac{3}{7}\,q$	$\frac{1}{3}\,q$
$e =$	q	q	q	q	q	q	q	q	q	q	q	q
$M =$	$\frac{147\,\alpha}{136\,q}$	$\frac{43\,\alpha}{36\,q}$	$\frac{203\,\alpha}{152\,q}$	$\frac{3\,\alpha}{2\,q}$	$\frac{283\,\alpha}{168\,q}$	$\frac{83\,\alpha}{44\,q}$	$\frac{387\,\alpha}{184\,q}$	$\frac{7\,\alpha}{3\,q}$	$\frac{103\,\alpha}{40\,q}$	$\frac{147\,\alpha}{52\,q}$	$\frac{141\,\alpha}{42\,q}$	$\frac{49\,\alpha}{12\,q}$
ovv. $M =$	$1{,}081.\,\frac{a}{q}$	$1{,}194\,\frac{\alpha}{q}$	$1{,}336\,\frac{\alpha}{q}$	$1{,}500\,\frac{\alpha}{q}$	$1{,}685\,\frac{\alpha}{q}$	$1{,}886\,\frac{\alpha}{q}$	$2{,}103\,\frac{\alpha}{q}$	$2{,}333\,\frac{\alpha}{q}$	$2{,}575\,\frac{\alpha}{q}$	$2{,}827\,\frac{\alpha}{q}$	$3{,}357\,\frac{\alpha}{q}$	$4{,}083\,\frac{\alpha}{q}$

§. 14.° È ora facile scorgere l'uso di questa tabella per costruire un oculare pancratico in ogni caso particolare, in cui sieno dati in pollici i valori di α e di q. Per mostrarlo con un esempio, pongasi la distanza focale dell'obiettivo $\alpha = 25$ pol.; $q = 1^p$; sarà $\frac{\alpha}{q} = 25$; $d' = 2^p$; dietro ciò si formerà colla scorta della tabella superiore la seguente, adattata a questo caso speciale, nella quale per maggiore facilità si sono convertiti i pollici in linee del piede di Parigi, e non si sono ritenute che le distanze delle lenti e l'ingrandimento, come i soli elementi necessarii per la costruzione dell'oculare, e per giudicarne l'effetto.

$d' = 24^l$	$d'' = 6,00^l$	$d''' = 28,23^l$	$d''+d''' = 34,23^l$	$M = 27,0$
	$= 12,00$	$= 26,66$	$= 38,66$	$= 29,8$
	$= 18,00$	$= 25,26$	$= 43,26$	$= 33,4$
	$= 24,00$	$= 24.00$	$= 48,00$	$= 37,5$
	$= 30,00$	$= 22,86$	$= 52,86$	$= 42,1$
	$= 36,00$	$= 21,82$	$= 57,82$	$= 47,2$
	$= 42,00$	$= 20,87$	$= 62,87$	$= 52,6$
	$= 48,00$	$= 20,00$	$= 68,00$	$= 58,3$
	$= 54,00$	$= 19,20$	$= 73,20$	$= 64,4$
	$= 60,00$	$= 18,46$	$= 78,46$	$= 70,7$
	$= 72,00$	$= 17,14$	$= 89,14$	$= 83,9$
	$= 84,00$	$= 16,00$	$= 100.00$	$= 102,1$

Apparecchiati i numeri precedenti, si costruirà l'oculare nel modo seguente: 1.° Prendansi quattro buone lenti di Crown, aventi le distanze focali e figure seguenti: la 1.ª di un pollice, e sia piano-convessa; la 2.ª di due pollici, e sia isoscele; la 3.ª di due pollici, e sia piano-convessa; la 4.ª finalmente di un pollice, e sia isoscele.

Si uniscano le prime due in un tubo invariabile di ottone, in modo che la parte piana rimanga al di fuori, e stiano vicendevolmente alla distanza di linee 24.

Si apparecchi un tubo maggiore di ottone, di circa 127 linee di lunghezza, tale che il precedente tubo di due pollici vi si possa introdurre, e guidare longitudinalmente, restando per lo sfregamento aderente in un luogo qualunque. A tale oggetto sarà opportuno di praticare fino alla distanza di un pollice dall'una e dall'altra estremità in detto tubo due opposte aperture longitudinali, lungo una delle quali si scriverà la scala secondo la regola che qui appresso daremo. In una delle estremità di questo tubo si fisserà la quarta

lente iscoscele di un pollice, nel foco della quale si porrà il solito diaframma che porta i fili del micrometro, se pure vi si vorranno questi applicare per gli usi geodesici ed astronomici. A questa estremità si aggiungerà il coperchio a vite col foro dell'occhio, in modo che questo rimanga distante dalla lente cinque linee circa.

4.° Si legherà pure la terza lente in un piccolo anello cilindrico, tale che possa introdursi nel tubo maggiore, con la parte piana rivolta alla lente precedente, e quindi all'occhio. Tanto questo anello, quanto il tubo di 24 linee devono avere gl'incontri per due piccole viti a pomolino, che servano a trasportarli con facilità lungo l'apertura longitudinale del tubo maggiore. Supporremo inoltre, che per l'apertura stessa sporgano due sottili indici, che attestino la posizione del mezzo sì della seconda, come della terza lente: questi indici saranno due piccoli pezzi quadri di ottone con una linea sottile, che si possano fissare a vite agli interni tubi per l'apertura longitudinale, quando già le lenti sono introdotte nel tubo maggiore, in modo che le nominate lineette corrispondano al piano che passa pel mezzo della seconda e terza lente.

5.° Così disposte le cose, introducasi l'anello della terza lente nel tubo maggiore per l'estremità opposta all'occhio, e spingasi fino a due pollici circa di distanza dalla quarta lente; dopo di che vi si applichino le viti a pomolino per guidarlo, e l'indice di cui abbiamo fatto parola. Vi si introduca del pari il tubetto con le due lenti per modo, che quella di minor foco rimanga di fuori, e vi si applichino le due viti a pomoletto, non che l'indice, come nel precedente.

6.° Per ultimo, si dovrà scolpire la scala lungo una delle aperture longitudinali, per regolare la posizione delle lenti col mezzo dei sopra nominati indici nel modo seguente. Con un buon compasso sopra una scala divisa in linee e decimi di linea, mediante le trasversali, si trasporteranno lungo l'apertura longitudinale a partire dal luogo occupato dalla quarta lente tutti i valori di d'' presi nella tabella superiore, scrivendo *o* in faccia alla distanza 28^1, 23; 1 in faccia a 26^1, 66; e così di seguito: saranno questi i luoghi, ai quali nei successivi ingrandimenti deve corrispondere l'indice della terza lente: per non dare origine a veruna confusione si scriveranno i numeri di tre in tre, o di cinque in cinque soltanto. Del pari, a partire dalla stessa origine, si porteranno col compasso i valori superiori di $d'' + d'''$, scrivendo 0, 1, 2 ec., rispettivamente in faccia alle distanze 34^1, 23; 38^1, 66; 43^1, 26 ec.;

non incidendo qui pure i numeri se non di tre in tre, o di cinque in cinque divisioni, per minore confusione. Si otterranno così i numeri, ai quali deve successivamente corrispondere l'indice della seconda lente. È ora palese, che se gl'indici si fisseranno in divisione di egual nome, si avrà sempre un sistema di lenti oculari acromatico, il quale, applicato ad un dato obiettivo acromatico, produrrà un ingrandimento tanto maggiore, quanto più si andranno allontanando le due lenti di mezzo. Così nel nostro esempio, posti gl'indici in zero, si avrà un ingrandimento $= 27$; si avrebbe l'ingrandimento 52,6, ponendoli di fronte alle divisioni 6,6, e così di seguito.

§. 15.° Quantunque i precetti superiori sieno abbastanza semplici per la costruzione degli oculari pancratici, e non convenga (a parer mio) ad essi rinunziare per adottare quella del sig. Kitchiner, di cui si è fatto parola superiormente, giacchè non soddisfà da per tutto alle condizioni dell' acromatismo; pure non sarà (io credo) fuor di proposito qui indicare il modo con cui si deve procedere alla loro costruzione, e mostrare come varii in questi la scàla dell'ingrandimento: così dal loro confronto potremo trarre alcune utili conseguenze.

Giusta una tale costruzione, essendo invariabili le distanze fra la prima e la seconda lente, come anche fra la terza e la quarta, si dovrà apparecchiare un tubo maggiore, in una delle estremità del quale si fisseranno le ultime due lenti col diaframma dei fili al suo posto; le prime due lenti verranno accolte in un tubo minore, che si farà scorrere con due viti a pomolino lungo due aperture longitudinali, per modo che la distanza fra la seconda e la terza lente varii continuamente. Quanto più questa si farà maggiore, tanto più crescerà l'ingrandimento; come risulta dalla seguente tabella, nella quale si è supposto $d' = 2q$, $d'' = 2q$, ritenendo che le quattro lenti oculari abbiano per ordine le distanze focali q, $2q$, $2q$, q; si è fatto in essa variare d'' successivamente di q, e si sono calcolate le distanze di riunione e l'ingrandimento, nel supposto che ad ogni volta tutto il sistema sia disposto per la chiara visione, sicchè i raggi sortano paralelli dalla lente prossima all'occhio. Si sono ottenuti così i seguenti risultati:

$d' = 2q$; $d'' = 2q$						
$d'' = q$	$= 2q$	$3q$	$4q$	$5q$	$6q$	$7q$
$b = \frac{4}{5}q$	$\frac{2}{3}q$	$\frac{4}{7}q$	$\frac{1}{2}q$	$\frac{4}{9}q$	$\frac{2}{5}q$	$\frac{4}{11}q$
$\beta = -4q$	$-2q$	$-\frac{4}{3}q$	$-q$	$-\frac{4}{5}q$	$-\frac{2}{3}q$	$-\frac{4}{7}q$
$e = 6q$	$4q$	$\frac{10}{3}q$	$3q$	$\frac{14}{5}q$	$\frac{8}{3}q$	$\frac{18}{7}q$
$\gamma = 3q$	$4q$	$5q$	$6q$	$7q$	$8q$	$9q$
$d = -2q$	$-2q$	$-2q$	$-2q$	$-2q$	$-2q$	$-2q$
$\delta = q$	q	q	q	q	q	q
$M = 1{,}25\frac{\alpha}{q}$	$1{,}50\frac{\alpha}{q}$	$1{,}75\frac{\alpha}{q}$	$2{,}00\frac{\alpha}{q}$	$2{,}25\frac{\alpha}{q}$	$2{,}50\frac{\alpha}{q}$	$2{,}75\frac{\alpha}{q}$

Scorgesi ora da questa tavola, che crescendo le distanze d'' in progressione aritmetica, crescono pure gl' ingrandimenti prodotti dall' oculare in progressione aritmetica; lo che fa sì, che si possano questi facilmente rappresentare con una scala di parti uguali scolpita lungo le aperture longitudinali del tubo. Questo vantaggio è in vero grandissimo per l'uso; ma la proporzione, con cui crescono gl'ingrandimenti, è molto più forte nella distribuzione superiore, che nella presente. In fatto ritenendo $\alpha = 25$, $q = 1^p$, si troverà, per esempio, che nella presente costruzione:

$$a\ d'' = \overset{p}{1}, = \overset{pol}{4} = \overset{p}{7} \text{ corrispondono:}$$

$$\therefore M = 31,\ 2 = 50,\ 0 = 68,\ 8;$$ mentre alle stesse distanze corrispondeva nella superiore distribuzione:

$$M = 29,\ 8 = 52,\ 6 = 102,\ 1.$$

Questo vantaggio, congiunto al perfetto toglimento del contorno colorato, fa sì che la prima costruzione debbasi a questa preferire, se anche in pratica risulti di un' esecuzione un poco più complicata. I numeri della tavoletta superiore si possono comprendere in formule generali, le quali tosto ci mostreranno, come dall' ingrandimento dipenda la distanza d''. Posto in fatto $d' = kq$, si troverà, seguendo i precetti prescritti pel calcolo della tabella,

$$b = \frac{4q}{k+4};\ \beta = \frac{-4q}{k};\ c = \frac{2(k+2)}{k}q;\ \gamma = (k+2)q$$

$d = -2q$; $\delta = q$; $e = q$. Di qui si formerà:

$$M = \frac{\alpha\beta\gamma\delta}{bcde} = \frac{k+4}{4} \cdot \frac{\alpha}{q};\ k = \frac{4(Mq-\alpha)}{\alpha},$$

$$\text{e perciò } d'' = k\,q = \frac{4\,(M\,q - \alpha)\,q}{\alpha}.$$

Quest'ultima equazione porge il modo di dividere la scala per gl'ingrandimenti, e dimostra al tempo stesso che non può essere $M < \frac{\alpha}{q}$.

§. 16.° È ora facile di generalizzare i precetti superiori, ed estenderli a qualunque rapporto fra le distanze focali delle lenti oculari nella costruzione di Kitchiner. Ritenute in fatti per le distanze scambievoli e per le distanze di riunione le denominazioni superiori, sieno per ordine le distanze focali delle lenti dalla prima rivolta all'obiettivo sino all'ultima prossima all'occhio espresse per q, r, s, t. Le formule fondamentali della Diottrica daranno (osservando che per la chiara visione si ha $e = t$):

$$\delta = d''' - t;\; d = \frac{(d''' - t)\,s}{d''' - t - s}$$

$$\gamma = \frac{d''\,(d''' - s - t) - (d''' - t)\,s}{d''' - s - t}$$

$$c = \frac{d''\,(d''' - s - t)\,r - (d''' - t)\,s\,r}{d''\,(d''' - s - t) - (d''' - t)\,s - (d''' - s - t)\,r} = \frac{d''\,(d''' - s - t)\,r - (d''' - t)\,s\,r}{(d''' - s - t)\,(d'' - r) - (d''' - t)\,s}$$

$$\beta = \frac{[\,d'\,(d'' - r) - d''\,r\,]\,(d''' - s - t) - (d''' - t)\,(d' - r)\,s}{(d''' - s - t)\,(d'' - r) - (d''' - t)\,s}$$

$$b = \frac{q\,[\,d'\,(d'' - r) - d''\,r\,]\,(d''' - s - t) - (d''' - t)\,(d' - r)\,s\,q}{[\,(d' - q)\,(d'' - r) - d''\,r\,]\,(d''' - s - t) - (d''' - t)\,(d' - q - r)\,s}$$

Quindi l'ingrandimento $M = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d} \cdot \frac{\delta}{e}$ diverrà . . .

$$M = \frac{\alpha}{q\,r\,s\,t}\Big\{\big((d' - q)\,(d'' - r) - d''\,r\big)\,(d''' - s - t) - s\,(d'' - t)\,(d' - r - q)\Big\} \quad (A)$$

ovvero

$$M = \frac{\alpha}{q\,r\,s\,t}\Big\{(d' - q - r)\,(d'' - s - t)\,d'' - r\,(d' - q)\,(d''' - s - t)$$
$$- (d'' - t)\,(d' - r - q)\,s\Big\}.$$

Di qui si otterrà

$$d'' = \frac{q\,r\,s\,t\,M}{\alpha\,(d' - q - r)\,(d''' - s - t)} + \frac{r\,(d' - q)}{d' - q - r} + \frac{s\,(d''' - t)}{d''' - s - t} \;\ldots\; (B).$$

La quale, presi ad arbitrio d', d'', e dati d'altronde q, r, s, t, darà la distanza d'' corrispondente ad ogni ingrandimento, e porgerà un metodo comodo per dividere la scala negli oculari pancratici: essa dimostra, che crescendo gl' ingrandimenti in progressione aritmetica, crescono pure i valori di d'' nella stessa progressione.

Nota intorno agli oculari a quattro lenti di Fraunhofer.

§. 17.° La celebrità, di cui giustamente godono gli oculari di questo ottico, c' impegna a ricercare la regola, alla quale pare che siasi adattato nella loro costruzione. Giusta la tavoletta delle dimensioni prese all'Instituto Politecnico di Vienna, riferita nel secondo volume della *Teorica degli stromenti ottici*, pagina 83, apparisce ch' egli ha ritenuto costantemente (dentro i centesimi di pollice) $d' = \frac{2}{3}(q + r)$; $d'' = r + s - \frac{1}{3} q$: introducendo ora questi valori nell'equazione (g) (pag. 68 del citato volume), si trova che la distanza d''' della terza dalla quarta lente, opportuna a togliere il contorno colorato, sarebbe data dall' equazione

$$d''' = \frac{3\,r\,(s+t)\,(4r+q)+3\,s\,t\,(q+r)}{q\,(2r+3\,s-q)+3\,r\,(s+7\,r)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (C)$$

la quale con somma facilità riducesi a calcolo nei diversi casi particolari. Calcolando ora, dietro questa equazione, la distanza d''' per tutti i casi contenuti in quella tavoletta, si ottengono dentro un decimo, od un decimo e mezzo di pollice, le distanze adottate da Fraunhofer; che ad eccezione di un caso o due, nei quali si riscontra una perfetta coincidenza, sono costantemente minori dentro gl'indicati limiti: donde si può conchiudere, che in quelli oculari soltanto prossimamente è distrutto il contorno colorato. Sembra quindi che quell' insigne ottico, dopo di avere col mezzo della equazione (C) determinato la distanza d''', opportuna a togliere il contorno colorato, e dopo di avere determinato l' ingrandimento corrispondente dietro l' equazione (A), la diminuisse poi di qualche piccola quantità, ad oggetto di avere un ingrandimento in numeri interi prossimo a quello dato dal perfetto acromatismo; lo che si può fare senza grave

pregiudizio della chiarezza, sapendosi che il nostro occhio tollera agevolmente i piccoli difetti di rifrangibilità. Il valore poi di d''', dato per l'ingrandimento M, si avrà tosto dall'equazione (A) espresso nel modo seguente:

$$d''' = s + t + \frac{s^2 (d' - r - q)}{(d' - q)(d'' - r) - d'' r - (d' - r - q) s}$$

$$+ \frac{q\, r\, s\, t.\, M}{\alpha [(d' - q)(d'' - r) - d'' r - (d' - r - q) s]}$$

La quale (sostituendo per $d'\, d''$ i valori assunti dall'autore, cioè $d' = \frac{2}{3}(q + r)$, $d'' = r + s - \frac{1}{3} q$) riducesi alla seguente semplicissima forma:

$$d''' = s + t + \frac{3 s^2 (q + r)}{9 r^2 - q (q + r)} - \frac{9\, q\, r\, s\, t\, M}{\alpha [9 r^2 - q (q + r)]}.$$

Fig. 1.

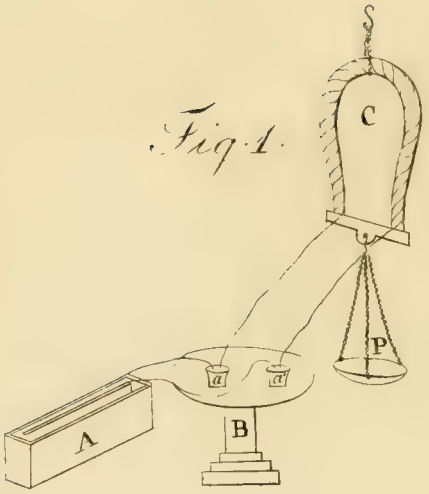


Fig. 2.

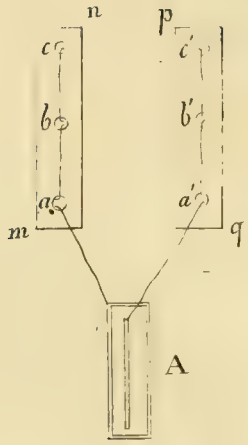


Fig. 3.

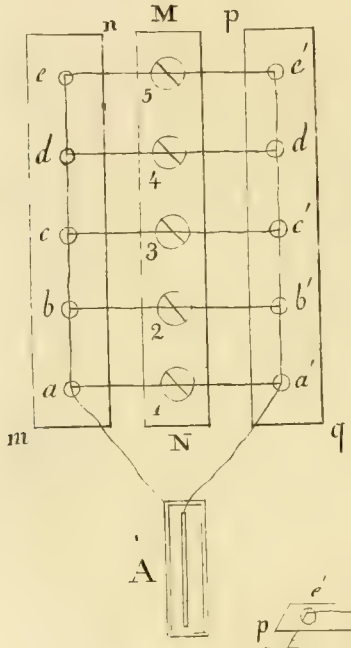


Fig. 5.

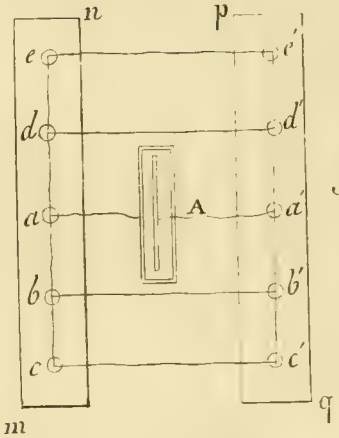
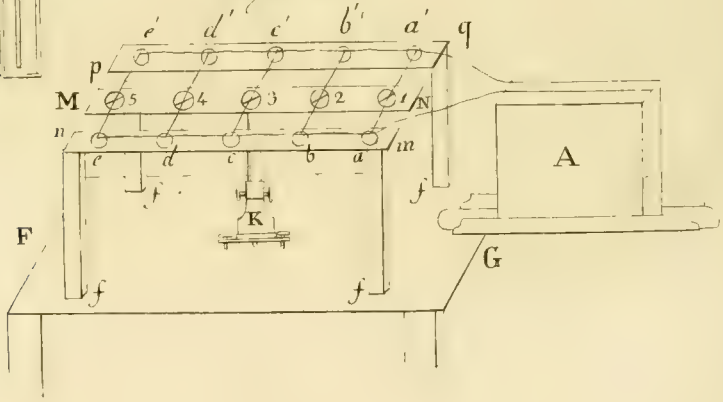


Fig. 4.



NUOVE
ESPERIENZE ED OSSERVAZIONI
ELETTRO-MAGNETICHE

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXI GIUGNO E X LUGLIO MDCCCXXXI

DAL SOCIO ATTIVO

AB. SALVATOR DAL NEGRO

Vi è già noto, illustri Accademici, che da gran tempo i Fisici conoscono la proprietà che ha il fluido elettrico di magnetizzare il ferro e l'acciaro, e di cangiare i poli alla calamita. La scoperta di Oersted fece, non ha molto, conoscere che una sola condizione è necessaria acciocchè il fluido elettrico agisca sul magnetismo; basta cioè che il detto fluido sia in movimento. Qualunque siasi dunque il metallo, sino a tanto che rimane investito da una corrente elettrica, esso agisce sopra l'ago magnetico e sopra il ferro come qualunque calamita. Si scoperse in seguito l'efficacia dei conduttori spirali per magnetizzare degli aghi, o delle piccole verghe di ferro o di acciaro tenute per alcuni momenti fra le circonvoluzioni delle spirali. Sturgeon nell'anno 1825 immaginò di magnetizzare dei cilindri di ferro dolce, piegati a guisa di ferro da cavallo, avvolgendoli con delle spirali di filo di rame, le cui estremità ponevano in comunicazione i poli zinco e rame di un elettromotore. Il Professore Moll di Utrecht vide questo esperimento nel Gabinetto Fisico dell'Università di Londra, diretto dal signor Watkins, e ritornato a casa lo ripetè, ed ottenne dei curiosi risultati, che pubblicò nella Biblioteca Universale, tom. XLV, pag. 19.

Questo nuovo metodo di comunicare al ferro una poderosa forza magnetica, che nasce e sparisce come il lampo, mi ha scosso vivamente, e fece na-

scere in me il desiderio di ripeterlo, specialmente coll'oggetto di trarre, se fia possibile, un qualche profitto da una forza attrattiva, che a prima giunta sembra che sia in nostro potere il farla crescere senza limiti.

Ho scelto di buon grado questo argomento, per soddisfare al dover mio come Socio attivo di questo rispettabile Corpo scientifico, per le seguenti ragioni.

1.° Perchè un così fatto fenomeno merita di essere osservato e studiato in tutta la sua estensione, giacchè trattandosi di una forza che si fa nascere con mezzi tanto semplici, potrebbe divenire interessante assai più che non si crede.

2.° Perchè mi venne fatto di ottenere delle calamite temporarie, capaci di sostenere dei pesi assai considerevoli, con degli elettromotori di una estensione discreta molto più di quello che niuno potrebbe immaginarsi, dopo le sperienze che su tale proposito sono state pubblicate.

3.° Perchè io spero che in questo qualunque siasi mio lavoro troverete qualche cosa di nuovo tanto relativamente alla maniera di accrescere la forza magnetica ad una data massa di ferro con un dato elettromotore, quanto sul modo di ottenere dallo stesso elettromotore varie correnti parallele simultanee, aventi delle forze elettromotrici tanto eguali, quanto disuguali, ed agenti nella stessa od in contraria direzione, a fine di poter conoscere le loro azioni magnetiche e calorifiche in circostanze che, per quanto mi è noto, non sono state sinora osservate.

4.° Finalmente perchè mi giova sperare di avere arricchito la Fisica di un nuovo motore, essendomi riuscito di porre in moto in più modi un bilanciere approfittando della forza delle calamite temporarie.

PARTE PRIMA

I. Feci costruire diversi cilindri di ferro dolce, piegati a guisa di ferro da cavallo, ed aventi pesi diversi; ed assoggettati all'esperienze secondo il metodo di Sturgeon, la maggior parte non si magnetizzarono nè punto nè poco. Mi accadde anco di osservare che, divisa una stessa verga in quattro parti eguali, e fatte costruire altrettante calamite della sopraccennata figura, una sola si magnetizzò fortemente, e le altre o poco o nulla. Dalle molte esperienze che ho fatte parmi potersi stabilire che la magnetizzazione possa essere un mezzo di assicurarsi se una data massa di ferro sia veramente dolce e raffinata, ed in qual grado.

II. Tentai di magnetizzare dei parallelepipedi incurvati al solito, e non ottenni effetti calcolabili. Dunque, oltre la bontà del ferro, anche la figura cilindrica in dette calamite temporarie riesce indispensabile. Ho tentato anche di magnetizzare dei cilindri vôti, ma inutilmente.

III. Siccome colla stessa massa di ferro si possono fare dei cilindri di varie dimensioni, così ho fatto degli esperimenti per esaminare se sia più utile la lunghezza o la grossezza in tal sorta di esperimenti, ed ho trovato che la lunghezza scema gli effetti. Per mancanza di materia non ho potuto eseguire il piano di esperimenti che mi sono proposto tanto in questo argomento, quanto in quello indicato nel numero antecedente; ma non lascierò di farli in seguito: tanto più, che in siffatti confronti la non buona qualità del ferro può indurre in errore.

IV. È già noto che l'armatura, o porta-peso, rende le calamite ordinarie più o meno efficaci, secondo che la massa dell'armatura aumenta o scema, e che conviene trovare a tentone il peso corrispondente al massimo effetto, e perdere almeno un'armatura. Lo stesso accade anco nelle calamite temporarie, nè occorre indicare il modo di determinare il peso dell'armatura che dà il massimo effetto, giacchè è comunemente conosciuto.

V. Oltre il peso, anche la figura delle armature ha una somma influenza sulla maggiore o minore attività delle calamite tanto ordinarie, ovvero perpetue, quanto temporarie. Di fatto Muschembroek ha trovato che le armature delle calamite naturali, che hanno i piedi smussati in guisa che il contatto riesce fra due superficie, l'una piana e l'altra convessa, danno il massimo effetto. A questo proposito io debbo confessare che in sulle prime non avea pensato alla figura delle armature; e forse avrei continuato a valermi delle ordinarie, se la seguente osservazione, che feci nel corso delle mie prime esperienze, non mi avesse fatto nascere l'idea di cangiarne la figura.

VI. Osservai nella maggior parte delle mie esperienze, che allora quando il peso sostenuto dalla calamita era giunto prossimamente al *maximum*, succedeva da principio un movimento orizzontale nell'armatura, la cui superficie di contatto era piana e rettangolare; e quando uno dei lati maggiori di detta superficie trovavasi nel piano verticale, che passa pei centri di azione della calamita, l'altro lato si distaccava in guisa, che tutto il peso veniva sostenuto da una sola linea o spigolo acuto dell'armatura. Ridotte le cose a questo punto, alcune volte si poteva sopraccaricare la calamita di varie libbre senza che si distaccasse; ma per lo più l'aggiunta di alcune oncie faceva pre-

cipitare il peso. Dietro questa osservazione ordinai al figlio del regio macchinista Tessarolo un'armatura della figura di un prisma triangolare, avente lo spigolo di contatto dolcemente smussato.

Il giovane macchinista, essendosi servito di un vecchio porta-peso, ridusse convessa la superficie di contatto, giacchè la massa del ferro non era sufficiente a darle la forma ch'io gli avea ordinato; e così, senza volerlo nè saperlo, mi pose in mano l'armatura convessa, che riesce assai più utile della piana, come risulta dalle molte esperienze che ho fatto su tale proposito. Si avverta, che l'armatura devesi presentare alla calamita in modo che sia parallela all'estremità dei piedi della medesima, affinchè il contatto riesca simultaneo in tuttadue i poli.

VII. Nelle prime mie esperienze mi venne dato di osservare, che quando il peso sostenuto dalla calamita cade, per essere giunto al *maximum* della sua forza, quella calamita subito dopo è incapace di ricevere non solo la prima forza, ma nemmeno quella atta a sostenere il solo porta-peso. Anche Moll dice di avere osservato questo fenomeno. Una tale osservazione mi aveva renduto di mal umore, giacchè ritardava di molto i progressi di queste indagini, e ne risultava un grandissimo ostacolo per giugnere allo scopo principale che mi sono proposto allorchè intrapresi cosiffatte esperienze. Fortunatamente ho trovato che, continuando a cimentare le stesse calamite, si possono fare varii successivi esperimenti, e far loro sostenere dei pesi considerevoli.

Ma prima di compiere questo mio lavoro avrò motivo d'intertenervi una seconda volta su tale curioso fenomeno.

VIII. È già nota la maniera di eseguire tali esperimenti: tuttavia non sarà inutile ch'io vi faccia conoscere, dotti e rispettabili Accademici, con quali mezzi gli abbia incominciati.

La Figura I. indica l'apparecchio di cui mi sono servito. *A* è un elettromotore elementare, composto di una cassetta di rame contenente una foglia di zinco, tenuta discosta dal rame per mezzo di regoletti di legno al solito. *a*, *a'* sono due vasellini di vetro contenenti del mercurio, e portati dal sostegno *B*. *C* è un cilindro di ferro dolce, piegato a guisa di ferro da cavallo, ed avvolto da una spirale di filo di rame, munita del relativo porta-peso. L'elettromotore comunica col mercurio contenuto nei due vasetti *a*, *a'* mediante due fili di rame, in guisa che se, p. e., il filo che comunica col zinco pesca nel vaso *a*, quello del rame entra in *a'*. Anche le due estremità delle spirali pescano nel mercurio dei due vasetti. Riempiuta la cassetta di acqua acidulata, e supposto che l'estremità delle spirali comunichino col mercurio dei

due vasetti, come scorgesi nella Figura, e che il filo zinco peschi nel relativo vasellino, al momento che il filo rame sarà posto in contatto col mercurio dell'altro vasetto, la calamita *C* acquisterà sull'istante una forza magnetica capace di sostenere un peso più o meno notabile a norma delle circostanze, come in seguito sarà dichiarato. Si può conoscere la forza della calamita temporaria sospendendo all'uncino dell'armatura un bacino *P* da caricarlo di pesi. Ma la forza della calamita si determina con maggiore facilità ed esattezza, ed in meno d'un minuto, adoperando una leva od un dinamometro. Per eseguire i più importanti esperimenti su tale proposito mi sono servito del dinamometro di Regnier.

PARTE SECONDA

Nuovi Esperimenti.

I. Le prime mie esperienze le ho eseguite con tre diverse calamite *A, B, C.*

A pesa kil. 1. 5.
B pesa kil. 0. 35.
C pesa kil. 0. 292.

Adottando il principio, che quando cioè siasi stabilita una sorgente elettrica, un solo filo metallico non sia atto a scaricarla intieramente, ho voluto tentare di magnetizzare contemporaneamente le due calamite *A, C,* facendo che l'estremità delle spirali che le avvolgono pescassero nello stesso tempo nei vasellini di mercurio *a, a',* Fig. I.; e rimasero tuttadue fortemente magnetizzate.

II. Ottenuto questo effetto, mi restava a sapere se la somma delle forze di dette due calamite fosse maggiore od eguale a quella che avrei ottenuto dalla sola calamita *A* caricata separatamente, cioè senza la presenza dell'altra. Di più mi nacque anco il desiderio di conoscere a quante calamite avrei potuto comunicare contemporaneamente una forza magnetica calcolabile collo stesso elettromotore.

III. Ad oggetto di eseguire questi esperimenti mi sono trovato in necessità di far passare le correnti elettriche per due serie di vasetti di vetro contenenti del mercurio, e disposti con direzioni parallele, come scorgesi nella Fig. II., in cui *A* è l'elettromotore projettato sull'orizzonte *a, b, c; a', b', c'* sono vasetti di vetro egualmente fra loro distanti, e collocati sopra due tavolette rettangolari *m n, q p.*

Il polo rame comunica col vasetto a, ed il polo zinco coll'altro a'. Ora è chiaro che si possono sospendere tre o quattro calamite, in modo che la prima peschi coll'estremità della propria spirale in a ed in a'; e facendo comunicare il mercurio del vaso a con quello del vaso b mediante un filo metallico $a\,b$, e quello dei vasi a', b' con un filo $a'\,b'$, si potrà magnetizzare una seconda calamita colla corrente che passa da b a b'; e nello stesso modo una terza colla corrente che da c si porta in c', e così di seguito.

IV. Ma ben presto mi sono accorto che con questo mio apparecchio, nell'ipotesi che la forza direttrice delle correnti elettro-magnetiche sia proporzionale alla forza magnetizzante, poteva facilmente conoscere quante calamite temporarie avrei potuto ottenere da un dato elettromotore. Di fatto, unendo con altrettanti fili metallici i vasi $a\,a'$, $b\,b'$, $c\,c'$ ec., e collocando l'apparecchio in modo che i fili $a\,a'$, $b\,b'$, $c\,c'$, $d\,d'$ rimanessero paralleli al piano del meridiano magnetico, e sottoponendo a ciascun filo un ago magnetico mobilissimo intorno al centro di un cerchio diviso ne' suoi gradi, al momento che i fili rame e zinco si fanno comunicare col mercurio dei vasellini a, a', i detti aghi si muovono contemporaneamente, oscillando come è già noto, e si tranquillizzano in seguito facendo ciascuno un angolo tanto più grande coll'equatore magnetico, quanto più è lontano dalla prima corrente, dalla quale si ottiene il massimo effetto, ed il corrispondente ago fa col suo asse il minimo angolo coll'equatore, ovvero il massimo col meridiano magnetico. Tutti i detti aghi magnetici, possibilmente eguali in forza ed in mobilità, sono collocati sopra una tavoletta orizzontale $m\,n$, che si può elevare ed abbassare ad oggetto di porli tutti egualmente distanti dai fili metallici per cui passano le simultanee correnti elettro-magnetiche, come scorgesi nelle Fig. III. e IV. La Fig. III. rappresenta la projezione di questo apparecchio fatta sopra un piano parallelo all'orizzonte, e la Fig. IV. rappresenta l'alzato dello stesso apparecchio, veduto in prospettiva. $E\,G$ è un tavolino che porta tutto l'apparecchio. F, F, F, F sono i piedi che sostengono le tavolette su cui sono collocati i vasellini di vetro, e K è un piede che sostiene la tavoletta sopra cui stanno gli aghi magnetici, e che si può elevare più o meno mediante una sega verticale, i cui denti vengono ingranati da un rocchetto, come chiaramente apparisce dalla Figura IV., in cui si riscontrano le stesse lettere della Figura III. Quando il bisogno lo richiede, nell'intervallo fra l'elettromotore e le tavolette, portanti i vasellini di vetro, pongo l'ordigno di Amper, onde cangiare i poli.

Con questo mio apparecchio ho potuto osservare che il numero delle correnti attive è tanto maggiore, poste tutte le altre cose eguali, quanto più ampie sono le superficie metalliche componenti l'elettromotore. In conseguenza di che si può anticipatamente conoscere a un di presso non solo il numero delle calamite che si possono ottenere contemporaneamente da un dato elettromotore, ma ben anco l'efficacia delle medesime, prendendo per unità di misura la forza di quella che si ottiene dalla prima corrente.

V. Ma piuttosto di occuparmi della magnetizzazione di più calamite nello stesso tempo, parendomi sin qui cosa di poca importanza (dico sin qui, potendo un giorno divenire cosa di sommo rilievo), ho voluto piuttosto tentare di rinvenire il modo di far acquistare ad una sola calamita una forza eguale alla risultante delle forze che acquistar potrebbero due o tre calamite nello stesso tempo da un dato elettromotore. Onde sciogliere questo problema mi venne in pensiero di far agire due correnti sulla stessa calamita; ed ecco in qual guisa. Presi una calamita ch'io avea già esperimentata, cioè sapeva qual peso portava armata della solita spirale, e la copersi con della seta; di poi feci passare una seconda spirale di filo di rame, dirigendolo per lo spazio spirale lasciato vôto dalla prima. Così armata la calamita, l'assoggettai all'esperienza adoperando lo stesso elettromotore, e sostenne la prima volta un peso quasi il doppio. In seguito però osservai, che se la calamita con una sola spirale produce un effetto $= 1$, con due spirali lo produce $= 1 + \frac{2}{3}$, e qualche volta $= 1 + \frac{1}{3}$, come vedremo più sotto.

VI. Incoraggiato da questo felice risultamento, armai la stessa calamita di una terza spirale; ma avendo ottenute delle forze ora maggiori ed ora minori di quelle ottenute da due sole spirali, sospesi l'uso della terza spirale, riservandomi di prendere in esame l'azione della medesima, adoperando calamite maggiori, ed elettromotori più efficaci. Ma è ormai tempo, illustri Accademici, che vi faccia conoscere i risultamenti delle mie prime esperienze.

VII. Adoperai le tre calamite *A*, *B*, *C*, i cui pesi ho di sopra indicati. Mi sono servito di due elettromotori di diversa grandezza. Il minore ha una foglia di zinco di $\frac{3}{4}$ di piede quadrato di Parigi. Il maggiore ha una foglia di zinco di piedi quadrati $2.\frac{1}{5}$. L'acqua acidulata contiene $\frac{1}{60}$ di acido solforico, ed $\frac{1}{60}$ di acido nitrico. La prima tabella indica le forze delle calamite, espresse in kilogrammi, adoperando l'elettromotore minore. La seconda tabella dinota le forze delle stesse calamite, ponendo in opera l'elettromotore maggiore. La prima colonna contiene le diverse calamite, la seconda il peso medio, e la

terza il peso massimo, sostenuti dalle rispettive calamite, aventi una sola spirale, e munite di un'armatura piana. La terza colonna contiene il peso medio, e la quarta il peso massimo, sostenuti dalle calamite con una sola spirale, ed aventi l'armatura convessa. La quinta e la sesta colonna contengono i pesi medii e massimi delle rispettive calamite munite di due spirali e coll'armatura piana. Finalmente nella settima e nell'ottava colonna contengonsi i pesi medii e massimi portati dalle calamite con due spirali e con l'armatura convessa. La tabella seconda fa conoscere gli effetti ottenuti dalle stesse calamite adoperando l'elettromotore maggiore.

NOTA

Dalle molte esperienze, che ho fatto, ho potuto osservare che non sempre si ottiene la massima forza delle calamite dalla prima magnetizzazione, ma che spesso la si ottiene dalla terza o dalla quarta successiva esperienza; ed anco mi accadde ottenerla dalla decima. Dietro questa osservazione, volendo prossimamente calcolare la forza di una data calamita magnetizzata con un dato elettromotore, ho fatto varii successivi esperimenti, dai quali ho dedotto la forza media. Dico questo, perchè si sappia su qual base ho calcolato la forza media delle calamite temporarie.

TAVOLA I.

DIMOSTRANTE IL NUMERO DEI KILOGRAMMI CHE PORTATI FURONO DA CIASCUNA DELLE TRE CALAMITE NEI DIVERSI CASI ADOPERANDO L'ELETTROMOTORE MINORE

NOME DELLE CALAMITE	AVVOLTE LE CALAMITE							
	DA UNA SPIRALE ED APPLICANDOVI L'ARMATURA				DA UNA SPIRALE ED APPLICANDOVI L'ARMATURA			
	PIANA		CONVESSA		PIANA		CONVESSA	
	PESO MEDIO	PESO MASSIMO	PESO MEDIO	PESO MASSIMO	PESO MEDIO	PESO MASSIMO	PESO MEDIO	PESO MASSIMO
A.	7.80	11.00	15.60	18.50	9.60	13.00	16.80	22.75
B.	3.80	5.00	5.79	6.80	7.50	9.00	7.80	11.70
C.	3.00	4.75	2.50	3.83	4.62	4.75	8.33	10.50

TAVOLA II.

DIMOSTRANTE IL NUMERO DEI KILOGRAMMI PORTATI DA CIASCUNA DELLE TRE DIVERSE CALAMITE ADOPERANDO L'ELETTROMOTORE MAGGIORE

NOME DELLE CALAMITE	AVVOLTE LE CALAMITE DA DUE SPIRALI ED APPLICANDOVI L'ARMATURA			
	PIANA		CONVESSA	
	Peso medio	Peso massimo	Peso medio	Peso massimo
A.	19.12	19.75	36.33	41.00
B.	14.25	16.00	11.50	12.75
C.	9.50	10.00	11.50	11.50

Da questi esperimenti risulta:

1.° Che alcune volte l'armatura convessa, massime nelle calamite minori *B*, *C*, produce un effetto minore della piana. Ma queste sono anomalíe dipendenti in primo luogo dal modo di presentare la detta armatura alle calamite; secondariamente dalla maggiore o minore difficoltà che la stessa calamita prova a portare l'armatura nella posizione più favorevole. Ma nel seguente numero dimostrerò colla sperienza alla mano, che l'armatura convessa è da preferirsi alla piana.

2.° Che il peso delle calamite ha una grande influenza nell'aumento della forza attrattiva, giacchè il maggior elettromotore aumentò di poco la forza delle calamite minori *B*, *C*, mentre che alla maggiore calamita *A* comunicò una forza quasi doppia.

VIII. Feci venti successivi esperimenti, diretti a dimostrare la maggiore efficacia dell' armatura convessa in confronto della piana. In questi esperimenti adoperai la sola calamita *A* munita di due spirali, ed il maggior elettromotore. In questi esperimenti feci uso alternativamente delle due armature, e trovai che il massimo effetto prodotto dalla calamita con l'armatura convessa fu di kil. 33. 75, ed il medio di kil. 21. 97; ed il massimo effetto coll'armatura piana risultò di kil. 18, ed il medio di kil. 9. 19. Dopo questi esperimenti non può rimanere alcun dubbio sulla preferenza da accordarsi alle armature convesse in confronto delle piane. Su tale proposito non lascierò di fare una serie di esperimenti a fine di esaminare l'influenza della maggiore o minore curvatura delle armature.

IX. Gli esperimenti del numero antecedente durarono oltre un' ora e mezzo, cosicchè l'efficacia dell'elettromotore erasi di molto indebolita. Ad ogni modo, trattandosi di esperimenti di confronto, non mi sono curato di rimetterlo in vigore, e subito dopo feci alcuni esperimenti per esaminare alternativamente l'effetto delle due spirali in confronto della sola spirale posta in contatto col ferro, ed eccone i risultati. Il massimo peso sostenuto dalle due spirali fu di kil. 16, il medio di 12. 20; il massimo effetto della sola spirale fu di 11. 75, ed il medio di 8. 10.

X. Il giorno seguente rinovando l'acqua acidulata allo stesso maggiore elettromotore, e adoperando la calamita *A* coll'armatura convessa, feci di nuovo una serie di esperienze per confrontare l'effetto delle due spirali in confronto di quella in contatto col ferro, e trovai che il peso massimo sostenuto colle due spirali fu di kil. 33. 10, ed il medio di kil. 30. 25. Il massimo effetto di una spirale fu di kil. 27, ed il medio di kil. 17. 50.

Finalmente mi venne in pensiero di esaminare l'efficacia della spirale in contatto col ferro in confronto di quella avvolta sopra la seta, e trovai che il massimo effetto di quella in contatto col ferro fu di kil. 18, ed il medio di kil. 16. Il massimo effetto della spirale sopra la seta fu di kil. 26, ed il medio di kil. 25. 16. Alla fine di queste sperienze, cioè allora quando l'elettromotore erasi indebolito di molto, volli esaminare la forza della calamita con tutte due le spirali, e la trovai di 30 kilogrammi. Chiusi con questa esperienza, perchè poteva nascere il dubbio che la maggiore efficacia della calamita dipendesse dalla spirale sopra la seta, anzichè dalle due spirali agenti contemporaneamente. È però grande l'azione della spirale avvolta sopra la seta in confronto di quella in contatto col ferro.

XI. Una così grande differenza fra l'azione della spirale in contatto col ferro e quella sopra la seta, mi ha indotto ad impedire il contatto immediato a tutte e due le spirali nel seguente modo. Copersi la calamita *A* con seta, e l'avvolsi colla prima spirale. Poscia la ricopersi nuovamente con seta, e vi applicai la seconda spirale. Ciò fatto, eseguii i seguenti esperimenti coll'elettromotore più grande. Magnetizzata la calamita con tuttadue le spirali, il massimo peso riuscì di kil. 43, ed il medio di 42. 25. Il massimo peso colla sola prima spirale fu di kil. 28, il medio di 26. 40. Il massimo peso sostenuto dalla sola seconda spirale, che riesce disposta sopra due strati di seta, fu di kil. 28, il medio di kil. 27. 27. Da questi esperimenti risulta che non c'è differenza calcolabile fra queste due spirali, mentre abbiamo veduto di sopra quanto più grande era l'efficacia della spirale sopra la seta in confronto di quella che trovavasi in contatto col ferro. Di più si rileva il vantaggio che ne risulta dal vestire la calamita con seta, prima di munirla sì della prima che della seconda spirale. Il Prof. Moll avendo voluto esperimentare l'azione delle spirali di filo di ferro in confronto di quelle di filo di rame, ha creduto bene d'impedire il contatto tra ferro e ferro coprendo prima la calamita con seta, e investendola poscia colla spirale di filo di ferro. In questo caso trovò che la spirale di ferro produsse maggior effetto di quella di rame. Ma se il Prof. Moll avesse posto nelle stesse circostanze tanto la spirale di ferro, quanto quella di rame, si sarebbe accorto che si ha un notabile aumento di forza anche colla spirale di rame. Dunque dalle sperienze del testè citato Professore non si può conchiudere se sia più utile l'adoperare le spirali di ferro in confronto di quelle di rame, poste nelle stesse circostanze. In tutti i miei esperimenti non adoperai che spirali di filo di rame; ma in altra occasione non lascierò di fare dei confronti fra le spirali di rame e quelle di ferro.

PARTE TERZA

Dopo che ritrassi tutto il possibile profitto dalle spirali e dalla figura delle armature, era ben naturale che mi dessi ad investigare quale sia la forma da darsi all'elettromotore, acciocchè producesse il massimo effetto possibile colla minima superficie di zinco, ch'è il metallo che si consuma con tanta facilità in tali esperimenti. Veramente dopo i lavori fatti sugli elettromotori tanto elementari, quanto composti, da Wollaston, Accum, Novellucci, Offerkaus, Marianini, e tanti altri Fisici, poco o nulla rimane a fare su tale proposito. L'elettromotore spirale sembrerebbe il più opportuno; ma siccome io bramerei che l'elemento Voltiano da adoperarsi in tali esperimenti combinasse due proprietà; cioè che, oltre di essere atto a somministrare il massimo effetto colla minima quantità di zinco, riuscisse anche il più comodo di tutti per rimetterlo al primiero stato di vigore, specialmente al momento che il metallo più ossidabile vuol essere cangiato; così desidererei che si facessero dei nuovi esperimenti su tale proposito, tanto più che le recenti ed utilissime osservazioni fatte dal Prof. Marianini dimostrano che si può ottenere un effetto maggiore da una data lamina di zinco aumentando quella di rame sino ad un certo limite, e che il rapporto tra lo zinco ed il rame, che dà il più utile effetto, è quello di 1 : 3. Queste utilissime sperienze del nostro Marianini hanno dato motivo a M.r Bigeon di farne delle altre sullo stesso proposito. Quest'ultimo ripetè l'esperienze del primo, tenendo conto delle distanze fra le due lamine componenti l'elettromotore; ed osservò che, trovandosi le lamine distanti 9 linee, si ottiene il massimo effetto quando il rapporto fra lo zinco ed il rame è :: 9 : 15; e poste alla distanza di 4 linee, il massimo effetto risulta quando le lamine sono eguali tra loro. Con queste importanti esperienze Bigeon pose in mano ai Fisici delle norme più sicure per istabilire il rapporto fra le lamine metalliche, onde ottenere il massimo effetto assoluto. Il testè lodato autore non ha poi avvertito che Marianini non intese già di ottenere il massimo effetto assoluto, ma il relativo; giacchè, se male non mi appongo, volle egli con quelle sue esperienze indicarci il modo di ottenere il massimo effetto, risparmiando possibilmente lo zinco. Trattandosi dunque d'impiegare la minore quantità possibile di zinco, risulta dalle stesse esperienze di Bigeon, che quando la distanza fra le lamine zinco e rame è = 4 linee, il rapporto di 1 : 2 è il più utile ed efficace; ma quando la distanza sia = 9 linee, il rapporto

di 1 : 2.$\frac{1}{2}$ sarà quello da preferirsi. Dunque la minima distanza fra le lamine darà il massimo vantaggio, giacchè in allora avremo il massimo effetto colla minore spesa possibile. Queste indagini mi stanno a cuore; ma sin ora non ho potuto fare che poche osservazioni su tale importante argomento, come apparirà dalle seguenti esperienze, nelle quali mi sono proposto di trovare il limite del potere magnetizzante della corrente elettro-magnetica somministrata dal solito mio elettromotore maggiore di due piedi ed un quinto.

I. Era mia intenzione di esperimentare due calamite eguali del peso di kil. 2. 5; ma non ho potuto averle tali quali le desiderava, giacchè una riuscì del peso di kil. 2. 4, e l'altra del peso di kil. 2. 6, che per maggior comodo chiameremo *P* la prima, *Q* la seconda. La sola modificazione che feci all'elettromotore si fu di ravvicinare possibilmente lo zinco al rame. Armate le calamite colle solite spirali, e munite di un'armatura convessa del peso di un kilogramma, le magnetizzai col detto apparato, ed ottenni quanto segue.

Il massimo peso sostenuto dalla calamita *P* fu di kil. 75. 50; il peso medio fu di kil. 61.

Il massimo peso sostenuto dalla calamita *Q* riuscì di kil. 86. 50; il peso medio di kil. 76.

Questi effetti sono, a dir vero, sorprendenti, e dimostrano quanto influisca sull'aumento della forza magnetica la massa del ferro che si vuole magnetizzare.

II. Io non poteva immaginarmi di ottenere con sì piccoli mezzi una forza di molto superiore a quella ottenuta dal Prof. Moll, che adoperò un apparato all'incirca quintuplo del mio. Ad ogni modo non posso essere pienamente contento, se non trovo il limite dell'efficacia del mio elettromotore, se pure non l'ho raggiunto.

Avendo osservato che l'elettromotore di piedi quadrati 2. $\frac{1}{5}$, a mano a mano che andava aumentando il peso delle calamite, comunicava alle medesime una forza sempre maggiore, e desiderando di conoscere il limite, almeno prossimamente, del suo potere magnetizzante, feci costruire una calamita avente un peso eguale alla somma dei pesi delle calamite *P*, *Q*, che per conseguenza riuscì uguale a 5 kilogrammi. Questa calamita la chiameremo *R*. Assoggettai dunque la calamita *R* all'esperienza, magnetizzandola col solito maggiore elettromotore di piedi quadrati 2. $\frac{1}{5}$, e non giunse a sostenere che il peso massimo portato dalla calamita *Q*, con piccole differenze. Parvemi allora di poter conchiudere di aver trovato a un di presso il limite dell'efficacia del testè accen-

nato elettromotore, e che volendo ottenere degli effetti maggiori conveniva aumentare le due superficie metalliche del medesimo.

Per aumentare la superficie del detto elettromotore, lo posi in comunicazione con un altro precisamente eguale, in modo che la superficie di zinco riuscì di piedi quadrati $4.\frac{2}{5}$. Magnetizzata con tale elettromotore la calamita *R*, munita di un'armatura del peso di un kilogramma, il massimo peso che sostenne fu di kil. 101, il peso medio di kil. 90. La stessa calamita coll'armatura di 2 kil. sostenne il peso massimo di kil. 117, il peso medio di kil. 108.

III. Il giorno seguente, adoperando la stessa acqua acidulata, avente per conseguenza meno attività, ho voluto fare il seguente importantissimo confronto. Magnetizzai la calamita *Q* adoperando l'elettromotore di piedi quadrati $4.\frac{2}{5}$, ed il peso massimo che sostenne fu di kil. 78, il medio di kil. 66. 60.

La magnetizzai in seguito coll'ordinario elettromotore di piedi quadrati $2.\frac{1}{2}$, ed il massimo peso sostenuto riuscì di kil. 71, il medio di kil. 66.

Questi ultimi esperimenti ci dimostrano evidentemente che una calamita temporaria non acquista che una forza magnetica proporzionata alla sua massa, e che converrà col mezzo dell'esperienza trovare la minima estensione dell'elettromotore capace di comunicarle tutta quella forza che può acquistare. Queste indagini si renderanno necessarie specialmente nel caso che ci venga dato di rinvenire una qualche utile applicazione della forza magnetica di cui si tratta.

IV. È cosa curiosa, che in queste tre calamite *P*, *Q*, *R* non mi venne fatto di osservare il fenomeno accennato nel numero VII. della prima Parte. Inclinerei a credere che ciò dipendesse dal maggiore o minor tempo che s'impiega a caricare le calamite del massimo peso che possono sostenere. A tale proposito dirò, che più di una volta mi accadde di osservare che, spogliando le calamite delle rispettive spirali ad oggetto di cangiare o il numero delle spire o il diametro dei fili metallici, ricusarono per varii giorni di acquistare la più piccola forza magnetica. Attualmente ho in osservazione la calamita *C*, che avendola spogliata, e rivestita in seguito collo stesso filo metallico faciente un minor numero di spire, non ho più potuto comunicarle una forza magnetica calcolabile, ed ormai sono trascorsi più di quindici giorni. Staremo a vedere cosa succederà in seguito.

V. Prima di compiere questa terza parte del mio lavoro mi faccio un dovere di avvertirvi, o miei illustri Colleghi, che in altra occasione vi farò conoscere l'esperienze che si riferiscono al mio apparecchio delle correnti

simultanee; e per ora vi basti sapere, che con questo mio apparecchio si possono dimostrare facilmente le proprietà delle correnti agenti nella stessa od in contraria direzione, scoperta da Amper. Di fatto si possono rendere mobilissimi i fili metallici che servono di guida alle correnti elettro-magnetiche, e disposto l'apparecchio come nella Fig. V., si ottengono delle correnti di forze eguali a due a due, cioè la corrente che va da *b* a *b'* sarà eguale a quella che scorre da *d* a *d'*, essendo tuttadue egualmente distanti dalla sorgente. Parimente riusciranno eguali le correnti *c*, *c'* ed *e*, *e'*, ma di forze tanto più deboli, quanto più riusciranno discoste dall'origine, come è già noto. Non occorre poi che vi faccia conoscere che si può in varii modi far nascere in questo mio apparecchio delle correnti contrarie. Gioverà poi, per comprendere come le correnti agiscano sulle correnti, il poter osservare che gli aghi sottoposti alle correnti, che vanno nello stesso senso, tendono tutti ad attraersi, e che quelli posti sotto alle correnti dirette in senso contrario tendono a respignersi.

Collo stesso apparecchio si può esaminare tanto l'influenza del numero delle spire componenti le spirali da avvolgersi intorno alle calamite temporarie, quanto l'influenza del numero delle stesse spirali, che produce il massimo effetto avvolgendole sopra dei fili mobili di ferro dolce. Questo effetto si può ottenere tanto dal reciproco conflitto di due fili congiuntivi mobili, conducenti le correnti nella stessa od in contraria direzione, quanto dal conflitto di una corrente con un ago o verga magnetica.

Potendosi ottenere con questo mio apparecchio molte correnti simultanee parallele, aventi delle forze magnetiche decrescenti con nota legge, si potranno fare degli utili confronti tra le forze direttrici e le calorifiche, esaminando come decrescano le prime in confronto delle seconde; e soprattutto riuscirà facile l'osservare se ciascuna corrente secondaria abbia le stesse proprietà della primaria, comunque in grado minore.

PARTE QUARTA

Nuovo motore elettro-magnetico.

Essendomi riuscito di ottenere delle calamite temporarie capaci di sostenere dei pesi considerevoli con degli elettromotori di una grandezza assai discreta, e per conseguenza di piccolissima spesa; mi sono dato a studiare il modo di approfittare di questa nuova forza per porre in moto una macchina qualunque; ed ora mi accingo, illustri Accademici, ad accennarvi brevemente i varii modi che ho immaginato di porre in moto un bilanciere.

I. Il primo bilanciere che posi in moto, consiste in una verga di acciaro magnetizzata, posta verticalmente fra l'estremità di una calamita temporaria. La detta verga oscilla in grazia delle successive attrazioni e ripulsioni magnetiche, che hanno luogo fra il polo *S* della verga, ed i poli *S* e *N* della calamita temporaria, che vengono rovesciati continuamente dallo stesso bilanciere. Col medesimo ingegno si può far oscillare il bilanciere in un piano orizzontale.

II. Il secondo modo consiste nel far muovere un bilanciere mediante un peso di ferro lasciato cadere sur una estremità del medesimo da una calamita temporaria (al momento che la forza magnetica passa per zero), e che poscia viene sollevato dalla medesima calamita. In due diverse maniere si può far agire questo secondo bilanciere. Si adopera il primo quando occorra un moto celere, ed il secondo sempre che importi comunicare all'estremità del bilanciere una forte percossa.

Nel primo caso il peso non si allontana mai dalla sfera di attività sensibile della calamita, cosicchè appena il peso urta la leva, la calamita lo attrae, per lasciarlo tosto ricadere; ed in questo caso il peso cadente è assai piccolo in confronto di quello che la calamita potrebbe sostenere al contatto. Nel secondo caso s'impiega quasi tutto il peso che può essere sostenuto dalla calamita, e si approfitta della percossa per rimettere il peso al contatto della calamita; il che si può ottenere in più modi. Una così fatta maniera di approfittare della forza magnetica ci somministra un ariete elettro-magnetico capace di produrre dei grandi effetti.

In seguito non mancherò, miei illustri Colleghi, di farvi conoscere gli effetti di questo nuovo motore; ed intanto porto fidanza che questi miei diversi modi di approfittare della forza delle calamite temporarie possano riuscire non affatto inutili, specialmente per quelli che si occupano dell'importante oggetto di porre in moto una macchina colla minore spesa possibile.

TABELLA

Contenente le dimensioni delle Calamite temporarie, i pesi delle medesime, i diametri dei fili con cui sono formate le spirali, il numero delle spire, le grandezze degli elettromotori, e le forze acquistate in ciascuna esperienza.

NOME DELLE CALAMITE	DIMENSIONI				PESO		NUMERO DELLE SPIRALI	DIAMETRO DEI FILI	SUPERFICIE DELL'ELETTROMOTORE	FORZE	
	LUNGHEZZA	DIAMETRO	FRECCIA	DISTANZA DEI PIEDI	DELLA CALAMITA	DELL'ARMATURA				MEDIA	MASSIMA
A	M.i 0. 38	M.i 0. 025	M.i 0. 156	M.i 0. 087	K.i 1. 50	K.i 1. 000	N.o 39	M.i 0. 0082	P.i 2. $\frac{1}{5}$	K.i 36. 33	K.i 41. 00
B	,, 0. 29	,, 0. 014	,, 0. 116	,, 0. 085	,, 0. 35	,, 0. 314	,, 57	,, 0. 0082	,, 0. $\frac{3}{4}$	,, 11. 50	,, 12. 75
C	,, 0. 29	,, 0. 010	,, 0. 116	,, 0. 039	,, 0. 29	,, 0. 314	,, 37	,, 0. 0007	,, 0. $\frac{3}{4}$	,, 11. 50	,, 11. 50
									,, 0. $\frac{1}{4}$	,, 9. 00	,, 9. 50
N	,, 0. 66	,, 0. 023	,, 0. 295	,, 0. 057	,, 2. 25	,, 1. 000	,, 57	,, 0. 0084	,, 2. $\frac{1}{5}$	,, 34. 50	,, 35. 00
P	,, 0. 46	,, 0. 030	,, 0. 183	,, 0. 074	,, 2. 40	,, 1. 000	,, 57	,, 0. 0084	,, 2. $\frac{1}{5}$	,, 61. 00	,, 75. 50
Q	,, 0. 47	,, 0. 032	,, 0. 183	,, 0. 067	,, 2. 60	,, 1. 000	,, 53	,, 0. 0084	,, 2. $\frac{1}{5}$	,, 76. 00	,, 86. 50
R	,, 0. 57	,, 0. 041	,, 0. 227	,, 0. 052	,, 5. 00	,, 1. 000	,, 64	,, 0. 0084	,, 4. $\frac{2}{5}$	,, 90. 00	,, 101. 00
						,, 2. 000	,, 64	,, 0. 0084	,, 4. $\frac{2}{5}$	,, 108. 00	,, 117. 00

SAGGIO DI ESPERIMENTI

RELATIVI

ALLA VELOCITÀ INIZIALE DEI PROJETTI

DELL' ABATE

DOTT. SALVATOR DAL NEGRO

PROFESSORE DI FISICA NELL' I. R. UNIVERSITÀ DI PADOVA (*)

LETTO ALLA CESAREA REGIA ACCADEMIA DI DETTA CITTÀ
NELL' ANNO MDCCCXXV.

Dai primi esperimenti che ho potuto eseguire ad oggetto di esaminare se il nuovo mio metodo presentava difficoltà, e se riusciva in pratica così facile come io me l'era immaginato, trovai che la velocità iniziale delle palle lanciate col mezzo di un fucile d'infanteria riesce un poco minore di quella già stabilita coi metodi anteriori.

Ma se questi primi esperimenti mi resero da un lato pienamente soddisfatto per ciò che riguarda la buona riuscita del mio metodo, mi riempierono da un altro canto di timore, avendomi essi dimostrato che l'uso dell'arme da fuoco è quasi sempre accompagnato da pericoli che non si possono evitare, giacchè sono tali da non potersi prevedere. E qui, se debbo confessarvi la verità, dirò che rimasi spaventato in modo, che decisi *ipso facto* di non impacciarmi più in tal sorta di esperimenti, e di lasciarne l'esecuzione agli esperti artiglieri. E non crediate già ch'io sia rimasto spaventato senza una forte ragione, giacchè a mia giustificazione basterà farvi sapere che un mio carissimo amico e collega, che occupa ad un tempo un posto distinto fra i cultori delle lettere e delle scienze naturali, non rimase vittima di quei primi esperimenti per vero miracolo della Provvidenza, che volle salvarlo per accrescere il lustro di questa Università, e il decoro di questa nostra Accademia in qualità di Secretario per le lettere.

(*) Questo Saggio di esperimenti serve di appendice alla Memoria pubblicata nel tom. II. dei *Nuovi Saggi* dell'Accademia suddetta.

Dopo alcuni anni fui eccitato ad eseguire dei nuovi esperimenti; e siccome in quell'intervallo di tempo ridussi il mio metodo ancora più semplice di prima, così, pieno di desiderio di porlo nuovamente alla prova, eseguii un sufficiente numero di esperienze, delle quali mi propongo adesso di farvi conoscere i risultamenti.

Nelle mie esperienze adoperai un fucile d'infanteria, la cui lunghezza interna era di metri 1.4, e le palle pesavano grammi 23.5. Nella maggior parte delle sperienze tenni conto del tempo che il projetto impiegava a descrivere lo spazio di sei metri, cacciato con delle mezze cariche; ma non mancai di adoperare delle cariche intere, e di far percorrere alle palle uno spazio di soli tre metri.

Ora voi dovete sapere che la stabilita velocità delle palle lanciate dai fucili d'infanteria è di metri 428; che quella ritrovata, pochi anni sono, dai Commissarii dell'Istituto di Parigi col nuovo metodo immaginato da M.r Grobert, fu di metri 390; e la velocità media determinata col mio nuovo metodo riuscì di metri 420: cosicchè la mia sta fra le prime e le seconde. Io non poteva confidarmi di ottenere un risultamento più decisivo per dimostrare la utilità del mio metodo.

E siccome le sperienze colla metà della carica riescono più esatte, così i sopraccennati Commissarii eseguirono degli esperimenti colla metà della carica, e trovarono che la velocità iniziale riesce in questo caso di 254 metri; ed io la trovai di metri 249.5, velocità maggiore della metà di quella che si ottiene dalla carica intera, per la ragione che l'accensione della polvere succede più completamente nel caso della mezza carica.

Voi dunque vedete quanto le velocità determinate col mio metodo si avvicinino a quelle determinate già con migliaja di esperimenti laboriosissimi, e con ispese esorbitanti.

E perchè possiate formarvi un'idea della differenza che passa fra il mio metodo e quelli adoperati dagl'illustri Matematici che mi precedettero, gioverà ch'io ripeta il breve cenno che feci su tale proposito nella Memoria letta in addietro, e che fu giudicata non affatto indegna dell'onore della stampa.

A quell'occasione vi ho detto che l'apparecchio immaginato da Grobert, e presentato all'Accademia di Parigi per eseguire un piccolo saggio di esperimenti, importò 20,000 franchi; che volendolo eseguire in modo da instituire una lunga serie di esperimenti ad oggetto di stabilire una teorica più esatta e forse meno incerta di quella che si conosce, converrebbe incontrare

la spesa di 80,000; che Hutton per le sue importantissime esperienze su tale proposito sostenne delle spese molto maggiori; e che il mio apparecchio non costa che soli 300 franchi, e somministra un modo facilissimo di eseguire da dieci in dodici esperimenti all'ora.

Oltre tutto questo, ho eseguito una nuova serie di esperimenti caricando il detto fucile con delle piccolissime quantità di polvere, a fine di acquistare dei nuovi lumi sopra gli effetti che producono le cariche crescenti con una data legge. Ho quindi tenuto conto delle velocità comunicate allo stesso projetto dall'accensione di quantità di polvere corrispondenti ad $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$ del peso del projetto. Da questi esperimenti appresi che, trattandosi di cariche piccolissime, un doppio peso di polvere produce una doppia velocità; ma paragonando delle quantità maggiori di $\frac{1}{4}$ del peso della palla, una massa doppia di polvere produce un effetto minore del doppio; e da questo saggio di esperimenti rilevai che sarà cosa non difficile, adoperando il mio metodo, scoprirne la legge: il che riuscirà di somma utilità alla Balistica.

Di più rilevai con una serie di esperimenti affatto nuovi, che sino a tanto che l'ampiezza della trajettoria non supera 30 metri, il moto del projetto mantiensi sensibilmente uniforme. È poi facile comprendere, che aumentando, come feci, la distanza del bersaglio dalla bocca dell'arma da fuoco di sei in sei metri, riuscirà non affatto malagevole con questo mio nuovo metodo il determinare tanto la velocità finale del projetto, quanto la resistenza che soffre attraversando l'aria.

Finalmente essendomi venuto in pensiero che potrebbesi con questo mio metodo misurare facilmente la forza delle varie specie di polveri, mi sono rivolto alla Direzione della fabbrica delle polveri in Treviso, acciò si compiacesse di farmi avere una piccola quantità di tutte le polveri che sortono dalla fabbrica. Ottenute le quali, ho scelto la giornata in cui l'atmosfera fosse sommamente secca, per evitare possibilmente le anomalíe dipendenti dall'umidità; e caricando un fucile con pesi eguali di ciascuna specie di polvere, tenni conto del tempo impiegato dal projetto a percorrere lo stesso spazio, e trovai che il tempo impiegato dal projetto cacciato dalla

polvere fina fu di	o.'' 3.''' 28.iv
detta mezzana	o. 3. 40.
detta da moschetto	o. 3. 40.
detta da mina	o. 3. 54.
detta da cannone	o. 3. 59.

E dovendo l'efficacia di dette polveri seguire la ragione reciproca degli accennati tempuscoli, così rilevai che la polvere fina è la più efficace, quelle da cannone e da mina le più deboli, e che la mezzana da moschetto ha una forza media.

Ottenuti questi risultamenti, siccome io non sapeva quali di quelle polveri si tenesse dagli artiglieri e dai compositori delle medesime per la più forte, quale per la più debole, e quale si considerasse dotata di una forza media, così presi il partito di comunicare per lettera questi miei esperimenti alla sopra nominata Direzione della fabbrica delle polveri, la quale conoscendo i varii metodi immaginati per misurare la forza delle polveri, ed avendo essa stessa coi metodi, considerati fra i migliori, misurata la forza delle polveri che mi aveva graziosamente trasmesso, diveniva il giudice competente ed autorevole di questo mio ultimo saggio di nuovi esperimenti. Ebbi in seguito riscontro che i risultamenti delle mie esperienze corrisposero perfettamente a quelli ottenuti coi metodi già conosciuti e posti in pratica dalla stessa Direzione.

Terminerò col farvi osservare, che quanto esposi non è che un piccolo saggio di esperimenti eseguiti a solo oggetto di scoprire le difficoltà che s'incontrano nel mettere in pratica il mio nuovo metodo di misurare la velocità iniziale dei projetti. Voi già sapete che tutte le prime invenzioni riescono generalmente imperfette, e che col progresso del tempo e coll'esperienza si rettificano e si perfezionano. Di fatto così accadde del mio Oligocronometro, che al presente è ridotto assai più semplice di quello che pubblicai tanto nella prima quanto nella seconda edizione. Ho reso anche più semplice e più esatta la sua applicazione alla discesa dei gravi.

L'apparato poi che ho immaginato per applicare il mio Oligocronometro alla misura della velocità iniziale dei projetti ed alla determinazione della forza della polvere, sembrami tuttora così semplice, che nulla più. Ma siccome mi furono mosse delle difficoltà ragionevolissime sull'azione che potrebbero avere le vibrazioni dell'aria sopra i fili di ferro che servono a porre in libertà il pendolo e ad arrestarlo, così mi credo in dovere di far conoscere a' miei lettori, come facilmente si possa render nulla quella qualunque azione che l'aria potesse avere sopra i detti fili al momento che rimane istantaneamente scossa dalla esplosione della polvere. E prima di tutto giova che sappiate, che per soddisfare la curiosità di quelli che amano di conoscere questo mio metodo di misurare la velocità dei projetti, soglio eseguire l'esperienze nell'augusto vestibolo della regia Sala di Fisica, coll'avvertenza di cacciare le palle con

un quarto di carica. Ma siccome quanto più il luogo è ristretto, tanto più così fatti esperimenti riescono pericolosi, e le vibrazioni dell'aria non libera possono cagionare di leggieri de' movimenti non solo nei fili, ma ben anche in tutto il sistema; così, per eseguire tali esperimenti con un fucile ed a piccole distanze, occorrono due camere contigue: ed ecco in qual guisa convien disporre l'apparato. Nella prima camera si colloca tanto il bersaglio, quanto il sostegno pel fucile, e tutte due vicinissime alla parete che separa la stanza contigua. Nella detta parete si aprono due piccolissimi pertugi, l'uno presso la bocca del fucile, e l'altro vicino al bersaglio. Pei detti pertugi passano i fili, che servono, nel modo già noto, a muovere ed arrestare il pendulo, che trovasi cogli osservatori nell'altra stanza. In questa maniera è tolto ogni pericolo per coloro che vogliono vedere l'esperienza; e l'aria agitata nella prima stanza, in cui succede la scarica del fucile, non può agire sui fili tesi nella seconda stanza. Per eseguire poi questa esperienza all'aria libera ed a grandi distanze, basta che l'Oligocronometro coll'osservatore sieno chiusi in uno stanzino od armadio a giorno, e che i fili sieno difesi dall'aria con delle canne di legno o di vetro fissate sopra degli stanti piantati sul suolo, e disposti con tutte quelle avvertenze che ho già indicate nella descrizione dell'apparato di cui si tratta.

FINE.

INDICE DELLE MATERIE

CONTENUTE IN QUESTO OTTAVO VOLUME

Statuto dell' Imperiale Regia Accademia . . . . . Pag. III
Catalogo dei Membri componenti la medesima. . . . . . » XI

MEMORIE

Cenni biografici degli Accademici di Padova mancati a' vivi dopo la pubblicazione del primo volume dei NUOVI SAGGI MDCCCXVII. Del Prof. Antonio Meneghelli . . . . . » 1
Della generazione delle linee nello spazio e delle superficie. Del Dott. Carlo Conti . . . . . » 25
Comunicazioni di tre fatti fisici relativi alle Terme padovane. Del Dott. Gio. Maria Zecchinelli . . . . . » 51
Considerazioni sull'utilità del metodo analitico per conoscere le cause e le leggi delle azioni morali dell'uomo. Del Prof. Stefano Gallini. » 64
Sopra alcune questioni di Matematica pura. Del Dott. Carlo Conti. . » 90
Memoria per servire alla storia della Silice, considerata come un acido. Del Prof. Girolamo Melandri-Contessi . . . . . » 119
Sopra il modo di comporre le Vite morali, politiche, letterarie. Del Prof. Gio. Battista Zandonella . . . . . » 134
Storia di epilessia prodotta dal Tenia. Del Dott. Giuseppe Montesanto. » 151
Sulla stoviglia sommamente economica che si fabbrica in Ponte di Brenta. Del Conte Niccolò Da-Rio. . . . . » 163
Sopra alcuni passi d'Ippocrate relativi alle malattie del cuore, in seguito all'altra Memoria Commento ad alcuni passi d'Ippocrate, *stampata nel precedente volume.* Del Dott. Gio. M. Zecchinelli . » 171
Per qual ragione la formula cardanica conduca ad espressioni immaginarie, quando tutte e tre le radici sono reali. Dell'Ab. Giuseppe Bernardi . . . . . „ 184

Dell' allattamento di tre cagnolette eseguito da una cagna vergine, e di qualche caso analogo avuto in donne vergini, con deduzioni medico-legali, e la Giunta della storia e dell' analisi chimica di urina lattea separata da un uomo. Del Dott. Giuseppe Montesanto . . . . . Pag. 195

Considerazioni intorno ai differenti metodi di esposizione del calcolo differenziale, e Teorema generale per la determinazione dei differenziali delle funzioni continue. Del Dott. Carlo Conti . . . . » 208

Della diffusione e studio del Latino in Europa da Carlo Magno in appresso, e conghietture del futuro suo stato. Del Prof. Gio. Batt. Svegliato . . . . . » 226

Sulla Critica della Ragione pura di Kant. Del Prof. Jacopo Bonfadini . . . . . » 242

Intorno al calcolo degli ecclissi solari, ed in particolare dell' ecclisse solare osservato ai 29 *Novembre dell' anno* 1826. Del Prof. Giovanni Santini . . . . . » 259

Osservazioni delle comete fatte negli anni 1825-1826-1827-1828 *nell' I. R. Specola di Padova, precedute da brevi Cenni storici intorno alla loro scoperta ed alla loro orbita*. Dello stesso. . . . » 281

Considerazioni intorno al calcolo dell' orbita ellittica di una cometa, applicate alla cometa scoperta nella costellazione della Balena ai 28 *Febbrajo* 1826, *per servire di appendice alla precedente Memoria sulle comete apparse dopo il* 1825. Dello stesso . . . . » 312

Formule e precetti per la costruzione degli oculari a quattro lenti pei canocchiali terrestri tanto per ingrandimenti determinati, come per ingrandimenti variabili. Dello stesso . . . . . » 330

Nuove esperienze ed osservazioni elettro-magnetiche. Del Prof. Salvator Dal Negro . . . . . » 353

Saggio di esperimenti relativi alla velocità iniziale dei projetti. Dello stesso . . . . . » 372

DALLA SOCIETÀ TIPOGRAFICA DELLA MINERVA
IN DITTA N. Z. BETTONI E COMP.

NUOVI SAGGI

DELLA

IMPERIALE REGIA ACCADEMIA

DI

SCIENZE LETTERE ED ARTI

IN PADOVA

VOLUME IV.

PADOVA
DALLA TIPOGRAFIA DELLA MINERVA
MDCCCXXXVIII

ALLA MAESTÀ IMPERIALE E REALE

DI

FERDINANDO PRIMO

IMPERATORE D' AUSTRIA

RE DI UNGHERIA, BOEMIA, LOMBARDIA

VENEZIA, GALLIZIA, LODOMIRIA ED ILLIRIA

ARCIDUCA D'AUSTRIA

EC. EC. EC.

SACRA MAESTÀ

In mezzo alla esultanza delle Italiane Popolazioni pel faustissimo avvenimento della recente incoronazione, fra le grazie largite dalla Vostra *tanto ammirata clemenza, fra i beneficii sparsi dalla* Vostra *Cesarea larghezza, la I. R. Accademia di Scienze Lettere ed Arti in Padova ottenne essa pure un segnalato favore nella benigna concessione impartitale di poter intitolare a* Vostra Maestà *questo volume de' suoi Atti. Così escono alla luce, fregiati dell'* Augusto Vostro Nome *e accolti sotto gli altissimi* Vo-

STRI *auspicii i lavori di un corpo scientifico-letterario non ignudo affatto di rinomanza, il quale implora con isperanzosa fiducia il munifico* VOSTRO *patrocinio.*

IL PRESIDENTE
GIACOMANDREA GIACOMINI
PROFESSORE DELL'I. R. UNIVERSITÀ.

L. MENIN PROF. DELLA I. R. UNIVERSITÀ
Segretario perpetuo per le Scienze.

ANDREA Co. CITTADELLA VIGODARZERE
I. R. CIAMBELLANO
Segretario perpetuo per le Lettere.

STATUTO

DELL'IMPERIALE REGIA ACCADEMIA

DI SCIENZE LETTERE ED ARTI IN PADOVA

Articolo I.

Delle diverse classi dei Membri componenti l'Accademia.

§. I. L'Accademia si compone di Socii Ordinarii, Onorarii, Straordinarii, Corrispondenti e di Alunni.

§. II. La nomina dei Socii di queste diverse classi e degli alunni è fatta dal Corpo Accademico dietro proposizione del Consiglio.

Articolo II.

Dei Socii Ordinarii.

§. I. I Socii dell'Accademia, che hanno voto deliberativo coll'obbligo di lettura, sono ventotto, tutti indistintamente col nome di Socii Ordinarii dell'Accademia.

§. II. Questi devono soggiornare in Padova, e quando si trasferissero ad abitare altro paese, dopo sei mesi dalla loro partenza, sono tolti dal novero dei Socii Ordinarii e posti fra gli Straordinarii, col diritto di prelazione a rientrare negli Ordinarii, quando fissassero nuovamente la loro dimora in Padova. I Socii Ordinarii che, dopo aver prestato lungo servigio all'Accademia, chiedono, per l'età, onorevole riposo, acquistano il titolo di Emeriti.

§. III. I Socii Ordinarii sono partiti in quattro classi: Scienze Fisiche; Scienze Mediche; Matematiche; Filosofia e Lettere. Ogni classe è composta di sette Membri.

§. IV. La elezione si fa per concorso e successivo scrutinio; il concorso viene pubblicato dal Presidente in seguito a determinazione del Consiglio

Accademico, e rimane aperto per quindici giorni. Sono ammessi a questo Concorso esclusivamente i Socii Straordinarii, che soggiornano in Padova, e che hanno antecedentemente prodotte all'Accademia o fatte di pubblica ragione memorie relative alla classe, nella quale è aperto il concorso. Il Presidente raccoglie le petizioni coi rispettivi titoli; indi, col mezzo del Direttore della classe, cui appartiene il posto vacante, vengono eletti fra i Socii Ordinarii due Censori designati segretamente ad esaminare le produzioni dei concorrenti. Entro un mese il Direttore leggerà alla Classe il giudizio dei Censori tenendone celato il nome; e la classe riunita dal Presidente deciderà a pluralità di voti sull'ammissibilità dei concorrenti al Corpo Accademico per mezzo di scrutinio segreto, in cui ha parte anche il Presidente qualora abbiasi a togliere la parità dei voti. Appartenendo il Presidente alla classe votante il Vice-Presidente lo supplisce. Il Presidente comunicherà al Consiglio il Processo Verbale della Unione di classe, e sottoporrà poi le petizioni degli aspiranti ammessi dalla classe alla determinazione del Corpo Accademico, la quale si ottiene per iscrutinio segreto. Per l'ammissibilità di ciascheduno dei proposti sono necessarii due terzi dei voti, e, fra più ammessi, il maggior numero dei voti sopra i due terzi determina l'eletto. Se però accadesse che negli scrutinii non potessero ottenersi a favore di alcuno dei proposti i due terzi dei voti, si rinova tre volte lo sperimento. Tornando infruttuoso anche il terzo, i nomi di que' due fra proposti, che ebbero un maggior numero di voti sopra la metà, si assoggettano ad un quarto scrutinio. La elezione risulta dalla pluralità; e nel caso che i voti fossero pari, lo scrutinio è rimesso ad altra seduta.

Articolo III.

Dei Socii Onorarii.

§. I. A Socii Onorarii sono nominati uomini illustri per dignità, per protezione de' buoni studii, e per diffusa rinomanza d'ingegno.

§. II. Il Socio Onorario presente alle Sedute gode di tutte le prerogative di Socio Ordinario.

Articolo IV.

Dei Socii Straordinarii.

§. I. I Socii Straordinarii, sono presi tra i sudditi del Regno Lombardo-Veneto conosciuti per opere pubblicate e per rinomanza nelle scienze, nelle lettere, e nelle arti.

§. II. I Socii Straordinarii, che soggiornano in Padova, secondo l'indole dei loro studii, e la loro dichiarazione saranno ripartiti nell'una o nell'altra delle quattro Classi dell'Accademia.

§. III. I Direttori delle rispettive classi potranno impiegare l'opera loro nei lavori accademici relativi alla classe cui appartengono.

§. IV. Il loro numero è indeterminato: la proposizione per la loro nomina appartiene esclusivamente ai Socii Ordinarii. Due di essi per lo meno ne fanno in iscritto o riservatamente la proposizione motivata al Presidente, il quale la comunica al Consiglio, che, prese le necessarie informazioni, giudica dell'ammissibilità. Il Presidente fatto stendere il ragguaglio dei meriti del proposto, lo partecipa coll'organo dei Segretarii al raccolto Corpo Accademico, e poscia fa seguire lo scrutinio. Nel caso di giudicata inammissibilità la decisione del Consiglio è manifestata ai proponenti col mezzo dei Segretarii.

Articolo V.

Dei Socii Corrispondenti.

§. I. Quelli che si metteranno in comunicazione coll'Accademia mandando le loro opere pubblicate o i proprii scritti da leggersi all'Accademia stessa, potranno essere nominati a Socii Corrispondenti dietro proposizione del Consiglio appoggiata al giudizio favorevole della classe, cui si riferiscono i lavori trasmessi. In questo giudizio si terrà il metodo indicato dal §. VI. dell'Art. IX.

Articolo VI.

Degli Alunni.

§. I. Gli Alunni sono presi fra i giovani, che in Padova si applicano con lodevole diligenza a qualche ramo di scienza o di letteratura, ed hanno date prove di buona condotta e di bell'ingegno.

§. II. Gli Alunni sono dodici, partiti secondo i varii loro studii nelle quattro classi dell'Accademia. Sono proposti dalla classe e scrutinati dal Corpo Accademico.

§. III. Ogni Alunno dipenderà per gli oggetti Accademici dal Direttore della classe cui appartiene.

§. IV. Gli Alunni hanno il carico di leggere alternativamente all'Accademia una compendiosa indicazione delle opere analoghe alla classe cui appartengono enunciate e prese in esame dai giornali scientifici e letterarii raccolti nella pubblica Biblioteca e nel Gabinetto di Lettura.

§. V. Quelli che avranno dimostra una speciale diligenza ed attività, ed avranno letta all'Accademia alcuna loro propria produzione, potranno dopo tre anni essere proposti dalla classe al Corpo Accademico per la promozione a Socii Corrispondenti; e trattandosi di Alunni appartenenti all'Università, la loro proposizione non potrà aver luogo se non quando abbiano compiuto il corso regolare de' loro studii.

§. VI. Quando l'Alunno nel corso dell'anno accademico manca tre volte alle ordinarie tornate senza giustificazione, e non adempie gli obblighi impostigli, il Direttore della classe ne partecipa all'Accademia la decadenza, ed invita la classe ad una nuova proposizione.

Articolo VII.

Della Presidenza e del Consiglio.

§. I. Il Consiglio dell'Accademia è composto di un Presidente, di un Vice-Presidente, di un Direttore per ciascuna delle quattro classi, di due Segretarii, uno per le Scienze e l'altro per le Lettere, di un Cassiere e di un'Archivista Bibliotecario.

§. II. Al Presidente è affidato il governo e la direzione generale dell'Accademia. A nome di esso si convoca il Consiglio e l'Accademia tutta. Appartiene a lui esclusivamente il firmare tutti gli atti dell'Accademia, e il rappresentarla in ogni occasione.

§. III. Il Vice-Presidente supplisce al Presidente in mancanza di questo, ed a lui appartiene lo invigilare all'esatta esecuzione delle leggi accademiche come loro speciale conservatore.

§. IV. I Direttori delle classi hanno ispezione particolare sulla loro classe. Possono convocarla quando credono necessario, e sono il mezzo di cui si vale il Presidente o il Consiglio per comunicare in ispezialità colla classe medesima.

§. V. Il Presidente in ogni sessione prima di sciogliere l'adunanza, annuncierà il giorno della seguente tornata, e il nome del Socio Ordinario che leggerà in quella.

§. VI. I Segretarii tengono regolare Processo Verbale delle Sedute, tanto del Consiglio, quanto dell'Accademia. All'aprirsi d'ogni sessione il Presidente invita il Segretario, che scrisse il Processo Verbale della precedente, a farne lettura. Il Processo Verbale contiene tuttociò di cui si è trattato nella Seduta, e specialmente la esatta menzione delle memorie che sono state lette, e i titoli delle opere a stampa e degli scritti, che mano a mano pervengono all'Accademia. I Segretarii non sono obbligati alle letture prescritte ai Socii Ordinarii. Spetta ad essi la corrispondenza accademica e il relativo carteggio.

§. VII. Al terminare della Seduta il Segretario, che ne tenne il Processo Verbale, nomina i presenti, e fa menzione delle scuse che i mancanti avranno fatte pervenire al Presidente.

§. VIII. Il Cassiere amministra gli averi dell'Accademia; assoggetta ogni anno entro il mese di Luglio i conti al Consiglio, cui spetta approvarli di anno in anno in apposita seduta; egli non può far pagamenti senza l'ordine in iscritto del Presidente.

§. IX. L'Archivista-Bibliotecario custodisce tutte le carte dell'Accademia, sopraintende alla stampa degli Atti e alla vendita dei volumi stampati; ha cura della Biblioteca Accademica; raccoglie e coordina al terminare d'ogni anno tutti gli Atti Accademici e i Processi Verbali delle sedute che debbono essergli consegnati dai Segretarii, per depositarli nell'Archivio.

§. X. Alla fine di Giugno il Consiglio Accademico riconosce lo Stato delle vendite fatte dal Bibliotecario, e delle somme da lui versate in cassa.

§. XI. Il Presidente è proposto per ischede ed eletto per iscrutinio, incominciando da quello, che nella proposizione ebbe più schede. Dura in carica due anni, e viene preso per turno dalle classi coll' ordine con cui queste sono scritte nello Statuto.

§. XII. Il Presidente che cessa diventa Vice-Presidente; ed in mancanza del Vice-Presidente supplisce l'ultimo uscito dalla Presidenza.

§. XIII. I Direttori delle classi si eleggono per ischede e successivo scrutinio dal Corpo Accademico: durano due anni, e non possono essere rieletti se non dopo un biennio.

§. XIV. I Segretarii, il Cassiere e l'Archivista-Bibliotecario sono perpetui. Il Cassiere e l'Archivista possono essere nominati a Presidenti, ma non già i Segretarii.

Articolo VIII.

Del modo di trattare gli affari accademici.

§. I. Per deliberare sugli affari accademici l'adunanza dev'essere composta di uno più della metà dei Socii Ordinarii.

§. II. Il Consiglio Accademico non può deliberare se non siano presenti almeno sette de' suoi individui. Ciascuno manifesta a voce il proprio parere sulle fatte proposizioni. Il Presidente poi raccolta l'Accademia espone il partito preso dal Consiglio, e lo assoggetta allo scrutinio adducendone i motivi.

§. III. Tutti gli scrutinii debbono avere i due terzi de' voti dei Socii presenti per essere favorevoli.

§. IV. Il Consiglio nelle cose che riguardano gli uffizii a lui fidati stabilisce da sè i metodi d'interna amministrazione. Ma trattandosi di regolamenti che tendono ad obbligare tutto il Corpo, il Consiglio deve assoggettarli ai voti dell'Accademia.

§. V. Le adunanze di classe per essere legali devono comporsi da quattro Socii Ordinarii almeno, e inoltre dal Presidente o Vice-Presidente e da uno dei Segretarii. Il Direttore della classe ha il diritto d'invitare ad un'adunanza di classe, in cui stimi opportuno un maggior numero di votanti, qualche Socio Ordinario delle classi affini.

Articolo IX.

Delle Sedute e Letture Accademiche.

§. I. L'Accademia incominciando entro la prima metà di Novembre si raduna due volte ciascun mese nel giorno di martedì nelle ore pomeridiane per le sue ordinarie Sedute, a riserva dei mesi di Luglio, Agosto, Settembre ed Ottobre. Finito il corso delle Sedute ordinarie, ne ha luogo una pubblica, che viene aperta dal Presidente con breve Allocuzione allusiva alla circostanza; e nella quale uno dei Segretarii alternativamente fa la relazione delle letture dell'anno accademico.

§. II. Dopo la Seduta pubblica, riveduti ed approvati dal Consiglio i conti del Cassiere, si eleggeranno in una Seduta straordinaria le cariche accademiche per l'anno successivo.

§. III. Nella prima Seduta di ogni anno accademico si estraggono a sorte, per turno dalle quattro classi, i nomi degli Accademici, che dovranno leggere nell'anno prossimo; e prima della successiva seduta il Presidente ne fa consegnare a stampa l'elenco a tutti gli Accademici.

§. IV. Le sedute non dureranno più di due ore: ciascheduna incomincierà colla lettura fatta da un Socio Ordinario nell'ordine, con che furono estratti. Il Presidente d'intelligenza coi Direttori di classe disporrà per le opportune successive letture di ogni seduta.

§. V. Il Socio Ordinario, fatta la lettura di obbligo, consegna immediatamente al Segretario, che tiene il Processo Verbale della Seduta, l'estratto della sua memoria onde ne faccia regolare ed esatta relazione. Entro un mese dalla seguita lettura, al più tardi, dovrà inoltre depositare in mano del Presidente il suo manoscritto, ritirandone ricevuta. I Socii Ordinarii, che non consegnano entro questo termine le memorie lette come penso accademico; o quelli che le facciano stampare di per sè, sottraendole così alla raccolta degli Atti, saranno trasferti nella classe dei Socii Straordinarii. Per tutti gli altri Accademici basterà che sia trasmesso al Segretario l'estratto della lettura.

§. VI. Il Presidente trasmetterà il manoscritto consegnatogli al Direttore della classe, cui appartiene l'argomento trattato, tenendone nota nei proprii registri. Il Direttore nominerà segretamente due Censori per avere in iscrit-

to, da ciascuno di essi separatamente, una relazione motivata da sottomettersi al giudizio della classe, la quale deciderà se quel manoscritto sia degno della stampa fra gli Atti dell'Accademia. Questo giudizio si emette dalla classe a pluralità di voti secreti. Lo stesso metodo ha luogo per le memorie lette o spedite dai Socii Straordinarii e Corrispondenti. Que' Socii Ordinarii che danno alle stampe memorie lette come penso accademico escluse dalla censura della classe rispettiva, apponendovi l'Epigrafe = letta nell'Accademia di Padova = od altra simile, saranno cassati dall'Elenco degli Accademici.

§. VII. I Socii Ordinarii, che mancassero per tre sedute consecutive senza giustificazione approvata dal Consiglio, perderanno il loro posto.

§. VIII. Ogni Socio Ordinario è tenuto a leggere una memoria ogni due anni nel giorno fisso dalla sorte. Mancandovi senza giustificazione approvata dal Consiglio, potrà per la prima volta obbligarsi a leggerne due nel susseguente biennio; e mancando nuovamente, perderà il posto.

§. IX. Ogni anno prima della fine del Dicembre si pubblicherà un volume degli Atti contenente memorie lette nell'anno acccademico percorso. Trascorso questo periodo di tempo senzachè ne sia intrapresa la stampa, gli autori potranno disporre a talento delle loro Memorie, purchè ne diano avviso al Presidente con apposita dichiarazione in iscritto.

CATALOGO

DEI MEMBRI COMPONENTI LA I. R. ACCADEMIA DI SCIENZE LETTERE ED ARTI DI PADOVA

CONSIGLIO ACCADEMICO

Jappelli Giuseppe, *Presidente.*
Nodari Monsignor Antonio, *Vice-Presidente.*
Catullo prof. Tommaso Antonio, *Direttore per la classe di fisica sperimentale.*
Zecchinelli dott. G. Maria, *Direttore per la classe medica.*
Bernardi Ab. Giuseppe, *Direttore per la classe matematica.*
Cittadella Co. Giovanni, *Direttore per la classe filosofia e lettere.*
Menin prof. Lodovico, *Segretario perpetuo per le scienze.*
Cittadella-Vigodarzere Co. Andrea, *Segretario perpetuo per le lettere.*
Meneghini dott. Giuseppe, *Archivista e bibliotecario.*
Montesanto prof. Giuseppe, *Cassiere.*

MEMBRI ONORARII.

S. A. I. R. l'Arciduca RANIERI, Vice-Rè del Regno Lombardo-Veneto.
S. A. I. R. l'Arciduca GIOVANNI d'Austria.
S. A. S. il Principe de Metternich-Winneburg di Ochsenhausen, Ministro di Stato di S. M. I. R.
S. Em. Rev. il Cardinale Monico, Patriarca di Venezia.
S. Em. Rev. il Cardinale Mai.
S. A. S. il Principe Ernesto di Arenberg.
S. E. il Conte di Kolowrat-Liebsteinski, Ministro di Stato di S. M. I. R. Ap.
S. E. il Conte A. Federico. Mittrowsky Supremo Cancelliere aulico di S. M. I. R. Ap.
S. E. il Conte Pietro di Goëss, Gran Maresciallo di Corte di S. M. I. R. A.
S. E. il Conte Carlo d'Inzaghi, Consigliere intimo di S. M. I. R. A.

S. E. Josia Luigi de Jüstel, Priore mitrato a Wichehrad Consigliere intimo di S. M. I. R. A.

S. E. il Conte G. B. di Spaur, Governatore delle Provincie Venete.

S. E. Antonio Mazzetti, Presidente d'appello in Milano.

S. E. il Conte Jacopo Mellerio, Consigliere intimo di S. M. I. R. A.

S. E. Rev. il Patriarca Arcivescovo Ladislao Pyrker.

Anguissola Conte G. Battista.

Balbo di Vinai Co. Cav. Prospero.

Bernt prof. Giuseppe.

Berzelius prof. Giangiacomo.

Caccia Cav. Gaudenzio.

Canova Monsignor Vescovo di Mindo.

Cousin prof. Vittorio.

Debrois de Brugeck Giovanni Consigl. Aulico.

Derchich Consigliere Giuseppe.

Farina Monsignor Vescovo di Padova.

Farini prof. Pellegrino.

Fischer prof. G. L.

Fuss Cav. Nicola.

Gargallo Cav. Tommaso.

Gay-Lussac prof. N.

Ghilossi Conte G. Ignazio.

Graefe (de) Cav.

Groëller (de) Cav. Antonio.

Halascka Consigliere Cassiano.

Harles prof. G. C.

Hildenbrand (de) Cav. Francesco.

Humboldt barone F. E. Alessandro.

Jacquin Cav. Giuseppe Francesco.

Khnostof (de) Conte, Senatore di Russia.

Kleiber (de) Leopoldo.

Lang Francesco Innocenzo Consigliere Aulico.

Lindenau (de) Barone.

Maffei Ab. Cav. Prof. a Monaco.

Mayer di Gravenegg Cav. Giuseppe.

Meshutar Monsignor Andrea.

Morichini prof. Domenico.
Nobile Consiglier Pietro.
Oerstedt prof. H. C.
Paoli (de) Conte Domenico.
Pauli (de) Nob. di Treuheim Giuseppe.
Pauli (de) Nob. di Treuheim Francesco.
Pezzana Cav. Angelo.
Pezzoni Cav. Antonio.
Polcastro Co. Girolamo.
Raimann Nob. G. Nepomuceno Cons. Aul. Primo Archiatro di S. M. I. R. A.
Roner d'Ehrenwerth Consigliere Carlo Isidoro.
San Martino prof. Agostino.
Stratico Cav. Giambattista.
Strekfuss Consigliere in Prussia.
Teschoenberg dott. Alberto.
Türkheim Barone Luigi.
Venturoli prof. Giuseppe.
Vitt prof. Carlo.
Wetzel di Wellenheim Consigliere Leopoldo.
Wiebecking (de) Cav. Federico.
Wismayr Consigliere Giuseppe.

MEMBRI ORDINARII.

Classe di Fisica Sperimentale.

Catullo prof. Tommaso.
Da-Rio Cav. Nicolò.
Jappelli Giuseppe.
Magrini dott. Luigi.
Menin prof. Lodovico.
Molin prof. Girolamo.
Scortegagna dott. Orazio.
Visiani (de) prof. Roberto.

Classe Medica.

Federigo prof. Gaspare.
Giacomini prof. G. Andrea.
Meneghini dott. Giuseppe.
Montesanto prof. Giuseppe.
Spongia dott. G. Filippo.
Zecchinelli dott. G. Maria.

Classe Matematica.

Bernardi Ab. Giuseppe.
Conti dott. Carlo.
De La Casa prof. Don Vittorio.
Minich prof. Serafino.
Santini Cav. Giovanni.
Tuzzi dott. Vincenzo.

Classe di Filosofia e Lettere.

Carrer dott. Luigi.
Cittadella Conte Giovanni.
Cittadella Vigodarzere Co. Andrea.
Nodari Mons. Antonio.
Selvatico nob. Pietro.
Trivellato prof. Giuseppe.

MEMBRI EMERITI.

Barbieri prof. Giuseppe.
Brera prof. Valeriano Luigi.
Configliachi prof. Luigi.
Cataneo dott. Francesco.
Dalle Ore prof. Marcantonio.
Franceschinis Cav. Francesco.
Furlanetto dott. Giuseppe.
Gianelli Consigliere Giuseppe.

Giuliani prof. Jacopo.
Lanfranchi prof. Luigi.
Magarotto prof. Francesco.
Meneghelli prof. Antonio.
Pieri prof. Mario.
Romano dott. Girolamo.
Zendrini prof. Angelo.

MEMBRI STRAORDINARII.

Li Signori

Aprilis prof. Bartolommeo.
Balbi Cav. Adriano.
Bellavitis dott. Giusto.
Bettío Ab. Pietro.
Bianchini Beroaldi Cav. Tenente Maresciallo.
Bossi Co. Luigi.
Comparetti dott. Pietro.
Corniani Co. Marco.
Dandolo Tullio.
De Min prof. Giuseppe.
Dianin prof. Felice.
Diedo Nob. Antonio.
Fappani Nob. dott. Agostino.
Franceschi Nob. dott. Luigi.
Frari dott. Angelo I. R. Consigliere di Governo.
Fusinieri dott. Ambrogio.
Guzzoni prof. Fidenzio.
Labus dott. Ciovanni.
Manzoni Nob. Alessandro.
Marianini prof. Stefano.
Marsand prof. Antonio.
Melan Mons. Sebastiano.
Meneghini dott. Andrea.
Orsi prof. Tranquillo.
Pagani-Cesa Co. Giuseppe Urbano.
Pappafava Co. Marsilio.
Poli prof. Baldassare.
Racchetti Consigliere Alessandro.
Saggini Cav. Andrea.
Sagredo Co. Agostino Gherardo.
Sanfermo Cav. Marco.
Scopoli Co. Giovanni.
Scolari dott. Filippo.
Signoroni prof. Bartolommeo.
Stéer prof. Martino.
Thiene dott. Domenico.
Vacani Camillo Colonnello.
Venanzio dott. Girolamo.
Villabruna Mons. Guido.
Zannini dott. Paolo.

MEMBRI CORRISPONDENTI.

Li Signori

Agostini prof. Stefano.
Apporti Ab. Ferrante.
Argenti dott. Francesco.
Balardini dott. Lodovico.
Bassi dott. Agostino.
Basso dott. Luigi.
Beggiato dott. Francesco Secondo.
Bellingeri dott. Carlo Francesco.
Bellini dott. Gio. Batitsta.
Berres prof. Giuseppe.
Bettoni Niccolò.
Bianchi prof. Giovanni.
Bianchi dott. Giuseppe.
Bizio dott. Bartolommeo.
Bonafous Cav. Matteo.
Bravi Ab. Giuseppe.
Broglia da Persico dott. Lodovico.
Bruni dott. Carlo.
Brusoni dott. Giacomo.
Bury prof. Adamo.
Cacciatore prof. Niccolò.
Calegari Ab. Antonio.
Calegari dott. Pietro.
Calogeropulo dott. Nicolò.
Campilanzi dott. Emilio.
Casoni Marchese Giovanni.
Ceresa dott. Carlo.
Coltellini Cav. Agostino.
Crescimbeni dott. Giulio.
Dalla Balla dott. Pietro.
Dalla Torre prof. Lelio.
Duchelard prof. Michele.
Durer dott. Agostino.
Fabeni prof. Vincenzo.
Fabris dott. Girolamo.
Facchini dott. Francesco.
Facci Negrato Gaetano.
Faccio Domenico.
Fanzago dott. Luigi.
Fava dott. Angelo.
Fava dott. Gio. Battista.
Ferrario dott. Giuseppe.
Festler dott. Francesco Saverio.
Formentini Ab. Antonio.
Fortis dott. Leone.
Gross prof. G. L.
Heintl Cav. Carlo.
Holler Enrico Tommaso.
De Koerber Nob. Filippo.
Lenguazza dott. Leone.
Liberali dott. Sebastiano.
Lippich prof. Guglielmo.
Littrow dott. Carlo Luigi.
Malfatto dott. Luigi.
Manzoni dott. Luigi.
Marchesi prof. Pompeo.
Martini prof. Lorenzo.
Martius Cav. C. Fr. F.
Mazzaro dott. Sante.
Mazzoni prof. Gaetano.

Meli dott. Domenico.
Mocenigo Co. Pietro.
Morelli prof. Luigi.
De Mori Alfonso.
Mugna dott. Gio. Battista.
Naccari Cav. Fortunato Luigi.
Namias dott. Giacinto.
Nardo dott. Domenico.
Nodari dott. Pietro.
Olmi dott. Agostino.
Orsolato dott. Giuseppe.
Orti Co. Girolamo.
Pari dott. Anton Giuseppe.
Pasetti dott. Floriano.
Pasini Lodovico.
Pasini prof. Pietro.
Penolazzi dott. Ignazio.
Petrettini Spiridione.
Piovani Cav. Francesco.
Podrecca dott. Luigi.
Poletti prof. Geminiano.
Playfayr professore.
Puccinotti prof. Francesco.
Quadri prof. Gio. Battista.
Quaranta prof. Bernardo.
Ravagnan prof. Girolamo.
Rovida prof. Cesare.
Salomoni dott. Filippo.
Salvatori Francesco.
Sandri Giulio.
Schieppati dott. Stefano.
Schizzi Co. Folchino.
Schumacker professore.
Serafini dott. Giuseppe.
Serristori Cav. Luigi.
Sicuro dott. Marino.
Smania Michel Angelo.
Soli Muratori dott. Fortunato.
Speranza Cav. Carlo.
Stancovich Pietro, Canonico.
Tadini Mons. Placido Arcivescovo di Genova.
Tantini prof. Francesco.
Tecchio dott. Sebastiano.
Tessarolo Francesco.
Todeschini Munari prof. Giuseppe.
Tonelli dott. Giuseppe.
Tonello Gaspare.
Turazza prof. Domenico.
Valentinelli dott. Giuseppe.
De Watmann prof. Giuseppe.
Vedova dott. Giuseppe.
Venturi dott. Luigi.
Vering (de) Cav. Giuseppe.
Viero dott. Giovanni Antonio.
Zacco Nob. Teodoro.
Zanon dott. Bartolommeo.
Zerbinati dott. Francesco.
Zigno Nob. Achille.
Zipser Cav. Carlo Antonio.
Zola dott. Francesco.

MEMORIA

GEOGNOSTICO-ZOOLOGICA

SOPRA ALCUNE CONCHIGLIE FOSSILI DEL CALCARE JURESE CHE SI ELEVA PRESSO IL LAGO DI SANTA CROCE NEL TERRITORIO DI BELLUNO

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA IL XV MAGGIO MDCCCXXXII

DAL SOCIO ATTIVO

TOMMASO ANTONIO CATULLO

Sono circa sessant'anni che il genio per lo studio delle montagne fa scoperte felicissime, e possiam dire che da quest'epoca in poi non esiste veruna pregevole opera di Geognosia, che non contenga prove dirette dell'antica e tranquilla insidenza del mare sulla terra, e non metta questa verità al coperto di tutte le opposizioni dello scetticismo.

Però il fenomeno che più d'ogni altro doveva solleticare la curiosità del geologo, e invitarlo a investigare le cause che possono averlo prodotto, si è il divario notevolissimo che v'ha tra gli animali disseppelliti nei monti, e quelli che vivono presentemente nei mari e sui continenti; perciocchè, confrontando gli uni cogli altri, si scorge ben presto che lo stato antico della vita era subordinato a circostanze affatto diverse da quelle che presiedono alla conservazione delle specie attualmente esistenti.

Io non mi fermerò a parlarvi, Accademici illustri, delle importanti osservazioni fatte non ha guari intorno all'esistenza del fuoco centrale ammesso da Leibnitz e da Buffon, ch'è quanto dire intorno al molto calorico che doveva dipartirsi dall'interno della terra dopo il consolidamento dei graniti fondamentali, e dopo la comparsa del mare primigenio, bastandomi solamente la fatta ricordazione di un avvenimento fisico, che si attiene con le cose che prendo a trattare, e del quale si valgono gli odierni naturalisti per discorrere fondatamente delle cause che più influirono al deperimento delle specie.

È ormai noto a tutti, che le più basse stratificazioni del terreno di sedimento inferiore, e propriamente quelle parti che il Brongniart comprende nella quinta sezione dei terreni ch' egli chiama *abissici* (1), occultano reliquie animali, di cui indarno si cercherebbono le analoghe nelle stratificazioni depositate dal mare durante l'ultimo periodo della sua stazione sui continenti; e ne abbiamo gli esempii in que' voluminosi Cornammoni che rinvengonsi nel calcare alpino, come gli abbiamo nei *Productus* di Sowerby, negli Encriniti, nei Trilobiti, ed in moltissimi altri generi di animali e di piante, che furono i primi a figurare nelle prische età del mondo, e che più non hanno chi loro somigli fra gli esseri viventi d'oggidì.

Nè solamente alle schiatte dei primi animali fu impedito raggiungere le razze che vivono adesso, ma soggiacquero alla stessa sorte le generazioni che prosperarono dopo, e delle quali noi raccogliamo i residui nelle rocce di sedimento formate nella seconda grande epoca zoologica, cioè nel *Keuper*, nel calcare jurese, e nei tramezzi argillacei che separano quest'ultimo calcare dalla creta.

È appunto in uno dei membri riferibili al terreno del Jura che mi fu dato raccogliere nello scorso autunno gran copia di spoglie marine mutate nella sostanza stessa della roccia che le racchiude, le quali, comechè proprie del calcare jurese di varii paesi, scarseggiano tuttavia nel calcare medesimo che s'innalza nelle provincie nostre.

Il luogo dal quale ho tratte queste spoglie forma parte delle montagne alpaghesi che si elevano all'est di Belluno per diramarsi nel canale di S. Croce, e per formare colà quella giogaja che spalleggia l'alveo, entro cui passava anticamente il fiume Piave. Questa giogaja, denominata *il Pinè*, non si erige, a giudizio dell'occhio, che ad un'altezza di trecento metri sopra il livello del lago lasciato alle sue radici dal Piave allorquando abbandonò il primiero suo corso verso il sud, ch'era il più breve e il più retto, per aprirsi la via che corre adesso dall'est verso l'ovest.

La roccia che compone queste eminenze è un calcare di tinta bianco-lattea, di tessitura oscuramente cristallina, con entro pezzi ora conformati in ischeggie

(1) Questo brano del terreno abissico di Brongniart è rappresentato dai membri seguenti:

I. Calcare alpino.
II. Calcare fetido (Stinkkalk).
III. Dolomia alpina (*Magnesian limeston* degl'Inglesi).
IV. Zechstein.
V. Schisto bituminoso.

piatte, ora sotto sembianza di ciottoli alquanto compressi, ma che in realtà altro non sono che modelli di bivalvi tenacemente attaccati alla massa calcaria, e formanti con essa una specie di Pudinga atta ad essere lavorata con lo scalpello.

Io non conosco nella Veneta Lombardia nessun altro calcare jurese che sia tanto ferace di specie organiche fossili, quanto è quello del Pinè; e questa circostanza conduce naturalmente a pensare che la struttura in apparenza saccaroide di quel calcare sia dovuta non già all'azione di una qualche roccia vulcanica accollatasi sopra, come taluno si avviserebbe di credere, ma sì bene ai frammenti di gusci, che per essere spatificati danno alla roccia l'aspetto cristallino. La sua stratificazione si palesa formata di grossi banchi, per la più parte logorati dalle acque piovane che discendono nel lago, i quali prendono in alcuni luoghi una disposizione diversa dall'orizzontale, ch'è la più comune, serbando però sempre i caratteri che si vogliono peculiari del terreno medio-jurassico di Brongniart. Questa roccia finisce inferiormente senza assumere la struttura oolitica, e sottovia le corre un calcare grigio compatto, pieno di gusci di bivalvi pettinate, che per essere ridotti in frantumi non lasciano se non a stento conoscere il genere al quale appartengono. È da osservarsi che le spoglie organiche, delle quali ragiono, mancano nel calcare superiore, od almeno differiscono dalle specie congeneri che in quello vi esistono. Tutte spettano al genere delle Terebratole, fra cui avvene alcune che molto si assomigliano alla *Terebratula acuta* di Sowerby tanto nella configurazione e nella struttura delle coste, quanto nella proporzione delle dimensioni; se non che lo stato di mutilazione di alcune parti impedisce di unire questi avanzi alla specie predetta. Se confrontiamo fra loro i due calcari del Pinè, vi si scorge una notabile differenza anche rispetto ai caratteri che sono contemplati dalla Mineralogia; ma non saprei decidere se il calcare inferiore rappresenti l'ultimo membro del terreno pelagico di Brongniart, benchè vi manchi l'oolite ferruginosa, oppure raffiguri la parte più recente del terreno abissico dello stesso Brongniart, quella cioè che vuolsi generalmente distinguere col nome di *Lias*.

Ho detto più sopra, che le conchiglie fossili del calcare superiore non si ripetono che in qualche raro luogo delle Venete Provincie, cioè nei dintorni di Romagnano nel Veronese, e nel monte Fenera non lungi dal paese di Asolo; lo che debbesi attribuire alla tendenza che hanno i testacei di vivere in società, e di preferire, a seconda delle loro affezioni, piuttosto un luogo che un altro per istanziare (*Zoologia fossile delle Provincie Venete*, pag. 12 e 26). Questa tendenza è mantenuta anche fra le conchiglie che vivono nei mari attuali, e ne

abbiamo le prove nelle originali osservazioni fatte da Vitaliano Donati sopra i fondi dell'Adriatico. Vide questo naturalista, che fra la struttura del fondo del mare e quella della superficie della terra non vi passa alcuna notabile differenza, perchè vi trovò valli, caverne, pianure e monti in gran parte composti di strati sopra strati per lo più orizzontali e paralelli agli strati degli scogli, delle isole e del continente; si assicurò dell'esistenza di varie eminenze formate di dura pietra, di ghiaja, e di terra più o meno pingue: dalla quale varietà di fondi deduce la cagione, per cui alcuni siti sono fertilissimi, e convenienti alla nutrizione di molte e diverse specie di piante e di animali, alcuni altri di particolari determinate specie soltanto capaci, ed altri che di piante e di animali sono affatto privi (Donati, *Storia Naturale dell'Adriatico*, con figure. In 4. Venezia (1)).

Coll'appoggio di queste importantissime osservazioni è facile il dar ragione perchè vi sieno de' monti nei quali niun vestigio di corpo marino ritrovisi, in altri se ne scorgano moltissimi, ed in altri o l'una o l'altra specie ben ordinata e propagata si vegga.

I fossili del Pinè, dei quali passo immantinente a discorrere, sono tutti mutilati di una qualche parte, per la somma difficoltà che si oppone al desiderio di poterli schiantare intatti dalla roccia a cui tenacemente aderiscono; circostanza che debbo mettere sotto gli occhi, affinchè non crediate, illustri Accademici, che, a scanso di fatica o di tempo, io abbia omesso e diligenza ed arte nel raccogliere gli esemplari che assoggetto quest'oggi alla dotta vostra curiosità.

Questi fossili appartengono per la più parte a quella famiglia oscura di animali che Lamarck associò alla classe delle bivalvi sotto la denominazione di *Rudiste*, e della quale il signore Des Moulins propose ultimamente di fare una classe distinta da collocarsi tra quella dei cirripodi, e l'altra delle conchifere. A

(1) Il Saggio del Donati uscì al pubblico nel 1750, e fu poi tradotto in francese e stampato in Haya l'anno 1758. Dopo gli elogi meritamente impartiti a questa pregevolissima Opera, che guadagnò al suo autore la Cattedra di Storia Naturale in Torino, nessuno vorrà credere giuste le censure con cui Ginnani cercò di oscurarla; come nessuno starà contento ai giudizii che ne hanno dato Pallas e Cuvier, il primo nell'*Elencus Zoophytorum*, il secondo nel quarto volume del suo *Regno animale*, impresso l'anno 1817. Il Pallas conchiuse in tuono dogmatico, che il Saggio sull'Adriatico è offerta molto meschina fatta dal Donati alla scienza naturale (*Donatum, qui maris Adriatici, divitiis gravis, sordidulum in naturalis scientiae aerarium tributum contulit*); ed il Cuvier si contentò di qualificarlo *un ouvrage incomplet et superficiel*. Si potrebbe dimostrativamente provare la falsità del giudizio emesso da questi sommi uomini, se l'Opera del Donati abbisognasse fra noi di apologie.

questa nuova classe unisce Des Moulins gl'Ippuriti, ovvero quel genere di animali che Lamarck aveva riposto fra i cefalopodi, nella persuasione che il guscio di questi fosse internamente fornito di tramezze regolari analoghe a quelle che si ammirano nei Cornammoni, e nelle altre conchiglie politalamiche.

Prima ancora di Des Moulins li sigg. Ferussac, Desayes e Orbigny si sono accorti della mancanza di vere tramezze negl'Ippuriti, e si avvidero altresì dell'errore in cui versavano i conchiologi circa l'ufficio del solco laterale interno, riguardato per l'innanzi come un sifone simile a quello che attraversa i talami de' Nautili e degli Ammoniti.

Tutte queste induzioni sono state poscia corroborate dalle scoperte di Des Moulins, il quale conviene coi pensamenti dei citati autori, e solamente ricusa di credere che le foglie o tramezze, di cui sopra dicemmo, sieno state lavorate dall'animale con gli organi stessi, de' quali si è servito per fabbricare il guscio, come pensa Deshayes; imperocchè, se così fosse, la struttura delle lamelle dovrebbe essere cellulosa com'è quella della conchiglia, ed invece appare solida e compatta. Inferisce da ciò Des Moulins, che le lamelle o false tramezze si debbano considerare come il prodotto di secrezioni particolari eseguite da organi molto diversi da quelli che trasudarono il materiale calcario del guscio.

Gl'Ippuriti non mancano solamente di tramezze e del sifone per doverli distaccare dai cefalopodi, ma sono inoltre muniti di una valva opercolare quasi piana, o meno rigonfiata di quella delle Sferuliti, di cui parlerò fra poco. La scoperta di una seconda valva negl'Ippuriti potrebbe sedurre un osservatore poco sperimentato, e forzarlo a collocare questi corpi fra le bivalvi o conchifere di Lamarck; ma un occhio avvezzo a distinguere i caratteri di primo valore si accorge ben tosto che la porosità (1) del guscio, la mancanza della cerniera, e delle impressioni lasciate dal muscolo di attacco, sono differenze che debbono allontanare gl'Ippuriti dalle conchifere, e ravvicinarli, più che ad altro, a quel genere di avanzi animali fossili, cui il Delametherie impose il nome di *Sferuliti*.

Ciò è quanto ha fatto des Moulins nella plauditissima sua Opera inserita nel Bollettino di Storia Naturale di Bordeaux per l'anno 1827, e il suo esempio sarà certo imitato dai conchiologisti di tutte le nazioni. Fece anche di più: vide Des Moulins che la classificazione di Lamarck abbisognava di essere raddrizzata, rispetto a que' generi che furono creati a spese delle Rudiste, e con isquisita

(1) Le Rudiste fossili finora raccolte nelle Provincie Venete non presentano nel loro tessuto indizio alcuno di porosità, per essere interamente passate allo stato di pietra solida e dura.

critica tolse a dimostrare che i due generi *Birostrite* e *Radiolite* non sono che modelli interni del genere *Sferulite,* per cui tre generi in apparenza distinti non sono in sostanza che uno solo; come, per le plausibili ragioni ch'egli adduce nella citata Memoria, debbonsi del pari ragguagliare alle Sferuliti tutte le specie del genere *Jadomia* stabilito dal celebre Defrance.

Fu dietro queste utilissime indicazioni che volli di bel nuovo rivedere le Radioliti descritte e figurate nella mia *Zoologia fossile,* per compararle poscia con le Sferuliti che rinvengonsi intatte nel Pinè; e dall'esame di confronto che ho fatto appresi che le prime non erano che Sferuliti mancanti del guscio.

Questi confronti mi hanno altresì illuminato sulle cagioni che più influirono alla distruzione del guscio, di cui molte bivalvi sono senza; ma troppo intorno a ciò mi occorrerebbe di dire, ed io mi studio di esser breve per iscemarvi possibilmente la noja.

Le forme diverse, sotto le quali si presentano le Sferuliti del calcare alpaghese, meritano più che mai di essere ricordate, non essendovi alcun'altra conchiglia fossile, per quanto io sappia, che mentisca fattezze così disparate fra loro, come quelle che sono offerte dal solo genere *Sferulite.* Diffatti, se c'incontriamo nella sola valva maggiore, non altro si osserva che una bica di lamine cristalline sovrapposte le une alle altre, formanti un corpo molto elevato, di figura circolare, e fornito di un ampio abbassamento o cavità centrale, dentro cui stava nicchiato il modello (Tav. I. Fig. 1. *b.*). Se al contrario c'incontriamo nella valva superiore, non è facile a prima giunta persuaderci ch'essa appartenga allo stesso individuo, cui si riferisce la valva inferiore; giacchè tanto nella forma, quanto nel volume le due valve ammettono fra di loro molte e notabili differenze (Tavola I. Fig. 2). Questa seconda valva è assai più piccola della prima; appare segnata esteriormente da solchi longitudinali piuttosto profondi, ed è poi così depressa, che a buon dritto si meritò il nome di *valva opercolare.* I solchi mancano negli esemplari della valva inferiore che ho sottoposti agli sguardi vostri, non già perchè di solchi o pieghe sia stata in origine destituta, ma perchè la parte corticale del guscio, su cui erano impressi i solchi, restò aderente alla roccia, come ho potuto accertarmene esaminando il vano lasciato dalla conchiglia dopo di averla distaccata.

Una terza forma, al tutto differente dalle due prime, ci porge la Sferulite quando è fornita del suo modello, ovvero quando contiene dentro di sè quel corpo pietroso, che in tutte le conchiglie fossili rappresenta la figura esteriore dell'animale deperito. Il modello, quando è intatto, ha la forma di due coni

uniti pel verso delle basi, e piegati in maniera da formare un angolo più o meno ottuso. Le grandezze relative di questi coni stanno costantemente in rapporto con la profondità rispettiva delle due valve che abbiamo descritte; e nel punto in cui queste valve si congiungono insieme avvi un rialto o cordone anulare quasi sempre carenato. Io conservo una Sferulite del Pinè, il cui modello aderisce per un solo verso ad una porzione della valva maggiore, e per l'altro si mostra denudato del guscio in maniera che si può agevolmente vedere tutta la sua lunghezza, e osservarne i caratteri. Questo individuo, benchè appaja mutilato del cono superiore, e per conseguenza manchi eziandio della valva opercolare, si dà nullameno a conoscere diverso da tutti quelli che furono presi in esame dai naturalisti; imperocchè non so che sieno state rinvenute Sferuliti con doppio guscio, e col solco laterale così profondo, com'è quello che si ammira nella nostra Tav. I. Fig. 1. *A, B.* E nel vero, tutti i nocciuoli che ostruiscono il vano interno delle bivalvi sono di aspetto terroso, od almeno non presentano la lucentezza spatica e cristallina delle valve, la quale essendo di queste esclusiva, vuolsi additarla ai giovani che coltivano la Geognosia, onde avvezzarli per tempo a distinguere i modelli, e le impressioni d'ogni maniera, dai fossili che di conchiglia sono provveduti.

La Sferulite che vi annunzio non è dunque munita di un solo guscio esteriore, come nelle altre generalmente si vede, ma di due gusci l'uno dall'altro distintamente dissimili: il primo consiste nella valva esterna, che per essere formata di lamine disposte in una direzione orizzontale, mostra di non avere alcuna analogia di formazione col guscio interno; il secondo è invece composto di una esilissima lamina cristallina aderente al modello, situata in direzione verticale, senza essere flessuosa, e senza mostrarsi fornita di quei cordoni che a foggia di raggi d'un ventaglio partono dal margine interno della valva esteriore, per dirigersi verso la maggiore periferia.

Dalla descrizione che ho succintamente adombrata dell'intero testaceo, e dalla esposizione de' suoi principali caratteri è facile accorgersi che l'animale, dopo di aversi fabbricate le valve mediante l'umore pietroso che trasuda dal corpo di tutti i molluschi conchiligeni, ha potuto formarsi un secondo inviluppo, il quale differisce per più rispetti dal guscio esteriore, e principalmente per la disposizione verticale che fu data alla lamina di cui è composto. Si chiederà forse, se questo secondo inviluppo sia soltanto esclusivo delle Sferuliti del Pinè, o se in origine esistesse in tutte le specie finora dissotterrate nelle montagne degli altri paesi? Senza arrogarmi d'indovinare il magistero tenuto dalla natura per di-

struggere il guscio interno a preferenza dell'esterno, ch'è anche il meno protetto dalle ingiurie degli elementi, io porto opinione che tutte le Sferuliti fossero provvedute di due gusci di differente struttura, e che la scomparsa di uno di essi si debba ascrivere a quelle stesse cause che incessantemente cooperarono alla decomposizione di tutti quei testacei, di cui non troviamo adesso che i modelli. Come poi il guscio esterno abbia potuto mantenersi illeso dalle forze che hanno distrutto il guscio interno, non è difficile a comprendersi, quando si sappia che i gusci sfogliosi d'ogni qualunque terreno si rinvengono pochissimo alterati; laddove gli altri, che non hanno questa struttura, si sono in generale rammolliti, o ridotti in fatiscenza, o distrutti interamente. Le prove che militano in favore di questa opinione si trovano registrate nel *Tableau des corps organiés fossiles*, messo in luce da Defrance l'anno 1824; come nello stesso *Tableau* àvvi un'osservazione che sembra avvalorare vieppiù il concetto che mi sono creato circa i due gusci che in origine dovevano avere le Sferuliti d'ogni specie. All'occasione di dare contezza delle Sferuliti che occorrono nel calcare della Normandia credette il Defrance di fermare la sua attenzione sopra uno spazio vuoto che v'ha tra il guscio esteriore ed il modello; e, senza decidersi sulla qualità e sull'ufficio della sostanza che dapprima riempiva quello spazio, si contentò, con la solita sua sagacità, di concludere: *cet espèce a dû necessairement être occupé par un corps qui a disparu après la petrification du moule* (ivi, pagina 16). Ora qual altro corpo doveva ostruire quel vano, se non il guscio interno che ancora sussiste nelle specie fossili del Pinè, e che manca in tutte le altre rinvenute fin qui nella Francia, nella Germania e nell'Inghilterra?

La quarta ed ultima forma, sotto la quale noi troviamo le Sferuliti del Pinè, si è quella che ci presenta il modello disgiunto dal guscio. Quando è intero, esso ha l'aspetto, come dicemmo, di due coni incurvati, uniti base a base; e quando appare dimezzato, esso ha la sembianza di semplice cono, che, per essere quasi sempre un po' piegato, ha ricevuto dagli abitanti del luogo il nome di *corno impietrito* (Catullo, *Zoologia fossile*, Tav. 3. Fig. *F*). È appunto la varia conformazione di questi modelli che trasse il sommo Lamarck nell'errore di crederli due generi l'un dall'altro distinti, chiamando *Birostrite* tutti gli esemplari muniti dei due coni piegati in arco, e spacciando gli altri come specie particolari del genere *Radiolite*.

Le cose finora dette basteranno per mettere in guardia tutti coloro che, non bene ammaestrati nella Zoologia geognostica, assegnano alle Rudiste i nomi incompetenti di Ostraciti, di Ortoceratiti, di Camiti, secondo che accade loro di

trovarle sotto l'una o l'altra delle forme che abbiamo rammemorate; lo che deve anche persuaderli, che senza il sussidio della Zoologia, da cui la determinazione di tali corpi dipende, non potranno giammai convenevolmente progredire nello studio della Geognosia.

Gli altri testacei, di cui è ferace la roccia del Pinè, si adeguano al genere *Hippurites* di Lamarck, del quale ho fatta menzione più avanti. Des Moulins e Keferstein parlano d'Ippuriti, i quali si distinguono particolarmente perchè oltrepassano un piede in lunghezza, ed hanno una grossezza proporzionata (Teutschland, 1828, pag. 503); ma, per quanto le mie osservazioni me l'hanno fatto conoscere, non si raccolgono nelle nostre montagne Ippuriti così voluminosi, non avendone trovato nessuno, la cui lunghezza ecceda i cinque pollici. Assai pochi se ne veggono però di questa mole, laddove frequentissimi e quasi direi innumerabili sono quelli che attingono la lunghezza di due pollici, o poco più. La singolarità che più ha potuto sorprendermi si è, che gl'Ippuriti di volume maggiore, messi al paragone dei più piccoli, manifestano differenze essenziali e costanti sì nella struttura del guscio, che nelle fattezze esteriori del modello, come mi studierò adesso di dimostrarlo.

Può agevolmente ognuno assicurarsi che il modello degl'Ippuriti di maggior mole è tutto ricoperto di cordoni longitudinali molto rilevati, disgiunti tra loro per mezzo di solchi che ne determinano la grossezza, sopra i quali avvi talvolta le strie o pieghe trasversali indicanti il progressivo ingrandimento dell'animale. Il guscio che ricopre questi modelli è liscio esteriormente, ma nella superficie interna comparisce fornito di solchi, i quali stanno in perfettissimo accordo con la struttura del modello; cioè le parti prominenti dell'uno vanno esattamente a nicchiarsi nelle parti incavate dell'altro (Catullo, *Zoologia fossile*, Tav. VII. Fig. *A*, *C*). Tutta la massa che compone il modello è di calcaria bianca, molto solida, e pellucida ai margini; la sostanza del guscio è anch'essa calcaria, di tinta costantemente bruna, zonata spesse volte di bianco e di grigio. La permanenza del color bruno, che sembra essere stato il color naturale del guscio, è un attributo particolare degl'Ippuriti più grandi, poichè nei più esigui il guscio appare scolorato, o perfettamente bianco, come sono i modelli; lo che conduce a sospettare che la tinta dei primi sia dovuta ad una proprietà intrinseca della materia colorante, la quale ha potuto resistere alla decomposizione cui soggiacquero i colori di tutte le conchiglie fossili, tanto bivalvi che univalvi, racchiuse nella roccia alpaghese. Confrontando questi caratteri con quelli degl'Ippuriti di minor volume, noi vediamo che il modello di questi ultimi manca di cordoni longitudi-

nali, e si mostra affatto liscio; laddove il guscio, in cambio di essere liscio, si palesa rigato per lungo da coste equabilmente distanti l'una dall'altra: differenze, per quanto a me pare, molto notabili, perchè ci offrono una prova evidente della varia organizzazione degli animali cui appartenevano quelle spoglie, quantunque non sieno state finora indicate da verun naturalista.

Alienissimo dal voler comparire innovatore, mi sono valso di queste differenze, non già per isminuzzare un genere conosciuto onde crearne de' nuovi, ma per dividere gl'Ippuriti in due sezioni, ritenendo per tutti il nome generico che gli fu dato da Lamarck. Per tal modo raggiungo lo scopo che mi sono proposto, di esibire una divisione stabilita su differenze essenziali, senza ricorrere all'espediente di allungare la lista dei generi, siccome fanno alcuni pochi fra i moderni naturalisti, i quali col pretesto di contribuire vieppiù ai progressi della Zoologia, e senza avvedersi degli abusi ch'essi vanno introducendo nella nomenclatura, cangiano in una scienza di nomi ciò ch'essere dovrebbe una scienza di fatti.

Fra le bivalvi che meritano di essere studiate con più di attenzione, perchè con meno frequenza delle altre si ravvisano nel calcare del Pinè, ricorderò la *Plagiostoma gigantea* di Sowerby, di cui il Gabinetto di Storia Naturale di Padova possiede per mia cura un bell'esemplare tratto dal Lias di Bristol nell'Inghilterra. Questa conchiglia suborbicolare è ricoperta di pieghe molto sensibili nelle parti più prossime al margine superiore, e riesce al tutto liscia verso il cardine, dove si mostra mancante di quella porzione di guscio che costituisce la cerniera. Nella forma generale si accosta agl'individui della *Plagiostoma Mantelli*, ch'io rinvenni nella scaglia dei Sette Comuni (*Zoologia fossile*, pagina 267); ma nella parte anteriore del margine laterale non si vede l'incavo profondo indicato con molta premura da Brongniart, per dimostrare la differenza che v'ha tra le nominate due specie (*Environ de Paris*, pag. 385, Tav. IV. Figura 3. *A*, *B*).

L'altra conchiglia che occorre di rado nel Pinè spetta al genere *Podopsis*, ed appartiene senza dubbio veruno ad una specie non ancora descritta nè figurata nelle Opere di Conchiologia. A prima giunta sembra avere qualche rapporto con la *Podopsis truncata* di Lamarck; ma la valva inferiore dell'individuo fossile che ho dinanzi, comparisce più turgida, se vuolsi paragonare con la figura data da Brongniart (*Environ de Paris*, Tav. V. Fig. 2. *A*, *B*), la quale è anche munita di punte che mancano interamente nel nostro esemplare. Si allontana altresì dalla *Podopsis striata* di Defrance per non avere il margine superiore così dilatato,

com'è quello di quest'ultima, di cui il Brongniart ci porge il disegno (1). Deggio per altro avvertire di avere staccato dal calcare medesimo una bivalve che si potrebbe forse riferire alla *Podopsis truncata*, benchè abbia in tutta la lunghezza dei cordoni gli avanzi delle spine, e non solamente nelle parti più prossime al cardine, come si vede nella figura che ho citata. Non è maraviglia rinvenire questa specie nel calcare del Pinè, poichè in Francia si trova impastata nella glauconia inferiore alla creta, ch'è quanto dire in un terreno molto propinquo al calcare del Jura.

L'ultima delle bivalvi che ho raccolte nel predetto calcare appartiene alla famiglia delle Ostracee divisata da Lamarck, e al genere delle Grifee. Confrontata con due esemplari della *Gryphea dilatata* di Sowerby, discoperti nella creta di Lemforde, non ci ho ravvisato altra differenza, se non che l'apice del cardine non appare come in quelli compresso, e le pieghe trasversali della valva maggiore sono meno flessuose, e più larghe; per lo che mi sono risolto di giudicarla una semplice varietà della specie descritta e disegnata da Sowerby.

Insieme con le Sferuliti, con gl'Ippuriti, con le Plagiostome e con le Grifee, vi sono nel calcare medesimo inviluppate varie altre conchiglie univalvi, alcune delle quali vincono in quantità tutte le altre, sebbene per lo stato di detrimento, nel quale si trovano, non si possa che assai di rado riconoscere il genere a cui appartengono. Fra un centinajo di esemplari che ho fatto scavare sotto i miei occhi medesimi rinvenni i modelli di due grosse univalvi, le quali spettano al genere *Ovula* di Lamarck, di cui straordinaria copia d'individui si vede sporgere dal ciglione calcario che si erige in fianco all'osteria di Fadalto, poco sopra il villaggio di S. Croce. Rinvenni ancora una *Natica*, un *Cassis*, e parecchie Turritelle munite di guscio, ma inviluppate nella roccia in maniera da non potervi contemplare i caratteri dell'apertura. Fra queste ultime alcune ne trovai di lunghissime, mutilate in ambi i capi, le quali mi hanno presentato contrassegni abbastanza evidenti per crederle molto affini alla *Turritella Borsonii* disegnata nella Tav. III. Fig. *E* della mia *Zoologia fossile*. Dall'esame fatto intorno alle univalvi di lunga spira mi pare di poter con più franchezza sostenere, che il modello ch'io appellai *Turritella Borsonii* sia, quale lo qualificai, una Turritella, e non una *Nerina*, come sembra inclinato a sospettare il celebre Ferussac. Ag-

(1) (Ivi Fig. 3. *A, B*). La figura di Brongniart ha il margine superiore così esteso e rotondato, che rappresenta un segmento di circolo, e la conchiglia riesce conseguentemente più larga che lunga. Gl'individui della *Podopsis striata*, che si rinvengono nel Pinè, sono per lo meno due volte più piccoli della figura.

giungo di più: se il carattere che allontana le Nerine dalle Turritelle consiste solamente nell'andamento dei solchi che circoscrivono gli anfratti del modello, il primo dei nominati due generi deve rientrare nel secondo, imperocchè le Turritelle dell'Alpago, a cui ho staccato a bella posta porzione del guscio, hanno per nucleo una spirale similissima a quella delle Nerine. Ciascuno degli anfratti piani del guscio occulta sotto di sè due giri convessi della spira che compone il modello, come ho cercato di esprimerlo nella figura.

Sono queste, dotti Accademici, le osservazioni che ho fatte sulle falde che sorgono ai due lati della valle di S. Croce, dalle quali crollarono per accidentali eventi que' voluminosi massi di calcare che qua e là veggiamo in ambi i lati della strada che ascendendo conduce a Fadalto, e che continuano a mostrarsi fino al villaggio detto *la Secca*.

Forse taluno potrebbe chiedere: come il calcare dell'Alpago possa ammettere una quantità così prodigiosa di corpi marini, che non si avvera in nessun altro terreno secondario delle Provincie Venete; e come sia addivenuto che tali corpi più non figurano fra le specie che vivono tuttavia nei mari? Io non allungherò il mio ragionamento per rispondere alla prima di queste inchieste, avendo già altrove ricordato che la tendenza che hanno le conchiglie dei mari odierni di prediligere certi fondi per abitare, si presta a rendere esatta ragione di tutte le circostanze che accompagnano la giacitura delle conchiglie fossili; e rispetto alla seconda, è cosa ormai notoria che le specie periscono come gl'individui, e che al destino delle conchiglie hanno soggiaciuto gli stessi quadrupedi che popolavano il mondo d'una volta, e de' quali veggiamo le spoglie in un gran numero di paesi. Di questo grande fenomeno rendono ragione i geologi supponendo che le specie sieno perite in causa dei cambiamenti avvenuti nella temperatura; e questa opinione è anche corroborata da fatti che non sono senza valore. La distruzione delle razze si effettuò gradatamente, e coll'ordine stesso col quale l'altezza della crosta terrestre si andava successivamente ingrossando in causa del raffreddamento prodotto dalla radiazione del calorico interno della terra verso gli spazii planetarii, senza che nessun individuo abbia potuto protrarre la sua esistenza, onde mantenere la specie.

Qualunque valore aver possa la causa che vuolsi assegnare a questo grande esterminio di creature, sarà sempre vero e incontrastabile, che la somiglianza degli animali fossili con le forme di specie ancora viventi si perde mano a mano che le rocce, nelle quali sono presi, diventano più remote nella serie generale della sovrapposizione.

DESCRIZIONE

DELLE SPECIE ORGANICHE FOSSILI CHE SI TROVANO NEL CALCARE JURESE DELL'ALPAGO.

Spherulites duplovalvata, Nob. Tav. I. Fig. 1. *A, B, b.*

Testa inequivalvis? crassissima; valva inferior cylindraceo-conica, lamellis magnis horizontaliter composita, sulcis transversim instructa; nucleus corniformis, inflexus, extera facie lamellis adpressis cinctus. Valva superior plus minusve conica? aut complanata?

Questo fossile non presenta che la parte inferiore di una Sferulite, la quale consiste nel cono più lungo, ricoperto per un solo verso dalla sua valva, come si scorge nella figura che ho allegata. Des Moulins giudicò che la struttura del guscio nelle Sferuliti sia cellulosa, e non fogliacea; ma valga il vero, tutte le valve che ho raccolte nel Pinè sono composte di un aggregato di sfogli cristallini sovrapposti gli uni agli altri, e formanti sul margine esterno altrettante lamine orizzontali più o meno regolari, e più o meno flessuose. Non tutti vorranno persuadersi che la struttura di questi gusci fosse cellulare in origine, ed abbia ricevuto la compage lamellosa durante il processo della petrificazione, come pensa Des Moulins; imperocchè il lavoro della petrificazione sarà bensì valevole per ostruire i pori di un corpo qualunque, ma non già capace di sconvolgere le sue molecole, e di dare a queste la forma di lamine addossate le une sulle altre a guisa de' fogli di un libro. Queste lamine strette così insieme danno alla valva la forma di un cilindro un po' conico, dal cui centro esce fuori il modello che raffigura l'animale. Lo stato di detrimento della conchiglia non permette di vedere in tutta la sua estensione il modello, il quale ha la figura di un cono lungo circa tre pollici, incurvato alquanto verso l'apice, e ricoperto da un secondo guscio formato di lamine verticali, cioè a dire disposte in una direzione al tutto diversa da quella delle lamine che compongono il guscio esteriore. Questo aderisce col lembo interno delle sue lamine al guscio che ricopre il modello, e si distende orizzontalmente, incurvandosi nel mezzo della sua larghezza, per formare quella specie di doccia che si vede nel centro. La parte anteriore del cono è segnata per lungo da un solco che si prolunga anco nel cono superiore quando il modello è birostrato. Nel punto ove il guscio si mette a contatto del solco esso riceve una conveniente inflessione, e tale da potersi adagiare anche in quella parte del modello che appare segnata dal solco predetto.

La varia disposizione delle lamine componenti i due gusci, e la mancanza di varici e di solchi nel guscio interno, mi hanno fatto supporre nelle Sferuliti la coesistenza di due gusci fra loro indipendenti, l'uno formato di lamine trasversali o paralelle all'orizzonte, l'altro composto di esilissime laminette cristalline, le quali a foggia di astuccio ricoprono quasi interamente il modello.

Spherulites umbellata, Nob. Tav. I. Fig. 2.

Testa orbiculari, conico-depressa, superne acuminata; plicis longitudinalibus profunde sulcatis, transversim rugosis.

Somiglia più che mai alla *Spherulites Jouannetii* di Des Moulins; ma questa ha l'apice globoso formato dal birostro, e mostra di appartenere alla valva inferiore, mentre la nostra si riferisce alla valva superiore, il cui apice riesce acuminato, ed un poco eccentrico. Non vi si vede alcuna traccia del birostro, o modello interno, e tutta la cavità comparisce ostruita dalla pietra, sopra la quale appoggia la conchiglia. La parte corticale del guscio è quasi terrosa, segnatamente in vicinanza del margine; e la parte interna appare composta di lamine imbricate e cristalline. Questa valva, ch'è la sola che ho trovato, ha tre pollici e due linee di diametro. Un'altra valva consimile mi fu offerta in dono dall'egregio sig. Guernieri di Belluno, che la trasse dal calcare del Pinè, la quale, sebbene alquanto detrita, si accosta nella forma generale alla nostra; ma non saprei assicurare che essa appartenga veramente alla specie che ho figurata.

Spherulites Da Rio, Nob. Tav. I. Fig. 3.

Valva superior opercularis, lamellosa, extera marginem striata, valva inferior horizontaliter posita; cono minore parvulo, sulco lateralis profundissime exarato, striis transversis inferne remotis, superne approximatis; cono majore incognito.

Nel pezzo di roccia che ho dinanzi non si vede il margine inferiore interno della valva più grande, dal cui centro si eleva il cono più piccolo del birostro, il quale è fornito in parte della valva superiore, ed in parte si mostra scoperto. Il cono maggiore vi manca, od almeno non si scorge nella roccia alcun segno che possa indicare la sua esistenza; e nel cono minore si riconoscono distintamente le strie circolari, più contigue tra loro verso l'apice, che verso la base. Un solco profondo si diparte dal vertice del cono, e si distende su tutta la lun-

ghezza, per progredire sul cono opposto. Des Moulins non potè decidere se questo solco esista in ambi i coni del birostro, e pare che la *Spherulites ingens* gli abbia presentato un solco in ciascuna delle facce laterali del cono più grande, e non un solco solo, come si verifica in tutti i modelli di Sferuliti scavati finora nel calcare alpaghese.

Spherulites Da Rio? Nob. Tav. I. Fig. 4.
Birostrites, Lam.

Birostro, conis inaequalibus crassis, postice sulco longitudinali profundissime exarato; cono majore praelongo, facie interna subflexis; cono minore brevissimo subrecto.

I coni di questo birostro si veggono separati sopra due pezzi di calcare alpaghese, cui aderiscono in maniera da poter facilmente misurare il diametro delle rispettive loro basi. Dagli esami, che vi ho fatti sopra, appresi che la base del cono inferiore corrisponde esattamente nell'ampiezza della sua periferia alla base del cono superiore, ed il solco impresso sulla faccia esterna del cono più grande corrisponde del pari al solco che si scorge sul cono più piccolo; laonde sono nell'opinione che i due coni, quantunque disgiunti fra loro, altro non sieno che il birostro d'una Sferulite munita del guscio interno.

Per quanto spetta alla specie, io non oso affermare che questo modello si adegui alla *Spherulites Da Rio*, a cui l'ho con dubbio associato, perchè quella Sferulite, oltre di esser più piccola, non presenta alcun segno dell'esistenza del cono inferiore, ed ha sul cono più piccolo le strie circolari che mancano nel modello del quale si parla.

SEZIONE I.

Ippuriti col modello fornito di scannellature longitudinali, e col guscio esteriormente liscio.

1. Hippurites Fortiis, Nob. *Zoologia fossile delle Provincie Venete.* Pag. 171. Tav. VI.
2. Hippurites fitoideus, Nob. Ivi, pag. 173. Tav. VII.
3. Hippurites nanus, Nob. Tav. II. Fig. 2.

Hipp. conicus, rectus, ventricosus; apices obtusus; extra sulcis longitudinalibus exaratus; rugis transversis leviter instructus.

Questo modello cilindraceo-conico è rigato per lungo da solchi profondi, sui quali aderisce in qualche luogo un esilissimo straterello bianco, cristallino, ch'io

riguardo come un avanzo della parte più interna del guscio. La sua lunghezza non eccede punto la larghezza della base, ch'è un poco ovale; e questa circostanza dà al corpo una forma tozza e irregolare. Nell'apice vi manca quella specie d'incurvatura che si vede negli altri Ippuriti, ed il cono appare trasversalmente fornito di lievi depressioni, che a foggia di anelli lo cingono tutt'all'intorno senza interruzione.

Gli esemplari finora raccolti di questa specie mancano della valva superiore, e molti sono impiantati nella roccia in maniera da non potervi scorgere traccia alcuna della valva predetta. Fossile nel Pinè.

4. Hippurites turriculatus, Nob.

Hipp. conicus, leviter arcuatus; sulcis longitudinaliter crassis; inferne plano-truncatus. Zool. fossile, pag. 172. Fortis, Viaggio in Dalmazia. Tom. I. Tav. VII. Fig. 14. Fossile nel Pinè.

SEZIONE II.

Ippuriti col modello liscio, e col guscio esteriormente rigato per lungo da solchi profondi.

5. Hippurites turricula, Nob. Tav. I. Fig. 5.

Testa conica, abbreviata, leviter incurva; costis inaequalibus longitudinaliter instructa. Valva superiore tecta.

A questa specie ho staccato a bello studio una porzione della valva per mettere allo scoperto il modello interno, il quale, come lo dimostra la figura, è liscio, e liscia del pari mi riescì all'occhio la superficie interna della valva medesima, già cambiata in uno spato brillantissimo e cristallino. Altrove ho fatto osservare che tutti gli Ippuriti aventi il guscio esteriormente solcato hanno il modello levigato, laddove nelle specie che mancano di solchi esteriori si vede tutto il contrario. Questo fossile esiste copioso nel Pinè, e qualche esemplare ho potuto anche vederlo nel calcare di Borsoi nell'Alpago.

6. Hippurites contortus, Nob. Tav. II. Fig. 3.

Testa conica, elongata, subrecta, aut plus minusve contorta; costis carinatis, flexuosis, lateribus longitudinaliter sulcatis; septis interioribus determinabilibus nullis. Valva superiore tecta.

Questa specie, che rinviensi sempre provveduta del guscio, si distingue da tutte le altre congeneri in grazia della sua forma bacillare, la quale a prima giunta darebbe

motivo di classificarla fra le Baculiti di Lamarck; ma un attento esame de' suoi caratteri la fa ben tosto conoscere affine al genere *Ippurito*. Trovasi frequentemente attaccata agli individui della sua specie, ed è spesso difficile incontrarsi in un pezzo di roccia che in sè contenga un solo esemplare dell'*Hippurites contortus*. Lunghezza poll. 3, diametro dell'apertura linee 10.

7. Hippurites dilatatus, Nob. Tav. II. Fig. 1.

Testa conica, apice (testae basi) laevigata; costis longitudinalibus inaequalibus instructa.

L'apice del cono, rappresentante la base della valva inferiore, manca di strie, e il guscio in questa parte n'è affatto liscio, mentre il resto della conchiglia appare fornito di coste longitudinali più o meno grosse ed ottuse. Non voglio già passare in silenzio, che molti sono gli Ippuriti i quali, benchè dotati di coste, hanno tuttavia la punta levigata, nella stessa maniera che l'ha l'*Hippurites cornu-pastoris* di Des Moulins (*Essai sur les Sphérul.* Tab. X. Fig. 1.). Niente posso dire, lo ripeto, della valva superiore, perchè questa manca in tutti gli Ippuriti che ho raccolti sin qui nelle dolomie e nel calcare jurassico delle Provincie Venete. Lunghezza poll. 2, larghezza poll. 2. lin. 2.

CONCHIFERE.

8. Venus alpaghina, Nob. *Zoologia fossile*, pag. 165.
9. Venericardia? crenata, Nob. Ivi, pag. 165. Gualtieri, *Testaceor.* Tab. LXXII. Fig. *E.*
10. Plagiostoma gigantea, Sowerby.
11. Podopsis truncata? Lamarck.
12. Podopsis arcuata, Nob. Tav. II. Fig. 6.

Testa longitudinali, cuneata, incurva, crassissima; striis longitudinalibus crebris; nate majore prominente, non inflexo.

Non è la *Podopsis truncata* di Lamarck, perchè questa ha la valva inferiore più larga, meno turgida, e meno incurvata della nostra, la quale somiglierebbe piuttosto ad una Grifea. Si discosta però dalle Grifee per non avere il beccuccio cardinale della valva inferiore incurvato a spirale, e per essere longitudinalmente striata alla foggia dei pettini. La valva superiore, o più piccola, rimane nascosta nella roccia; e la inferiore comparisce segnata per lungo da strie molto sottili,

ma nondimeno elevate abbastanza per poterle senza stento numerare. Lunghezza poll. 1. lin. 8, larghezza del margine superiore poll. 1. lin. 3.

13. Griphea dilatata, Sowerby.

UNIVALVI.

14. Turritella Borsonii, Nob. *Zool. fossile*, pag. 170. Tav. III. Fig. *E*, e Tav. II. Fig. 5. della presente Memoria.

La figura di questa specie, già pubblicata nel volume IX. del Giornale scientifico di Pavia sotto le sembianze del suo modello, e poscia riprodotta nella Tavola terza della *Zoologia fossile*, fu presa in considerazione dal signore de Ferussac, il quale fe anche buon viso a quel disegno, ma non al tutto si mostrò persuaso ch'esso rappresenti una Turritella, come lo dà a divedere il seguente passo che leggesi nel plauditissimo Bollettino ch'egli dirige: *Cette curieuse et jolie espèce est bien figuré sur un planche qui accompagne ce Memoire. Il se pourrait que ce ne fut pas une veritable Turritelle* (Fevrier, 1828); il che avvenne, a parer mio, per questo singolarmente, che i solchi degli anfratti non sono fra loro contigui, o comunicanti fra loro così, che se intorno vi giri con la punta di una spilla, questa passa dal primo al terzo solco senza punto toccare il secondo, o dal terzo al quinto senza girare sul quarto; e via discorrendo degli altri: dalla quale maniera di anfratti vuolsi riconoscere il genere *Nerina* di Defrance. In una mia Memoria accompagnata da figure, e inserita negli Annali di Storia Naturale che si stampavano a Bologna (1828), ho messo in dubbio il valore attribuito al carattere che distingue il genere *Nerina*, e dichiarai di restare contento alla probabilità che quel carattere possa eziandio competere alle Turritelle del terreno jurassico. Quel dubbio si è ora mutato in certezza, avendo scoperto che gli anfratti delle Turritelle del Pinè sono conformati nella stessa guisa di quelli che servirono di scorta a Defrance per creare un nuovo genere.

Gli esemplari che ho raccolti quest'anno (1831) sono corredati del guscio, il cui principale carattere consiste negli anfratti piani, liscii, distinti l'uno dall'altro da una leggierissima linea che corre spiralmente, e va a formare le suture. Ho levato, non senza difficoltà, gran parte del guscio ad alcune di queste Turritelle, e trovai che ogni anfratto, circoscritto dalle due suture esteriori, ricopre due giri della spira interna, i quali non sono già piani, ma convessi, e divisi fra loro da un solco spirale ben più profondo di quello che determina la larghezza degli anfratti del guscio. Dagli esami fattivi sopra vidi che la struttura

degli anfratti del modello era perfettamente identica a quella della Turritella Borsonii, e vidi ancora che a questa specie appartengono senza dubbio veruno alquanti degli esemplari muniti di guscio che ho per le mani. Noto inoltre, che molte sono le specie di Turritelle che si possono trarre dal Pinè, alcune delle quali, se debbesi giudicare dalla grossezza dei frammenti, attingevano alla lunghezza di un piede, ed anche più. Da quanto scorgo in questi frammenti pare che tutte le Turritelle del Pinè sieno fornite di anfratti piani, liscii, e in generale più larghi degli anfratti che presentano le specie congeneri che troviamo copiose nei terreni terziarii.

15. Amplexus flexuosus, Nob. Tav. II. Fig. 4.

Testa elongato-cylindrica, flexuosa, non spiralis, sulcis longitudinalibus exarata; extus rugis, transversis crebrerrimis instructa; septa transversa concava omnino ordinata.

Conchiglia multiloculare, di lunghezza indeterminata, molto somigliante ai fusti di un polipajo, e più particolarmente ai cilindri della *Caryophyllia flexuosa*, con cui si può anche confondere quando gli individui si presentano aggruppati insieme pel verso della loro lunghezza. I solchi longitudinali appajono trasversalmente segnati da rughe equidistanti, talvolta impercettibili ad occhio nudo. La cavità tubulosa interna di queste conchiglie è divisa da setti o tramezze, il cui numero non è sempre costante, se vuolsi considerarlo in molti fusti ridotti ad una medesima lunghezza. I pezzi nei quali si annovera un maggior numero di talami, sono meno grossi degli altri; e ove la grossezza dei fusti riesce uniforme, gli spazii circoscritti dalle tramezze sono tutti della medesima larghezza, e solamente compariscono più lunghi quando i setti si mostrano più rari. Le pareti delle cavità interne sono ovunque ingemmate di minutissimi cristalli di calce carbonata, ed anche di piccole concrezioni spatiche, le quali tappezzano soltanto il vano di ogni celletta senza riempirlo interamente.

Questo fossile si allontana dall'*Amplexus coralloides* di Sowerby, perchè la sua superficie imita un finissimo lavoro a maglia mediante l'intreccio delle rughe longitudinali con le strie trasversali, e perchè ha il fusto molto sottile; caratteri che non si riscontrano nella figura esibita da Sowerby, già riprodotta fedelmente da Bronn (*System der urweltlichen konchylien*, 1824, in fol. Tav. I. Fig. 13).

Non posso dare la lunghezza assoluta di questa conchiglia, per non averla trovata finora che sotto forma di frammenti inviluppati nella roccia calcaria del Pinè, talvolta soli, talvolta associati ad altri frammenti della medesima specie.

Nomi delle specie figurate nelle Tavole.

Tav. I. Fig. 1. *ABb.* Spherulites duplovalvata, Cat.
. . . . . Fig. 2. Spherulites umbellata, Cat.
. . . . . Fig. 3. e 4. Spherulites Da Rio, Cat. Nella Fig. 4. i coni del birostro sono fra loro separati.
. . . . . Fig. 5. Hippurites turricula, Cat.
Tav. II. Fig. 1. Hippurites dilatatus, Cat.
. . . . . Fig. 2. Hippurites nanus, Cat.
. . . . . Fig. 3. Hippurites contortus, Cat.
. . . . . Fig. 4. Amplexus flexuosus, Cat.
. . . . . Fig. 5. Turritella Borsonii, Cat.
. . . . . Fig. 6. Podopsis arcuata, Cat.

Fig. 1.

Fig. 2.

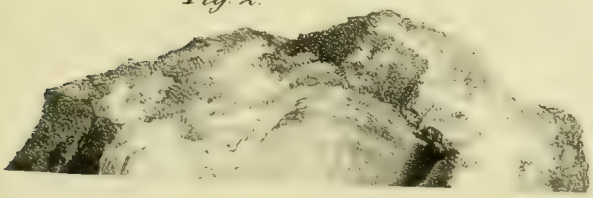
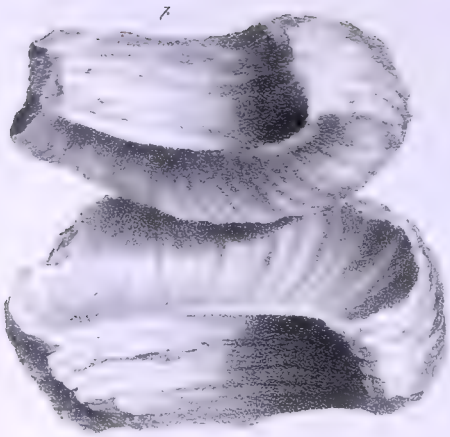


Fig 1



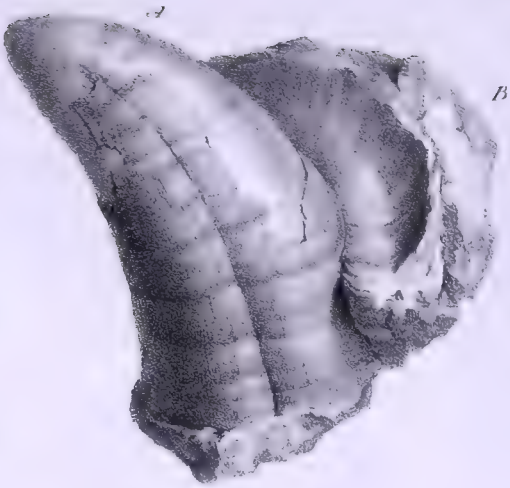


Fig 2

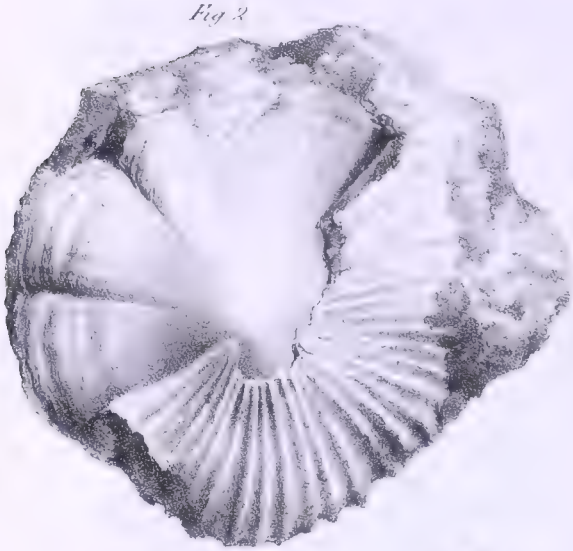


Fig 3

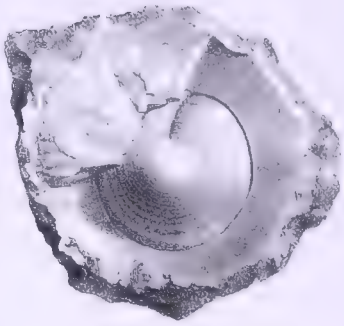
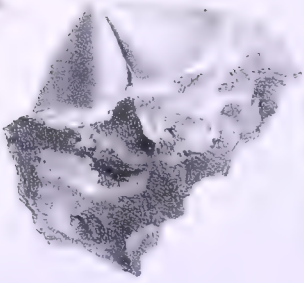


Fig 4



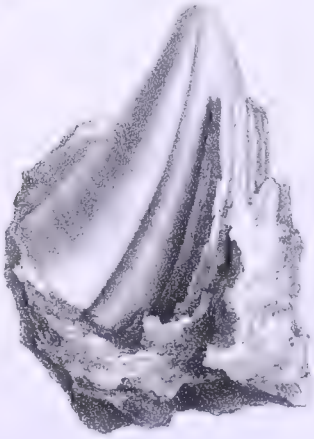


Fig 5

Fig. 1.

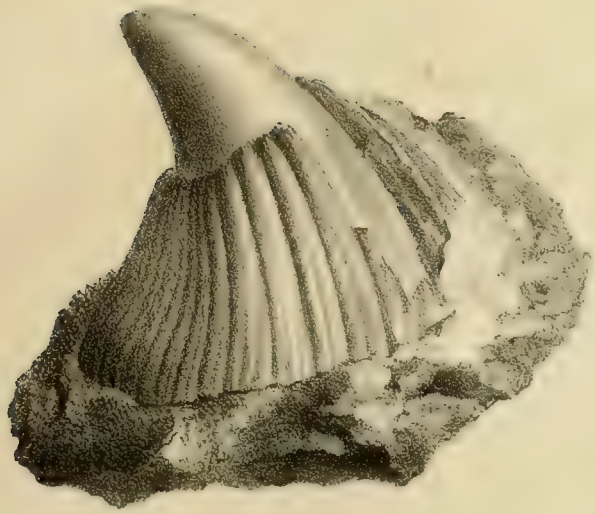


Fig. 3

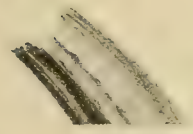


Fig 1

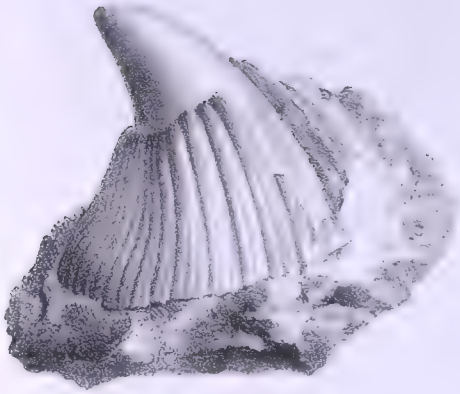


Fig 2

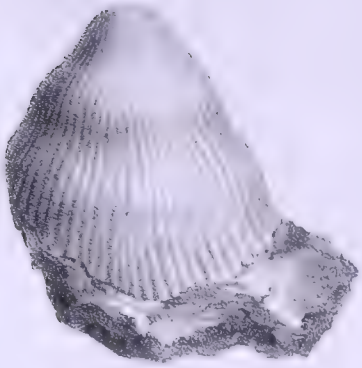


Fig 3

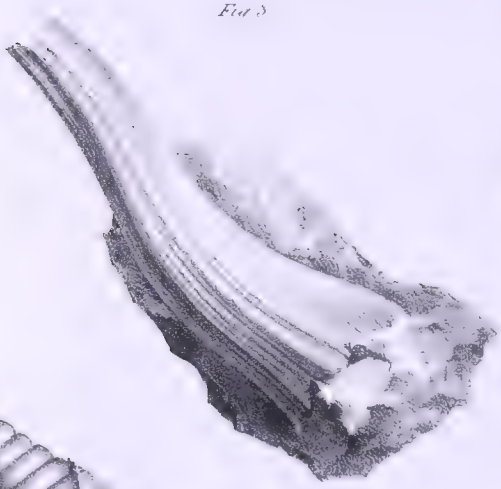


Fig 4

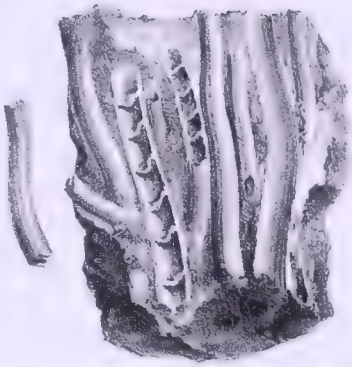


Fig 5

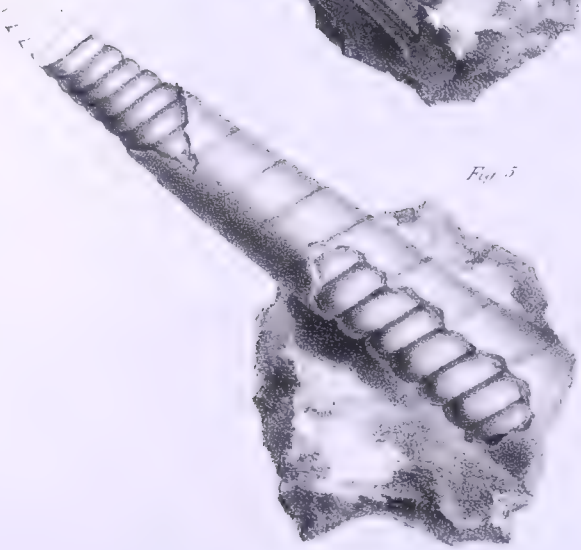
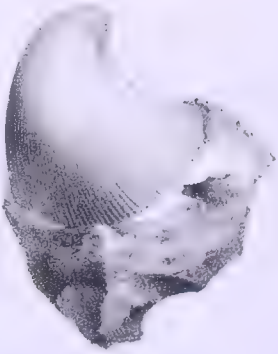


Fig 6



RIASSUNTO

CONTINUAZIONE E FINE DELLA STORIA RAGIONATA DI PARAPLEGIA

CON FENOMENI STRAORDINARII

SOFFERTA DA DOMENICO VALETTO

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXX GIUGNO MDCCCXXXV

DAL SOCIO ATTIVO

GIUSEPPE MONTESANTO

Mentre il Naturalista da un lato abbracciando col vasto ingegno la serie prodigiosa degli esseri organizzati si arresta ad ogni tratto per ammirarne quelle stupende immutabili leggi che ne assicurano le successioni e ne governano i destini; il Medico osservatore dall'altro analizzando i fenomeni che presenta l'uomo infermo, scorge non di rado palesemente avervi altresì un potere rivolto a difendere l'esistenza dell'individuo contro le insidie e i danni che gli reca la malattia.

Questo potere divinizzato un tempo fra' Medici sotto il nome di *forza della natura medicatrice*, rinnegato poscia da alcune Scuole, venne più giustamente apprezzato da parecchi moderni scrittori, dichiarando eglino la forza medicatrice della natura altro « non essere che quella forza medesima, per cui l'orga- » nismo vive, si sviluppa, si mantiene (1). »

(1) Giacomini, *Trattato filosofico-sperimentale dei soccorsi terapeutici*. Padova 1833, Tomo I. pag. 38. — Tommasini, *Sulle forze medicatrici della natura*. Annali Universali di Medicina. Vol. LXXIV. pag. 171. — Galeno ne' suoi grandi concepimenti avea già in più luoghi delle sue Opere lasciato scorgere avere pur egli anche fra le allucinazioni della filosofia aristotelica una giusta idea di ciò che dovevasi intendere sotto il nome di *natura*, e fra gli altri ne fa prova il passo seguente: *Naturae nomen in hac disceptatione pro omni facultate, quae animal, sive voluntatis nutu, sive citra hunc, regat, intelligas velim: quippe hoc loco omni causae praeter naturam, cuius vitio laeditur et corrumpitur animal, totum illud facultatum genus, cuius beneficio servatur, ex adverso opponimus.* — Gal. *De sympt. causis.* Lib. II. Venetiis 1625, Librorum Class. III. f. 19.

Sentenza che viene pure ammessa in una recente Opera sulle malattie nervose dell'illustre Prof. Puccinotti, ove chiama *poteri superstiti fisiologici* la cagione delle salutari metastasi e delle crisi, che una volta ne' mali si attribuivano alla forza medicatrice della natura. « Nello stato morboso (egli dice) si » spengono forse tutti questi poteri superstiti fisiologici? si distrugge totalmente » quella legge benefica di compensazione, per cui la natura, in mancanza dell'of- » ficio di un organo, supplisce con quello di un altro? Certo che no: anzi in » alcuni stati morbosi ella presenta in ciò degli sforzi, delle attività appena cre- » dibili (1). »

Della quale verità un esempio singolarissimo ci ha offerto per lungo tratto di tempo, e con vicende di fenomeni appunto più vere che credibili, quel Domenico Valetto, intorno alla malattia del quale mi accingo ora tenervi il finale racconto, dicendovi primamente di quale maniera l'*antica paraplegia*, ond'egli era affetto, procedette sino all'estremo suo giorno; esponendovi in secondo luogo quali alterazioni siensi rilevate nel cadavere di lui; e soggiungendovi per ultimo alcune poche considerazioni, richieste dagli accidenti varii osservati nel malato, nonchè dai fatti patologici risultati dalla necroscopia.

A fine però di chiarire il meglio che per me si può alcuni punti di questa storia medesima, fa d'uopo richiamare qui alla mente ciò che nel nominato uomo formò per più anni l'oggetto dell'attenta considerazione di parecchi Medici, fra' quali avendo io prima verso di Voi, Colleghi illustri, più volte nelle vostre ordinarie Sessioni, e poscia verso il pubblico colle stampe (2) assunto le parti di narratore, debbo adesso compiere quest' ufficio medesimo, giacchè trattasi di conchiudere intorno a questo istesso difficile argomento.

Valetto aveva 18 anni di età quando per caduta da grande altezza, avvenutagli l'anno 1816, rimase debole negli arti inferiori, tardo a separare le materie fecali dall'alvo, e le urine dalla vescica.

Condotto prigione nel 1818 in Padova per delitto commesso nella Provincia, si ammalò un anno dopo nelle carceri d'infiammazione della spinale midolla.

(1) *Lezioni sulle malattie nervose.* Firenze 1834, pag. 88.

(2) *Storia ragionata di paraplegia antica con fenomeni straordinarii in persona vivente, ec.* Milano 1831. — *Appendice II. alla Storia, ec.* Ivi, 1833.

Tanto la Storia suddetta, quanto le due Appendici ad essa, si trovano negli Annali Universali di Medicina del sig. Omodei nel corso degli anni 1828, 1831 e 1833.

N. B. Nelle mie citazioni mi atterrò alla paginatura della Storia stampata a parte, e delle Appendici relative. Sarà facile però a chi possiede quegli Annali riscontrarle nei Volumi usciti negli anni indicati, cioè nei Volumi XLVII. LIX. e LXVII.

Il sig. Dott. Menato, a quel tempo Medico delle carceri, lo guarì dall'acuto gravissimo morbo; ma Valetto rimase di poi affatto privo di senso e di moto nelle estremità addominali, e così quello stato di compiuta paralisi, detta da' Medici per la sua sede *paraplegia*, succeduta alla spinite, venne a dar principio ad una nuova pertinacissima e strana serie di fenomeni, costituiti dal vomito giornaliero, cinque o sei ore dopo il cibo assunto, d'ogni materia solida o liquida ingojata, ed inoltre dalla totale mancanza delle separazioni sì delle feccie che delle urine.

E non andò guari che fu veduto associarsi al vomito quotidiano degli alimenti poco o nulla cangiati, un altro vomito solito riprodursi alla distanza di alcune settimane, col qual vomito uscivano materie stercoracee.

Erano scorsi circa otto anni di questo singolar modo di malattia, ed il signor Dott. Brugnolo, I. R. Medico di Delegazione, lo aveva già fatto soggetto delle sue osservazioni e de' suoi Rapporti d'Ufficio; come aveva pure avuto motivo di farne particolare conoscenza il nostro Socio Dott. Zecchinelli, Medico Consulente della Comune, e di parlarne più fiate con me e con altri uomini dell'arte; quando io fui invitato a prendere in esame questo caso patologico dal nominato Medico carcerario. Ciò accadde nella state dell'anno 1828; e partecipando io all'interesse che tale infermo avea giustamente inspirato ne' miei dotti compagni, mi accinsi a tesserne la storia, che vi comunicai nel Giugno di quell'anno, attenendomi fedelmente, per quanto apparteneva al tempo anteriore, alle cose con molta accuratezza esposte in uno scritto consegnatomi dal sig. Menato, ed aggiungendo altresì quello che mi risultava dalle osservazioni fatte sull'infermo da me in unione allo stesso amico.

Proseguii a visitare Valetto anche dopo, associandomi non di rado al signor Dott. Girolamo Celega, sostituito all'altro Medico promosso a diverso impiego; e nell'Aprile del 1831 continuai a rendervi conto di ciò che era avvenuto nell'infermo nei tre anni precedenti, durante i quali andò mano mano facendosi più raro il vomito stercoraceo, sino a mancare del tutto per un assai lungo tratto di tempo.

Il vomito de' cibi e della bevanda acquosa assunta, giacchè del vino questo uomo non poteva pur soffrire l'odore, erasi frattanto reso assai più sollecito di prima: la qual cosa però non aveva introdotta differenza nel corso de' fenomeni descritti, ma si vedeva associarsi al facile ritorno del malato ad uno stato di pletora sanguigna, per cui dal Marzo del 1829 all'Aprile 1831 fu d'uopo ripetere il salasso per ben sessanta volte.

In conseguenza di che nell'indicata continuazione alla Storia, resa anche di pubblico diritto colle stampe, io scriveva: « non dirò se da questi reiterati salassi, o piuttosto dallo stato istesso morboso che li richiede, sorga quell'aspetto » leuco-flegmatico che si scorge in Valetto presentemente; ma dirò bene, che » l'oppressione del respiro, la durezza del polso e la sua celerità, la febbre, le » doglie vaganti al torace, e l'ambascia ch'egli tratto tratto accusa, costringono » il Medico delle carceri a ricorrere al salasso, senza di cui si andrebbe probabilmente ad avere in breve l'idrotorace, malattia dalla quale io mi credetti di » vedere Valetto finire nello scorso anno, dopo che il rigidissimo inverno aveva » posto ad una prova assai aspra codest'uomo. Egli non potendo mai adagiarsi » nel letto e cuoprirsi bene colle coltrici attesa la sua principale malattia, arrischiò di perire per un altro male, vivendo così nel 1829 al 1830 in un ambiente non riscaldato da verun artificiale soccorso. »

« E voglio con ciò dar motivo a riflettere (soggiugneva io a quell'epoca) che » nell'individuo, di cui ragiono, sembra in oggi doversi piuttosto temere le conseguenze di una congestione toracica, e di una successiva effusione o sanguigna o sierosa, come in tanti altri casi avviene dopo superati i fenomeni pleuritici, anzichè aspettarsi la morte per gli effetti di quel primo suo male. »

Dopo di che io concludeva: « se le cose continueranno ugualmente anche in » avvenire, e che il processo morboso prosegua al petto, e quivi maggiormente » avanzi, siccome minaccia di fare, rimanendo lo stesso il disordine indotto dall'antica paraplegìa, si avrà campo di poter conoscere un giorno quelle mutazioni tutte, cui deggiono nel nostro caso aver subito la maggior parte de' visceri naturali (1). »

Mi accaderà più tardi di farvi riflettere, o Signori, quanto queste parole da me scritte e stampate nel 1831 si leghino con quello che verificossi in appresso, tanto rispetto ai fenomeni progressivi della paralisi, quanto alle alterazioni vedute nel cadavere.

La qual cosa io mi permetto qui di dire, affinchè si scorga che, osservando questo infermo, io andava sin d'allora rappresentandomi al pensiero quello che attender si poteva dal modo diverso di fenomeni toracici o addominali che avrebbero spenta la vita di Valetto. Dirò di più: l'ingenuo mio desiderio di poter vie meglio indagare tutto ciò che alla malattia di lui riferivasi anche per le esterne cose, fece sì che, approfittando io della favorevole occasione di essere invitato ad informare le Autorità sullo stato del prigioniero, presentassi al Vice-

(1) *Storia ragionata ec.* pag. 38 e seg.

Presidente dell'I. R. Tribunale d'Appello, dirigente allora del Tribunale Provinciale di Padova, sig. Conte Silvatico, un mio scritto, che ho per esteso inserito nella già pubblicata continuazione alla Storia, di cui siami permesso ripetere qui alcune linee. « Sebbene Valetto sia nella infermeria carceraria trattato, » come tutti gli altri suoi compagni, con carità da ognuno, ed anzi per la stra- » ordinarietà del lungo suo male venga riguardato con particolare umanità; tut- » tavia per le speciali circostanze del luogo non possono farsi sopra di lui dal » Medico osservatore quelle diverse, accurate ed assidue indagini, che la scienza » suggerirebbe ed esigerebbe anzi in un caso di tanta importanza. »

E terminava dicendo: « Oso quindi far presente, che sarebbe utilissimo se il » nominato uomo, già reso per sempre immobile in un letto, fosse per ordine » superiore trasportato e consegnato allo Spedale civile, ove io sostengo le parti » di Direttore, e dove si renderebbero più facili e più conducenti ad uno scopo » scientifico le da me intraprese osservazioni (1). »

Io sentiva di aver così portate le mie sollecitudini sino al punto che mi era concesso di fare, conscio però delle difficoltà pressochè insuperabili che si opponevano al compimento del mio voto, ben sapendo io che Valetto, condannato dalla legge *al carcere duro in vita*, non ad altri che alla mano sovrana poteva appartenere di mutarne la fatal condizione.

Volendo perseverare, ed io appunto lo voleva e già lo doveva, ad osservare codesto malato, era dunque di necessità vederlo sempre in quelle strette, e fra gente e circostanze assai poco favorevoli alla tranquilla e sottile medica considerazione.

Ciò premesso, proseguirò dicendo: che superate nella state del 1830 le indicate minaccie al petto, l'infermo ritornò alla sua condizione primiera, e tirò innanzi così con passeggiere vicende sino alla primavera del 1832, epoca in cui diversi eventi vennero a turbare per più modi grandemente l'ordinario suo stato.

Avvertii nella Storia: che i cibi usati da Valetto erano sempre de' più grossolani e pesanti; che rifiutava assolutamente il brodo, e ogni carne allessata; che il vino era per lui infesto, insopportabile persino il suo odore; che voleva acquavite in abbondanza; e che infine protestava di soffrire mortalmente, se talvolta era costretto a far violenza al suo stomaco, fosse anche per cedere alla insistenza di taluno che gli offrisse un pasto creduto migliore di quello ch'ei soleva usare.

Ora accadde appunto nella sera del 27 di Marzo del detto anno, che qualche pesce fritto mangiato contro voglia destasse sintomi gravissimi; acerba cardial-

(1) *Storia ragionata ec.* pag. 34 e seg.

gia cioè, celerità, irritazione di polsi, con gagliarda febbre, la quale obbligò a praticare replicati salassi.

Finalmente, dopo incessanti e vani conati, sostenuti per ben 15 giorni, pe' quali tutti fu totale il digiuno, dopo acuti spasimi al ventricolo, e l'incrudelire del dolore alla spina del dorso, ove l'ammalato lo accusava sempre da più anni ai processi spinosi dell'ultima vertebra del dorso e della prima dei lombi, successe non isperato e spontaneo un vomito assai copioso di masse fecali che da lungo tempo più non comparivano.

In seguito di ciò, alla fine di Aprile, Valetto era ritornato allo stato di prima, quando per l'improvvisa minacciata caduta delle pareti del suo carcere, dopo forte scossa di terremoto avvenuto in que' dì, ebbesi in poco d'ora per cenno de' Magistrati ad effettuare il passaggio di lui e di tutti gli altri suoi compagni alle prigioni di S. Matteo.

Avvisato di ciò espressamente dall'I. R. Tribunale, io mi trovai presente a quel difficile e penoso trasporto; vidi quanto ne soffrì il malato a cagione de' suoi dolori alla spina, e de' suoi facili turbamenti del ventricolo ad ogni scossa del suo corpo discendendo ed ascendendo, trasportato su di un letticciuolo, le aspre scale delle prigioni.

Di tutto questo parlai a suo tempo nell'Appendice II. alla Storia, la quale Appendice fu pure stampata (1), e di due altre cose ivi parlai degne di particolare attenzione; dell'essersi, cioè, dopo quell'epoca accresciuto sempre più il solito dolore spinale, con senso d'interna pulsazione; e dell'essere insorta *un'insolita gonfiezza dell'addome, come per aria contenutavi* (2).

Questo secondo fenomeno principalmente, benchè fosse passaggiero, non mancò tuttavia di fare sopra di me molta impressione; poichè io aveva antecedentemente veduto, ed avvertito scrivendo, che al di sotto della regione dello stomaco, in quella degl'intestini crassi, dei reni e della vescica, il malato non aveva mai prima accusato disturbi e cangiamenti sensibili all'esterno, anche in mezzo a gravi sofferenze di altre propinque parti (3).

Scorsero di poi parecchi mesi senza accidenti che inducessero differenze manifeste nel corso ordinario dello stato di Valetto, e che sembrassero collegarsi colla tumidezza del ventre or ora indicata, la quale a quando a quando risorgeva: io proseguiva intanto con frequenza a visitarlo, ed a preparare così nuovi

(1) *Storia ragionata ec.* pag. 49.

(2) Id. Appendice II. pag. 55.

(3) Id. Continuazione, pag. 39.

materiali per la successiva (1) storia del suo male, come proseguiva l'attento suo Medico a farlo salassare tutte le volte che ne riconosceva il bisogno.

Nella mia visita del 20 di Agosto 1833 era meco il sig. Dott. Argenti, nostro Socio Corrispondente; in un'altra del 2 Ottobre successivo mi fu compagno il sig. Dott. Tito Vanzetti, ora all'Istituto di Perfezionamento in Vienna; e nel 7 dello stesso mese ebbi la soddisfazione di trovarmi col ch. sig. Dott. Corneliani, Professore di Clinica Medica nell'I. R. Università di Pavia. Erano le 5 pomeridiane; e Valetto, che da due ore avea preso cibo, presentava i polsi celeri ed agitati, prodromo del vomito quotidiano, che accadeva per consueto in quel torno, e le cose procedevano ancora secondo il solito; ma fu per poco.

Nel susseguente Novembre, e precisamente il dì 18, mi recai a vedere l'infermo unitamente al sig. Dott. Trogher di Valsugana: trovammo che da due giorni ei non poteva prender cibo; sapemmo altresì dall'infermiere e dal custode delle carceri, che si era reso ognora più avido di acquavite, la quale poi anche usata nell'ordinaria quantità soltanto, attaccava il sensorio assai più che per lo passato.

Due giorni dopo si suscitò gagliarda febbre, preceduta da intenso freddo, con dolore gravativo alla testa: i salassi frenarono in breve i parossismi febbrili, ma non ricondussero la calma solita ad essere procurata da essi. Anzi alla metà del vicino Dicembre gravissime si fecero le sofferenze: lo stomaco rifiutava ogni alimento; la fisonomia era abbattuta; i polsi erano frequenti, aspri, ineguali; gli occhi suffusi, torbida la vista: il malato diceva di sentirsi svenire, ed accusava una fortissima pulsazione alla sede del dolore, circa le vertebre del dorso; avea incessanti conati di recere, e nulla mai usciva per le fauci, sebbene ad ogni tratto gli paresse sentire copiose materie salire dall'imo ventre e dallo stomaco sino al jugulo. Si rinnovava, a dir breve, tutto ciò che era accaduto nell'Aprile dell'anno antecedente, quando verificossi quel copiosissimo vomito stercoraceo, e già pareva che il patimento attuale non potesse finire che mercè lo stesso sollievo, atteso anche il lungo tempo trascorso senza questa crisi.

Una larga sanguigna nel giorno 15 rese meno torbido l'aspetto dell'infermo, scemò per poco il tumulto de' polsi, del ventre e dello stomaco: l'esplosione di qualche flatulenza per le vie dell'ano parve contribuire a quest'ultimo effetto.

Ma ben tosto si torna alla penosa situazione di prima: si tenta di far prendere a Valetto un caffè col latte, per vedere di alimentarlo in qualche modo,

(1) N. B. La Continuazione della Storia incomincia da questo luogo, non avendo io sin qui dato che un breve riassunto di ciò che già stampai. Vedi annotazione pag. 4.

e sull'istante esce per vomito: gli si dà del succo d'aranci, che lungi dal calmarlo, pare accrescere il suo patimento. Nel 16 e nei giorni successivi specialmente la regione epigastrica è contratta, depressa al sommo, mentre l'ipogastrica è tesa, dura, rilevata, talchè sembra che il corpo sia ivi stretto e diviso da un forte cingolo: accadono contemporaneamente de' vomiti, dopo infinito patire, di poche materie liquide, inodorose, insipide; e poco più tardi altro vomito succede di sughi amarissimi.

Il dolore alla spina e la pulsazione erano eccessivi nel giorno 19, con ardor cocente, il quale da quel luogo s'inoltrava al dinanzi, e feriva acerbo quel punto che corrisponde alla cartilagine mucronata.

Trovo scritto nel mio giornale sotto la data di quel dì: « veggo Valetto ogni » giorno a scapitare, a mancare, se presto non sorge qualche nuovo soccorso » della natura a suo prò. »

La notte del 27 al 28 Dicembre fu chiamato il Medico ordinario delle carceri circa le 4: fece applicare dei bagni locali ammollienti, ordinò un salasso; nè più di così potevasi fare allora, rifiutandosi risolutamente il malato a qualunque altro escogitabile mezzo.

Lo vidi anch'io assai per tempo in que' dì, e riconobbi che sebbene si fosse ammansato il dolore, persisteva crucioso quel senso di costringimento all'epigastrio, e l'inarcamento dell'inferior parte dell'addome, la quale però rimaneva quasi indolente anche sotto la gagliarda pressione.

A questi gravi accidenti venne ad aggiugnersi il tremore delle braccia e delle mani, più manifesto al destro lato, e nei successivi giorni ognora più gagliardo.

L'infermo abbattuto da questi moti clonici convulsivi, tanto più che erano affatto nuovi in lui, si lasciò applicare le mignatte sulla superficie dell'addome, e quivi pure in appresso un largo empiastro di semi di lino, che vi si mantenne a lungo. Questi soccorsi, congiunti all'astinenza intera, ed a qualche salasso generale, parvero moderare l'acutezza de' mali; ma nel giorno 29 dello stesso mese aumentossi di nuovo la distensione al ventre, e più violenti si fecero i moti convulsivi al destro braccio.

Erano le 9 della sera quando, visitando io il malato, la terza volta in quel medesimo giorno, col sig. Dott. Vittor Fabris, esplorammo entrambi attentamente il suo abdome, nel quale conoscemmo sussistere quella depressione immediatamente sotto le coste spurie, di cui si è parlato; nonchè più in basso, e lungo tutto il tratto occupato dal colon, quella tumidezza quasi indolente, più voluminosa alla destra parte, che già erasi notata ancora.

Dopo molta insistenza si giunse a ridurre il malato a lasciarsi esaminare anche al dorso, ov' egli, pel sempre crescente dolore, diceva doversi essere prodotta qualche alterazione sensibile pure all'esterno.

Nulla però quivi si vide di cangiato dal naturale, nè per la figura delle parti, nè pel colore della pelle; parve solo che le spine delle due vertebre, ultima del dorso e prima dei lombi, risultassero meno apparenti delle altre al tatto, quasi fossero coperte di tessuti più grossi e soffici.

La costanza nei mezzi adottati per iscemare tante sofferenze ridusse verso la fine del 1833, e nei primi giorni del successivo anno, a meno disastroso stato il paziente, che peraltro continuava a soffrire senza interruzione molestie, stiramenti, contrazioni in varii punti della regione epicolica, ove per tanti anni, lo ripeto, in mezzo a tutti i suoi mali non aveva prima giammai risentita sofferenza alcuna.

Era manifesto che in quel centro si ordivano processi e mutazioni che dovevano terminare coll'invertere la particolare economia di quelle parti, in cui l'antica malattia aveva indotto condizioni ed abitudini bensì diverse da quelle dello stato di salute, ma pure ormai divenute necessarie, dopo tanto tempo, al perseverar della vita. Ebbi campo di trattenermi su di questo argomento coi signori Dott. Luigi Fanzago e Dott. Giuseppe Orsolato, Alunni di quest'Accademia, che visitaron meco a' 6 di Marzo il malato.

Conseguenza di ciò si fu anche l'edemazia agli arti addominali, vedutasi poco dopo quell'epoca; la quale edemazia crebbe in seguito specialmente al sinistro lato, sino a prendere l'aspetto di quella malattia che noi chiamiamo dal nome di *flemmassia alba dolens.*

Nella mattina del 12 di Maggio invitai il signor Prof. Lorenzo Fabris, Chirurgo primario operatore dello Spedale Civile, a voler esser meco a visitare Valetto, avendolo in pari tempo pregato, nella situazione attuale delle cose, e stante le ultime vicende dell'addome, ad indagare possibilmente qual fosse la materiale condizione del retto intestino e della vescica urinaria. Il signor Dott. Giuseppe Meneghini, nostro Socio Corrispondente, era con noi.

Il lodato Professore esplorò quell'intestino; riconobbe ch'era molto ristretto, e che la sua superficie era spalmata di una mucosità di color verdastro, inodora: non gli riuscì punto di sentire col dito parte veruna della vescica.

La molta fatica usata per indurre quest' uomo ad assoggettarsi a cotal esame, la pena sofferta da esso per collocarsi in modo che potesse eseguirsi, ben persuasero il sig. Fabris e me, qualunque pur fosse il nostro desiderio, che sa-

rebbe stato vano consiglio il proporre ogni altro modo d'indagine diretta alla vescica; crudele e impossibile impresa voler poi tentare di riuscirvi senza che Valetto vi consentisse.

Passavano così i giorni fra sempre maggiori sofferenze. A' 5 di Giugno sono presso l'infermo, mentre vi è parimente l'I. R. Consigliere del Tribunale, Direttore delle Carceri, sig. Marchese Carlotti: lo troviamo abbattuto, scoraggiato, subtumido in faccia, con polsi depressi, irregolari, cogli arti addominali, massimamente il sinistro, ognora più gonfii.

Questa grande prostrazione dell'animo di Valetto (che anzi manifestavasi non che risoluto ed impavido, arrogante e inflessibile), il procedere minaccioso in lui degl'indicati fenomeni a danno del ventre, palesavano già prossimo a rompersi il nodo singolarissimo di quelle insolite azioni della vita, alle quali in lui stava legata l'esistenza.

L'ammalato istesso, che più volte aveva sentito varii Medici a ragionar meco a canto al suo letto, ben comprendeva lo stato suo; e avrebbe voluto potersi sottrarre ad ogni ulteriore osservazione, poichè parevagli, e non a torto, che ogni nuova insorgenza fosse per tornargli ognora più fatale.

Avvenne da ciò che Valetto si proponesse di celare a tutti (cosa impossibile ad ottenersi per le tante indagini che si facevano intorno a lui) la ricomparsa di qualche separazione di urina accaduta al cessare delle indicate gonfiezze agli arti.

Accertatomi del fatto sugli indizii offertimi dall'infermiere, cui era stato imposto d'essere ognora vigilante, e compreso il motivo pel quale l'infermo avrebbe voluto occultarlo, sempre più mi confermai nel giudizio, che fossimo pervenuti all'ultima fase di un male che durava da sì lungo tempo.

Perseverai quindi con attenzione costante ad osservarne il successivo andamento: voleva ad ogni visita veder le urine raccolte, che trovai sempre liquide ed acquose, quasi senza odore; in questo solo varianti assai, che si sospendevano talvolta per molte ore, e tal altra a picciole riprese ne uscivano ben due libbre mediche nello spazio di 24 ore.

Avvertasi che non vi era propriamente nè incontinenza, nè iscuria, per cui non fu mai d'uopo ricorrere al catetere, cosa sì comune ai paralitici degli arti inferiori. Risultava così che questa escrezione, comunque ristabilita, era subordinata in questo caso tuttavia a leggi insolite, le quali dovevano riconoscere l'origine loro dalla mutata simmetria delle interne parti.

Toccavamo l'Ottobre quando per pressanti ordini superiori dovendosi ristau-

rare la fabbrica delle prigioni ove stava il meschino, fu deciso dai Tribunali di consegnarlo all'infermeria dell'I. R. Casa di Forza qui esistente.

Nel dì 3 Novembre ebbe dunque effetto questo secondo trasporto, mercè il quale Valetto ritornò sotto l'immediata ispezione del Dott. Menato, Medico attuale di quel pubblico Stabilimento, e Medico, come ho detto sin da principio, che lo aveva per molti anni ancora osservato ed assistito nelle carceri criminali.

Il malato parve bensì ne' primi giorni ristorarsi un poco per le indefesse sollecitudini di cui fu l'oggetto appena ammesso nella sala dei cronici della detta Casa; sala ampia, ben ventilata, e nella quale, al pari che in ogni altra parte di quel vasto edifizio, occupato da più e più centinaja di condannati, havvi ordine, nettezza e disciplina costante.

Ma già eravamo a quel punto in cui le osservazioni del D.r Menato e le mie sopra questo caso non potevano più estendersi che a breve giro di tempo. Egli rese conto delle proprie con apposito scritto all'I. R. Delegazione, ed ebbe la compiacenza di comunicarmele anche più volte, riassumendo meco, siccome aveva fatto sin dal principio di questa storia, parte diretta a condurla al suo termine.

Tre mesi e poco più visse Valetto nel suo nuovo soggiorno. Dirò adesso come egli quivi finì.

Avversione somma a quei cibi ed al vino che soleva sempre rifiutare anche in addietro; poco dopo assoluta incapacità di prendere qualunque alimento, e vomito immediato se pur tentava d'ingojare qualche cosa; beveva a quando a quando un po' d'acqua, la quale presto anche ritornava per vomito; estenuamento di forze, e progressiva consunzione; polsi sempre regolari, tenui e vuoti; aridità alle fauci, con senso ivi di ardore bruciante, a moderare il quale si tentarono le mignatte al collo: urine acquose; l'uretra non ne sentiva il passaggio, ma un certo formicolìo al pube avvertiva il malato del bisogno di scaricarne una piccola quantità, che sommata nello spazio di 24 ore eccedeva talvolta le due libbre.

Nella mattina del 13 di Febbrajo tutto annunciava la morte vicina, e fu allora che si videro contemporaneamente sortire dalla bocca, senza preventive ambascie, materie fecali prosciolte, e sortirne pure di ancor più liquide dopo qualche flatulenza dal retto intestino, che da tanti anni aveva cessato dal suo ufficio.

Trenta ore dopo Valetto aveva terminata la sua miseranda esistenza, essendo morto la sera del 14 di Febbrajo dell'anno corrente. Egli ne contava circa 36 di età, 17 di carcere, e quasi altrettanti di malattia.

Avvenuta la morte, tosto, com'era mio dovere, mi feci a chiedere nei modi regolari, ed alla persona istessa del sig. De Gröler Consigliere di Governo, I. R.

Delegato di questa Provincia e nostro Socio Onorario, il permesso di eseguire la sezione del cadavere di quest'uomo; la qual cosa egli tosto mi concesse.

Nella mattina del giorno 16, trentasei ore dopo la morte, ebbe luogo nell'Oratorio di S. Rocco la necroscopia, presiedendo ad essa il sig. Dott. Brugnolo, I. R. Medico di Delegazione, e dirigendola il sig. Dott. Floriano Caldani, P. O. Professore di Anatomia e nostro Socio Emerito, presente il sig. Dott. Giovanni Battista Morgagni per parte della Sanità Municipale.

Il sig. Dott. Vittor Fabris, già pubblico incisore anatomico, eseguì la sezione col signor Dottor Francesco Argenti, già Assistente alla Cattedra d'Istituzioni Chirurgiche.

Mi parve opportuno, prima che si procedesse all'esame anatomico-patologico, di comunicare a' miei Colleghi presenti un breve sunto storico della malattia, che servisse a meglio fissare le idee circa le indagini da istituirsi; poscia credetti dover io in quel dì attendere come osservatore tranquillo, chè dalle altrui ricerche venissero a me, come a tutti gli astanti, rese palesi le interne alterazioni di quel cadavere.

La seduta durò parecchie ore, tenendone il Processo Verbale, a canto del sig. Dott. Brugnolo e del sig. Prof. Caldani, il sig. Dott. Giuseppe Meneghini (1); e questo Processo Verbale fu depositato in originale negli Atti della I. R. Dele-

(1) L'egregio sig. Dott. Giuseppe Meneghini, applicandosi a tenere esatto conto de' risultamenti di questa sezione anatomica, seguiva l'esempio del suo illustre Maestro e di quanti suoi Colleghi vi si trovavan presenti, e rispondeva pur anco a quel suo singolare amore per la scienza, che lo condusse alle più sottili ricerche intorno al sistema nervoso, studiandone la struttura, le funzioni e le alterazioni nell'uomo non solo e nelle differenti epoche del suo sviluppo, ma altresì nelle classi diverse degli animali, giugnendo per tal modo a trarre dal complesso dei fatti ciò che può meglio contribuire a spargere qualche luce sulle arcane funzioni di quel sistema, ed a servire di guida meno incerta al Medico nel dedurre dagli sconcerti delle sue funzioni l'indole delle patologiche mutazioni in esso esistenti.

Frutto di questi ben diretti studii del sig. Dott. Meneghini si fu l'importante lavoro ch'egli fece di pubblica ragione colle stampe nella sua Dissertazione inaugurale *De axe cephalo-spinali* (Patavii 1834, di pag. 274), nella quale imprese successivamente ad esaminare la midolla spinale, l'allungata e l'encefalo, trattando riguardo a quest'ultimo separatamente del cervelletto, dei lobi ottici, e degli emisferi cerebrali. Egli è, seguendo questo metodo, che gli venne fatto di determinare con filosofica analisi quanto intorno a ciascuno di questi organi si può desumere dall'anatomia, dalle sperienze, e dalle patologiche osservazioni; di connettere insieme ciò che può condurre a deduzioni certe: e quando ciò non gli fu concesso, di sceverare almeno dalle cose sicure le incerte, e da queste le assolutamente oscure.

gazione, munito delle firme dei chiarissimi Professori dell'Università e dei molti distinti Medici e Chirurghi della Città intervenuti, fra cui non mancavano singolarmente quelli che avevano avuto occasione di assistere o di osservare in vita l'infermo, e de' quali a suo luogo feci già onorata menzione.

Esporrò adesso quanto allora risultò, attenendomi all'indicato Processo Verbale, ed approfittando di alcuni ulteriori schiarimenti, che non solo deggio al sig. Fabris incisore, ma altresì ai signori Meneghini ed Argenti, i quali ebbero in quel giorno tanta parte nelle praticate ricerche, e la gentilezza poscia di darmi per iscritto le varie più minute annotazioni da essi fatte separatamente per proprio uso intorno a quella importante sezione.

Il cadavere era emaciato, e più nella metà inferiore del corpo: a chi però aveva veduto l'individuo qualche tempo prima, risultava palese che negli ultimi periodi della malattia il deperimento della nutrizione era singolarmente avvenuto a danno delle parti superiori.

La fisonomia era tutta sconvolta, contraffatta dai lunghi e molti patimenti sostenuti innanzi la morte. Al collo scorgevansi le traccie di una recente applicazione di sanguisughe. Il colore era naturale, e le suggellazioni del dorso non si estendevano nè alle coscie, nè alle gambe; anzi l'aspetto della cute quivi non differiva in modo alcuno da quello del restante del corpo, nè offriva punto i soliti caratteri della cute di arti da lungo paralitici.

Le articolazioni delle ginocchia naturalmente estese, erano flessibili; i piedi erano in estensione fortissima, ma da formare una linea retta collo stinco della gamba, e non si potevano per verun modo flettere; le dita di entrambi i piedi flesse irremovibilmente: tutto questo come sussisteva da molti anni in istato di vita, ed avevasi annunciato nella Storia (1).

Fu deciso di aprire il torace pel primo, indi l'addome, le vertebre e la testa per ultimo, a fine di avere ad un tratto sott'occhio la massa nervosa cerebro-spinale.

Così l'Università di Heidelberg premiava il D.r Massim. Seubert pel suo dotto *Comentario intorno alle funzioni delle radici anteriori e posteriori de' nervi spinali*, e la nostra vedeva un suo Alunno comparire nello stesso arringo con più esteso lavoro, degno di pari corona.

L'Opera del sig. Meneghini, che fu accolta tanto favorevolmente dagli studiosi Medici d'Italia, varrà fuori di essa a dimostrare quanto anche fra noi ferva il desiderio di coltivare questa parte di sublime Anatomia, e come qui pure si proceda avanti nello studio di essa per quell'innato amore che ci tenne ognora, anche ne' tempi meno propizii, al livello de' più benemeriti in siffatte cose.

(1) *Storia ragionata ec.* pag. 8 e 41.

Aperta quindi la cavità del petto, si trovarono estese aderenze in entrambi i lati fra la pleura costale e la polmonare, specialmente al lobo superiore del polmone destro. Nel lobo medio del sinistro si rilevò esistere una piccola cavità, senza traccie in essa di prodotti morbosi. Il pericardio conteneva un siero sanguinolento in quantità maggiore del consueto; il cuore era alquanto piccolo; le sue cavità e tutti i vasi maggiori risultarono in istato naturale.

Le quali alterazioni manifestavano le remote gravi conseguenze lasciate dagli attacchi infiammatorii sostenuti al petto nel 1831 (1), e palesavano la sorgente principale dello spesso rinnovarsi di quelle oppressioni di respiro, che obbligavano a ripetere i salassi.

Tagliato il basso ventre, apparve tosto il ventricolo disteso assai e molto più grande dell'ordinario; poichè misurato dal suo sacco cieco sino all'antro avanti il piloro, diede oncie padovane 8. $\frac{1}{2}$, cioè poll. 9. lin. 3 del piede di Parigi; e dalla sommità del sacco fino alla metà dell'arco maggiore ne diede 7, cioè pollici 7. lin. 7 del detto piede: contenevansi in esso poche materie bilioso-fecali liquide; le interne sue pareti erano sane, come lo erano quelle dell'esofago: le quali cose doveano destare sorpresa, giacchè il largo e continuato uso dell'acquavite fatto per tanto tempo da Valetto poteva invece far credere che il ventricolo fosse in lui impicciolito, e corrugate ne fossero le sensibilissime membrane.

Il fegato era attaccato con tutta la sua parte superiore alla concavità del diafragma; la cistifellea priva affatto di bile, era invece esattamente riempiuta da 25 a 30 calcoletti di varia grandezza, da un nocciuolo avellano al grano di frumento.

L'omento meno esteso dell'ordinario, quasi privo di grasso, mandava una briglia, la quale passando in due luoghi sugl'intestini tenui, andava ad attaccarsi fortemente al meso-retto.

La superficie esterna degl'intestini tenui era in varii tratti injettata, e di color rosso-bruno; il diametro loro scorgevasi qua e là ristretto, e ciò specialmente in quella parte dell'ileo ch'è in prossimità al cieco. Nell'interna cavità i tenui intestini presentavano del pari alcuni tratti di color più o meno rosso, il lume ne era assai angusto, e conteneva materia somigliante a quella del ventricolo.

Il cieco, il colon ascendente e porzione del trasverso erano in istato naturale. Giunto però il colon alla curvatura iliaca sinistra, in tutta la rimanente sua porzione sino al retto aveva le tonache ingrossate, resistenti, con aderenze alle parti vicine assai più forti, estese e varie, che non suole nello stato naturale

(1) *Storia ragionata ec.* pag. 37, 38 e 39.

per mezzo del peritoneo. Impicciolito d'assai ne era il calibro interno, con frequentissime esulcerazioni sulla membrana che lo tappezza. Queste alterazioni erano in tutto comuni anche all'intestino retto; l'intero canale degl'intestini conteneva materie fecali prosciolte nei tenui, addensate nei crassi.

La milza ed il pancreas erano in istato sano.

Nell'esaminare il corso dell'intestino retto si rilevò che la vescica urinaria era sommamente ristretta, addossata al pube, e nascosta affatto sotto di esso, per cui pareva mancare nella cavità del bacino; le sue pareti erano molto ingrossate; talchè nè pel picciolissimo volume, nè per la figura, nè per l'aspetto delle sue tonache questo viscere rassomigliava punto alla vescica urinaria in istato naturale. Aperta, conteneva poche goccie d'urina rossastra e densa, e sarebbe stata capace di contenerne appena tre oncie.

I reni si videro sani; gli ureteri alquanto ristretti e flaccidi; l'uretra un po' rossastra.

I testicoli e i canali deferenti non alterati; le vescichette piccole, con poca materia seminale.

Portato indi l'esame sulla colonna vertebrale, non si presentò in essa veruna alterazione di forma esterna, neppure al sito ove l'ammalato aveva per tanto tempo sentito un dolor fisso, acuto, con intollerabilità al tatto; nessuna alterazione del pari esisteva immediatamente sul corpo delle vertebre.

Spaccate queste, manifestossi nella loro stessa cavità una copiosa raccolta di un fluido sieroso sanguigno, il quale pure, divisa che fu per lo lungo la dura meninge, videsi contenersi al di sotto di questa. I vasi della pia meninge nella faccia posteriore della midolla spinale presentaronsi injettati e distesi, specialmente dalla terza o quarta vertebra del dorso sino all'incominciare della coda di cavallo, e per tutto questo tratto la sostanza del cordone midollare era molto consistente; il colore della superficie e la dimensione di questo importantissimo organo, tolte che ne furono le membrane, risultavano naturali; ma l'intima sua sostanza palesavasi anche ad occhio nudo rossa ed injettata, massimamente ove la sua consistenza era maggiore, come si potè rilevare seguendo con un profondo taglio il solco anteriore di tutto il midollo spinale.

Col soccorso di un acuto microscopio il sig. Dott. Ster, I. R. Professore e nostro Socio, vide successivamente esistere nell'intima tessitura di questa parte una singolare injezione de' suoi più minuti vasellini.

Le radici spinali ed i nervi stessi spinali, seguiti per qualche breve tratto, non lasciarono apparire alterazione.

Nella testa, aperta la cavità del cranio, la dura madre comparì edematosa per raccolta di siero sotto di essa esistente; e lo era parimente la cellulosa sotto l'aracnoidea, la quale era da ciò resa opaca. La pia meninge tanto nella faccia convessa, che nella base del cervello, presentava una ricca injezione.

Consistente più dell'ordinario era la sostanza degli emisferi, e molto più lo era se paragonavasi al cervelletto, il quale invece risultava piuttosto molle e piccolo a confronto delle parti laterali degli emisferi, sviluppate più di quelle del vertice.

Nulla di morboso ebbesi a rilevare nei ventricoli del cervello.

Fu così posto termine alle indagini anatomiche intraprese su questo cadavere; nè io, dopo il già esposto, avrei osato chiedere che s'inoltrassero sui nervi dei varii sistemi, od altrove, giacchè tanto il sig. Prof. Caldani, quanto le Autorità sanitarie, che per gentilezza o per uffizio vi assistevano, non avrebbero potuto, dopo un lavoro di più ore, concedermi tempo maggiore.

Pareva inoltre essere noi di già fatti certi, mercè l'istituita necroscopia, esistere alterazioni nei visceri di quell'uomo, atte a render ragione di molta parte almeno dei fenomeni, e dei più eminenti, osservati durante il suo male.

E dirò innanzi tutto, che lo stato patologico della midolla spinale e de' suoi involucri, stato patologico composto di una idrorachite cronica associata ad una grande ed estesa injezione de' vasi sì delle membrane che dell'intiera polpa nervosa di quel cordone, ben dimostra che non andammo punto errati allorchè per noi si dichiarò, sono già molti anni, racchiudersi quivi la sorgente prima e la causa vera dell'antica paraplegia, preparata dall'urto gravissimo risentito al tronco cadendo dall'alto.

Nè io andrò qui discutendo se le riscontrate e descritte alterazioni di quell'organo nervoso provino in esso la persistenza di un processo inflammatorio, o piuttosto soltanto una sua tarda e irresolvibile conseguenza, e come tale una estesa iperemia, simulante bensì per alcuni esterni caratteri la flogosi, ma da non confondersi tuttavia con quel processo medesimo, il quale dovendo per sè stesso essere necessariamente, benchè lento, sempre attivo, diffondersi per ciò solo ed aggravarsi, non avrebbe potuto, se male non mi appongo, durare in sì dilicate parti per interi anni, con effetti lunghissimamente stazionarii; e aggiugni, sotto l'influenza di cagioni capaci ad ogni tratto di rendere più intensa e decisiva l'infiammazione stessa.

E valga il vero, il largo uso e giornaliero dell'acquavite; il sì frequente agitarsi del torace pel vomito; la presenza delle materie fecali, che ritardavansi co-

tanto lungo la parte superiore degl'intestini, e ritornavano per le fauci; i replicati attacchi di flemmassie toraciche; avrebbero spinto in breve, io credo, a fatali confini lo stato inflammatorio della midolla spinale, se questo stato avesse veramente esistito tanto quanto persistette la malattia di cui ho data la storia.

Ma si lascino queste considerazioni generali, per dedicarsi a qualche punto che più direttamente riguarda il caso nostro.

Riflettasi invece a quella serie molteplice di mutazioni morbose rilevate lungo il tubo intestinale, e si potrà comprendere quali e quanti si fossero gli ostacoli alla naturale defecazione per le consuete vie, e come perciò potesse in suo luogo farsi abituale il vomito; conseguenza questa da un lato dei disordini inferiormente esistenti lungo il canale alimentare, e compenso dall'altro necessario al sussistere della vita.

Si sommino, voglio dire, gli effetti della paralisi, che sospese il moto peristaltico del crasso intestino, con quelli degli stringimenti, delle briglie, delle estese e fortissime adesioni ivi esistenti, della totale mancanza della bile fellea, della compressione esercitata sul dutto pancreatico dal coledoco turgido e duro pei calcoli inclusi, e di quanto infine si notò di patologico nel cadavere a carico dell'apparato gastro-enterico, e vedrassi come si componga appunto dal tutto una massa di forze morbosamente agenti per vario modo, ma tutte però cospiranti a produrre l'effetto medesimo, l'incapacità, cioè, totale della progressione e dell'uscita per l'ano delle feccie.

A questa incapacità resa a poco a poco abituale ed insuperabile, secondata dirò anche dall'assoluta immobilità del corpo, rimaneva una sostituzione nel vomito prima de' cibi, e poscia persino de' loro residui fecali; e questa sostituzione verificossi e si stabilì. « La forza del moto peristaltico (scriveva il nostro celebre » Presciani), renduta nulla per non poter superare l'ostacolo, quella dell'antipe- » ristaltico prevale, e può esso solo e contro la nuova corrente, e contro tutte » le altre cause che se gli oppongono, ricondurre a poco per volta le materie fino » al ventricolo; e sono così in alcuni casi rigettati per vomito fino gli stessi » escrementi, se l'ostacolo esista particolarmente nei grossi intestini (1). »

Riflettasi altresì, che questo nasceva in Valetto nell'età sua giovanile, quando tutto cede più di leggieri all'impero di una legge novella, e più salde radici getta l'abitudine anche più singolare, se lenta lenta s'avvia e persiste.

Di mezzo agli effetti delle cagioni morbose sorgevano così fenomeni bensì morbosi pur essi, ma atti a supplire per loro stessi ad una funzione mancata; e

(1) *Discorsi elementari di Anatomia e Fisiologia.* Milano 1794. Parte I. pag. 72.

vi supplirono in fatto lungamente con varie vicende di modo e di tempo, secondo l'intervallo di quiete concesso allo stomaco per compiere il suo ufficio, come si riferì nella storia.

Chè se il cessare dell'azione de' nervi cerebro-spinali a pro degl'intestini crassi impediva bensì ad essi di esercitare quelle funzioni che al senso ed al moto appartengono, proprie esclusivamente di que' nervi; rimaneva però sempre a loro pro e difesa l'influsso de' nervi che gli sono somministrati dal gran simpatico e dai gangli che ne derivano, « dalla cui influenza vivificante (dice Puc- » cinotti (1)) dipendono tutte le funzioni che sono relative alla conservazione » materiale dell'organismo. »

Le molte osservazioni e le decisive sperienze di Brachet (2), di cui non mi è dato qui riferire i particolari, ma che ogni dotto Medico ora conosce, contengono appunto in loro stesse la spiegazione del come negl'intestini paralizzati del nostro malato, mercè gli atti dipendenti dal sistema ganglionare, siasi mantenuto un modo di vita che bastò ad impedirne la disorganizzazione, l'atrofia, e l'incollamento delle interne pareti.

Le cose fin qui dette circa il tubo intestinale crasso sono applicabili in gran parte alla vescica urinaria, poichè al pari del retto essa riceve nervi dai rami spinali alla regione del sacro, e dalla inferior parte del gran simpatico.

Senonchè intanto si rende più difficile il ragionare sulle avvenute e narrate aberrazioni riguardo alle funzioni dell'apparato uropojetico, in quanto che molto rimane a scuoprirsi sulla mirabile economia degli organi che vi prendono parte.

Se ciò non fosse, non sussisterebbero ancora le antiche quistioni circa le vie di comunicazione dirette fra lo stomaco e la vescica, sul modo onde succedono i vomiti urinosi, e così via via.

Ciò accennato soggiugnerò, quanto al caso nostro, che la vescica urinaria al sommo ristretta, con pareti ingrossate e dure in conseguenza dell'aver essa partecipato agli effetti dei processi morbosi che indussero il descritto stato patologico degl'intestini e di altre parti, e per la deficienza altresì di quell'azione nervosa che le deriva dai nervi spinali, non poteva accogliere che a stento le urine separate dai reni rinvenuti sani. Al contrario l'accresciuta attività dello stomaco, la sua grande capacità, l'atto frequente del vomitare, solito a render sempre minore la quantità delle urine in tutti, e talvolta persino a sospenderne

(1) L. c. pag. 68.

(2) *Recherches expérimentales sur les fonctions du système nerveux ganglionaire*, p. 236. Bruxelles 1834.

la secrezione per lunghi intervalli, tendeva ognora a scemare vie più il loro concorso verso la vescica.

Parrebbe potersi dire che in questo caso si verificasse quello stato a cui alludeva il profondo Presciani dicendo: « Non può egli darsi che il copioso as-
» sorbimento dei linfatici del ventricolo produca in alcuno dei linfatici dei reni,
» con essi comunicante, un accrescimento tale di diametro, che le valvule non
» più siano capaci di serrarlo perfettamente, e che restando aperto un piccolo
» spazio fra i loro margini, sia concesso alla materia assorbita il mezzo di retro-
» cedere, e che i linfatici dei reni in vece di assorbir da essi, in essi anzi sca-
» richino ciò che da quei del ventricolo hanno assorbito (1)? »

Se grave ci diventa il piegare la mente a simili ragionamenti, non però mancano alla storia medica i fatti che provano prodursi niente meno eccezioni gravissime alle leggi fisiologiche, onde suole effettuarsi la secrezione e l'uscita delle urine.

Il Dott. Carlo Cavalli ha recentemente pubblicata la storia molto erudita di una donna che vive inferma da 28 anni, nella quale un copioso vomito urinoso, in mezzo a molti altri strani fenomeni, è succeduto più volte per essere stata ritardata la estrazione delle urine trattenute in vescica; vomito che era preceduto da un *gorgoliamento progressivo, che cominciando alla regione della vescica, ascendeva gradatamente e portavasi allo stomaco;* vomito, si aggiunga, che potevasi prevenire, giacchè (come scrive il nominato Medico) *se la siringa introducevasi quando si operava il passaggio del liquido dalla vescica allo stomaco, vedevasi come una lotta repentina, per la quale tutti i visceri del basso ventre sembravano in movimento. A questa susseguiva momentanea calma; quindi ripigliavasi il gorgoliamento in senso inverso, ed in meno di un minuto* (*cosa mirabile a dirsi*) *sortiva per l'istrumento a pieno getto la orina* (2).

La quale singolarità di fenomeno, secondo il Dott. Cavalli, proverebbe ad evidenza esistere la cotanto controversa diretta via di comunicazione fra lo stomaco e la vescica.

Quanto al caso di cui ragiono io, parmi che quadri meglio la maniera di spiegazione data colle parole del Presciani, la quale mi ha servito a comprendere in qualche modo anche come abbia potuto vivere 20 interi anni senza evacuare urine la donna ricordata da Tommaso a Veiga, e di cui parlai nella Sto-

(1) L. c. P. II. pag. 22.

(2) *Storia ragionata di straordinaria malattia, di Carlo Cavalli.* Milano 1834, p. 30 e 31.

ria per me stampata (1); e come del pari molti più anni non orinando, abbia vivuto il paraplegiaco di cui l'illustre Olliever d'Anger ha fatto cenno alla Reale Accademia di Medicina di Parigi a' 26 di Febbrajo 1833, riferendo appositamente sul caso da me pubblicato (2).

E comunque poi vogliasi opinare circa il modo con cui si producono questi singolari accidenti, si dovrà sempre vedere in essi in ultima analisi un effetto conservatore di quelle organiche leggi, le quali agendo tutte, per così dire, in solido al gran fine di allontanare la morte, sviluppano mezzi di risorse e di compensi in una parte, mentre nell'altra si turba e perisce il regolare andamento delle funzioni proprie di questo o quel viscere o sistema; sembrando pure esser legge « delle azioni nervee l'illanguidire tanto di più in alcuni or- » gani, quanto più in altri sono esorbitanti, » come riflette l'illustre Buffalini (3). I quali fatti, come io diceva sin dalle prime, possonsi esprimere colla giusta frase di *poteri fisiologici superstiti*, usata dal Puccinotti.

Fu per essi che Valetto ed altri con lui vissero a lungo in circostanze così diverse dal comune, e fu allora che Valetto si vide al contrario declinare in preda a tormentosi e sempre maggiori guai, quando illanguidendosi in lui que' poteri, la sua antica malattia giunse a produrre gli estremi suoi effetti.

Avvertasi però, che la vescica urinaria per le ragioni accennate resa precedentemente così ristretta, e colle pareti tanto dure e dense come si videro nel cadavere, potè salvarsi dalle fatali conseguenze cui sogliono andare incontro i paraplegiaci. Quando cioè per la scemata attività dello stomaco, e per altre recondite mutazioni avvenute nell'interna condizione de' visceri, palesate dai fenomeni osservati negli ultimi tempi della malattia e riferiti nella Storia, gli organi secernenti l'urina ripresero il loro ufficio, la vescica lungi dal cedere ad una distensione capace di condurla allo sfacimento, come sì spesso avviene nei casi ordinarii, trovossi anzi in istato di resistere, ed atta assai più che nel suo stato naturale a mantenere l'integrità delle sue membrane.

Si avverta ancora, che a preservare questo viscere dai danni cui doveva essere esposto, può avere contribuito l'indole stessa dello scarso liquido che vi discendeva quasi affatto inodoro e privo d'alcalescenza, com' ebbi più volte a verificare visitando negli ultimi tempi il malato, e come pure osservò e scrisse

(1) *Storia ragionata di paraplegia antica*, pag. 13.

(2) *Archives Générales de Médecine etc.* Fevrier 1833, pag. 302.

(3) *Storia di un tetano reumatico ec.*, inserita nel Giornale per servire ai progressi della Patologia ec. Venezia. Fasc. III. Dicembre 1834, pag. 444.

l'attento sig. Dottor Menato nella sua informazione inviata all'Autorità da cui egli dipende. E questa osservazione di allora mi fa pensare adesso alla possibilità, che in addietro sortendo quell'umore col vomito giornaliero copiosissimo per la molta acqua che l'infermo beveva poco prima di recere (1), misto ai cibi non digeriti ed all'acquavite tracannata a più riprese, non potesse essere avvertito l'odore alcalescente suo proprio.

Ma ben altramente procedettero le cose per ciò che spetta al tubo intestinale, soprattutto al crasso, rinvenuto, come si riferì, cotanto diverso dallo stato naturale nel cadavere. Le sue tonache rimaste pervie per la già notata influenza sulla vita organica del gran simpatico, avevano lasciato necessariamente distendersi dai materiali che mano mano depositavansi superiormente; nè ciò avvenne senza violenti conati e sofferenze grandissime, descritte parlando oggi degli ultimi tre anni del male, e registrate in parte nell'Appendice II. della Storia pubblicata nell'anno 1833.

Dopo quell'epoca nessuna forza poteva far ritornare que' materiali come prima per lo stomaco, poichè erano di già troppo discesi, nè per l'inattività assoluta del crasso intestino, e atteso gli ostacoli in esso esistenti, potevano poi que' materiali stessi essere eliminati per l'alvo.

La paraplegia infine condusse così il processo disorganizzatore rinvenuto in quella parte degl'intestini che ne sentiva più immediatamente la fatale conseguenza, e per essa il tubo intestinale si trovò ivi ridotto alla condizione di un tubo inerte e al tutto passivo.

Esso lasciò per tal motivo passare dalla sua estremità inferiore un liquido misto a quelle materie istesse che contemporaneamente uscivano per vomito, e poco dopo avvenne la morte.

Questa fu ritardata a lungo in Valetto; la malattia non seguì in lui il suo corso sollecitamente, quale lo segnò Ippocrate sulla base di molte osservazioni confermate dalla successiva sperienza; non già perchè non dovesse un giorno compierlo e finire, come quel gran vecchio scrisse, ma perchè vi si opponeva eventualmente una serie di ragioni che il filosofo contempla ed analizza, mentre il volgare leggermente sorride, o balbetta incondite voci. Le quali ragioni tutte dipendono, se ben si riflette, da un generale principio patologico. Questo principio si confà tanto alla storia del caso per me discorso, che, nel por fine al mio qualunque ragionamento, concluderò esponendolo coll'autorevole appoggio

(1) *Storia ragionata ec.* pag. 7 e 22.

del celebre Lallemand, il quale dice (1): « Non sono punto da confondersi gli ef-
» fetti lenti sulla midolla spinale di una successiva raccolta di sierosità, con quelli
» della sua istantanea distruzione. È noto che ogni cangiamento rapido in una
» funzione, ogni subita alterazione in un organo produce un disordine più o
» meno grave nelle funzioni degli altri organi, quando invece quella medesima
» alterazione, lentamente avvenuta, non cagiona il medesimo disordine nell'eco-
nomia. »

(1) *Observations pathologiques propres à eclairer plusieurs points de Physiologie.* Par. 1825, pag. 78.

DEI SOCCORSI

RECLAMATI DALLA SCIENZA E DALLA UMANITÀ

A SALVAMENTO DEI SOMMERSI IN PADOVA

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXIII GIUGNO MDCCCXXXV

DAL SOCIO ATTIVO

GIUSEPPE LUIGI GIANELLI

Se tutte le utili costumanze di oltramare potuto avessero trovar luogo e ripromettersi accoglimento in questa bella Penisola, non dovrei oggi, illustri Accademici, richiamarvi al pensiero casi tristissimi, e risvegliare in voi unitamente all'amore de' nostri il desiderio vivissimo di sovvenire alle loro calamità. Al rinnovellarsi di morti accidentali o deliberate per sommersione o per altra di quelle cause, che prima conducono l'uomo allo stato di sola asfissia, anche fra noi sarebbero sorti personaggi distinti per ricchezze, per nascita, per ingegno, e chiamati ad adunarsi pubblicamente gli amici tutti della umanità, dipingendo a vivi colori le lagrimevoli vicende degli infelici pericolati, mosso avrebbero i loro concittadini a concorrere con denaro, con opera, con consigli alla istituzione di benefica società (1) simile a quelle, di cui dopo Amsterdam e Londra tante città minori vanno superbe. La qual provvidenza ove avuto avesse suo compimento, ci saria dato ammirare la tumultuosa inerzia e la irresoluzione dei circostanti ad ogni evento funesto cangiate in attività salutare, acchetati gl'inutili lamenti dei propinqui, cessato lo sterile e sempre tardo universale compianto. Nè a questi giorni l'Autorità Municipale sapientemente sollecitata da chi ci governa, avria ad occuparsi dei mezzi ed apparecchi migliori a far sì, che nell'ambage

(1) Sul modo in cui si formano e mantengono le società e le istituzioni di beneficenza in Londra veggasi la Prefazione all'Opera *Di varie società ed instituzioni di beneficenza in Londra.* Vol. II. Lugano 1828 e 1832.

dei nostri canali e nella libera irregolarità dei loro argini tante non siano annualmente le vittime per sommersione, e più oltre non ci funesti la idea di non aver tutto apprestato quanto varrebbe a diminuirle. Per lo che io, chiamato a cooperare in sì utile impresa dagli obblighi dell'insegnamento affidatomi e da superiore graziosissimo invito, non saprei donde meglio prender le mosse, che dal rivolgermi a voi, dotti ed operosi Colleghi, ed invitarvi a cospirare colla voce vostra, colla vostra Autorità perchè si conosca universalmente fra noi a quali e quanti provvedimenti sia d'uopo ricorrere, onde diseccare una fonte perenne di miseria, di sciagura, di morte. Ed a cogliere l'intento desiderato dividerò il mio discorso in tal guisa, che — prima apparisca il bisogno in cui versa questa città di apparecchiare opportuni mezzi di soccorso agli infelici che cadono asfitici e muojono nei canali e nelle cloache, — indi sia fatta manifesta la insufficienza di quanto sino ad ora a tale scopo si andò preparando, — in terzo luogo si additino le molteplici provvidenze a cui senza più giova passare, — e per ultimo si dipingano come in un quadro i luminosi fatti ed i felici risultamenti che altrove si ottennero, ed i quali, dovuti essendo singolarmente alla istituzione di umane e benefiche società, serviranno di sprone a seguire l'esempio di altre genti e cittadi, ad unirsi sotto un solo vessillo per correre concordi al salvamento dei miseri pericolati.

Avvi dovunque maggiore o minore, sempre grande di troppo, un numero di persone, le quali con petto cinto da doppio usbergo, con mano pronta a ferire, a medicare non mai, con lingua trisulca, con cuore di ghiaccio, con mente perversa siedono tutto giorno spettatrici indifferenti delle sciagure altrui. Tu le vedi volgere appena bieco uno sguardo al bisognoso che le supplica di soccorso, tu le odi accagionare i calunniati del loro disonore, i caduti per altrui malvagità in bassa fortuna del loro avvilimento, gli sventurati per caso delle disgrazie loro, tu le senti deridere chiunque pietoso ed umano cerca alleviare la trista sorte degli infelici, e tenta allontanare perigli e malori. E non contente della propria depravazione, quali piante selvagge, spargono all'intorno la funesta loro ombra, gettano semi venefici, e si circondano di pestifera atmosfera. Da questi nidi di barbarie e di crudeltà si alzarono le voci, che sul Tamigi condannavano le proposte dei Cogan, degli Hawes, e si opponevano alla riunione della umana società di Londra: di là vengono i dileggiamenti e gli scherni onde vilmente si aggravano gli ordinati soccorsi ed i tentativi stessi di ravvivamento: ribolle da quegli antri il grido che dichiara cosa inutile e vana disporre moltiplici mezzi di ajuto e numerosi soccorritori dove per la minore

frequenza degli uomini e la scarsezza delle acque, rari essere devono i casi di sommersione fatale. La conservazione della vita di un sol cittadino non varrebbe uno sforzo, non un dispendio presso gente sì ria.

Io non saprei sino a quanto gl'inumani principii trovarono settatori presso di noi: ma certo vi ebbe chi li professò e li diffuse, ed annunziando la inutilità di apparecchiare soccorsi ai sommersi nelle nostre acque, insultava barbaramente alla sventura di chi per tal via incontrava ogni anno la morte. Di fatto se si consulti l'ultimo quadro decennale della nostra mortalità (1), vi si leggeranno i nomi di uomini e di donne, di fanciulli e di giovani, di adulti e di vecchi, di poveri e ricchi, di nobili e plebei, di dotti ed indotti, che perirono miseramente affogati nelle acque. Non passa quasi mai Giugno, Luglio non passa senza casi di annegamento; a sette, ad otto ascesero in qualche anno le vittime, e queste ben di rado omicide di sè, ma o cadute sdrucciolando nelle fosse e nei fiumi, o nuotanti trasportate dall'onde, o a caso precipitate in pozzi mal custoditi. E perchè non mi è dato quivi ridire i lamenti di otto madri infelici, che perdettero i figli loro fanciulli tutti dai sei agli undici anni di età? Perchè tacerò di voi, Nadalina Pietrobon, Giovanni Prai, Fioravante Casini, che in sul fiore di giovinezza trilustre veniste ad improvviso fine là dove cercavate refrigerio nel calore della stagione? Perchè non piangerò la tua sorte, Carlo Fiorini, rapito dal Brenta sotto gli occhi d'inconsolabile amico, il quale cercò invano ajutarti, e sì lontano dai tuoi, che ti seppero estinto quando ti credevano al termine di tua studiosa carriera? Oh la lunga serie di luttuosi casi, che mi si para dinanzi! Qua giovane donna impaurita da furioso cavallo sospinta a morire nell'acqua: là sposa novella mandante gemiti ed ululati sulla bagnata salma del suo compagno: qua' pudiche donzelle piangenti la perdita degli amanti affogatisi alla vigilia delle lor nozze: colà coppia impura ingojata dall'onde quando meditava illeciti amori: e vecchi settuagenari fatti pascolo ai pesci; e nobile uomo per cronica malattia disperato, e prode militare melancolico per nostalgia tratti a finire colla sommersione i lor giorni; e tante famiglie desolate per l'annegamento de' padri loro, e tanti cadaveri putrefatti galleggianti sui nostri canali.

Tutte così fatte sventure non poteano a dir vero essere allontanate da forza umana: ma non merita nome d'uomo chi simile a duro scoglio in mare procel-

(1) Affinchè non si creda più oratorio che fondato il quadro che qui se ne forma, lo si confronti con la Illustrazione prima *Sopra i sommersi morti nella Città di Padova dall'anno* 1825 *al* 1834 *inclusivamente.*

loso vede ai suoi piedi sommergersi tanti infelici e loro non tende la mano, chi non sente sorridere all'anima la idea di giugnere forse coll'opera sua a sottrarre alcuno dei molti alla morte. E nondimeno la dolce speranza deve sorgere in ogni petto gentile, e la sola memoria di un felice ravvivamento distruggere quella di mille inutili tentativi. Imperciocchè se molte sono le cause per cui indarno si cerca di richiamare a nuova vita i sommersi, se talora ai danni della sommersione vanno uniti i mortali effetti di violenze ostili prima sofferte, o di precedente ubbriachezza, o di previe disposizioni morbose, o di contusioni patite sott'acqua, se tal altra si aggiugne la dannosa influenza di uno stomaco soverchiamente ripieno di cibi, di una gravidanza avanzata, di un abito veramente apopletico, e più spesso del timore e dell'angoscia, o se invece il rapido corso del fiume, la sua fredda temperatura, il cadervi col capo all'ingiù rendono di gran lunga peggiore la sorte degl'infelici; in altre occasioni nulla si oppone al loro salvamento tranne la deficienza dei mezzi di soccorso e la mancanza od imperizia dei soccorritori. Della qual cosa lamento ancora maggiore è da muoversi, perchè non di rado tornano sufficienti pochi ajuti opportunamente prestati da mano perita, e perchè di qualche ora possono differirsi senza perdere ogni speranza di esito fortunato.

Nè a conferma di ciò vorrò addurvi fatti peregrini o proposizioni dubbie ed incerte. Col solo riscaldamento e con sole fregagioni all'addome valse il Padovano Maggioni a ravvivare un fanciullo rimasto per mezz'ora sott'acqua. E questo fatto, tuttochè non recente, ricordavasi non è molto nell'Accademia di Parigi in prova della preferenza da darsi a facili e semplicissimi mezzi al paragone dei più composti e di difficile apprestamento (1). Di altro fanciullo rapito dall'onde, tratto a fatica dopo lunghe ricerche dal profondo del mare, e nondimeno redivivo sotto muovimento rotante il suo corpo, parla per altrui autorità il grande Morgagni (2); e Zacchia (3) riferendo il ravvivamento di giovane uomo stato per una intera ora sommerso, aggiunse non doversi tal fatto annoverare tra gli eventi miracolosi, e nè manco tra quelli che degnissimi si reputano di somma ammirazione. Molte poi sono le avverate storie di risorgimenti spontanei anche dopo due giorni di morte apparente, per modo che il Manni, ultimo italiano scrittore sulle asfissie, non dubitò ritenere, che possa fino dopo 48 ore

(1) Omodei, *Annali*, Vol. XLIV. Ottobre 1827.

(2) *Epist. Anat. Med.* Vol. XIX. Art. 43.

(3) *Quaest. med.-leg.* Vol. III. Cons. 79. N.° 11.

rianimarsi un sommerso, e debba quindi venire assistito e soccorso (1). La quale opinione, comechè più figlia di un sentimento di umanità, di quello sia dettata dalla conoscenza della natura umana e della diversità che passa tra le morti apparenti preparate dall'interno stato degli organi e quelle indotte improvviso da violente cagioni, non è a parer mio da ritenersi quale fermo ed indubitato principio. Bensì dovrebbe innalzarsi a legge universale l'avviso di Marc, dietro cui modellaronsi le istruzioni pubblicate in riva alla Senna (2), vale a dire, che quanti non restano per più di dodici ore sott'acqua, giammai non sono da abbandonarsi, ma pietosamente da assistere con ogni specie di ajuto. Di fatto leggiamo pure in Morgagni (3) il caso di uomo, che giacque per metà circa di un giorno sott'acqua, e mercè il solo irritamento delle narici con vapore ammoniaco venne in breve ricondotto a vita novella.

Così stando adunque, o Signori, le cose, donde mai avvenne che un solo sommerso ravvivato felicemente ne' sette lustri di questo secolo non siasi contato fra noi? Forse più non valeva l'autorità di quei caldi zelatori della causa de' morti in apparenza Alessandro, Benedetto, Codronchj, Fabricio, Ildano, Foresto, Bartolino, Senerto (4)? Non erano qui giunte le voci dello Sguario (5) e del Vicentini (6) a bandire il risuscitamento possibile degli annegati? Luminosi esempi non ne aveva narrato da queste cattedre il grande Morgagni (7)? E non fu Padova, al dire di Frank (8), fra le prime Italiane città, che pubblicarono scritti e popolari istruzioni sul modo migliore di soccorrere a quegl'infelici?

Sì lieti in vero furono gli auspizi coi quali noi entrammo, in quegli anni, in cui Amburgo (9) e Venezia (10) si erano fatte modello agli stati Europei nel

(1) *Manuale Pratico per la cura degli apparentemente morti.* Firenze 1834, pag. 57.

(2) Omodei, Vol. LI. Luglio 1829.

(3) Loc. cit. Art. 44.

(4) Alberti. *Prax. med. extemp.* Cas. VII. pag. 994.

(5) *Dissertazione sopra il resuscitare gli annegati.* Venezia 1763.

(6) *Memoria intorno al metodo di soccorrere i sommersi.* Venezia 1768.

(7) Loc. cit. Art. 43. e 44.

(8) *Medicinische Polizey. B. V.* Tübingen 1813, pag. 31.

(9) Amburgo nel 1762 e nel 1765 divulgò un ben concertato piano, e stabilì premii pel trattamento, il ricovero, e la ricuperazione dei pericolati nell'acqua.

(10) Nell'anno 1768 con *Terminazione* dei 4 Dicembre i *Sopravveditori* ed i *Provveditori* alla Sanità di Venezia ordinarono, che si prestasse assistenza ai sommersi, che i soccorritori felici fossero premiati, e che venisse stampata e diffusa, *perchè passi a lume universale* la Dissertazione del Vicentini citata alla nota 6 di questa pagina.

dettare piani pel salvamento dei pericolati nell'acque, in cui questo era desiderio comune, era meta a cui tendevano gli sforzi comuni (1). Ma mentre altrove per sì nobile scopo radunavansi società, mentre eccheggiavano all'intorno i nomi di Cogan ed Hawes, di Zarda, di Berthold, di Struve, di Czartoryski, di Pia (2), mentre tuttogiorno si scoprivano e qua e colà apparecchiavansi nuovi mezzi di ajuto, nuovi stromenti, presso di noi alle prime istituzioni nulla si aggiunse, e queste anzi ne' tempi di turbolenza e di guerra caddero in lagrimevole dimenticanza. Quindi negli ultimi cinque lustri fu d'uopo richiamare di nuovo la universale attenzione sul necessario soccorrimento degli asfissi e sommersi, e ripetutamente indicarne i più comuni e semplicissimi mezzi (3). Quindi con pubblici avvisi dannare più volte la fredda e stolta indolenza nel prestare ai caduti nel-

(1) Che anche fra noi dopo la pubblicazione della citata Terminazione del Veneto Magistrato di Sanità si avesse a cuore e si tentasse felicemente il ravvivamento dei sommersi lo provano gli Atti del Magistrato di Sanità di Padova conservati in questo Archivio Municipale, e da me consultati colla graziosa assistenza del benemerito riordinatore di esso Archivio l'Abate Arrigo Arrigoni socio della nostra Accademia. Da essi mi fu dato raccogliere: *a*) oltre il fatto già citato dal Prof. Maggioni avvenuto ai 3 Maggio 1769 a salvezza di certo Andrea Beffa e da quel Professore descritto in lettera diretta ai Provveditori del Magistrato; *b*) come il Chirurgo di Piove sig. Giovanni Rana ai 2 Febbrajo 1770 giugnesse a ravvivare Santa figlia di Giovanni Menin di Vigo di Rovea sotto Piove caduta in un acquedotto e dopo notabile spazio di tempo tratta di colà ed assistita, e fosse perciò, giusta Terminazione dei 23 Novembre 1770, premiato con quattro zecchini d'oro; *c*) come la assidua ed operosa assistenza per dieci ore continuata dal Medico e Chirurgo sig. Dott. Antonio Gasparini valesse a richiamare in vita ai 12 Giugno 1776 certa Maria Girotta sommersasi a caso nel fiumicello di Lova, e rimastavi per qualche spazio di tempo; *d*) come ai 18 Ottobre 1777 certo Giacomo Volpe tintore caduto nel Brenta *alle Albere* e dopo alcuni momenti tratto dalle acque ed abbandonato per morto venisse ricuperato da Germano Teodorovich; *e*) come la infante di 18 mesi Maria Giacomin di Domenico abitante a Torre caduta al 1 Maggio 1778 in fosso pieno di acqua dovesse la seconda sua vita al Padovano Chirurgo Giovanni Fabris accorso ad assisterla due ore dopo la di lei estrazione dall'acqua; *f*) e come il Dott. Paolo Pisani rappresentasse al Magistrato di Sanità il caso avvenuto ai 25 Luglio 1778 della sommersione e del ricuperamento dell'illustre sig. Conte Gaspare Gozzi, ed insieme le devote sue speranze a lode ed a premio. Esso in fatto ottenne una medaglia d'oro, siccome ebbe a riferirmi il Socio Attivo di questa Accademia Professor Gaspare Fedrigo.

(2) Frank, l. c. pag. 27 e 35.

(3) Ciò si fece cogli Avvisi 30 Dicembre 1808 della Deputazione Comunale di Sanità di Padova, e 5 Giugno 1822, N.° 1463 della Congregazione Municipale di questa Regia Città.

l'acqua assistenza attiva e sollecita (1). Quindi allestire ed in due punti della Città collocare apprestamenti con soffietti, con pannilani, con medicine e con altri mezzi moltiplici di soccorso (2). Tanto operavasi e sorgeva in noi la fiducia di aver tutto apprestato quanto bastasse a salvare gli sventurati, e la speranza pur ci arrideva di potere ravvivare in alcuno le nascoste scintille di vita. Folle fiducia! fallita speranza! Rinnovellansi casi di sommersione fatale; i miseri si abbandonano, od il loro salvamento tardi o malamente si tenta.

Si discorrano in fatto le dolenti storie dei nostri sommersi, e le molte cagioni fian note che il loro ricuperamento impedirono. Affollarsi di gente curiosa ed inerte, inutili grida, inutili pianti, pochi che coraggiosi si gettino in ajuto dei pericolanti nelle acque, pochi che scendano solleciti in cerca degli smarriti, un attendere dannoso la giustizia sul luogo, un imperito agitare de' corpi degl'infelici, i sommersi tratti solo in parte dall'onde e non tocchi, o capovolti rozzamente, o rotolati, o dopo breve sommersione innanzi tempo creduti estinti ed abbandonati barbaramente, ecco i tristissimi effetti di viltà, di ignoranza, di timori, di pregiudizi, che si presentano alle rive dei fiumi. Cerchi ricovero ai disgraziati? Molte porte ti si chiuderanno dinanzi. Domandi ajuto a trasportarneli altrove? Appena trovi chi non rifugga dal toccare uomo che ha di cadavere le sembianze. Vuoi dar di mano agli opportuni soccorsi? Ignorante turba ti ondeggia d'intorno, lenta a recare gli apprestati mezzi e stromenti, nell'usarli imperita, alla tua voce non obbediente, disordinata nell'agir suo, e in quella viziata atmosfera, in quella confusione, in quel tumulto nuovi ostacoli insorgono all'esito fortunato dei tuoi tentativi. Nè mancano altresì medici e chirurghi, i quali giacciono nella vituperosa ignoranza dei varii mezzi di ajuto, o tumultuariamente li impiegano, o male e poco avvedutamente compiono le manuali operazioni congiunte al loro uso, i quali nella direzione dei soccorsi non conoscono unità, non conformità di piano, i quali o per difetto di pietosa umanità o per diffidenza imperita o per timore delle popolari derisioni, dopo brev'ora intermettono quei sussidi che con istancabile zelo e paziente per-

(1) Vi si riferiscono l'Avviso 3 Marzo 1808 pubblicato dalla Commissione di Sanità del Dipartimento della Brenta, e la Circolare 16 Luglio 1816, N.° 1543 ai RR. Parrochi della Regia Città e del Circondario Comunale di Padova diramata dalla Congregazione Municipale.

(2) Veggasi il sopraccitato Avviso 30 Dicembre 1808 della Deputazione Comunale di Sanità, e l'Avviso della Congregazione Municipale della Regia Città di Padova colla data 2 Luglio 1825 e col N.° 4204.

severanza continuati tornano i più idonei a risolvere le varie specie di morte apparente. Che poi dirò di te, seguace degenere di Ippocrate, che freddo ed insensibile non accorri chiamato al soccorso, che vedi il sommerso appena estratto dall'onde e lo fuggi, che puoi salvarlo coll'arte tua e lo perdi abbandonandolo a mani straniere? Tu non hai l'anima temperata a virtù, a carità; tu sei indegno del grado che tieni, indegno dell'amore dei tuoi, indegno di questo cielo, di quest'aura stessa di vita.

Tali e tanti, o Signori, sono i deplorabili fatti, che provano ad evidenza essere insufficienti le misure prese da noi per assicurare soccorso e salvamento ai sommersi, e che imperiosamente domandano più attive cure, provvidenze meno fallaci. E per verità se vi ha cosa che spingere ci debba ad incontrare dispendi, a sostenere fatiche, ad esporci a perigli, ella si è al certo il ricuperamento di uomo, il quale per improvvisa e violenta cagione a tale stato è condotto, in cui diviene impotente natura, e che l'arte sola vale a combattere. Abbiasi pure per fermo che nella massima parte dei casi riescono vani i multiformi tentativi; ma rimarrà sempre la tranquillante soddisfazione di non avere mancato al più sacro dovere di umanità. Se poi da fausto evento sono coronate le nostre cure, e la residua vitalità riparata agli organi più riposti viene ricondotta ad animare le sospese funzioni, noi ci avviciniamo a quella Divinità, che con soffio animatore dà vita a tutti gli esseri organizzati. Dio buono! questo è il più bel giorno della mia vita, esclamava colle lagrime agli occhi l'imperatore Alessandro, quando alle rive della Wilna coll'ajuto del Dott. Wehly dopo tre ore di inutili sforzi giugneva a ravvivare un sommerso (1). Ma per vedere rinnovellati fra noi somiglianti trionfi, molto giova apprestare, molto operare.

Accrescere il numero dei nuotatori periti, segnare nei canali i punti più perigliosi al guado ed al nuoto, apparecchiare palischermi, reti ed ordigni a trarre i sommersi dal fondo dei fiumi, combattere i pregiudizi del volgo tardo e renitente al soccorso, a voce ed in iscritto, dalle cattedre e dagli altari diffondere piane istruzioni sul modo di prestare i primi ed ovvii sussidi, in molti punti della città disporre copiosa serie di mezzi e di stromenti idonei a rianimare gli asfissi, preparare numerosa schiera di soccorritori pronti, esercitati ed istrutti, aprire luoghi opportuni al ricovero, minacciare pene, stabilire premii e ricompense, allettare con onori, tanto fa d'uopo perchè ogni ordine di persone accorra coraggioso e sollecito al ricuperamento dei pericolati nelle ac-

(1) Il fatto accaduto nel 1806, venne riferito nel Giornale di Francfort, e può anche leggersi nella citata Opera del Manni alla pag. 195.

que, li raccolga pietoso, ed operoso e concorde li assista con tutte specie di ajuti (1).

Nè quivi, o Signori, vaghe proposte o misure vane ed inutili vado io noverando. Conobbe Amburgo, Strasburgo conobbe la verità del principio da universale esperienza omai confermato, che i salvamenti cioè dei sommersi procedono in ragione diretta della celerità con cui si passa al loro soccorso; e la sollecita recuperazione dei miseri venne con sì efficaci mezzi promossa, che nella prima città si traggono ogni anno vive dall'acqua più di quaranta persone (2), e gli abitanti di Strasburgo, tuttochè in numero eguale al nostro, videro in quindici anni raccogliersi cento e ventiquattro cittadini prima ancora che per la sommersione vestite avessero le sembianze di morte (3). Lamentossi ovunque la ignoranza del popolo; dissiparla ovunque si volle; ma più energicamente lo vollero fra gli Italiani i rettori di Modena, di Vicenza, di Mantova, di Firenze, e di Pisa, e la comandata distribuzione degli scritti di Gardane (4), di Tortosa (5), di Cajola (6), di Barzellotti (7), vi preparava gli animi a più facile intelligenza, a più fedele osservanza delle divulgatesi leggi. Taccio i novantaquattro ricoveri

(1) Dietro i cenni qui fattine si estesero le nozioni e proposte per un piano di apprestamento e di amministrazione dei soccorsi ai sommersi in Padova, le quali formano la Illustrazione II.

(2) Veggasi la nota 1 pag. 55.

(3) *Dictionnaire des sciences medicales art. Noyès par foderè.*

(4) Il Duca di Modena nel 1776 fece non solo tradurre in lingua italiana e diffondere l'Operetta del Gardane *sur les asphyxies*, ma altresì preparare e distribuire le cassette in cui contenevansi gli stromenti descritti da quel medico siccome necessari al soccorso. Frank, l. c. pag. 31.

(5) Nel 1806 dietro voto di quell'Uffizio di Sanità il Prefetto del Dipartimento del Bacchiglione ordinò che a cura e spese di esso Uffizio si stampassero le *Considerazioni sopra la morte apparente dei sommersi e degli asfitici e sopra i mezzi per ravvivarli*, scritte dal Protomedico Giuseppe Tortosa, e pubblicate in fatto in quell'anno a Vicenza.

(6) Veggasi la *Istruzione sulla morte apparente ec.* con note del Dott. Germano Cajola. Mantova 1809.

(7) Il Professore Giacomo Barzellotti nel 1806 proponeva al Governo Toscano quei mezzi e quelle norme, di cui si parla nella sua *Memoria per servire di avviso al popolo sulle asfissie ec.* pubblicata nel 1808 a Parma, e nel 1818 poi venne dal Magistrato della città di Pisa onorato di analogo incarico, e fu allora che si pubblicò la di lui Operetta, *Soccorsi più facili, pronti ed efficaci per ravvivare gli asfitici e liberare gli avvelenati.* Pisa 1819.

aperti in Londra a tutte sorti di asfissi (1): taccio i cinquanta edifizi che sorgono alle rive della Senna (2); taccio i trenta apparati con macchine, con soffietti distribuiti nella Capitale del nostro Impero (3). De' tuoi provvedimenti non parlo, o Marsiglia, con cui in due lustri raccoglievi cento e diciannove sommersi, e settantatre ne salvavi (4); nè de' tuoi, o Praga, che a buon diritto ti vanti di avere in diciotto anni ravvivato cento cinquantasette infelici (5); e di quelli pur anco non parlo, mercè di cui la città prima di Olanda nel labirinto de' suoi canali, nel movimento continuo di que' laboriosi abitanti, nelle fitte nebbie che ne ingombrano l'atmosfera, si eresse meritamente a modello del mondo intero (6). A noi sta seguire da lungi soltanto esempi sì luminosi; a noi convengono le glorie modeste de' Duchi, delle case di Sassonia e di Anhalt; a Weimar non è molto si ergeva ampio asilo a ricoverare ed assistere i morti apparentemente (7); pel soccorso di questi nove apprestamenti ponevansi fra gli abitanti di Anhalt-Bernburg (8). Nè fia che manchino premii ai primi soccorritori, ai salvatori felici, o ricompense a chiunque o rimane negli averi suoi danneggiato, o senza effetto bensì, ma colla voluta perseveranza continua gli opportuni tentativi di

(1) Questa notizia risguarda il 1829; e probabilmente da questa epoca in poi si sarà accresciuto il numero dei ricoveri. Horn. *Reise durch Deutscland, Ungarn, Holland, Italien, Frankreich, Grossbritannien und Irland.* Vol. III. Berlino 1832, pag. 232.

(2) Henke. *Zeitscrift für die Staatsarzneikunde. X. Ergänzungsheft.* Erlangen 1829, pag. 325.

(3) Bernt. *Vorlesungen über die Rettungsmittel beym Scheintode und in plötzlichen Lebensgefahren.* Wien 1819, pag. 17. Anche in Venezia si distribuirono per la città, non è molto, ventiquattro macchine per soccorrere i sommersi, siccome apparisce dall'Avviso pubblicato da quella Congregazione Municipale in data 1.° Febbrajo 1831 col N.° 314 e 118; e si diramò un'Appendice alla *Istruzione popolare sui soccorsi degli asfitici ed avvelenati* pubblicata a quell'epoca dall'Eccelso I. R. Governo di Venezia.

(4) Ciò fu dall'anno 1808 al 1818. *Dictionn. des Sciences medic. art. Noyès.*

(5) Nel 26 Luglio 1810 anniversario della morte dell'Howard della Germania Conte Berchtold, la Società umana di Praga in una Adunanza annunziava fra gli altri questo suo vanto. Kopp. *Jahrbuch der Staatsarzneikunde vol. IV. Frankf. am* Main 1811, p. 287.

(6) Bernt, Opera citata, pag. 11, e la nota 1 alla pag. 54.

(7) Weimar città Capitale del Granducato di Sassonia-Weimar conta 10,000 abitanti: lo stabilimento vi fu aperto nel 1818 a cura della Granduchessa, e ne fu data la direzione suprema a quella riunione di Dame. Henke, Opera citata, VII. Ergänzungsheft, pag. 265.

(8) Ciò avvenne nel 1821, e gli apprestamenti fabbricati a Berlino vennero distribuiti ai nove baliaggi del Ducato, la popolazione assoluta del quale ascende a 38,000 abitanti. Henke, loc. cit.

ajuto. Quella Cosacca che in istato di gravidanza si lanciò coraggiosa nel fiume Don a trarne vivo un fanciullo, venne dal Monarca di Russia generosamente remunerata e con onori e privilegi distinta (1); e meritevole di egual sorte si rese quella Maddalena Pellerano, che al fioco lamento, all'incerto agitarsi di infelice pericolato obblia di esser madre, e, staccato dal seno l'allattante bambino, corre nel mare e lo salva (2). Copenaghen vide premiati in quattro anni ottantacinque ricuperatori di sommersi, e somme ingenti a sì nobile scopo tuttogiorno rivolgonsi dalle Commissioni di Sanità di Parigi, di Marsiglia, di Boulogne e dalle riunioni benefiche di Vienna, di Praga, di Lipsia, di Mosca, di Amburgo, di Londra (3). Ma il desiderio di onori e di gloria potentemente influendo sul cuore umano, varrà altresì ad animare i cittadini d'ogni condizione, di ogni stato, a quelle virtuose e magnanime azioni, che il salvamento assicurano degli annegati. Quindi se giova con una mano pesare sul capo di chi pone ostacoli al ricuperamento dei miseri, di chi nega loro asilo, di chi, dimentico de' suoi doveri, loro non presta soccorso, con l'altra si diffondano onorevoli testimonianze, si dividano allori, e sopra medaglie d'oro e d'argento i nomi dei generosi cittadini si tramandino alla più tarda posterità. Adottaronsi ovunque istituzioni sì belle, ovunque si videro per effetto di queste pubbliche lodi crescere le virtù, come crescono le piante alla rugiada del cielo.

E potremo adunque, o Signori, disconoscere più oltre la necessità e la convenienza di quei provvedimenti, che nati fra noi furono a più sicura salvezza dei sommersi in altri paesi e dall'altre nazioni migliorati ed estesi? E vorremo tuttavia appalesarci incerti e dubbiosi sui benefici effetti che da essi alla umanità ridondarono? E nella universale loro diffusione fra popoli inciviliti di Europa, d'Asia, d'America, non temeremo che su noi piombi la taccia di rozzezza, d'inu-

(1) L'Imperadore Nicolò le rimise una medaglia d'oro unitamente a mille rubli, ed inoltre decretò che se desse alla luce un maschio fosse allevato a spese della corona, e se femmina ricevesse dal tesoro una dote di mille rubli. Manni, Opera citata, pag. 196.

(2) Di questo fatto avvenuto agli 11 Maggio del corrente anno 1835, nel Comune di S. Margherita presso Genova parlarono le pubbliche Gazzette di quei giorni.

(3) I premii accennati si distribuirono a Copenaghen dal 1803 al 1807. In Amburgo dal 1794 al 1807 si dispensarono in premii 6890 marche, 18 medaglie d'oro e 29 di argento; e nel 1815 si stabilì un premio di 150 marche per chi salva un asfitico. La società umana di Londra dalla sua riunione nel 1774 fino al 1825 premiò 24,000 persone. In Sassonia nel solo anno 1807 si spesero 6,000 Th. onde premiare i salvatori dei sommersi. Vedi i citati giornali di Kopp e di Henke, e la pure citata opera sulle società ed istituzioni di beneficenza in Londra.

manità, di barbarie? Si freddo ed indifferente non appalesossi il popolo d'Amsterdam, che al vessillo della prima benefica società apertasi nel suo seno, seppe riparare colla pietosa sua attività ai danni dell'atmosfera e del suolo in cui vive. Cinque lustri erano appena trascorsi e mille pericolati eran salvi (1). Nè alla nobile impresa mancava Parigi. Alla voce del magnanimo Pia tale uno stabilimento sorgeva, e prosperava col pubblico e privato favore, che in sedici anni di novecento trentaquattro sommersi ben ottocento e tredici si conservavano in vita (2). E quel valido impulso, quell'ardor generoso perdurano ancora in que' petti gentili, per modo che Marc poteva non ha guari annunziare alla Francia dubbiosa, che ottenevansi risultati non diversi da quelli dei giorni di Pia, e stella meno propizia non risplendeva sulla gran capitale (3). Lunghe guerre, lunghe calamità non valsero a sciogliere interamente quella privata riunione che nacque col secolo a Copenaghen, e fuvvi di tanto bene ministra: di sua restaurazione nei tempi di pace si rallegrò Danimarca, e cento dieci petti per essa ben presto redenti benedirono alla sua attiva pietà (4). E potessi io tutte ricordare le glorie di Amburgo ne' venti anni primi di questo secolo, e degnamente parlare dei mille salvi perchè prontamente assistiti, e degli altri

(1) Nel 1767 parecchi giovani con alla testa Claudio Noortwyk dietro alcuni casi felici di ravvivamento determinarono i loro concittadini a fondare quella prima società privata pel soccorso dei sommersi ed asfitici. Bernt, Opera citata, pag. 11 e 12.

(2) Il Magistrato di Parigi eresse lo stabilimento nel 1772, e al 1778 ebbe quel notabile numero di sommersi salvati. *Dict. des scienc. med. art. Noyès.*

(3) Dal 1821 al 1826 si raccolsero in Parigi 1849 sommersi. Di questi soltanto 576 non erano rimasti sott'acqua più di dodici ore, e quindi secondo il principio di Marc poteano essere soccorsi. Dei 576 poi vennero restituiti in vita 430, risultamento che di poco si allontana dagli avuti da Pia. V. Omodei, *Annali,* Vol. LI. pel Luglio 1829. Nelle altre città della Francia, quantunque siansi introdotti provvedimenti simili a quelli di Parigi, non si ottengono eguali effetti benefici. A Strasburgo dal 1815 al 1818 di 314 sommersi appena se ne salvarono cinque. Nel 1818 a Besanzone non venne assistito alcuno dei 19 sommersi, ed a Lione di sei sommersi se ne salvò uno. A Marsiglia all'incontro, ove meglio si apparecchiano e si amministrano i soccorsi, dal 1808 al 1818 vennero ricuperati 73 individui asfitici fra 119. *Art. Noyès del Diction. des scienc. med.*

(4) La privata Società di Copenaghen cominciò ad attuarsi nel 1798; nel 1801 avea già salvato 43 persone; era presso ad estinguersi negli anni successivi di guerra, ma un avviso pubblicato nelle Gazzette bastò perchè le venisse fatto il dono di 2500 Th. del Reno, parte in danaro, parte in vesti ed in istromenti, e così ristabilitasi servì a ricuperare nel 1814 18 persone, nel 1815 19, e dai 3 Dicembre 1821 al primo di Aprile 1823 altre 63 persone. Vedi i più volte citati giornali di Kopp e di Henke.

a più centinaja chiamati a rivivere con opportuni soccorsi (1), e dei generosi premii dati ai recuperatori, e delle medaglie in oro ed argento distribuite, e delle ingegnose macchine, e de' nuovi apparati, e dello zelo vivissimo di que' cittadini, di que' medici, di que' Magistrati! Ma sovra ogni altra meravigliosa mi si presenta la società umana di Londra da potente Monarca protetta, da mille doviziosi a gara arricchita, sostenuta dall'opera concorde di medici valenti, di cittadini pietosi, per le divulgate istruzioni, per ogni genere di apparecchiati soccorsi, per l'esito costantemente felice di sue intraprese riverita e ammirata, collegata coll'onore di quella metropoli, coll'onore dell'intera nazione (2). Per essa si diffuse il generoso entusiasmo in tutta gran Brettagna ed Irlanda, e il bello esempio ben presto seguirono Bath, Leicester, Norwich, Lancaster, Schrewbury, Chatam, Cardiff, Cork, Dublino con molte maggiori e minori città di que' Regni. All'alta di lei rinomanza devono le loro società Calcutta e Madras, le devono Quebec e l'isola della Jamaica, le devono Boston, New-Jorch ed altri degli Stati Uniti di America. Dietro le luminose sue norme Berlino, Görlitz, Danzica, Stralsund, Annover, Lipsia, Boulogne, Pietroburgo, Nassau si affretta-

(1) Le notizie sparse nei detti Giornali di Kopp e di Henke possono raccogliersi nel seguente Quadro dei sommersi ed altri asfitici soccorsi in Amburgo.

Negli anni.	Mediante pronta assistenza.	Con mezzi chirurgici.	Inutilmente.
1800-5.	277.	86.	47.
1806-7.	28.	13.	5.
1807-8.	62.	32.	13.
1808-22.	460.	226.	82.
1822-24.	259.	67.	25.
	1086.	424.	172.

È da notarsi che negli anni 1813 e 14 il blocco della città impedì le benefiche operazioni dello Stabilimento. Veggasi anche la nota 3 pag. 53.

(2) La società umana di Londra dalla sua fondazione nel 1774 sino al 1825 salvò 7,000 persone. Ogni mezzo viene a sì nobile scopo da essa impiegato; lunga serie d'istromenti per la ricuperazione e pel soccorso degl'infelici, numerosi luoghi di ricovero, distribuzioni gratuite di un manuale contenente le relative istruzioni sul modo di soccorrere, premii, ricompense, onori ec. Il suo manuale venne tradotto nelle lingue persiana, naghurese e chinese e così diffuso ai possedimenti della compagnia delle Indie. Si consultino in proposito il *Viaggio a Parigi e per una gran parte dell'Inghilterra e della Scozia* di Giuseppe Frank (tradotto dal Tedesco. Milano 1813, Vol. II.) e le due citate Opere *Delle società ec. di Londra*, ed *Horn's Reise etc.*

rono tutte a fondare analoghe benefiche istituzioni (1). Qual meraviglia pertanto se la gloria di lei sì alto suona d'intorno? Se Londra ne va superba, se ne esulta Inghilterra? E perchè non poss'io trasportarmi colà coi più freddi ed indolenti fra noi, nel giorno glorioso, che annualmente ricorre, in cui a solenne banchetto la società tutta radunasi, le recenti sue gesta si celebrano, e la schiera numerosa dei rianimati per di lei cura in ordine lungo si aggira per quelle contrade, e lagrime di gioja spargendo, e fiori gettando all'intorno canta con lodi i fortunati suoi liberatori? A quella giusta esultanza, a quel pianto, a quelle lodi, a quei canti, vedrei al certo schiudersi i duri cuori, stendersi le destre commosse, e giurare, *la causa dell'umanità fia per noi vendicata e redenta.*

(1) Non vuolsi tacere, essere alcuni di avviso, che troppo scarso sia il numero degli abitanti di Padova perchè convenga incontrare notabili spese e disporre molteplici mezzi di ajuto pei sommersi e per gli altri asfitici. Ad imporre silenzio a costoro potrei qui addurre il Quadro di quelle Città di Europa, di Asia e di America, le quali hanno riunioni pubbliche o private o notabili stabilimenti pel soccorso dei sommersi od altri asfitici colle rispettive loro popolazioni. Basterà tuttavia fare conoscere, che fra 80 città, isole e borgate, i cui nomi mi si presentarono leggendo le opere citate superiormente, 50 hanno una popolazione minore di quella di Padova, la quale d'altronde è da annoverarsi fra le città di terraferma le più circondate ed intersecate da canali e da fosse ricche di acqua.

ILLUSTRAZIONE I.

Sommersi morti nella Regia Città di Padova dall'anno 1825 *al* 1834 *inclusivamente.*

Dalle Tabelle dei morti nel decennio si raccolgono i seguenti nomi:

1. Serravilla Francesco di anni 11, alle ore 9 antimeridiane de' 4 Giugno 1825 affogatosi accidentalmente nel canale detto di S. Giorgio.
2. Segato Pietro d'anni 7, ai 14 Luglio 1825 caduto dalle mura di Porciglia, ed annegatosi nel canale scorrentevi ai piedi di esse.
3. Villa Teresa d'anni 52, alle ore 5 antimeridiane dei 10 Agosto 1825 tratta morta dal canale detto delle Acquette.
4. Porta Giovanni d'anni 26, alle 7 antimeridiane del 9 Settembre rinvenuto annegato nel canale del Portelletto al Ponte Altinate.
5. Giubileo Angelo celibe, d'anni 25, agli 8 Marzo 1826 affogatosi in un pozzo.
6. Bisello Girolamo d'anni 38, ammogliato, alle 4 pomeridiane del 9 Giugno 1826 sommersosi in un canale interno, e trovato alle 7 pomeridiane del 15 detto presso le Porte Contarine.
7. Facchinello Michele mugnajo, celibe, d'anni 38, alle ore 7 pomeridiane del 12 Giugno 1826 caduto nell'acque mentre pescava nel canale del Ponte dei molini, e scoperto cadavere alle 5 pomeridiane del giorno appresso.
8. Castellan Gaetano d'anni 7, precipitato accidentalmente in un pozzo ai 13 Giugno 1826.
9. Pavan Andrea d'anni 26, ammogliato, alle 9 pomeridiane del 20 Luglio 1826, rinvenuto annegato nel canale di Ponte Corvo.
10. B..... M..... Usciere..... d'anni 70 circa, alle 4 pomeridiane del 25 Novembre 1826 trovato sommerso nel canale delle Acquette.
11. Longa Rosa d'anni 27, alle 11 antimeridiane dei 28 Aprile 1827, mentre lavava nel canale dirimpetto alla chiesa di S. Luca, e voleva salvarsi dalle offese d'indomito cavallo, caduta nell'acqua, e peritavi.
12. Canale Gio. Battista d'anni 32, alle 7 pomeridiane del 26 Aprile 1827 sdrucciolato giù per l'argine della Riviera di S. Benedetto nel fiume, e da questo tratto cadavere ai due del susseguente Maggio.
13. Zadra Giacomo d'anni 7, alle 3 antimeridiane dei 15 Giugno 1827 rinvenuto annegato presso la ruota dei Conciapelli ai Carmini.
14. Levorato Gio. Battista d'anni 19, muratore, ai 3 Luglio 1827 perito nella latrina della casa al N.° 4037 in Borgo Giudeo, mentre vi lavorava.
15. Prai Gio. Battista d'anni 16, annegatosi tre giorni innanzi, si trovò ai 5 Luglio 1827 nella steccaja presso le Porte Contarine.

16. N. N., ai 2 Luglio 1827 ritrovato cadavere già in parte putrefatto presso la steccaja dei Conciapelli.

17. Meruzzo Luigi d'anni 11, alle 11 antimeridiane degli 8 Settembre 1827 caduto nel canale di S. Benedetto, e ripescato cadavere alle 6 pomeridiane del 12 detto presso il Molino al N.° 1261.

18. Giovanni C....., nativo della Slesia, militare, alle 5 della mattina del 4 Novembre 1827 sommersosi presso il Ponte di S. Giovanni, e comparso a galla sopra l'acqua alle 2 pomeridiane del 12 dello stesso mese presso il Molino al N.° 3956.

19. Fiorini Carlo d'anni 21, Studente Tirolese, ai 20 Giugno 1828 accidentalmente annegatosi mentre si lavava nella Brenta presso le mura vecchie di S. Pietro.

20. Ruzante Vincenzo d'anni 50, ai 28 Maggio 1829 affogatosi nel canale delle Acquette.

21. Fagia Vincenzo villico, celibe, d'anni 20, ai 15 Luglio 1829 arrestatosi già cadavere alle Porte Contarine.

22. Lana Michele d'anni 51, sommerso da qualche giorno, e ripescato alle ore 10 della mattina del 6 Ottobre 1829 nella riviera di S. Matteo.

23. Domenica N..... di anni 50, ai 7 Ottobre 1829 rinvenuta annegata al Ponte dei Molini.

24. Bordignon Francesco d'anni 30, ai 20 Dicembre 1829 scoperto affogato nel fosso dietro la chiesa degli Ognissanti.

25. Felice R..... d'anni 62, ai 13 Ottobre 1830 ritrovato morto nel canale del Prato della Valle.

26. B..... Antonio d'anni 50, alle 6 pomeridiane del 7 Novembre 1830 annegatosi sotto la Parrocchia degli Eremitani.

27. Bossetta Angela d'anni 24, domestica, alle otto della mattina dei 28 Giugno 1831 accidentalmente affogatasi nel pozzo di casa Leali.

28. L. Ignazio negoziante, d'anni 30, alle 10 antimeridiane del 25 Dicembre 1831 sommerso e trovato nel renajo presso l'Orto dei Semplici.

29. Pietrobon Natalina d'anni 16, alla mattina del 14 Giugno 1832 rinvenuta morta nel canale presso il Ponte dei Molini.

30. N..... N..... Nobile d'anni 50, alle una dei 16 Settembre 1832 ripescato cadavere presso il Ponte dei Molini.

31. Gambaran Tommaso muratore d'anni 72, alle ore 7 de' 28 Gennajo 1833 scoperto annegato presso il Ponte delle Torricelle.

32. Pulito Giovanni d'anni 34, alle 11 antimeridiane del 17 Maggio 1833 ritrovato morto nell'acqua del fosso posto fra le steccaje di S. Massimo e la Porta del Portello.

33. Patrian Domenico di anni 31, fabbro, caduto in un pozzo ad un'ora del 20 Maggio 1833.

34. Casini Fioravante d'anni 18, vetturale, alle 5 antimeridiane del 27 Giugno 1833 annegatosi presso il Ponte della Punta.

35. Zagolin Vincenzo d'anni 38, facchino, ai 16 Luglio 1833 sommersosi accidentalmente e morto in un fosso sotto la Parrocchia di S. Maria del Carmine.

36. Candian Domenico d'anni 11, falegname, ritrovato morto alle 3 pomeridiane del 20 Luglio 1833 nel canale dirimpetto alla chiesa di S. Luca.

37. L..... Isacco commerciante, d'anni 34, smarritosi ai 3 Ottobre 1833, e rinvenuto agli 11 detto nel Brenta presso alla Punta.

38. T..... G..... sensale di cavalli, d'anni 28, e

39. C..... G..... d'anni 25, rinvenuti annegati presso le Porte Contarine alla mattina degli 11 Maggio 1834.

40. De Rosa Teresa d'anni 11, alle 3 pomeridiane del 1.° Giugno 1834, mentre lavava pannolini nel fiume presso il Ponte della Stua, sommersasi e morta, benchè prontamente assistita.

41. Campo Antonio d'anni 6, alle 4 pomeridiane del 30 Luglio 1834 ritrovato nel fiume presso le Porte Contarine parecchi giorni dopo che mancava di casa sua.

42. T..... R..... B. mercatantessa ebrea, d'anni 55, agli 11 Agosto 1834 scoperta affogata presso il Ponte dei molini.

Quindi i sommersi morti furono

Nel 1825	N.°	4
26	»	6
27	»	8
28	»	1
29	»	5
30	»	2
31	»	2
32	»	2
33	»	7
34	»	6
Totale	N.°	42

Dai 6 agli 11 anni di età	N.°	8
16 » 21	»	6
24 » 28	»	7
31 » 39	»	9
50 » 55	»	7
62 » 72	»	3
di età ignota	»	2
Totale	N.°	42

Nei mesi di Gennajo	N.°	1
Febbrajo	»	–
Marzo	»	1
Aprile	»	2
Maggio	»	5
Giugno	»	11
Luglio	»	8
Agosto	»	2
Settembre	»	3
Ottobre	»	4
Novembre	»	3
Dicembre	»	2
Totale	N.°	42

Di sesso maschile	N.°	34
femminino	»	8
Totale	N.°	42

Si osservi che nel decennio non si rinnovarono quelle inondazioni sì frequenti per l'addietro entro le mura stesse della città, che fra i 42 sommersi non si comprendono quelli, i cui cadaveri trasportati dalla corrente si perdono o vengono a galla sull'acqua fuori della città, siccome avvenne ad uno fra quattro sommersi avutisi omai nella prima metà di quest'anno 1835; e che apparecchiati una volta i soccorsi pei cittadini potrebbero tornare utili anche a quelli, che pericolassero in alcuno dei molti canali in vicinanza di Padova.

ILLUSTRAZIONE II.

Nozioni e proposte per un Piano di apprestamento e di amministrazione dei soccorsi ai sommersi in Padova.

Quando io stava ordinando queste nozioni, che senza la comune approvazione possono tornare vane ed inutili, non mi sfuggiva aver io dovuto prima indagare, se Padova fosse disposta ad adottare provvedimento alcuno, affinchè alle intenzioni sue si uniformassero le mie proposizioni. Due cose però mi determinarono ad estendere un Progetto, che da taluni verrà forse risguardato come chimerico e sempre poi potrà assai difficilmente essere attuato in tutta la sua estensione; la necessità cioè che siano portati a cognizione di ognuno quei mezzi di soccorso che la scienza e l'arte possiedono, affinchè meglio si riconosca la convenienza di applicarli ai nostri bisogni e si deliberi sul loro appresto, e la speranza altresì che fra i miei concittadini vi abbiano dei Filantropi, i quali vogliano seguire il generoso esempio di Berchtold, di Durassow e di Melgunow, di cui il primo col dono di 2,000 fiorini cooperò alla fondazione degli analoghi stabilimenti in Vienna (Bernt, Opera cit. pag. 21) ed i secondi contarono 12,000 rubli affinchè a Mosca si ponessero tosto e grandiosamente ad effetto quelle provvidenze, che al principio di questo secolo si andavano a poco a poco colà introducendo a salvezza di quei sommersi ed asfitici. (Frank, Opera cit. p. 31.) Nella serie adunque non picciola dei provvedimenti che ora sono per indicare, ravvisino gli indifferenti il voto della scienza e della umanità, e quelli di animo generoso e gentile veggano loro offerto un mezzo ad essere utili altrui, ad acquistarsi nome di pietosi e benefici.

Quadruplice è lo scopo a cui devono tendere in Padova, siccome in pressochè tutti gli altri luoghi, i provvedimenti di cui si parla; cioè 1.° a prevenire le sommersioni accidentali di gran lunga più frequenti delle deliberate; 2.° a ricuperare al più presto possibile i sommersi; 3.° a soccorrerli tosto e convenientemente; 4.° a premiare ed a ricompensare chi coopera al ricuperamento e al soccorso. Quindi le proposizioni sarebbero le seguenti.

Si alzino argini od altri parapetti alle rive più erte ed irregolari e tuttavia aperte (dal Ponte di S. Agostino sino a S. Leonardo a destra del Brenta, alle Porte Contarine ed al guado pegli animali che vi sta dappresso, al canale dirimpetto alla Chiesa di S. Luca, a quello delle Acquette dietro la Chiesa della B. V. del Torresino ec.) siccome ai ponti frequentati ed ancora male difesi (del Portelletto, dell'Isola del Prato della Valle). Sulla riviera di S. Giorgio dopo che venne in simile guisa custodita non si hanno più quei casi di annegamento, che sì spesso deploravansi molti anni addietro.

Si istituiscano una scuola del nuoto, ed uno stabilimento di bagni pubblici gratuiti ad acqua corrente sotto padiglioni galleggianti. Da queste misure, d'altronde

non molto dispendiose, si avrebbe il triplice vantaggio di poter vietare e severamente punire la riprovevole costumanza di bagnarsi e nuotare in tutti i canali della città con sì frequente pericolo e danno degli inesperti e con offesa della decenza, di esercitarvi la più attiva sorveglianza a prevenire le sommersioni ed a soccorrere prontamente i pericolati, di diminuire di gran lunga il numero dei nuotatori imperiti, ed accrescere all' incontro quello dei soccorritori coraggiosi e pronti.

Si pongano palanche con gli opportuni avvisi ne' punti pericolosi dei canali della città, e con simili palanche pure si limitino le località in cui gli animali sono da abbeverarsi e da condursi al guado.

Si sorveglino i fanciulli ed i giovanetti perchè non si arrestino a trastullare sugli argini ed alle rive dei fiumi, e loro si vieti di recarsi soli sopra battelli alla pesca o a diporto.

Si apparecchino mezzi sufficienti pel più sollecito ricuperamento dei pericolati. Al momento dell'accidente possono servire

a) La fune a gettarsi di Miller (*corde missive de Miller*) la quale dalla riva si può lanciare a notabile distanza nel fiume affinchè vi si attacchi il sommerso tuttora muoventesi (si vede delineata negli *Annales d'Hygiene publ.* Vol. XIII. Planc. III. fig. 9.)

b) La corda o cinghia di sicurezza pure di Miller (*sangle à suretè de Miller*) con cui si circonda il corpo di chi si getta nell' acqua in soccorso del sommerso. (Planc. III. fig. 10. del citato volume degli *Annales etc.*)

c) La macchina nuotatoria di Luedgendorf, che dalla I. R. Polizia di Vienna venne collocata in tutti i serbatoj de' mezzi di soccorso posti alle sponde del Danubio, e della quale si potrebbe fare arrivare un modello dalla capitale.

d) La *Rouanette* o macchina nuotatoria di Rouan, la quale è di lamiera di ferro, ha la figura di due coni allungati in forma di fuso, e strettamente uniti fra loro, si lega sotto le spalle, e fa che si possa stare senza pericolo al di sopra dell' acque, quand'anche si porti un carico (*Revue Encyclop.* Avril. 1823).

Per ricercare e pescare il corpo del sommerso giovano

e) Il battello di salvezza, che deve essere molto leggero, ed avere spazio bastante per due rematori a due o quattro remi ed un sedile pel sommerso disposto in guisa che esso vi possa giacere a gambe distese e col capo molto alto sopra una impannata coperta di tela fittissima e con due appoggi ai lati, perchè il corpo non cada sotto i varii movimenti del battello medesimo.

f) Un cercatore di ferro a quattro uncini bottonati e ricurvi ed adattabile ad una pertica la cui lunghezza corrisponda all' altezza dell' acqua. (Pl. II. fig. 6. nei citati *Annales etc.*)

g) La rete di Miller premiata con medaglia d'oro dalla Società delle arti di Londra, e delineata alla fig. 7. ed 8. della Pl. III. negli *Annales d'Hygiene etc.*

N. B. Non si parla del cercatore e della tanaglia di Braasch che si adottarono dalla società di Amburgo perchè si trovò in fatto che non corrispondono, mentre

non si giunge col primo a riconoscere la posizione del corpo del sommerso, e colla seconda ad afferrarlo nel modo e nel luogo prescritto per non nuocergli.

Gli accennati stromenti ed ordigni non trovando ovunque egualmente opportuna applicazione, quelli segnati *a b* sarebbero a distribuirsi lungo i varii canali presso gli abitanti di case a non grande distanza tra loro, quelli sub *c d g* converrebbero nei canali per cui non passano barche e battelli, siccome nei canali delle Acquette, del Prato della Valle, presso l'Orto dei Semplici ec., e quelli sub *e f* si collocherebbero presso i Molini, al Portello, alla porta Saracinesca ed in altri punti più frequentati dei canali navigabili, e dove vi hanno persone che sanno maneggiare il remo.

Si rendano note le vigenti disposizioni sul pronto soccorso da prestarsi ai sommersi ed altri asfitici, combattendo in pari tempo il pregiudizio popolare sulla necessità di attendere l'arrivo della giustizia sul luogo, e sulla inutilità dei soccorsi prestati alquanto tempo dopo il triste accidente.

Si stampino e si diffondano gratuitamente brevi e piane istruzioni sul modo migliore e più ovvio di soccorrere ai pericolati anche prima che arrivi persona dell'arte.

Si obblighino ad intervenire alle lezioni, che durante i mesi d'inverno nelle Domeniche si danno nella I. R. Università sopra i mezzi di soccorso per gli asfitici, tutte quelle persone le quali per la loro professione, per le ordinarie loro occupazioni e doverose faccende possono essere a più presto e vicino contatto coi sommersi e cogli altri asfitici, siccome sono gli ispettori sanitarii, i nonzoli e becchini, il corpo dei pompieri, i barcajuoli, i mugnai ec.

Si aprano in punti diversi e tra di loro lontani della città degli asili a ricoverarvi ed assistervi i sommersi, dietro il principio ammesso da persone sperimentate, che cioè generalmente parlando torna cosa migliore il trasportare l'asfitico dal luogo dell'accidente a quello in cui si trova l'apparecchio dei soccorsi, di quello sia portar questo ove giace l'infelice, perchè minore è la perdita di tempo, non è facile cosa il rinvenire una opportuna località alla riva del fiume od in vicinanza, gli stromenti col trasporto si perdono e si guastano, ed alcuni mezzi di soccorso non si possono trasportare. Il principale asilo potrebbe porsi in quel lato del Palazzo della Regia Delegazione, che guarda la riviera di S. Giorgio, ed altri cinque ne sarebbero a collocarsi presso gli Spedali civico e dei Fate bene fratelli, la Casa di Ricovero, e le locande all'insegna del Sole (posteriormente) e del Principe Carlo. Pel primo si richiederebbero quattro stanze, e la custodia di esso si darebbe alle I. R. Guardie di Polizia che vi risiedono sempre. Per gli altri sotto la sorveglianza dei Direttori dei Pii Stabilimenti e delle locande basterebbero due stanze perchè le cucine delle case potrebbero somministrare molti mezzi di somma necessità.

Si preparino e si distribuiscano mezzi opportuni al trasporto, i quali servire potrebbero altresì ai malati, ai feriti da portarsi negli Spedali. Tale sarebbe la barella (branchard) di Marc migliorata da Daujeon, che al duplice scopo venne adottata a Parigi dal Prefetto di Polizia e dalla Amministrazione di quegli Spedali, ed ha il

vantaggio che chiusa occupa piccolo spazio, e potrebbe appendersi nei magazzeni delle farmacie, nelle sagrestie ec. Essa vedesi alle fig. 18. e 19. della Pl. VII. dei più volte ricordati *Annales d'Hygiene etc.*

Si provveggano essi luoghi di ricovero degli utensili necessarii e degli stromenti raccomandati pel soccorso degli asfitici. Sono questi:

1. Un letto mobile sopra ruote, doppio, con quattro coperte di lana e più pannilani.

2. Una tavola fissa per collocarvi sopra paglericcio o materasso l'asfitico e praticargli le fregagioni.

3. Una stuffa portatile per riscaldare panni di lana e di lino.

4. La macchina di Arveo migliorata da Braasch per riscaldare il corpo tutto del sommerso (Tav. IV. fig 13. dell'Opera citata del Bernt).

5. Spazzole — guanti — pannilani per le fregagioni.

6. Spazzole per pulire le fauci — tanaglie di acciajo a varia curva per estrarre corpi dall'esofago — bastoncini di balena con pezzetto di spugna ad una loro estremità per ispignere all'ingiù nel ventricolo i corpi arrestatisi profondamente nell'esofago stesso.

7. Lo stromento di Le Roy d'Etiolles per guidare una cannuccia sino all'apertura della glottide (Vedine la figura negli Annali di Omodei per l'Ottobre 1827) ed un tracheotomo ordinario, l'apertura della cui cannella però sia fatta in guisa che vi si possa strettamente adattare una cannuccia elastica da unirsi alle varie macchine per la insufflazione artifiziale.

8. Il gastro-sotero od antlio-sciringa doppia del nobile sig. Marsilio Papafava di Padova da fabbricarsi sotto la direzione dell'inventore; ed in mancanza di essa il doppio soffietto di Hunter migliorato dal Prof. Configliacchi di Pavia o da Le Roy di Etiolles (Ved. il citato volume degli Annali di Omodei), unitamente alla sciringa di Kopp (Kopp, *Jahrbücher der Staatsarzneykunde*, Vol. III.) per operare la estrazione della spuma e di liquidi dalle vie aeree.

9. Due schizzatoj uno pei clisterii ordinarii, l'altro per quelli di fumo di tabacco dietro il modello che si conserva presso questa I. R. Università.

10. Cannuccie elastiche di vario diametro e di diversa lunghezza adattabili alla macchina del Papafava, al soffietto doppio, alla sciringa di Kopp, ed allo schizzatojo pei clisteri di fumo di tabacco.

11. Lancette — bistouri — forbici rette e curve — aghi per l'acopuntura — aghi retti e curvi — un tourniquet — cucchiaj di varia grandezza, — fascie — compresse — tele — spugne — filo — barbe di penne od altri mezzi per vellicare le narici e le fauci.

12. Dieci ampolle chiuse a smeriglio e contenenti sotto opportune indicazioni ammoniaca; aceto radicale, liquore anodino, etere solforico, tinture di castoreo e di cinnamomo, spirito canforato, pietra infernale, aceto semplice, olio — e dieci vasi

bene chiusi e contrassegnati con foglie di tabacco e di senna, fiori di camomilla e di sambuco, specie aromatiche, agarico, allume sì usto che crudo, farina di senape, impiastro di cantaridi, cerotto diachilon colle gomme disteso in tela e da distendersi.

13. Macchinetta per accendere il lume con candela e con ceralacca — fornello a spirito di vino con recipienti per riscaldare liquidi.

14. Pila Galvanica a truogolo, il Galvanodesmo di Struve, una Pila elementare portatile (Vedi Manni, Opera cit. Tav. II. IV. e V.).

15. Serbatoj con gas ossigeno, ed apparati opportuni per porli in comunicazione colla macchina di Papafava e col soffietto doppio.

Si dispongano altresì negli asili accennati ed in altri punti della Città, siccome al Palazzo Municipale, presso l'I. R. Commissariato di Polizia, alle Farmacie in Borgo S. Croce, al Ponte Altinate e di S. Maria in Vanzo, al Caffè fuori della Porta del Portello delle cassette portatili, ove si racchiudano in numero sufficiente e bene disposti gli stromenti e mezzi indicati ai N. 5. 6. 7. 8. (meno la macchina del Papafava) 9. 10. 11. 12. e 13., ed in ognuna di esse cassette, oltre la indicazione delle cose contenutevi, siavi descritto brevemente il modo ed il momento da usarle.

Si obblighino gli abitanti tutti della Città, ed in ispeciale modo i fornaj per la stuffa sì spesso opportuna, gli osti ed i locandieri, ad accogliere nelle loro case i pericolati, ed a somministrare quei comuni ed ovvii mezzi di soccorso che sono in loro potere, e si determinino le punizioni di chi si rifiuta dal farlo; ma in pari tempo si assicuri il pubblico che saranno risarciti i danni per ciò sofferti nella roba, nelle mobiglie ec., e si fissino all'uopo le misure di tale risarcimento.

Si obblighino indistintamente tutti i medici e chirurghi della città ad accorrere al primo invito e solleciti in soccorso dei pericolati, e si stabiliscano punizioni ai mancanti. (Veggasi l'Avviso del Magistrato Centrale di Sanità dei 12 Aprile 1805.)

Si stabiliscano premii per chi salva un sommerso, un pericolato in una fogna ec., avendo in ciò per norma i Regolamenti in corso, cioè la Circolare ai Prefetti 26 Giugno 1809, N.° 15478 — le Circolari dell'Eccelso I. R. Governo di Venezia 10 Agosto 1824, N.° 28948-2370, 30 Aprile 1826, N.° 15252-1247, 21 Maggio detto, N.° 18169-1476, 12 Ottobre 1827, N.° 37715-3143, ed il Decreto dello stesso Governo 22 Agosto 1828, N.° 30045-2600.

Si fissino le misure di premio e di ricompensa per chi primo accorre sul luogo cogli apparecchi soccorritori, per chi prontamente e convenientemente trasporta i sommersi al più vicino ricovero, per chi presta lunga ancorchè inutile assistenza ai sommersi ed altri asfitici onde richiamarli in vita.

Sianvi diplomi onorifici, medaglie, od altri segni di distinzione da dispensarsi a chi si fa ammirare per lo zelo nell'assistere, e per la felicità dei suoi tentativi a vantaggio dei sommersi ed altri asfitici.

Si promuova e si effettui la riunione di una società filantropica, la quale o da sè sola o separatamente si occupi di quanto rendesi necessario per la piena esecuzione

del piano che si fosse per adottare, o veramente cooperi in ciò colla Congregazione Municipale. Nel 1.° caso si richiederebbe che la società avesse fondi bastanti per supplire alle spese da incontrarsi per la stampa delle Istruzioni, per l'apprestamento e mantenimento degli asili, degli utensili, stromenti ed altri mezzi di soccorso, pei premii e per le ricompense dei soccorritori e dei danneggiati. Nel 2.° caso essa sarebbe il braccio attivo della Congregazione Municipale, affinchè gli adottati provvedimenti ottenessero i migliori effetti possibili. In amendue i casi la vigilanza della società dovrebbe far sì, che regolarmente si stabiliscano e procedano le misure dirette a prevenire le sommersioni accidentali, che siano universalmente noti i doveri dei cittadini pel reciproco soccorso, che gli obbligati intervengano alle popolari istruzioni, che le istruzioni a stampa siano diffuse ed affisse dove fa di bisogno, che i luoghi di ricovero e gli utensili e mezzi di soccorso apparecchiati si mantengano sempre in buono stato ed ordine, e siano i secondi accresciuti di quelli che in progresso si proponessero allo scopo che si contempla, che i soccorsi vengano prestati in qualsisia circostanza nel modo il più opportuno, e che non si lasci di punire i mancanti, di premiare i meritevoli, e di risarcire i danneggiati. Vuolsi altresì notare, come riunita una volta tale società, la Congregazione Municipale, dopo avere incontrate le prime e maggiori spese per porre in attività i proposti provvedimenti, potrebbe rimettere il tutto nelle mani di essa da dichiararsi garante pel successivo mantenimento e per gli ulteriori progressi della benefica istituzione.

OSSERVAZIONI

DELLE COMETE APPARSE NEGLI ANNI 1830-1831-1832, FATTE ALL'I. R. SPECOLA DI PADOVA, PRECEDUTE DA BREVI CENNI STORICI SULLA LORO SCOPERTA E SULLA LORO ORBITA

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA IL XXII GENNAJO MDCCCXXXIII E CONSEGNATA NEL SUCCESSIVO MARZO

DAL SOCIO ATTIVO

GIOVANNI SANTINI

Dopochè sul finire del 1828 scomparve la cometa periodica di Enke, della quale vi riferii la storia e le osservazioni, con tutti i particolari ad essa relativi, nella Memoria ch'ebbi altra volta l'onore di leggervi, dotti e cortesi Accademici, da voi gentilmente accolta nell'ultimo volume dei vostri *Saggi*, l'astronomo riposò dalle osservazioni delle comete; imperocchè può valutarsi per rara circostanza nella moderna Astronomia il trascorrere un intero anno senza la comparsa di taluno di questi nuovi ospiti. Tale fu in fatti l'anno 1829: in tanta copia di osservatori diligentissimi disseminati per tutta la colta Europa, a nessuno riuscì di scuoprire traccia di cometa. Sotto più lieti auspicii si presentò l'anno 1830. Il signor Gambard, celebre osservatore e calcolatore dell'Osservatorio di Marsiglia, degno successore all'instancabile Pons, di cui avemmo non ha guari a compiangere la perdita, scuoprì nella notte dai 20 ai 21 Aprile una cometa brillante e splendente, con nucleo ben determinato, nella costellazione del Cavallino, e ne diramò la notizia agli astronomi con una lettera circolare del giorno 22. Ricevuta appena una tale notizia, in compagnia dell'egregio mio collega signor Conti, nostro onorevole Presidente, ne feci la ricerca alla macchina paralattica la notte del 30 Aprile, e con somma facilità fu ritrovata verso 2^h dopo mezzanotte in una AR di 318.° 32′, ed in una declinazione boreale di 15°. 51′. Era allora molto luminosa; sosteneva l'illuminazione dei fili nel canocchiale della macchina a segno di potersi osservare eziandio col micrometro a fili sottili; aveva una picciola coda, ed il suo nucleo era abbastanza bene terminato: sebbene non apparisse subito ad occhio nudo, tuttavia

un occhio bene esercitato, e diretto al luogo da essa occupato, poteva a quell'epoca facilmente riconoscerla. Ben presto però s'indebolì a segno da non poter sostenere l'illuminazione dei fili, e fu necessario osservarla alle solite lamine metalliche destinate per gli astri più deboli. La serie delle nostre osservazioni termina col giorno 30 Giugno, alla qual epoca era divenuta in vero molto debole; tuttavia in Firenze il Padre Inghirami con un eccellente acromatico di Fraunhofer continuò ad osservarla per tutto il seguente Luglio, e fino ai 17 Agosto.

Il modo con cui si fecero le nostre osservazioni è quello stesso praticato per le anteriori comete, di cui qui per conseguenza non occorre far parola. Rammenteremo solo, che si ebbe sempre in mira di riferire la cometa a stelle ben conosciute e determinate, inserite nei cataloghi di Piazzi o di Bayly, affinchè non rimanessero nelle osservazioni altre incertezze, che quelle dipendenti dalla languida luce, ed irregolarità del nucleo della cometa. Le riduzioni poi delle osservazioni furono il più delle volte fatte dal signor Conti; nel che giova osservare, che si è avuto eziandio riguardo alla differenza delle rifrazioni medie, quando questa era sensibile.

Mediante le osservazioni 30 Aprile, 8 e 18 Maggio intrapresi il calcolo dell'orbita parabolica, seguendo il metodo del celebre Olbers, dietro quelle modificazioni che diffusamente ho esposto nelle mie *Lezioni di Astronomia* (Volume II., seconda edizione, 1830), e giunsi al seguente sistema, che dentro pochissimi secondi rappresenta le osservazioni fondamentali.

Passaggio al perielio - - - - - - 1830 Aprile 9,63804 T. M. in Padova

Longitudine del perielio - - - - - - - - - - - - - - = 212°. 23'. 18'', 8

del nodo - - - - - - - - - - - - - - - = 206. 22. 43, 1

Inclinazione - = 21. 11. 8, 8

Log dist. perielia = 9,9650486; dist. perielia = 0,922675; moto diretto.

Di qui si traggono le seguenti equazioni pel calcolo delle coordinate eliocentriche rapporto all'equatore.

$$x = m\,r.\ \text{sen}\ (v + 300^\circ\ 49'.33'');\ \log m = 9.9943247$$

$$y = n\,r.\ \text{sen}\ (v + 210.\ \ 8'.\ \ 0'');\ \log n = 9.9988019$$

$$z = p\,r.\ \text{sen}\ (v + 275.\ 40.\ 52'');\ \log p = 9.2476682.$$

Il signor Conti intraprese egli pure il calcolo dell'orbita collo stesso metodo, ma prendendo a base le osservazioni di Marsiglia del 21 Aprile, e quelle qui fatte nelle sere 30 Aprile ed 8 Maggio, e giunse al seguente sistema, al superiore molto prossimo, e che rappresenta egualmente bene le osservazioni fondamentali.

Passaggio al perielio - - - - - - 1830 Aprile 9, 32155 T. M. in Padova
Longitudine del perielio - - - - - - - - - - - - - - = 212°. 9'. 19'', 8
del nodo - - - - - - - - - - - - - - - - = 206. 22. 46, 2
Inclinazione - = 21. 16. 40, 9
Log dist. periel. = 9. 9643121; dist. perielia = 0, 921111; moto diretto.

Da questi elementi si può facilmente rilevare ch'essa è diversa da tutte quelle delle quali è riferita l'orbita nei cataloghi delle comete, e deve ritenersi per nuova: essa pertanto nella estensione del catalogo posto in fine al primo volume de' miei *Elementi di Astronomia* sopra citati, viene ad occupare il N.° 138, col quale anco la designeremo, attribuendo alle seguenti i numeri successivi in ordine alla loro apparizione, quando non siano riconosciute periodiche. Si potè anco facilmente riconoscere, che quando cominciò a vedersi in Europa, aveva oltrepassato il punto del suo massimo splendore; fu anzi congetturato che nell'emisfero australe doveva essere stata veduta ad occhio nudo, molto splendente e con lunga coda; le quali congetture furono poi verificate dalle notizie pervenuteci da quei remoti paesi, poichè non solamente fece di sè pomposa mostra al Capo di Buona Speranza, alla Nuova Olanda, ed in altri luoghi, ma fu anche osservata da distinti astronomi al Capo ed a Buenos-Ayres.

Quasi tutti gli astronomi contemporanei hanno osservato e calcolato questa bella cometa; la fedeltà dell'istoria esige che tengasi conto dei risultati da ciascuno ottenuti, come di testimonianza la più certa del zelo vivissimo in tutte le classi sociali pel costante incremento del ricco tesoro delle umane cognizioni.

La brevità che devo impormi per non porre a troppo duro cimento la vostra gentile sofferenza, non mi permette d'entrare in minuti particolari sulle osservazioni di ciascheduno; mi limiterò pertanto a riferire i risultati di quelli che ne investigarono l'orbita, fra i quali vuolsi fare speciale ed onorata menzione dei signori Nicolay, Hedemkampf e Mayer, che col complesso di tutte le osservazioni corressero i primi elementi, e mostrarono essere insensibile l'aberrazione di quest'orbita da una parabola. La coincidenza che si osserva in questa tabella fra i risultati da diversi calcolatori ottenuti eziandio con prime osservazioni, è una luminosa prova tanto del perfezionamento degli stromenti, quanto dei metodi di calcolo adoperati per queste ricerche, le quali, non ha molto, erano riputate le più intricate e le più difficili che presentar potesse la pratica dell'Astronomia.

Calcolatori.	Passaggio al perielio 1830 Aprile.	T. Medio di	Longitud. del perielio.	Longitud. del nodo.	Inclinazione.	Distanza perielia.
Carlini.	9,30573	Milano	212°.11'.38",1	206°.21'.36",2	21.°16'.27",2	0,921434
Olbers.	9,35598	Berlino	212. 12. 39	206. 21. 31	21. 15. 55	0,92149
Scwerd.	9,034455	Spira	212. 1. 13	206. 18. 14	21. 20. 44	0,92029
Nicolay.	9,32533	Mannheim	212. 11. 46, 9	206. 21. 43, 9	21. 16. 29, 1	0,921437
Walz.	9,376	Nimes	212. 13. 30	206. 22. 0	21. 16. 0	0,92160
Mayer, Kottinger.	8,77835	Vienna	211. 51. 4, 2	206. 19. 42	21. 26. 23, 7	0,91917
Hedemkampf-Mayer.	9,307119	Parigi	212. 11. 44,13	206. 21. 53,34	21. 16. 27,99	0,92144544

Cometa del 1831. N.° 139.

Ai primi giorni dell'anno erasi sparsa la voce fra il popolo, che dai vicini monti, nei luoghi soprastanti alle nebbie, dalle quali fummo in quell'anno dominati, vedevasi una bella cometa ad occhio nudo. Il primo avviso certo, che ne ricevetti, fu da una lettera del signor Cav. Biela, osservatore diligentissimo e scuopritore di una celebre cometa periodica, il quale la osservò in Bolzano la mattina del 14 Gennajo in 255° di *A R*, ed in — 14° di declinazione. In seguito si seppe ch'era stata veduta in Perugia fino dal giorno 8, ed in più luoghi della Germania e dell'Inghilterra quasi contemporaneamente.

Pel cattivo stato dell'atmosfera non potè qui vedersi che alla mattina del 22 di Gennajo, alla qual epoca cominciano le nostre osservazioni, che si compiono agli otto di Marzo. Nei primi giorni poteva ancora vedersi ad occhio nudo; ma ben tosto s'illanguidì a segno da non potersi osservare più che con l'ajuto di un cannocchiale. Da principio aveva una picciola coda, e presentavasi sotto l'aspetto di una larga nebulosità, nella quale a stento potevasi distinguere qualche punto più denso; per la quale ragione incerte e male determinate riuscivano le osservazioni. Il giorno 3 Marzo era già divenuta molto languida; agli 8 dello stesso mese si sospettava la sua esistenza fra due piccole stelle telescopiche, ove appariva una piccola macchia bianca, che si osservò con molta incertezza.

La prima approssimazione degli elementi dell'orbita riuscì più del solito lontana dal vero, perchè all'epoca della sua apparizione la direzione del suo moto molto si avvicinava ad essere compresa in un circolo massimo della sfera; la quale circostanza, com'è noto, rende indeterminato il rapporto delle distanze. Quindi avendo ricavato una prima nozione prossima degli elementi, scelsi tre osservazioni fra le più rimote e meglio determinate, cioè del 21 Gennajo, 11 Febbrajo, 4 Marzo; ed avendole ridotte all'equinozio medio, e corrette dalla paralasse ed aberrazione, ottenni le seguenti posizioni:

1831, T. M. in Padova.		Longit. di com. = α.	Lat. di com. = β.	Longit. di Terra = L.	Log R.
Giorni dell'anno.	21,74179	248°.5'.37"	+13°.44'.22"	121°.30.'13"	9,9931403
	42,73757	209. 1. 11	+15. 53. 28	142. 47. 41	9,9945662
	63,36834	158. 2. 54	+ 8. 3. 26	163. 32. 46	9,9966272

Da queste posizioni, col metodo da me altre volte praticato, e descritto negli Atti di questa stessa Accademia (Vol. III. *Nuovi Saggi*), consistente nel dare delle piccole variazioni arbitrarie alle distanze accorciate della cometa dalla Terra nella prima e terza osservazione, per dedurne poi le vere col mezzo di equazioni lineari di condizione, ho dedotto la seguente orbita parabolica, la quale esattamente rappresentando la prima e la terza osservazione, si allontana di pochi secondi dalla seconda posizione, come dimostra il sottoposto confronto.

Passaggio al perielio - - - - 1830 Dicembre 27,69136 T. M. in Padova.
Longitudine del perielio - - - - - - - = 4°. 46'. 43", 9
del nodo - - - - - - - - = 337. 53. 9, 5 } colle regole del
Inclinazione - - - - - - - - - - - - - - = 135. 15. 27, 9 } moto diretto.
Log dist. perielia - - - - - - - - - - - = 9,1000484.

L'inclinazione superando 90°, la cometa appartiene alla classe di quelle appellate retrograde; quindi se nel calcolo delle posizioni geocentriche vorrassi far uso dei consueti precetti pel moto retrogrado, converrà cangiare la longitudine del perielio e l'inclinazione nelle seguenti:

Longitudine del perielio = 310°. 59'. 35", 1
Inclinazione - - - - - - - - = 44. 44. 32, 1

Il confronto di questi elementi con le osservazioni fondamentali ha dato i risultati seguenti:

	Longit. calcol.	Longit. osserv.	Latit. calcol.	Latit. osserv.	Differenza in Longit.	Differenza in Latit.
1. osserv.	248°. 5'. 37", 1	248°. 5.' 37", 0	13°. 44'. 21", 8	13°. 44'. 22", 0	− 0", 1	+ 0", 2
2. osserv.	209. 1. 8, 6	209. 1. 11, 0	13. 53. 50, 3	15. 53. 28, 0	+ 2, 4	− 22, 3
3. osserv.	158. 2. 53, 9	158. 2. 54, 0	8. 3. 25, 9	8. 3. 26, 0	+ 0, 1	+ 0, 1

I sigg. Peters a Berlino, e Knorre astronomo di Nikolajew determinarono essi pure l'orbita di questa cometa; ma un lavoro molto diligente devesi al signor Wolfers, il quale ha fatto concorrere nella ricerca de' suoi elementi le migliori osservazioni fatte nelle principali Specole di Europa, confrontandole poi molto diligentemente co' suoi risultati. Soggiungeremo qui gli elementi ottenuti da questi chiarissimi calcolatori, donde apparirà la coincidenza loro con quelli superiormente ritrovati.

1830	Pass. al perielio. T. medio in Berlino.	Longit. del perielio.	Longit. del nodo.	Inclinazione.	Log dist. perielia.	
Peters.	Dicembre. 27, 70490	310°. 59'. 59"	337°. 54. 18"	44°. 48'. 41"	9,0997368	Moto retrogr.
Knorre.	. . . . . 27, 72320	311. 3. 50	337. 54. 35	44. 49. 52	9,0983600	
Wolfers.	. . . . . 27, 69760	310. 54. 19,2	337. 53. 7,2	44. 45. 30,1	9,0999822	

Anche questa cometa appare del tutto nuova nell'istoria dell'Astronomia.

Comete dell'anno 1832.

L'anno 1832 ora trascorso è rimarchevole nell'istoria delle comete, imperocchè in esso attendevasi già il ritorno di due comete periodiche; di quella cioè a breve periodo di Enke, la quale compie il suo giro intorno al Sole in circa 3.$\frac{1}{2}$ anni; e dell'altra di 6.$\frac{3}{4}$ anni, scoperta da Biela.

Quanto alla prima, la cui teoria è assai bene conosciuta per gl'immensi lavori del signor Enke (dei quali abbiamo dato la storia nella precedente Memoria), ben si prevedeva che con somma difficoltà sarebbesi potuta osservare in Europa, e tutta la nostra speranza era riposta negli Osservatorii dell'emisfero australe, fra i quali primeggiano quelli del Capo di Buona Speranza, di Buenos-Ayres, ove trovasi il nostro italiano Fabrizio Mossotti, e di Paramatta. Ignoro se in quest'ultimo luogo sia stata realmente osservata; ma ci giunsero già a quest'ora le osservazioni del Capo e di Buenos-Ayres, le quali hanno pienamente confermato la teoria e l'effemeride del signor Enke.

La seconda cometa di Biela ha una teoria meno limata; non si conobbe il suo periodo che dopo la sua ultima apparizione del 1826, nel qual tempo (siccome altra volta vi esposi) i signori Gambard e Clausen i primi si accorsero ch'era periodica, ed identica a quella osservata nel 1805. Il signor Barone di Damoiseau aveva intrapreso a calcolare le perturbazioni che in quest'ultima rivoluzione doveva soffrire per l'azione dei pianeti del sistema solare, ed in particolare di Giove, di Saturno e della Terra, dopo di avere dalle osservazioni del 1805-1826 ricavato l'asse maggiore dell'orbita corretto dalle perturbazioni sofferte in questo lungo intervallo per l'epoca del passaggio al perielio nel 1826. Sui suoi elementi costruì una piccola effemeride per ricercarla nel 1832, la quale riuscì disgraziatamente erronea per un qualche errore commesso forse nel trasportare le posizioni eliocentriche al centro della Terra. Sul principio dell'anno decorso essendomi accorto di un tale errore, volli correggere l'effemeride; ma prima volli tentare il calcolo delle perturbazioni nel periodo che doveva trascorrere fra il 1826 ed il 1832. Eseguii questo calcolo, in vero, sopra basi alcun poco arbitrarie, e giunsi a risultati da quelli del signor Damoiseau non molto diversi,

tranne il passaggio al perielio, che risultò minore di più di due giorni in grazia di un errore commesso nella variazione dell'anomalia media, siccome più tardi venne da me riconosciuto. Avendo così sotto gli occhi due sistemi di elementi, calcolai una doppia effemeride per indicare l'estensione da darsi alle ricerche all'epoca della sua reapparizione, la quale venne inserita negli *Annali del Regno Lombardo-Veneto*, accreditato Giornale pubblicato per opera del benemerito ed illustre nostro socio signor Avvocato Fusinieri.

Quella doppia effemeride, disposta com'era, doveva prevenire i vani timori che tanto agitarono nello scorso autunno le menti del volgo. Imperciocchè era stato detto, è vero, da un riputatissimo astronomo, potersi la presente cometa nel giro indefinito dei secoli trovare in tanta prossimità alla Terra da manifestare una sinistra influenza; ma nel tempo stesso era stata annunziata la minima probabilità di un tale evento. Tutti poi avevano asserito nei Giornali letterarii e politici, che in questa rivoluzione passava dalla Terra molto lontana: quelle effemeridi poi mostravano che nella sua maggiore vicinanza sarebbesi tenuta da noi lontana per circa la metà della distanza solare; lo che importa più di 40 milioni delle nostre miglia. Ciò nulla valse: chè accorti venditori di frottole, a disdoro dei lumi del secolo, composero loro relazioni atte a spaventare il volgo, e ad indurre il timore di un funesto incontro, che nessuno erasi sognato di prenunciare.

Cometa di Gambard. N.° 140.

Mentre attendevasi dagli astronomi il mese di Settembre per ricercare, dietro la scorta dei calcoli precedentemente indicati, la cometa in discorso, il diligentissimo signor Gambard scuoprì la sera dei 19 Luglio una piccolissima cometa senza coda e senza nucleo, e gentilmente me ne partecipò la notizia con lettera del giorno 20 da Marsiglia, aggiungendo ch'era difficilissima a vedersi.

La lettera del signor Gambard mi pervenne soltanto ai 30 di Luglio, e la stessa sera la ricercammo lungamente ed inutilmente. Solo ci riuscì d'incontrarla la sera seguente 31 Luglio in 233° di *AR*, ed 11° di declinazione, nella costellazione del Serpente. Con questa sera comincia la serie delle nostre osservazioni, che compiesi col giorno 27 Agosto, alla qual epoca pel chiarore della Luna si perdette di vista. Quando la ritrovammo si presentava come una nebulosa, splendente nel suo interno in forma variabile: si ricercò anche col cannocchiale di Fraunhofer di 4 piedi; ma non vi si potè distinguere nucleo contornato.

Mediante le osservazioni del 19 Luglio di Marsiglia, del 1.° e del 13 Agosto ne calcolammo un'orbita parabolica, la quale continuò a rappresentare le osservazioni per tutto il tempo della sua apparizione dentro pochi secondi. Essa deve riporsi fra le nuove comete, non mai osservate nei tempi addietro, e non lascia speranza di congetturarne il periodo, giacchè la sua orbita non si allontana sensibilmente da una parabola. Qui soggiungonsi le posizioni osservate, che hanno servito di base al calcolo dell'orbita, avvertendo che il tempo osservato in Marsiglia è stato ridotto al nostro meridiano. Le longitudini sono contate dall'equinozio medio.

1832. T. medio in Padova.	Longit. osserv. di cometa.	Longit. della Terra.	Latit. osserv. di cometa.	Log dist. di Terra da Sole.
Luglio. 19,55059	247°.36.'23'',8	297°.13'.17'',7	+48°. 3'.15'',6	0.0069066
Agosto. 1,39239	226. 17. 16, 2	309. 30. 1, 0	28. 40. 17, 3	0.0062875
13,38180	217. 54. 4, 2	320. 59. 54, 3	14. 20. 56, 4	0.0054172

Di qui risultarono i seguenti elementi (facendo uso di tavole a cinque cifre):

Passaggio al perielio - - - - - - 1832 Settembre 25,5873 T. M. in Padova.

Log distanza perielia - - - - - - - - - - - - - - = 0,07326

Longitudine del perielio - - - - - - - - - - - = 276°.58',5 } secondo i precetti del moto diretto.

del nodo - - - - - - - - - - - - - = 72. 26, 5

Inclinazione - - - - - - - - - - - - - - - - - - = 136. 41, 1

ovvero - - - - - - - - Longitud. del perielio = 227°.54',6 } secondo i prec. del moto retrogr.

Inclinazione - - - - - - = 43. 18, 9

Questi elementi rappresentando esattamente la prima e la terza osservazione, si allontanano di 0',1 da quella di mezzo, come dimostra il seguente confronto.

1.° Agosto. Longit. calcol. = 226°.17',4; latit. calcol. = + 28°.40',2

osserv. = 226. 17',3 osserv. = + 28. 40, 3.

Per ultimo, ad oggetto di facilitare il confronto fra le posizioni osservate e le calcolate, aggiungeremo anche le formule pel calcolo delle coordinate eliocentriche rapporto all'equatore, come risultano dai precedenti elementi disposti per le regole del moto diretto.

$$x = m\,r \operatorname{sen}(v + 228^\circ.2',1);\; y = n\,r \operatorname{sen}(v + 323^\circ.0',7);\; z = p.r. \operatorname{sen}(v + 239^\circ.32',3)$$

$$\log m = 9.87878;\; \log n = 9,99783;\; \log p = 9.82062.$$

Anche di questa cometa è stata calcolata l'orbita da molti astronomi contemporanei sopra diverse osservazioni, i risultati dei quali vengono da noi riferiti nella seguente tabella.

Calcolatori.	Pas. al periel. Sett. 1832.	T. M. in	Longit. del perielio.	Longit. del nodo.	Inclinazione.	Log dist. perielia.
Bouvard	25,528058	Parigi.	227°.55'.35",9	72°.26'.41"9	43°.18'. 3",1	0,0732061
Gambard	26,170	Marsiglia.	226. 14. 10	73. 6. 50	43. 58. 0	0.06431
Walz	23,977	Nimes.	229. 47. 30	72. 9. 0	43. 38. 12	0.07875
Heiligstein	25,45182	Berlino.	228. 1. 20	72. 25. 24	43. 16. 6	0,073582
Olbers	25,3185	Berlino.	228. 15. 49	72. 19. 34	43. 10. 57	0.074734
Peters	25,56427	Berlino.	227. 54. 36, 5	72. 26. 48, 6	43. 18. 41, 0	0.0731607
Petersen	26,570	Altona.	226. 37. 19	72. 49. 8	43. 52. 57	0,06830
Selander	26,5307	Upsala.	226. 40. 5	72. 49. 9	43. 52. 45	0,06847
Bernardi e Kreil.	25,5295	Milano.	227. 55. 5	72. 24. 54	43. 16. 7	0,07320
Kottinger	26,62858	Vienna.	226. 21. 51	73. 6. 1	43. 57. 22	0.06553

moto retrogrado.

Il mediocre accordo che osservasi fra i risultati ottenuti dai diversi calcolatori vuolsi attribuire alla circostanza di una forte distanza perielia, e di un conseguente piccolo moto eliocentrico nei brevi intervalli che d'ordinario si assumono per una prima indagine degli elementi; onde poi ne risulta che gli errori delle osservazioni, sempre considerabili nelle comete, manifestano una pericolosa influenza nel risultato. Conviene pertanto attenersi a quegli elementi che, come i nostri superiormente riferiti, si fondano sopra più remote osservazioni, o che sono stati ottenuti col concorso della totalità delle buone osservazioni, fra i quali meritano speciale menzione i risultati dei signori Eugenio Bouvard, nipote del celebre astronomo Bouvard, e Peters, che rappresentano dentro pochissimi secondi le buone osservazioni, siccome può vedersi nel volume X. delle *Notizie astronomiche* del signor Schumacher.

Ritorno della cometa di Biela. N.° 75.

Si stimava generalmente che questa cometa sarebbe stata visibile verso i primi giorni del mese di Ottobre, e si nutriva la speranza di poterla vedere eziandio in Settembre: per questa ragione lungamente la ricercammo in Settembre ed ai primi di Ottobre col cannocchiale della macchina paralettica, e colla scorta della effemeride. Il fatto mostrò che con deboli cannocchiali non potevasi vedere che sul finire di Ottobre; in Milano fu osservata ai 26 di questo mese; da noi ai 31: e sarebbesi dovuta vedere qualche giorno più presto, se la circostanza delle vacanze autunnali non avesse reso meno assidue le osservazioni. Generalmente fu osservata fra il 20 ed il 25 di Ottobre, e fu ritrovata in gran vicinanza alle posizioni assegnatele dalle effemeridi, stando all'incirca in mezzo fra i luoghi corrispondenti agli elementi di Damoiseau ed ai miei. Il solo Herschel in Inghilterra, munito di eccellenti telescopii a rifles-

sione, potè vederla circa un mese più presto nella notte del 23 al 24 di Settembre, e con somma gentilezza mi ha partecipato le osservazioni originali, di cui faremo uso qui appresso nella correzione degli elementi dell'orbita. Nell'inviarmi queste sue osservazioni da Londra in data 23 Dicembre 1832, si esprime così: *La vostra effemeride mi ajutò a farne un' osservazione molto per tempo* (to very early observation), *cioè del* 23 *al* 24 *Settembre, al qual tempo essa era così cospicua nel mio telescopio a riflessione di* 20 *piedi, che io reputo l'avrei veduta quindici giorni più presto, se l'avessi ritrovata od attentamente ricercata; ciò ch'io non feci. Nondimeno vi mando le mie osservazioni, ec.*

Allorquando cominciò a vedersi generalmente con cannocchiali acromatici di circa 3 piedi di distanza focale, era nella sua minima distanza dalla Terra, e 32 in 33 giorni lontana dal perielio; cessai di vederla ai 26 Dicembre, quando la sua distanza dalla Terra era = 0, 9, ed altrettanto circa la sua distanza dal Sole. In questa sera l'atmosfera non era purissima, la cometa per la sua grande declinazione australe riusciva molto bassa, e piuttosto sospettavasi la sua esistenza per intervalli nel campo del cannocchiale; sicchè l'osservazione ne riuscì molto incerta: per questa ragione non vi si è avuto riguardo nella correzione degli elementi dell'orbita, essendosi preferito di far uso delle altre, in cui le circostanze erano più favorevoli per vederla. Generalmente in questa sua apparizione, parte pel cattivo stato dell'atmosfera, parte per la debolezza della sua luce, poche e mal sicure osservazioni si poterono fare presso di noi; in ispecialità poi risultarono incerte tutte quelle fatte in Dicembre, per lo stato torbido dell'atmosfera e per la sua forte declinazione australe, in virtù della quale appena poteva sorgere fuori delle nebbie del Po, che frequentemente presso noi ingombrano quella parte del cielo. In fine si riferiranno le poche osservazioni fatte dal 31 di Ottobre fino al 26 di Dicembre; intanto esporremo la via tenuta per correggerne gli elementi ellittici.

Comincieremo dalla riduzione delle osservazioni adoperate per questa ricerca: furono esse quella del giorno 23 Settembre di Herschel, del giorno 20 Ottobre di Bessel a Konigsberg, del 25 Ottobre di Nicolay a Mannheim, e le fatte in Padova nei giorni 31 Ottobre, 4, 18, 19, 22 Novembre, 1, 4, 5 Dicembre; avvertendo che per quelle fatte in Padova ho preso il medio dei tempi e delle posizioni osservate in ogni singola sera, quando in essa cadevano più posizioni, giacchè essendo sempre consecutive ed a piccola differenza di tempo, si può ritenere il moto geocentrico per proporzionale al tempo.

La osservazione di Herschel in Londra è descritta nei seguenti termini.

« ⊙ Settembre (23 al 24) $4^h.22'.39''$ T. sid. di Slough, AR nel riflettore $5^h.45'.44''$;
Declin. nel riflett. $+ 36^o.16'.52''$.

» Queste posizioni sono ridotte al 1.° Gennajo 1830, e sono solo approssimate;
» ma molto esatte sono quelle risultanti dal confronto colla stella seguente.
» Settembre (23 al 24) $4^h.51'.36'',5$ T. sider. a Slough. La cometa precedeva
» di $38''$ una stella doppia, ed era $2'12''$ più boreale di essa. Posizione della
» stella doppia (dietro un confronto con ϑ Auriga) $AR = 5^h.40.'54''5$ } pel
decl. $= + 36^o.13'.51''$ } 1830.

» Le stelle di questa stella doppia sono una di 8ª, l'altra di 9ª grandezza. »

Per dedurre di qui la posizione della cometa conviene determinare quella della stella doppia. Essa trovasi nella zona 404 di Bessel, e fu pure da me osservata alla macchina paralattica nelle sere 22 Gennajo e 4 Marzo del 1833. Quantunque chiarissimo ne sia il cannocchiale, vi apparisce come una stella semplice di 9ª grandezza, e per tale è ancora riferita dal signor Bessel; donde può vedersi la eccellenza del telescopio di Herschel.

La sua posizione media ridotta al 1.° Gennajo 1832, facendo uso delle *Tabulae Regiomontanae reductionum etc.* dello stesso signor Bessel, mi risultò come segue:

Dalla zona 404 di Bessel AR. med.	$= 85^o.16'.19''.5$;	decl. med.	$= + 36^o.14'.44'',7$
Dalla osservazione 23 Gennajo	$= 85.\ 16.\ 25,\ 6$		$36.\ 14.\ 50,\ 1$
4 Marzo	$= 85.\ 16.\ 24,\ 6$		$36.\ 15.\ 0,\ 5$
Posizione media pel 1832 AR	$= 85.\ 16.\ 23,\ 2$;	decl.	$= 36.\ 14.\ 51,\ 8$
Variaz. annua	$60,70$		$+ 1,\ 67$

Riducendo ora la posizione media della stella all'apparente per la sera 23 Settembre 1832, trovo AR app. $= 85^o.16'.52'',2$; decl. ap. $= + 36^o.14'.44'',2$. Dietro questi elementi, dall'osservazione di Herschel si ottiene la seguente posizione della cometa:

23 Settembre 1832, tempo medio a Slough $= 16^h.39'.32'',5$.
AR. di cometa $= 85^o.7'.22''.2$; declin. $= + 36^o.16'.56'',2$.

Le osservazioni di Bessel e di Nicolay sopra citate, comunicatemi dallo stesso signor Herschel, sono le seguenti:

20 Ottobre 1832; tempo medio in Konigsberg $= 12^h.58'.1''$
AR app. di cometa $= 131^o.36'.22''$; declin. $= + 22^o.15'.3''$

25 Ottobre 1832; tempo medio in Mannheim $= 13^h.36'.13''$
AR. app. di cometa $= 140^o.5'.55''$; decl. $= + 17.\ 11.\ 28$.

Tanto a queste posizioni, come a quelle osservate in Padova, ho applicato le correzioni dipendenti dalla nutazione, dall'aberrazione e dalla paralasse, prendendo dall'effemeride la distanza della cometa dalla Terra; riducendo poi i tempi dei diversi meridiani al meridiano di Padova, e convertendoli in giorni e parti del giorno valutate dal principio dell'anno, si ottengono le seguenti posizioni:

	T. medio in Padova.	T. medio del pr. dell'anno.	*A R* app. di cometa.	Corr. di par. ed aberr.	Decl. osserv. di cometa.	Corr. di par. aberr.	*A R* di com. corretta.	Decl. di com. corretta.
1832.	h							
23 Sett.	17.29'.26"	267,72877	85°. 7'.22",2	+20",3	+36°.16'.56",2	+2",1	85°. 7'.42",5	+36°.16'.58",3
20 Ott.	12.23. 33	294,51635	131.36. 22	+ 9, 3	+22. 15. 3	+1, 4	131.36. 31, 3	+22. 15. 4, 4
25 . . .	14.49. 47	299,57624	140. 5. 55	+ 7, 1	+17. 11. 28	—0, 2	140. 6. 2, 1	+17. 11. 27, 8
31 . . .	16.52. 27	305,70309	149.36. 55, 3	+ 9, 8	+10. 42. 53, 5	—2, 6	149.37. 5, 1	+10. 42. 50, 9
4 Nov.	16.12. 9,5	309,67512	155.18. 43, 6	+ 8, 6	+ 6. 33. 43, 5	—2, 3	155.18. 52, 2	+ 6. 33. 41, 2
18 . . .	16. 4. 32,4	323,66983	172.46. 50, 0	+ 7, 1	— 6. 24. 51, 5	—0",5	172.46. 57, 1	— 6. 24. 52, 0
19 . . .	16.39. 43,0	324,69425	173.55. 32, 5	+ 8, 1	— 7. 14. 1, 7	—0, 4	173.55. 40, 6	— 7. 14. 2, 1
22 . . .	16. 2. 40,0	327,66852	177.10. 33, 8	+ 7, 3	— 9. 29. 3, 4	—0, 3	177.10. 41, 1	— 9. 29. 3, 7
1 Dic.	17.18. 50,2	336,72141	186.24. 6, 9	+10, 3	—15. 22. 51, 4	—1, 3	186.24. 17, 2	—15. 22. 52, 7
4	17.41. 18,1	339,73701	189.17. 28, 3	+11, 2	—17. 4. 22, 1	+0, 9	189.17. 39, 5	—17. 4. 21, 2
5	17.49. 52,6	340,74297	190.14. 21, 3	+11, 2	—17. 37. 16, 3	+0, 9	190.14. 32, 5	—17. 37. 15, 4

Riducendo ora le superiori posizioni corrette all'ecclittica, ed all'equinozio medio del 0 Gennajo 1833, prendendo i luoghi del Sole dalle effemeridi di Berlino, e riferendoli allo stesso equinozio, si avranno i seguenti valori:

Giorni.		Longit. di cometa $= \alpha'$	Lat. di cometa $= \beta'$	Longit. di Terra $= L'$	Log dist. di Terra da Sole $= \log R$
Settembre	23	85°. 58'. 51". 1	+12°. 53'. 27",7	1°. 7'. 23",5	0,0010333
Ottobre	20	128. 2. 42, 5	+ 4. 7. 16, 8	27. 35. 59, 0	9,9977060
	25	137. 9. 35, 1	+ 1. 33. 25, 5	32. 38. 52, 3	9,9971091
	31	147. 59. 46, 4	— 1. 33. 50, 7	38. 46. 40, 2	9,9963990
Novembre	4	154. 4. 14, 3	— 3. 27. 36, 2	42. 45. 38, 8	9,9959582
	18	175. 56. 30, 2	— 8. 45. 13, 5	56. 51. 14, 1	9,9946161
	19	177. 19. 42, 8	— 9. 2. 58, 3	57. 53. 21, 6	9,9945298
	22	181. 13. 48, 7	— 9. 48. 58, 6	60. 53. 51, 9	9,9942855
Dicembre	1	192. 2. 22, 8	—11. 33. 57, 9	70. 4. 25, 2	9,9936150
	4	195. 19. 45, 8	—11. 59. 47, 2	73. 8. 5, 0	9,9934259
	5	196. 24. 7, 0	—12. 8. 8, 7	74. 9. 22, 6	9,9933677

Un confronto instituito *levi calamo* colla doppia effemeride più volte citata, mostra che le posizioni osservate cadono sempre fra le posizioni ivi riferite dei due sistemi ad un terzo circa di distanza da quelle corrispondenti agli elementi del signor Damoiseau; e siccome quei due sistemi di elementi ellittici non differiscono sensibilmente che nel passaggio al perielio, così si può prevedere che la correzione più forte deve cadere sopra quest'importantissimo elemento: d'altronde l'asse maggiore dell'orbita di Damoiseau essendo ricavato dietro una profonda discussione delle perturbazioni sofferte fra il 1805 ed il 1826, deve ritenersi per molto prossimo al vero. Pertanto, ad oggetto di stabilire le equazioni di condizione per la correzione degli elementi, ho confrontato le superiori osservazioni col sistema di elementi di Damoiseau, avendo solo diminuito il passaggio al perielio di un terzo della differenza fra il suo ed il mio risultato; lo che ha somministrato la seguente orbita ellittica molto prossima al vero:

Passaggio al perielio $= \tau =$ 1832 a giorni 331,09 T. medio in Padova
Longitudine del perielio $= \pi = 109^{\circ}.56'.45''$
del nodo $= \omega = 248.\ 12.\ 24$
Inclinazione - - - - - - - $= i =$ 13. 13. 13
Semiasse maggiore - - - $= a = 3,53683$; $\log a = 0,5486142$
Eccentricità $= e =$ sen $\varphi = 0,7517481$; $\log e = 9,8760724$
$\varphi = 48^{\circ}.44'.31'',33$

Moto diurno medio siderale $\zeta = 533'',4409$; $\log \zeta = 2,7270853$.

Indicando per $d\tau$, $d\pi$, $d\omega$, di, $d\varphi$ le correzioni degli elementi $\tau, \pi, \omega, i, \varphi$ (la prima espressa in decimi di giorni, le altre in minuti di grado), riguardando a siccome invariabile, dietro le formule esposte nel secondo volume de' miei *Elementi di Astronomia*, pag. 120, ho formato le seguenti equazioni di condizione:

23 Sett. $dl' = +2'',7498.d\omega + 13'',1495.di - 505'',660.d\tau + 64'',823.d\pi - 171'',12.d\varphi = +206'',6$

$d\lambda' = +19,6577.d\omega + 54,8388.di + 160,662.d\tau - 37,822.d\pi + 122,20.d\varphi = -189,9$

20 Ott. $dl' = +1,9261.d\omega + 2,1766.di - 541,130.d\tau + 38,345.d\pi + 35,89.d\varphi = -237,1$

$d\lambda' = +25,3560.d\omega + 18,1110.di + 224,810.d\tau - 33,009.d\pi + 94,552.d\varphi = -59,2$

25 Ott. $dl' = +1,2152.d\omega + 0,5845.di - 493,640.d\tau + 31,490.d\pi + 84,197.d\varphi = -303,2$

$d\lambda' = +24,9684.d\omega + 6,9093.di + 203,034.d\tau - 27,820.d\pi + 74,794.d\varphi = -10,9$

31 Ott. $dl' = +0,2925.d\omega - 0,2880.di - 421,850.d\tau + 24,646.d\pi + 131,885.d\varphi = -340,4$

$d\lambda' = +23,5828.d\omega - 7,0168.di + 162,140.d\tau - 20,852.d\pi + 52,055.d\varphi = +3,3$

4 Nov. $dl' = -0,2708.d\omega - 0,2139.di - 373,030.d\tau + 21,432.d\pi + 154,508.d\varphi = -366,8$

$d\lambda' = +22,2196.d\omega - 15,6633.di + 131,330.d\tau - 16,430.d\pi + 40,088.d\varphi = +46,3$

18 Nov. $dl' = -1,5885.d\omega + 2,8334.di - 229,500.d\tau + 17,657.d\pi + 187,904.d\varphi = -357,2$

$d\lambda' = +15,8420.d\omega - 39,7960.di + 31,910.d\tau - 3,996.d\pi + 20,419.d\varphi = +43,6$

19 Nov. $dl' = -1,6388.d\omega + 3,1480.di - 221,618.d\tau + 17,741.d\pi + 188,349.d\varphi = -350,0$

$d\lambda' = +15,3409.d\omega - 41,1040.di + 26,121.d\tau - 3,298.d\pi + 20,130.d\varphi = +23,1$

22 Nov. $dl' = -1,7510.d\omega + 4,0797.di - 200,742.d\tau + 18,170.d\pi + 188,731.d\varphi = -330,6$

$d\lambda' = +13,8974.d\omega - 44,5544.di + 10,620.d\tau - 1,419.d\pi + 19,900.d\varphi = +34,0$

1. Dic. $dl' = -1,8341.d\omega + 6,8584.di - 153,077.d\tau + 20,647.d\pi + 185,018.d\varphi = -314,3$

$d\lambda' = +9,7101.d\omega - 52,2150.di - 25,248.d\tau + 3,222.d\pi + 23,213.d\varphi = +37,1$

4 Dic. $dl' = -1,7939.d\omega + 7,7041.di - 141,370.d\tau + 21,708.d\pi + 183,063.d\varphi = -273,2$

$d\lambda' = +8,4127.d\omega - 53,9590.di - 33,930.d\tau + 4,517.d\pi + 25,148.d\varphi = -22,5$

5 Dic. $dl' = -1,7743.d\omega + 7,9733.di - 137,820.d\tau + 22,071.d\pi + 182,382.d\varphi = -232,0$

$d\lambda' = +7,9850.d\omega - 54,4138.di - 36,620.d\tau + 4,892.d\pi + 25,857.d\varphi = -84,7$

Per risolvere ora queste equazioni, e dedurne la correzione degli elementi dell'orbita, ho fatto uso del notissimo metodo dei minimi quadrati, procedendo al modo seguente. Da principio ho escluso le osservazioni corrispondenti ai giorni 20 e 25 di Ottobre per formare un primo sistema di elementi, dal quale si potesse rilevare quali fra le osservazioni dei giorni 1, 4 e 5 di Dicembre meritassero minore fiducia, colla vista di allontanarle in seguito, e formare un secondo sistema, da cui anche si verrebbe a comprendere l'influenza che gli errori eventuali delle osservazioni eserciterebbero sui risultati. Trovai a questo modo, che le latitudini dei giorni 1 e 5 Dicembre si allontanavano sensibilmente dal vero; per lo che escludendo le quattro equazioni di condizione relative a questi due giorni, applicai alle altre lo stesso metodo, ed ottenni un secondo sistema di elementi ellittici dal precedente in vero pochissimo diverso, che dentro pochi secondi rappresenta tutte le buone osservazioni. I risultati ottenuti per l'uno e per l'altro sistema sono i seguenti:

I. Sistema.

$$d\omega = + 3,27992 = + 3'.16'',80$$
$$d\,i = - 0,02382 = - 0.\ 1,\ 43$$
$$d\tau = + 0,62971 = + 0^g,062971$$
$$d\pi = + 4,22760 = + 4'.13'',66$$
$$d\varphi = - 1,46284 = - 1.\ 27,\ 77.$$

Queste correzioni, applicate coi loro segni agli elementi originariamente assunti, danno i seguenti corretti:

Passagio al perielio - - - - - 1832 in $331^g,152971$ T. M. in Padova
ovvero ai 26, 152971 di Novembre

Longitudine del perielio $\pi = 110°.\ 0.'58'',66$ } dall'equin. medio
del nodo $\omega = 248.\ 15.\ 40,\ 80$ } del o Genn. 1833.

Inclinaz. all'ecclittica $i = 13.\ 13.\ 11,\ 57$

Angolo di eccentricità $\varphi = 48.\ 43.\ 3,\ 56$

Log e = log sen $\varphi = 9,8759102$

rimanendo, come sopra, log $a = 0,5486142$

Log moto diurno sider. $= 2,7270853$.

Ponendo inoltre $A = \sqrt{2a}$. sen $(45° + \frac{1}{2}\varphi)$; $B = \sqrt{2a}$. cos $(45 + \frac{1}{2}\varphi)$

sarà log $A = 0,3960081$; log $B = 9,9719987$,

ed il calcolo dell'anomalia vera v e del raggio vettore r si eseguirà prontamente, quando sia data l'anomalia eccentrica E, col mezzo delle due seguenti equazioni:

$$\text{sen}\ \tfrac{1}{2}\,v\,\sqrt{r} = A.\ \text{sen}\ \tfrac{1}{2}\,E$$
$$\cos\tfrac{1}{2}\,v\,\sqrt{r} = A.\ \cos\tfrac{1}{2}\,E.$$

II. Sistema.

Abbandonando le osservazioni dei giorni 1 e 5 Dicembre, pei quali gli errori delle osservazioni un poco troppo si allontanano dall'andamento generale degli altri, per non dare troppa prevalenza alle osservazioni incerte di questo mese, si ottengono dalle altre le seguenti correzioni, qualora esse si trattino col metodo dei minimi quadrati:

$$d\,\omega = + 3,20151 = + 3'.12'',09$$
$$d\,i = - 0,20127 = - 0.\ 12,\ 08$$
$$d\,\tau = + 0,63170 = + 0^g,063170$$
$$d\,\pi = + 4,16744 = + 4'.10'',05$$
$$d\,\varphi = - 1,45918 = - 1.\ 27,\ 55.$$

Mediante questi valori si forma il seguente secondo sistema di elementi corretti:

Passaggio al perielio - - - - - 1832 in 331ᵍ, 153170 T. M. in Padova
ovvero 26, 153170 di Novembre

Longitudine del perielio π = 110°. 0'. 55", 05 } dall'equin. medio
del nodo ω = 248. 15. 36, 09 } del 0 Genn. 1833

Inclinazione - - - - - - - i = 13. 13. 0, 92

Angolo di eccentricità φ = 48. 43. 3, 78

Log sen φ = log e = 9, 8759106

Log a = 0, 5486142 } come sopra
L. moto diurno sider. = 2, 7270853 }

Log A = 0, 3960082; log B = 9, 9719981.

Per ultimo, se si sostituiscono le ottenute correzioni tanto pel primo che pel secondo sistema nelle superiori equazioni di condizione, si avranno gli errori degli elementi in longitudine e latitudine riferiti nella qui unita tabella, ove i segni sono disposti per modo da porgere sempre il luogo osservato, meno il luogo calcolato.

	Sistema I. Errori		Sistema II. Errori	
	in longit.	in latit.	in longit.	in latit.
Settembre 23	— 8", 47	— 15", 59	+ 0", 03	— 17", 35
Ottobre 20	— 12, 23	— 5, 63	— 8, 43	— 3, 21
25	— 6, 29	+ 6, 53	— 3, 51	+ 7, 37
31	+ 12, 85	— 12, 00	+ 14, 81	— 13, 17
Novembre 4	+ 4, 40	+ 18, 45	+ 5, 81	+ 16, 02
18	— 7, 31	+ 17, 55	— 5, 96	+ 11, 16
19	— 4, 44	— 1, 26	— 3, 05	— 7, 67
22	+ 0, 83	+ 15, 58	+ 2, 32	+ 8, 78
Dicembre 1	— 28, 36	+ 40, 25	— 26, 42	+ 31, 89
4	— 2, 10	— 12, 33	+ 0, 04	— 20, 99
5	+ 34, 29	— 72, 00	+ 41, 39	— 80, 75

Se ora si farà un leggiero confronto fra i due ottenuti sistemi di elementi, si troverà che pochissimo differiscono gli uni dagli altri, e che l'influenza degli errori eventuali delle osservazioni, ora positivi ed ora negativi, all'incirca sparisce. Del resto, si dovrà preferire il secondo al primo sistema, giacchè prendendo la somma dei quadrati degli errori nelle osservazioni che gli hanno servito rispettivamente di base, si troverà pel primo = 10556, 6; pel secondo = 1883, 72.

Non sarà inutile ricercare fra quai limiti si possano presumere compresi gli elementi relativi al 2.° sistema, al quale d'ora in poi ci atterremo, ed a tal fine risolvendo le equazioni ai minimi quadrati, ho lasciato nel secondo membro di ciascheduna un'indeterminata, e coi metodi ordinarii di eliminazione ne ho determinato i coefficienti, i quali, dietro gli elegantissimi teoremi da Gauss sviluppati nella sua *Theoria motus corporum coelestium*, ed in una sua interessantissima Memoria inserita nel V. volume dei *Nuovi Atti di Gottinga*, conducono immediatamente ai ricercati limiti.

Chiamando pertanto m l'*errore probabile* delle osservazioni secondo la definizione assunta da Gauss, ed indicando per $E_{d\omega}$, E_{di}, $E_{d\tau}$, $E_{d\pi}$, $E_{d\varphi}$ gli errori probabili delle determinate correzioni dal citato autore appellate *correzioni plausibili*, trovo i seguenti risultati:

$$m = \sqrt{\frac{1883'',72}{18}} = \pm\ 10''23$$

$$E_{d\varphi} = 60.\ m.\ \sqrt{0,00050512} = \pm\ 13'',79$$

$$E_{di} = 60\ m\ \sqrt{0,000101360} = \pm\ 6,\ 18$$

$$E_{d\tau} = \frac{m}{10}\sqrt{0,000009625} = \pm\ 0^{g},003174$$

$$E_{d\pi} = 60\ m\ \sqrt{0,00111215} = \pm\ 20'',47$$

$$E_{d\varphi} = 60\ m\ \sqrt{0,000006718} = \pm\ 1'',59$$

Confrontando per ultimo col secondo sistema l'osservazione del 26 Dicembre, si avrà

A R di com. osservata	= 208°. 4'. 10'', 5;	declin. osserv.	= — 25°. 52'. 20'', 7
Corr. per l'aberr. e paral.	= + 12, 2		+ 2, 5
	= 208. 4. 22, 7		= — 25. 52. 18, 2
A R calcol.	= 208. 4. 57, 0;	decl. calc.	= — 25. 52. 4, 0
errore	= — 34, 3		— 14, 2

Seguono le osservazioni delle comete fatte nell'I. R. Specola di Padova.

I. *Cometa del* 1830. N.° 138.

Mesi, Gior.	Tempo medio in Padova.	*AR* App. di cometa.	Decl. app. di cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
	h	°	°	
Aprile 30	13. 37.'36",9	318.32'. 2",4	+15.51'.19",4	(2564-2581 Bayly), coi fili sottili del micrometro.
1830 —	14. 7.11, 0	318.32. 4, 8	15.52.31, 6	
Magg. 1	14. 14.25, 7	318.38.18, 2	16.25.48, 7	
—	14. 40.44, 5	318.38.19, 8	16.26.48, 0	
3	13. 9. 4, 8	318.50. 8, 0	17.27.31, 6	
—	13. 59.36, 8	318.50. 2 ±	17.28.36, 6	
5	14. 11.48, 2	319. 1.33, 6	18.26.52, 6	Questa e le seguenti con le lamine metalliche.
—	14. 48.37, 3	319. 1.42, 0	18.27.24, 6	
8	13. 59. 3, 4	319.14.53, 3	19.45.36, 7	339. XXI. Piazzi; 28 Pegaso.
—	14. 23.29, 6	319.14.47, 4	19.45.51, 4	
10	13. 15.19, 1	319.22.39, 5	20.32.34, 3	*e* Pegaso 339 XXI. *P*; 28 Pegaso.
—	13. 24.29, 2	319.22.40, 2	20.32.36, 9	
12	12. 58.11, 2	319.28.32, 2	21.16.44, 9	*f*. Pegaso, 195 XXI. *P*. 12 Pegaso.
—	13. 14.59, 9	319.28.29, 8	21.17. 3, 2	
18	14. 22. 6, 9	319.35.19, 1	23.13.13, 1	*f* Pegaso (sera nebbiosa).
—	14. 32.19, 2	319.35.29, 1	23.13.37, 1	
19	12. 38. 3, 5	319.34.30, 5	23.29.31, 6	*f* Pegaso; *k* Pegaso.
—	13. 4.29, 3	319.34.42, 3	23.29.17, 6	
20	13. 12. 8, 9	319.33.31, 7	23.45.45, 4	
21	12. 50. 1, 2	319.31.45, 7	24. 1.40, 3	
—	13. 15.46, 3	319.31.41, 1	24. 1.39, 3	
22	12. 32.16, 9	319.29.36, 8	24.16. 7, 1	
—	12. 59.54, 7	319.29.44, 0	24.16.21, 1	
23	12. 21.43, 0	319.26.57, 6	24.30.47, 9	
—	12. 51.25, 5	319.26.34, 3	24.30.55, 9	
24	12. 33.25, 5	319.23.19, 6	24.44.42, 6	
—	13. 0.26, 7	319 23. 2, 5	24.45.17, 4	
25	12. 10.39, 2	319.19. 0, 9	24.57.56, 3	*f* e β del Pegaso.
—	12. 45.41, 1	319.18.41, 4	24.58. 0, 3	
26	12. 6. 2, 5	319.14. 9, 1	25.11. 0, 5	Sera fosca; com. appena visibile.
—	12. 42.40, 6	319.14.39, 1	25.11.57, 5	
28	12. 7.38, 5	319. 3.16, 2	25.34.36, 6	Sera chiara; com. splend., ma indebolita rapp. alle prime sere. Sostiene una piccola illuminaz.
—	12. 32.41, 5	319. 2.50, 3	25.34.51, 6	
29	12. 0.57, 6	318.56.29, 4	25.45.58, 2	*k* Pegaso; 35 Volpe.
—	12. 29.29, 2	318.56.33, 4	25.46.16, 2	
30	11. 57.18, 3	318.49 45, 2	25.56. 6, 4	
—	12. 27.46, 6	318.49.37, 6	25.56.18, 4	
Giugno 1	12. 18.41, 8	318.34. 0, 4	26.16. 1, 9	
—	12. 49.37, 1	318.33.31, 3	26.16.14, 9	
2	12. 33.18, 9	318.25.11, 5	26.24.44, 1	Incerta per lo splendore lunare.
—	13. 2.51, 1	318.24 49, 3	26.25.19, 1	
3	12. 21.14, 3	318.15.52, 8	26.33.17, 2	2544 Bayly; 35 Volpe.
—	12. 34.33, 8	318.15.41, 5	26.33.20, 2	
5	11. 44 55, 5	317.56.32, 4	26.48.43, 7	Cometa debolissima.
—	12. 2.52, 8	317.56.56, 7	+26.48.43, 7	

Continuazione delle osservazioni della cometa del 1830. N.° 138.

Mesi, Gior.	Tempo medio in Padova.	*A R* app. di cometa.	Declin. app. di cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
	h	°	°	
Giugno 6	12. 33'.42",0	317.44'.39",9	+26.55'.42",9	3 Volpe (cometa incerta).
1830 11	11. 4.22, 2	316.42.15, 6	27.20.24, 3	35 Volpe, μ Cigno.
12	11. 35.47, 1	316.27.55, 4	27.23.59, 7	
—	12. 11.59, 3	316.27.43, 3	27.24.25, 7	
13	11. 54. 7, 8	316.12.59, 2	27.27. 3, 3	
19	11. 35.56, 9	314.35.45, 4	27.32.11, 6	22 e 80 XXI. Piazzi.
—	11. 57. 7, 6	314.35.51, 4	27.32.34, 6	
21	12. 12.16, 8	313.59.40, 3	27.29.42, 6	
—	12. 35.27, 8	313.59.23, 5	27.29.40, 6	
23	12. 7.11, 7	313.22.52, 7	27.24.44, 6	
—	12. 30.29, 7	313.22.53, 5	27.24,55, 6	Oss. di Conti.
24	11. 32.52, 9	313. 4.24, 7	27.21.38, 6	
—	12. 2.43, 2	313. 3.50, 7	27.21.49, 6	
25	11. 57.40, 8	312.44.44, 4	27.18. 0, 5	453 XX., 22 XXI. *P.* La com. molto
—	12. 17.51, 2	312.44.16, 2	27.17.54, 5	indebolita conserva un nucleo splend.
26	11. 30.46, 7	312.25.19, 6	27.12.41, 7	La 1.ª declin. forse troppo piccola,
—	11. 56.12, 6	312.25. 7, 0	27.13. 8, 7	la 2.ª troppo grande.
28	12. 5.47, 4	311.45.34, 7	27. 2.33, 7	
—	12. 35.31, 0	311.44.56, 8	27. 2.20, 2	
29	12. 6. 2, 7	311.26. 0, 7	26.56.23, 5	
—	12. 31.50, 5	311.25.29, 5	26.56.22, 5	
30	11. 43. 0, 5	311. 5.53, 3	26.49.50, 5	
—	12. 11. 0, 3	311. 5.34, 2	+26.49.32, 6	

Osservazioni della cometa N.° 139, *scoperta in Gennajo* 1831.

Mesi, Gior.	T. medio.	*A R* App. di cometa.	Decl. app. di cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
	h	°	°	
Genn. 21	17. 39'.22",7	248.32'.47"	− 8. 6'.20",3	1902-1920-1931 Bayly.
1831 —	17. 57. 0, 4	248.31.30	8. 6.14, 0	1920-1931 *B.*
26	17. 26.51, 2	242.24.30	6.11.56	1853-1884 *B.*
27	18. 5.25, 0	241. 4.39	5.46.18	1869-1884 *B.*
—	18. 24.34, 2	241. 3.49	5.45.39	1869. *B.*
29	16. 54.49, 2	238.17. 5	4.51.48	1889 e 1869 *B.*
—	17. 18.36, 6	238.15.20	− 4.51. 5	
Febbr. 7	17. 30.10, 0	221.54.42	+ 0.37.56	1706 *B.*
—	17. 47.25, 0	221.52.50	0.37.58	1695 e 1706 *B.*
10	17. 9.35, 7	215. 3.53	2.55.13, 6	1674-1696-1706 *B.*
—	17. 52.56, 3	214.59.12	2.56.28, 3	

Continuazione delle osservazioni della cometa N.° 139, *scoperta in Gennajo* 1831.

Mesi, Gior.	T. medio.	*AR* App. di cometa.	Decl. app. di cometa.	Nomi delle stelle di confronto.
	h	°	°	
Febbr. 11	17.31'. 3",2	212.35.'27"	3.44.'26",8	1636-1640 Bayly.
1831 —	17.53. 8, 9	212.32.39	3.45. 2, 7	1614-1536-1640 *B.*
16	11.36.42, 0	200.12.20	7.38.24, 0	1558 *B.*
—	12. 1.56, 7	200. 9.38	7.39.29, 8	137. XIII. *P.* 1558 *B.*
—	12.25.11, 1	200. 7.47	7.41.28, 8	
18	11.38. 9, 8	194.47.54	9.13.29, 5	1522-1529-1541 *B.*
19	11.51.47, 2	192. 4.42	9.58.49. 9	1499-1516 *B.*
—	12.2[illegible].11, 9	192. 1.56	9.59.45, 9	
Marzo 3	8.22.53, 7	164.38.40	15.45.13, 4	1323-1349 *B.*
—	8.52.19, 3	164.36.46	15.46.34, 2	1323 *B.*
—	9.10.18, 9	164.34.45	15.45.34, 2	
4	8.40.55, 0	162.50.51	16. 0.57, 0	1318-1323 *B.*
—	8.59.55, 6	162.49.51	16. 0.43, 0	
8	11.56.20, 0	156.28.59	16.42. 4, 0	1279 *B*; osservaz. incerta.
—	12.44.29, 0	156.26.27	+16.44.24, 0	

Osservazioni della cometa N.° 140, *scoperta in Luglio* 1832.

Mesi, Gior.	Tempo medio in Padova.	*AR* App. di cometa.	Declin. app. di cometa.	Stelle di confronto.
	h	°	°	
Luglio 19	13.12'.52",2	253.33'.39",1	+25.51,.56",6	56 Ercole (osservaz. di Marsiglia rid. a Padova).
1832 31	10.39.33, 5	233. 6.43, 6	11.52.57, 5	92 Serpente.
Agosto 1	9.25. 3. 4	231.52.58, 5	10.48.57, 4	154 e 208 XV. *P.*
—	9.50.37, 0	231.51.18, 5	10.47.56, 4	
2	8.33.44, 8	230.40.39, 8	9.45. 5, 7	1775-1795 *B.*
—	11.19.29, 3	230.30. 2, 5	9.37.32, 2	
3	9.24.46, 7	229.26.24, 6	+ 8.38.55, 1	1767-1795 *B.*
13	9.26.48, 0	220. 8. 2, 4	— 0.33.14, 7	1696 *B.*
14	8.29. 8, 3	219.26.12, 7	1.17.52, 9	1683-1696 *B.*
—	8.46.54, 2	219.25.38, 4	1.18.19, 4	
15	8.58. 8, 0	218.43. 3, 7	2. 3.42, 1	1640-1683 *B.*
—	9.12. 7, 7	218.44. 2, 1	2. 4. 8, 2?	1683 *B.*
16	9. 1.35, 1	218. 4.46, 8	2.47.18, 8	1683 *B*; 239 e 249 XV. *P.*
18	8.24.12, 0	216.51.24, 7	4. 9.53, 5	1665 *B.*
—	8.37.37, 5	216.51. 2, 4	4. 9.49, 5	
21	8.33.26, 2	215.11. 4, 2	6. 6.12, 9	1641-1665 *B.*
—	8.55.22, 7	215.10.29, 8	6. 6.36, 5	1665 *B.*
27	8. 5.44, 0	212.23.49, 2	— 6.29.20, 2	1615 *B.*

Osservazioni della cometa periodica di Biela N.° 75
nel suo ritorno al perielio nel 1832.

Mesi, Gior.	Tempo medio in Padova.	*A R* App. di cometa.	Declin. app. di cometa.	Stelle di confronto.
	h	°	°	
Ottobre 31	16.34'.43",1	149.35'.42",7	+10.43'.41"8	1237-1254 *B.*
1832 —	17.10.10, 6	149.38. 7, 9	10.42. 5, 3	
Nov. 4	15.57.17, 0	155.18.15, 4	6.34.44, 5	1272-1280 *B* (Conti).
—	16.27. 2, 0	155.19.11, 8	+ 6.32.42, 5	
18	15.55.10, 9	172.46.22, 9	— 6.24.52, 6	1367-1377 *B.*
—	16.13.53, 9	172.47.17, 0	6.24.50, 3	
19	16.15.50, 0	173.54.19, 0	7.13.13, 7	1377-1413 *B.*
—	17. 3.35, 8	173.56.45, 9	7.14.49, 7	
22	15.42.56, 3	177. 9.46, 6	9.29. 1, 3	1413 *B*; 69 XII. *P*; 1338 *B.*
—	16.22.23, 7	177.11.21, 0	9.29. 5, 5	
Dicemb. 1	17.18.50, 2	186.24. 6, 9	15.22.51, 4	1437 *B.* (Conti)
4	17.41.18, 1	189.17.28, 3	17. 4.22, 1	1502-1523 *B.*
5	17.49.52, 6	190.14.21, 3	17.37.16, 3	
26	17.49. 0, 4	208. 4.10, 5	—25.52.20, 7	1603 *B.* (osservaz. incertissima)

RICERCHE

INTORNO ALLE PERTURBAZIONI PRODOTTE DALL'AZIONE DEI PIANETI NEI MOVIMENTI DELLA COMETA PERIODICA DETTA DI BIELA NELLA RIVOLUZIONE COMPIUTASI FRA IL 1826 ED IL 1832, E CHE SI PRODURRANNO FINO AL SUO RITORNO NEL 1839, SEGUITE DA UNA EFFEMERIDE PER RICERCARLA IN QUELL'EPOCA

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA IL IX DICEMBRE MDCCCXXXIV

DAL SOCIO ATTIVO

GIOVANNI SANTINI

I. È questa, illustri Accademici, la terza volta, in cui oso porre a cimento la vostra sofferenza col parlarvi dei movimenti di una cometa sì interessante per la posizione della sua orbita rapporto a quella della Terra. Allorquando nel 1828 vi esposi la storia delle comete osservate in questa R. Specola negli anni precedenti, ebbi l'onore di riferirvi non solo la storia della scoperta singolare fatta presso che contemporaneamente da due illustri calcolatori, Clausen di Altona e Gambard di Marsiglia, del periodo di una delle comete osservate nel 1826, veduta per la prima volta dal signor Cav. Biela, ma ancora di esporvi le mie prime ricerche intorno alla sua orbita ellittica, fondate sulle proprie osservazioni. In seguito, avvicinandosi l'epoca del suo ritorno al perielio nel 1832, reputai di qualche interesse l'indagare i cambiamenti della sua orbita ellittica prodotti dall'azione di Giove, di Saturno e della Terra. Aveva già il signor Barone di Damoiseau intrapreso la stessa ricerca; ed esposto i suoi risultati nella *Conoscenza dei tempi* e negli *Atti dell'Accademia delle Scienze di Parigi;* ci trovammo d'accordo in questi nojosi calcoli numerici, e solo vi fu una qualche differenza nell'epoca del ritorno al perielio, che più tardi riconobbi doversi ripetere da un errore costante da me commesso; corretto il quale, sarei stato anche in quest'importantissimo elemento d'accordo col calcolatore francese.

Volge ora l'anno in cui vi esponeva le osservazioni da me fatte in quella sua reapparizione, ed i calcoli intrapresi per dedurre dalle medesime un'orbita ellittica, la quale dentro pochissimi secondi rappresenta il corso osservato. Il ri-

torno al perielio del 1832 è di sommo interesse, perchè ha verificato tutte le precedenti congetture intorno al suo periodo; la ripone nel numero di quei corpi celesti da noi conosciuti, che con inalterabili leggi seguono il loro corso per le ampie vie dello spazio, avvicinandosi ed allontanandosi da noi a vicenda, sicchè ad ogni sei anni e mezzo circa sia possibile osservarla, limarne la teoria, assegnarne la posizione e l'epoca della sua visibilità; siccome con immensa fatica sono pervenuti gli astronomi, non solo pei maggiori pianeti, ma eziandio pei nuovi piccolissimi pianeti, Cerere, Giunone, Pallade e Vesta, e per l'altra germana cometa di 3.$\frac{1}{2}$ anni, resa celebre dai lavori dell'incomparabile Enke. A tanta esattezza però non è dato di giungere se non con ingrato e lungo lavoro numerico, che in vero è bene ricompensato dall'interesse dell'argomento; perchè questa specie di lavori, oltre l'interna compiacenza che apporta in chi se ne occupa col mostrare come con poche cifre si possa nello spazio dirigere ad un dato tempo una linea valevole ad additare in immense distanze dall'atomo di nostra dimora il luogo dove esiste un corpo che, non veduto dal nostro debole occhio, tranquillamente e con tanta regolarità ubbidisce alle leggi impostegli dalla eterna Mente, ordinatrice di tutte le cose; rendesi anco indispensabile per conservare il tesoro delle scoperte celesti a noi tramandate dai nostri predecessori, e forma in pari tempo la maggiore testimonianza della riconoscenza che noi possiamo tributare alla loro memoria. Senza l'acutezza di Clairaut, che primo osò imbrigliare col calcolo delle perturbazioni i movimenti delle comete, la scoperta di Halley sul periodo di quella che nel finire del prossimo anno farà a noi ritorno, sarebbe andata perduta, od almeno sottoposta a lunghe discussioni ed amare dubbiezze; senza i calcoli del nostro Oriani e del De-Lambre, la scoperta fatta da Herschel nel 1781 sarebbe per noi perduta, o almeno quel piccolo astro, se talvolta venisse osservato, sarebbe confuso con miriadi di altri simili, e sarebbe a noi rimasto incognito quel remotissimo ed ultimo mondo del nostro sistema solare; come senza i calcoli e la pertinace perseveranza di Gauss, di Enke, e di quasi tutti gli astronomi dell'età nostra, le scoperte dei nuovi pianeti e delle due comete a breve periodo, che fanno al nostro Sole tacito corteggio, sarebbero perdute, e di nessuna importanza.

Queste riflessioni mi animarono a riprendere i calcoli intorno alla cometa del signor Biela da me osservata nelle due successive apparizioni del 1826 e del 1832, limarne la teoria e gli elementi, per poterne assegnare le posizioni pel prossimo suo ritorno al perielio nel 1839, ad oggetto di preparare gli osservatori a ricercarla. Egli è con trepidazione, Accademici dottissimi, che a voi

espongo in questo giorno i risultamenti delle mie ricerche, ben sapendo quanto sia facile in un sì intralciato bosco di operazioni numeriche commettere errori, e smarrire la via. Il benigno vostro compatimento e l'amore del vero mi fanno superare la ripugnanza; giacchè, se anche i miei risultati per mala ventura si trovassero in errore, è a credersi che nell'operosa età nostra altri pure si occuperanno dello stesso argomento, ed il confronto dei risultati ottenuti da diversi calcolatori separatamente e con diversi metodi condurrà alla scoperta di quell'unico vero, a cui debbono mirare le indagini filosofiche.

Qui debbo rendere un giusto tributo di lode e di gratitudine all'egregio mio amico e collega signor Dott. Carlo Conti, il quale a guarentire, per quanto è possibile, l'esattezza dei calcoli numerici si è meco unito in questo lavoro, rivedendo per la massima parte le minute dei calcoli, e sopra di sè prendendo il calcolo delle perturbazioni dipendenti da Saturno, il quale fu a vicenda da me riveduto. Così giova sperare che il nostro comune lavoro sia per riuscire consentaneo al vero.

II. Avendo già nelle precedenti mie ricerche stabilito quella posizione del piano e quella distanza perielia dietro una prima cognizione dell'asse maggiore dell'orbita, che meglio soddisfanno alle osservazioni sì del 1826 come del 1832, rendesi in primo luogo necessario determinare accuratamente l'asse maggiore, e quindi il moto medio sì per l'una che per l'altra epoca; la qual cosa è noto non potersi ottenere se non calcolando con la conveniente esattezza le perturbazioni apportate al moto medio ed all'anomalia media della cometa dall'azione dei pianeti per tutto il tempo della sua rivoluzione: al che non si può pervenire nello stato presente dell'analisi se non per la via delle quadrature meccaniche. In molte opere di meccanica e di astronomia trovansi sviluppate le formule generali conducenti a questo scopo; ho seguíto quelle da me esposte nel 2.° volume de' miei *Elementi di Astronomia*, che mi permetto di qui riferire tanto a comodo di quelli che non avessero sotto gli occhi quell'opera, quanto per correggere alcuni errori tipografici che ivi s' incontrano (1). Quantunque la disposizione pel calcolo numerico rimanga sempre la stessa, sia che si adotti per variabile principale il tempo o l'anomalia media, come consigliava Eulero; sia che si adotti l'anomalia eccentrica, come praticarono Clairaut e Damoiseau per la cometa di Halley; pure è palese che la scelta non è del tutto

(1) L'errata-corrige per quell'opera venne pubblicata dopo ch'essa fu posta in commercio; e quelli che tuttavia ne mancassero, potranno ritirarla dalla Tipografia del Seminario di questa città, per inserirla in fine del 2.° volume.

indifferente. A me sembrò sempre (almeno pei nuovi pianeti e per le comete a breve periodo) preferibile l'uso del tempo o dell'anomalia media, come praticai nelle mie prime ricerche, allorquando calcolai l'effemeride pel ritorno al perielio nel 1832. Ciò non pertanto, presentandosi ora l'opportunità di riprendere le ricerche da capo, scelsi l'anomalia eccentrica pel calcolo delle variazioni degli elementi fra il 1826 ed il 1832. Il confronto dei due metodi facilmente mi convinse, che conducendo l'uno e l'altro agli stessi risultamenti, s'incontra maggiore regolarità facendo uso dell'anomalia media, piuttosto che dell'eccentrica; perciò alla prima mi attenni nella continuazione del calcolo pel periodo compreso fra il 1832 ed il 1839.

III. Si scelga a piano fondamentale il piano dell'orbita della cometa per l'epoca da cui si fa incominciare il calcolo delle variazioni degli elementi, p. e. pel passaggio al perielio del 1826, ed in esso prendasi l'asse maggiore per asse delle x, che abbiano la loro origine nel centro del Sole, prendendole positive verso il perielio, negative verso l'afelio, ed a questo piano riferiscasi tanto la posizione della cometa, quanto del pianeta perturbante.

Ad un tempo t espresso in giorni, e contato dal passaggio della cometa pel perielio, siano le sue coordinate x, y; r il raggio vettore, v l'anomalia vera; u l'anomalia eccentrica; ζ l'anomalia media. Le quantità a, $\varphi, \pi, \omega, i, n$ rappresentino i consueti elementi dell'orbita, cioè per ordine il semiasse maggiore, l'angolo di eccentricità, la longitudine del perielio, la longitudine del nodo, l'inclinazione, il moto medio diurno siderale. Si avrà

$$\zeta = nt = u - R'' \operatorname{sen} \varphi . \operatorname{sen} u; \; r = a\,(1 - \operatorname{sen} \varphi . \cos u)$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} v = \operatorname{tang} (45^\circ + \tfrac{1}{2} \varphi) . \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} u$$

$$x = r . \cos v = a\,(\cos u - \operatorname{sen} \varphi); \; y = a \cos \varphi . \operatorname{sen} u$$

$$n\,d\,t = d\,\zeta = \frac{r\,du}{a}.$$

Siano ora pel pianeta perturbante $a', \varphi', \pi', \omega', i', n'$ gli analoghi elementi dell'orbita; m' la sua massa; x', y', z' le sue coordinate eliocentriche; v', r' la sua anomalia vera ed il raggio vettore corrispondenti allo stesso tempo t. Per ottenere i valori di x', y', z' conviene calcolare la posizione del punto in cui nella sfera celeste l'orbita del pianeta taglia l'orbita della cometa, ascendendo sopra di questa con una inclinazione che porremo $= \lambda$. A tale oggetto dicasi Π la longitudine del loro scambievole incontro valutata lungo l'orbita della cometa; Π' la stessa longitudine contata lungo l'orbita del pianeta. Le distanze

di questo incontro dai nodi ascendenti nell'ecclittica della cometa e del pianeta saranno $\Pi - \omega = \psi$, $\Pi' - \omega' = \psi'$. Ciò posto, per determinare ψ, ψ', λ, la trigonometria sferica porge le seguenti equazioni:

$$\cos \tfrac{1}{2}\lambda . \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(\psi' - \psi) = - \cos \tfrac{1}{2}(i + i') . \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(\omega' - \omega)$$

$$\cos \tfrac{1}{2}\lambda . \cos \tfrac{1}{2}(\psi' - \psi) = \cos \tfrac{1}{2}(i - i') . \cos \tfrac{1}{2}(\omega' - \omega)$$

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2}\lambda . \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(\psi + \psi') = \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(i + i') . \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(\omega' - \omega)$$

$$\operatorname{sen} \tfrac{1}{2}\lambda . \cos \tfrac{1}{2}(\psi + \psi') = - \operatorname{sen} \tfrac{1}{2}(i - i') . \cos \tfrac{1}{2}(\omega' - \omega).$$

Determinati ψ, ψ', λ col mezzo di queste equazioni, si avrà

$$\Pi = \psi + \omega; \quad \Pi' = \psi' + \omega'.$$

Per brevità pongasi . . . $\gamma = \Pi - \pi$; $\varphi' = v' + \pi' - \Pi'$; si avrà

$$x' = r' \cos \gamma . \cos \varphi' - r' . \operatorname{sen} \gamma . \cos \lambda . \operatorname{sen} \varphi'$$
$$y' = r.' \operatorname{sen} \gamma . \cos \varphi' + r.' \cos \gamma . \cos \lambda . \operatorname{sen} \varphi'$$
$$z' = r' \operatorname{sen} \lambda . \operatorname{sen} \varphi'$$

Le quali servono a calcolare le coordinate del pianeta. Si può dare a queste equazioni una forma più comoda pel calcolo. In fatti, essendo γ, λ costanti, si ponga

$$A . \operatorname{sen} g = \cos \gamma \qquad B . \operatorname{sen} g' = \operatorname{sen} \gamma$$
$$A . \cos g = - \operatorname{sen} \gamma . \cos \lambda \qquad B . \cos g' = \cos \gamma . \cos \lambda;$$

dietro queste equazioni si calcoleranno facilmente i costanti A, g; B, g'. In seguito se pongasi

$$g + \pi' - \Pi' = P; \; g' + \pi' - \Pi' = Q; \; \pi' - \Pi' = R; \; C = \operatorname{sen} \lambda,$$

si avranno tosto le seguenti semplicissime equazioni:

$x' = A . r' \operatorname{sen} (v' + P)$; $y' = B\, r' . \operatorname{sen} (v' + Q)$; $z' = C\, r' \operatorname{sen} (v' + R)$

ove $A, B, C, P, Q, R,$ si assumono costanti per tutto il periodo.

Per ultimo, detta ρ la distanza lineare del pianeta perturbante dalla cometa, sarà questa data dall'equazione .. $\rho = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z'^2}$, la quale facilmente si calcola col seguente sistema di equazioni:

$$\rho . \cos f . \cos h = x' - x$$
$$\rho . \cos f . \operatorname{sen} h = y' - y$$
$$\rho . \operatorname{sen} f = z'.$$

IV. Apparecchiate così pel tempo t le precedenti quantità in numeri, si procederà al calcolo delle variazioni degli elementi pel piccolo successivo intervallo $n\,dt = d\zeta$ col mezzo delle seguenti equazioni:

Facciasi per brevità

$$D = \frac{1}{r'^3} - \frac{1}{\rho^3}\,;\; F = \frac{x'y - y'x}{r}\left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{\rho^3}\right)$$

$$G = \frac{x'}{r'^3} - \frac{x'-x}{\rho^3};\; H = \frac{y'}{r'^3} - \frac{y'-y}{\rho^3};$$

si avrà

$$(1)\; dp = -\frac{m'a}{\cos\varphi}.\, z'\, y\, D.\, d\zeta$$

$$(2)\; dq = -\frac{m'a}{\cos\varphi}.\, z'\, x\, D.\, d\zeta$$

$$(3)\; d\varphi = -m'a^2\, H.\, d\zeta + m'a^2\, F.\, \cos u.\, d\zeta$$

$$(4)\; d\pi = \quad m'a^2 \cot\varphi.\, G.\, d\zeta + \frac{m'a^2}{\operatorname{sen}\varphi} F \operatorname{sen} u.\, d\zeta$$

$$(5)\; dn = -\frac{3m'na^3}{R''}.\, G.\, \frac{\operatorname{sen} u}{r}.\, d\zeta + \frac{3m'na^3}{R''}.\, \cos\varphi.\, H.\, \frac{\cos u}{r}.\, d\zeta$$

$$(6)\; dg = -\frac{r^2}{a^2\cos\varphi}.\, d\pi - \left(1 + \frac{r}{a\cos^2\varphi}\right)\cos\varphi.\, \operatorname{sen} u.\, d\varphi,$$

dove R'' rappresenta il numero dei secondi contenuti nel raggio; dp, dq due variazioni ausiliarie per determinare la variazione della posizione del piano dell'orbita. Le equazioni precedenti suppongono che si ordini il calcolo per l'anomalia media: se vorrassi ordinato per giorni, vi si porrà $d\zeta = n\,dt$; se per l'anomalia eccentrica, sarà $d\zeta = \frac{r\,du}{a}$.

V. Ciò premesso, la via più spedita per formare i valori di dp, dq ec. per tutta l'estensione dell'orbita, si è (per quanto a me pare) di apparecchiare due tavole preliminari, la prima delle quali contenga tutte le funzioni dipendenti dalla posizione della cometa, calcolate dietro il sistema di elementi, dal quale si stabilisce di partire; la seconda tutte le funzioni dipendenti dal pianeta perturbante. Quelle che mi servirono al calcolo delle perturbazioni fra il 1826 ed il 1832, avevano per argomento l'anomalia eccentrica, che procedeva di 2° in 2°; la prima dava per ogni anomalia eccentrica le seguenti funzioni, cioè t, $\log t$;

$$x,\; y,\; \log x,\; \log y,\; \log r,\; \log \operatorname{sen} u,\; \log\cos u,\; \log\frac{r^2}{a^2\cos\varphi},$$

$$\log\left(1 + \frac{r}{a\cos^2\varphi}\right)\cos\varphi.\, \operatorname{sen} u,\; \text{con 5 cifre decimali.}$$

La seconda per Giove procedeva di 4° in 4° gradi di anomalia eccentrica, per Saturno di 10° in 10°, e dava i valori di v', $\log r'$, x', y', $\log x'$, $\log y'$, $\log z'$, dove vuolsi avvertire che i valori di v', $\log r'$ si calcolarono dietro le tavole del signor Bouvard (Parigi 1821). Quelle che servirono al calcolo delle

perturbazioni fra il 1832 ed il 1839 non differivano dalle precedenti se non nell'argomento, il quale era la stessa anomalia media; per lo che i valori di t procedevano con differenza costante, con che l'operazione tutta riceve un aspetto più uniforme; oltre a ciò, alla prima tavola aggiunsi per maggior comodo due colonne contenenti i valori di $\log \frac{\text{sen } u}{r}$, $\log \frac{\cos u}{r}$.

Apparecchiate queste tavole preliminari per ogni pianeta perturbatore, ne ho formato una terza, la quale procedendo cogli intervalli per esso assunti o nell'anomalia eccentrica, o nell'anomalia, dava i valori di $\log \rho$, $\log D$, $\log F$, $\log G$, $\log H$. Col mezzo di queste tavole facilmente, dietro la scorta delle superiori equazioni (1), (2) ec., si formano i valori di dp, dq, $d\varphi$, $d\pi$, dn, dg per tutti i corrispondenti intervalli, i quali saranno espressi in secondi di grado, ponendovi per la massa m' la frazione che la rappresenta nel quadro del sistema solare, e facendo $d\zeta$, ovvero $du = 1^\circ = 3600''$. Si aggiungerà a queste variazioni parziali il valore di $t\,dn$ per tutti gli stessi intervalli, t essendo dato in giorni dalla tavola prima. Per ultimo coi precetti ordinarii delle quadrature, dalle ottenute variazioni elementari si otterranno per tutta l'estensione dell'orbita per ogni pianeta perturbante i valori di $\int dp$, $\int dq$, $\int d\varphi$, $\int d\pi$, $\int dn$, $\int t\,dn$, $\int dg$; e la somma dei valori dei singoli integrali $\int dp$, $\int dq$ ec., corrispondenti a tutti i pianeti perturbanti, darà i loro valori totali.

VI. Ottenute le variazioni precedenti, dipendenti dall'azione riunita dei pianeti, si trasporteranno facilmente gli elementi ellittici dal tempo del primo passaggio al perielio a quello relativo al passaggio consecutivo. Primieramente i valori di $\int dp = p$, $\int dq = q$ condurranno alla posizione del piano dell'orbita variata rapporto al piano dell'orbita primitiva. In fatti, chiamando I l'inclinazione della prima sulla seconda, ed Ω la distanza del suo nodo ascendente dal perielio, saranno I ed Ω determinati per le due equazioni

$$p = I.\ \text{sen}\ \Omega$$
$$q = I.\ \cos\ \Omega,$$

dalle quali si dovrà determinare Ω in quel quadrante che rende I positivo. La longitudine del nodo ascendente dell'orbita variata sull'orbita primitiva, sarà $\Omega + \pi$; e la sua distanza dal nodo sull'ecclittica primitiva sarà $= \Omega + \pi - \omega$, che porremo $= N$. Chiamando δi la variazione dell'inclinazione rapporto all'ecclittica fissa per l'epoca del primo passaggio, e $\delta \omega$ la variazione del nodo ascendente, si avrà

$$\delta i = I.\ \cos N;\ \delta \omega = \frac{I\ \text{sen}\ N}{\text{sen}\ (i + \delta i)};$$

e però la nuova inclinazione ed il nuovo nodo ascendente sull'istessa ecclittica fissa saranno $= i + \delta i$; $\omega + \delta \omega$. Per riferire queste quantità all'ecclittica mobile, ed in particolare all'epoca del secondo passaggio al perielio, se indichiamo per T la durata della rivoluzione della cometa, dovrà la precedente inclinazione aumentarsi della quantità

$$-\frac{T}{365,25} \cdot 0'',48892 \cdot \cos(\omega - 171^\circ. 36'),$$

e la longitudine del nodo aumentarsi della precessione, ossia della quantità

$$\frac{T}{365,25} \cdot 50'',20.$$

La longitudine del perielio rapporto all'ecclittica mobile sarà

$$= \pi + \delta \pi + 2\, \delta \omega . \operatorname{sen}^2 \tfrac{2}{1} i + \text{prec. equinoz.}$$

Il nuovo angolo di eccentricità sarà rappresentato per $\varphi + \delta \varphi$; ed il nuovo moto diurno siderale sarà $= n + \delta n$; da cui, dietro le consuete formule, si formerà il nuovo asse maggiore.

Finalmente si formerà l'integrale $\int dt \int dn = T \int dn - \int t\, dn$; T essendo la durata della rivoluzione siderale da bel principio assunta; $\int t\, dn$ una delle variazioni sopra calcolate per quadratura; sarà la variazione dell'anomalia media $\delta \zeta = \int dt \int dn + \int dg$, e perciò la variazione del periodo $\delta T = -\frac{\delta \zeta}{n}$. Quindi la cometa tornerà al perielio dopo che saranno decorsi $T + \delta T$ giorni dall'assunto ultimo passaggio.

Variazioni degli elementi ellittici dipendenti da Giove, da Saturno e dalla Terra, durante il periodo compreso fra il 1826 *ed il* 1832.

VII. Nelle prime ricerche da me instituite intorno all'orbita ellittica di questa cometa si determinò il semiasse maggiore col mezzo della rivoluzione periodica di 2460 giorni, dedotta dai passaggi al perielio osservati nel 1805 e nel 1826, e partendo da questo semiasse si calcolò un sistema di elementi ellittici, che plausibilmente rappresentava le posizioni osservate nel 1826 (*Nuovi Saggi*, vol. III. pag. 328), e questi stessi elementi servirono dappoi di base ai primi calcoli delle perturbazioni fra il 1826 ed il 1832.

Il signor Damoiseau, dietro il calcolo delle perturbazioni nei tre periodi compiutisi fra il 1805 ed il 1826, trovò che il tempo della rivoluzione siderale nell'ellisse, in cui movevasi in quest'ultima apparizione, doveva essere di $2495^{g},1762$, in luogo di 2460. Riprendendo pertanto da capo tutti i calcoli,

ho ritenuto il semiasse maggiore corrispondente alla rivoluzione del signor Damoiseau, ed agli elementi citati non ho fatto altra variazione, che quella opportuna all'eccentricità, perchè la distanza perielia rimanesse inalterata, giacchè essa rappresentava plausibilmente le osservazioni. In tal guisa, se dicasi q la data distanza perielia, a il semiasse maggiore, φ l'angolo di eccentricità, dalle note formule del moto ellittico si avrà

$$\cos\left(45 + \frac{1}{2}\varphi\right) = \sqrt{\frac{q}{2a}}.$$

Il logaritmo del semiasse maggiore corrispondente alla rivoluzione 2455, 1762 per la terza legge di Keplero mi risulta ... $\log a = 0,5516562$; ponendo, come nel citato luogo, $\log q = 9.9554798$, si troverà $\varphi = 48^\circ.\ 17'.\ 45'',2$. Così gli elementi ellittici ivi riferiti si cangiano nei seguenti, dai quali partiremo pel calcolo delle perturbazioni.

Passaggio al perielio . . . . . 1826, giorni 77,450463 T. M. in Padova,
ovvero 77,423983 T. M. in Parigi.

Longit. del perielio . . . . $\pi = 109^\circ.46'.7'',78$ } Eq. Medio del
del nodo . . . . . $\omega = 251.\ 28.\ 23,34$ } 9 Marzo.

Inclinazione all'ecclittica . $i = 13.\ 33.\ 55,91$

Ang. di eccentricità (1) . . $\varphi = 48.\ 17.\ 57,2$; $\log \operatorname{sen}\varphi = 9,8731050$

Log semiasse maggiore. $\log a = 0,5516562$

Moto diurno sid. medio . . $n = 527'',8642$

Colla scorta di questi elementi è stata costruita la tavola prima delle funzioni ellittiche ordinata per l'anomalia eccentrica sopra nominata, che stimo inutile di qui riferire. Per ciò che riguarda l'azione dei pianeti si ebbe riguardo a Giove, Saturno ed alla Terra nel modo seguente. Per Giove si calcolarono le loro posizioni di 4° in 4° di anomalia eccentrica, tenendo da bel principio conto della sola equazione del centro e della grande equazione; ma in seguito ultimati tutti i calcoli, dietro qualche esempio si rese manifesto che l'influenza delle equazioni trascurate era sensibile, e per non ripeterne da capo l'intero calcolo si determinò la piccola correzione delle ottenute variazioni, riguardandola come una nuova formula integrale, di cui assegnossene il valore per quadratura, per tronchi di 20° in 20° di anomalia eccentrica. Si è giudicato oppor-

(1) Per inavvertenza si è ritenuto in tutto il corso del calcolo questo valore di φ in luogo di quello superiormente ottenuto. Una sì piccola differenza non esercitando alcuna influenza nei risultati, si è stimato bene di non fare alcun cambiamento, e di avvertirne il discreto lettore.

tuno di avvertire questa circostanza, e riferire separatamente tanto il primitivo risultato, quanto la correzione ottenuta, affinchè chiaramente apparisca quale influenza esercitino le piccole differenze nelle coordinate di Giove allorchè molto si avvicina alla cometa, siccome accadde nel Maggio del 1831, la minore loro distanza scambievole essendo stata = 1, 17. Di qui si rende ancora manifesto, che per maggiore precisione sarebbe stato opportuno correggere a mano a mano gli elementi ellittici della cometa, ad oggetto di ottenere più esattamente le sue coordinate, quando trovossi in gran vicinanza a Giove; nel qual tempo per una piccola variazione della distanza notabilmente doveva variare l'azione di questo pianeta.

Quanto a Saturno, esercitando esso una minore influenza, se ne calcolò la posizione di 10 in 10 gradi di anomalia eccentrica, e coi precetti superiori si stimarono le variazioni degli elementi da esso dipendenti. Per ultimo, in quanto alla Terra, la cui azione è piccolissima, si fece uso delle prime tavole ellittiche ordinate pel tempo, e se ne calcolò l'azione di 15 in 15 giorni pei primi quattro e per gli ultimi quattro mesi del periodo, e per tutto il tempo intermedio rimanente di 60 in 60 giorni, avendo riconosciuto che ciò era sufficiente per la piccolezza delle variazioni; prendendo sempre le sue posizioni dalle effemeridi di Milano.

VIII. Il valore numerico delle variazioni degli elementi ellittici dipende dalla massa dei pianeti, e soprattutto da quella di Giove. È stato riconosciuto in questi ultimi tempi dai chiarissimi astronomi Gauss, Nicolay ed Enke, che il valore da La Place assegnatole $\left(\frac{1}{1066,09}\right)$ doveva essere notabilmente aumentato per rappresentare i movimenti dei nuovi pianeti Pallade, Giunone e Vesta; e dietro un profondo esame delle loro perturbazioni, Gauss e Nicolay trovarono di dovere adottare la massa di Giove $= \left(\frac{1}{1053,924}\right)$. Il signor Enke, discutendo le perturbazioni sofferte dalla sua cometa periodica di $3.\frac{1}{2}$ anni, trovò un risultato molto prossimo al precedente, cioè $\frac{1}{1054,4}$ (*Astr. Nach.* B. IX. §. 339). Per ultimo, il signor Airy ha intrapreso a determinare direttamente la massa di Giove, osservando ad un' equatoriale la differenza di AR fra il quarto satellite ed il centro di Giove all'epoca delle massime digressioni.

Da 10 osservazioni molto bene fra loro coincidenti, fatte con ogni cura e calcolate con ogni diligenza (*Mem. of the Roy. Astr. Society*, Vol. IV.), trova

la stessa massa $= \frac{1}{1048,69}$, che in numeri rotondi porrò $= \frac{1}{1049}$. (1) Ottenuta che siasi la variazione di un elemento qualunque in una particolare ipotesi della massa di Giove, sarà poi facile di ridurla a qualunque altro valore della stessa massa che piaccia di adottare; imperciocchè tali variazioni, dietro la loro espressione, aumentano in proporzione delle masse. Si adottarono da bel principio nel calcolo i valori delle masse stabiliti da La Place (*Système du monde*, quarta edizione), riferiti anco nel II. Volume de' miei *Elementi di Astronomia* (pag. 56), che sono i seguenti:

Per Giove $= \frac{1}{1066,09}$; per Saturno $= \frac{1}{3512,08}$; per la Terra $= \frac{1}{337102}$.

In seguito le variazioni dipendenti da Giove si ridussero alla massa $\frac{1}{1049}$ determinata dal signor Airy. In questa guisa si ottennero i risultati espressi nella seguente tabella.

	Massa di Giove $m' =$	$\frac{1}{1066,09}$	$= \frac{1}{1049}$
1.° $\int dp$;	da Giove	$= + 1324'',231$	
	correzione	$= - 7,476$	
		$= + 1316,755$	$= + 1338'',207$
	da Saturno	$= + 1,493$	$+ 1,493$
	dalla Terra	$= + 1,203$	$+ 1,203$
	$\int dp$	$= + 1319,451$	$= + 1340,903$
2.° $\int dq$;	da Giove	$= + 2706'',705$	
	correzione	$= - 23,724$	
		$= + 2682,981$	$= + 2726'',692$
	da Saturno	$= + 13,549$	$+ 13,549$
	dalla Terra	$= - 0,448$	$- 0,448$
	$\int dq$	$= + 2696,082$	$= + 2739''793$

(1) Verso il finire della scorsa estate avendo ricevuto dalla gentilezza del Professore Amici un eccellente cannocchiale acromatico con un micrometro a separazione d'immagini, di sua speciale costruzione, lo feci montare paralatticamente, e negli scorsi mesi di Gennajo, Febbrajo, Marzo ed Aprile misurai le massime digressioni del quarto satellite, tanto occidentali che orientali. Le osservazioni originali saranno da me in altra occasione pubblicate; intanto è per me soddisfacente di annunziare, che il medio di 24 determinazioni fra loro bene concordanti dà $\frac{1}{1050,05}$, risultato sommamente vicino a quello del sig. Airy.

Massa di Giove m' =		$\frac{1}{1066,09}$	- - - - - - - - =	$\frac{1}{1049}$
3.° $\int d\varphi$;	da Giove	= + 1472″,624		
	correzione	+ 3, 016		
		= + 1475, 640	- - - - - - =	+ 1499″,681
	da Saturno	= — 15, 475	- - - - - -	— 15, 475
	dalla Terra	= — 9, 286	- - - - - -	— 9, 286
	$\int d\varphi$	= + 1450, 879	- - - - - - =	+ 1474, 920
4.° $\int d\pi$	da Giove	= + 575, 436		
	correzione	= + 36, 420		
		= + 611, 856	- - - - - -	+ 621,″824
	da Saturno	= + 24, 694	- - - - - -	+ 24, 694
	dalla Terra	= + 6, 478	- - - - - -	+ 6, 478
	$\int d\pi$	= + 643, 028	- - - - - -	+ 652, 996
5.° $\int dn$;	da Giove	= + 5″,588345		
	correzione	= + 0, 024320		
		= + 5, 612665	- - - - - - =	+ 5″,704107
	da Saturno	= — 0, 031750	- - - - - -	— 0, 031750
	dalla Terra	= + 0, 100537	- - - - - -	+ 0, 100537
	$\int dn$	= + 5, 681452	- - - - - -	+ 5, 772894
6.° $\int dt \int dn$;	da Giove	= + 4108″,063		
	correzione	= — 0, 071		
		= + 4107, 992	- - - - - - =	+ 4174″,919
	da Saturno	= — 105, 617	- - - - - - =	— 105, 617
	dalla Terra	= + 46, 330	- - - - - -	+ 46, 330
	$\int dt \int dn$	= + 4048, 705	- - - - - -	+ 4115, 632
7.° $\int dg$	da Giove	= + 1327, 515		
	correzione	= — 89, 884		
		= + 1237, 631	- - - - - - =	+ 1257″,794
	da Saturno	= — 88, 816	- - - - - -	— 88, 816
	dalla Terra	= + 6, 410	- - - - - -	+ 6, 410
	$\int dg$	= + 1155, 225	- - - - - -	+ 1175, 388

IX. Indicando ora per $\delta\omega$, δi, $\delta\varphi$, $\delta\pi$ le correzioni da applicarsi agli elementi ellittici del 1826, dai quali siamo partiti, per trasportarli all'ecclittica

mobile, ed all'equinozio del 26 Novembre 1832, per $\delta Z = \int dt \int dn + \int dg$ la variazione dell'anomalia media, per T l'assunta rivoluzione di $2455^g,1762$, per δT la sua correzione, si otterranno, seguendo i precetti esposti di sopra (§. VI.), i seguenti risultati rispettivamente corrispondenti alle due superiori ipotesi della massa di Giove:

$$\delta\omega = -3.^\circ 12.' 11'',3 \text{ - - - - - - - } = -3.^\circ 15.' 16'',3$$
$$\delta i = -0.\ 21.\ 32,\ 8 \text{ - - - - - - - } = -0.\ 21.\ 43,\ 7$$
$$\delta\pi = +0.\ 10.\ 59,\ 21 \text{ - - - - - - - } = +0.\ 11.\ 4,\ 10$$
$$\delta\varphi = +0.\ 24.\ 10,\ 88 \text{ - - - - - - - } = +0.\ 24.\ 34,\ 92$$
$$\delta n = +5'',681452 \text{ - - - - - - - - } = +5'',772894$$
$$\delta Z = +1.^\circ 26'.43'',930 \text{ - - - - - } \quad +1.^\circ 28''.11'',020$$
$$\delta T = -9^g,85846 \text{ - - - - - - - - } \quad -10^g,02345$$

Quindi la nuova rivoluz. $T' = 2445^g,31774 \quad = 2445^g,15275$.

Mediante queste correzioni e la nuova rivoluzione si trasformeranno gli elementi ellittici assunti pel 1826 in quelli corrispondenti al passaggio al perielio pel 1832. La seguente tabella contiene gli elementi così ottenuti nelle due superiori ipotesi della massa di Giove, accanto ai quali scriviamo eziandio quelli dedotti dalle osservazioni, e registrati nel *secondo sistema* nella Memoria precedente, dopo averli ridotti all'equinozio medio del 26 Novembre 1832, per renderli comparabili agli altri, affinchè più facilmente se ne possano vedere le differenze.

Elementi ellittici corrispondenti

alla massa di Giove $= \frac{1}{1066,09}$		$\frac{1}{1049}$	*alle osservaz. del* 1832
Pass. al perielio 1832	$= 331^g,76820$	$331^g,60321$	$331^g,15317$ T. M. in Pad.
Longitudine del perielio	$= 109.^\circ 57'.6'',99$	$109.^\circ 57'11''88$	$110.^\circ 0'50'',25$ } eq. Med.
del nodo	$= 248.\ 16.\ 12,04$	$248.\ 13.'\ 7,\ 04$	$248.\ 15.\ 31,\ 29$ } 26 Nov.
Inclinazione	$= 13.\ 12.\ 23,11$	$13.\ 12.\ 12,\ 21$	$13.\ 13.\ 0,\ 92$
Angolo di eccentricità	$= 48.\ 42.\ 8,08$	$48.\ 42.\ 32,\ 12$	$48.\ 43.\ 3,\ 78$
Moto diurno medio sid.	$= 533'',545652$	$533'',637094$	$533'',4409$
Log semiasse mag.	$= 0,5485567$	$0,5485071$	$0,5486152$

X. Confrontando ora il tempo del passaggio al perielio dedotto dietro la teorica delle perturbazioni con quello ricavato dalle osservazioni, vi si scorge una differenza simile a quella che ritrovò il signor Enke discutendo la teorica dei movimenti della sua cometa di $3.\frac{1}{2}$ anni; la quale, se anche adottasi la massa di Giove del signor Airy, come più consentanea alla teorica dei nuovi pianeti,

ed alle ultime determinazioni delle digressioni dei satelliti, ascende a circa $0^s, 45$, cioè intorno ad 11^h. Il signor Enke rese plausibilmente ragione di questa differenza, ammettendo un etere sottilissimo gravitante verso il centro del Sole, disseminato per lo spazio, e tale, che la sua densità decrescesse in ragione inversa dei quadrati delle distanze.

Rendesi palese dalla teoria, che la resistenza di un tal etere non produrrà alcuna alterazione nella posizione del piano dell'orbita: nella posizione del perielio non produce che variazioni piccolissime e periodiche, distruggentisi ad ogni rivoluzione; ma nella eccentricità introduce una lenta e progressiva diminuzione, ed un simile aumento nel moto medio, che tende a diminuire l'asse maggiore, ed accelerare il ritorno al perielio. Dal confronto di tutti i ritorni al perielio dedusse egli per la sua cometa la quantità della resistenza eterea, ed assegnò (*Astron. Nachr.* B. IX. §. 333) le seguenti espressioni per determinarne l'effetto nei due nominati elementi, mediante le quadrature

$$\frac{d\varphi}{dt} = -K^3 U. \frac{2p \cos u}{r^3 \cos \varphi} \sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}$$

$$\frac{dn}{dt} = +3 K^4 U. \frac{1}{r^2 \sqrt{a}} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)^{\frac{3}{2}}$$

nelle quali espressioni dt rappresenta l'elemento del tempo espresso in giorni; p il semiparamento dell'orbita; u, φ, r, n l'anomalia eccentrica, l'angolo di eccentricità, il raggio vettore, il moto medio diurno; a il semiasse maggiore; K il costante del sistema solare, il cui logaritmo è $= 8,2355814$; U la resistenza dell'etere alla distanza $= 1$ dal Sole sopra un corpo della stessa densità e forma esterna della cometa in discorso. Assumendo per la massa di Giove il valore dato da La Place, ei trovò $U = \frac{1}{7^{53,73}}$. Quantunque la quantità U grandemente possa variare colla densità e forma della cometa, e quindi non si possa con sicurezza adoperare questo risultato pel caso presente, in cui mancano ancora dati sicuri per determinare il valore di U, tuttavia la curiosità mi spinse a calcolare i valori di $\delta\varphi$ e di dn, ritenendo la superiore determinazione di Enke anche pel caso attuale. Prima di tutto, avendo già le tavole ordinate per l'anomalia eccentrica, se in luogo di dt pongasi il suo valore $\frac{r\,du}{a\,n} = \frac{\sqrt{a}.\, r\,du}{K}$, rammentando essere $p = a \cos^2 \varphi$, si otterrà

$$d\varphi = -2 K^3 U a \sqrt{a}. \cos \varphi \frac{\cos u}{r^2} \sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}. du$$

$$dn = +3 K^3 U. \frac{1}{r}. \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)^{\frac{3}{2}}. du.$$

Da queste espressioni facendo variare u di 4° in 4°, ho ottenuto

$$\int d\varphi = -1'',1616; \int dn = +0'',012924.$$

Per ottenere la variazione dell'anomalia media si osservi ch'essa sarebbe data dall'equazione . . . $\delta Z = \int dt \int dn + \int dg$. Quanto al valore di $\int dg$, si troverà in un'intera rivoluzione $= 0$; l'integrale poi $\int dt \int dn$ sarà $= T \int dn - \int t\, dn$. Qui vuolsi osservare che i valori di dn ritornano gli stessi ad uguali distanze di qua e di là del perielio; dietro ciò, se un particolare valore di dn ha luogo al tempo τ, si troverà di nuovo al tempo $T - \tau$; perciò sarà $\int t\, dn$ uguale alla somma di tutti i valori $\tau\, dn + (T - \tau)\, dn$ presa dal perielio fino all'afelio; cioè sarà $\int t\, dn = \frac{1}{2} T \int dn$, ed in conseguenza $\int dt \int dn = \frac{1}{2} T \int dn$. In tal guisa ho ottenuto $\delta Z = 15'',865$, e quindi

$$\delta T = -\frac{15'',865}{527,86} = -0^g,03003.$$

Da tutto ciò sembra potersi dedurre, che la resistenza dell'etere sia insufficiente a rappresentare la differenza fra il passaggio al perielio osservato e quello calcolato, parendo poco probabile di dover tanto aumentare il valore di U. Più ragionevolmente si può far dipendere da una incertezza dell'asse maggiore, con cui si rappresentarono le osservazioni del 1826, e dalla difficoltà di ben determinare le variazioni dipendenti da Giove in questa rivoluzione, giacchè Venere e Marte per la loro piccola massa hanno una minima influenza, come si mostrerà nell'articolo seguente.

Calcolo delle variazioni prodotte da Venere e da Marte nella rivoluzione fra il 1826 *ed il* 1832.

XI. Prima di procedere al calcolo delle perturbazioni fra il 1832 ed il 1839, ho stimato opportuno di far variare gli assi maggiori e le eccentricità per modo che sparisse la differenza fra il passaggio al perielio osservato e calcolato nel 1832; ed innanzi tutto ho stimato conveniente di aver riguardo alle azioni di Venere e di Marte, che ho calcolato nel modo seguente. Ordinai il calcolo pel tempo, prendendo le coordinate della cometa da una mia prima tavola manoscritta, che supponeva una rivoluzione di 2460^g; per Venere calcolai le variazioni con le solite formule di 15 in 15 giorni da $t = 0$ fino a $t = 210^g$, e da $t = -210$ fino a $t = 0$, cioè fino al passaggio al perielio nel 1832; per Marte, di 30 in 30 giorni da $t = 0$ fino a $t = 300^g$, e da $t = -300^g$ fino a $t = 0$. Pei residui tronchi intermedii, nei quali la distanza della cometa

da Venere o da Marte era già molto grande, mi sono servito delle formule finite per questo caso, date per la prima volta da La-Grange nella sua bella Memoria premiata dall'Accademia di Parigi per l'anno 1780, concisamente ed in bell'ordine presentate nel IV. Vol. della *Meccanica celeste* di La Place, e nell'opera elegantissima del signor Pontecoulant, intitolata *Système du Monde*, Vol. II., e che qui brevemente riferirò, con quelle avvertenze che ho seguito nell'applicarvi i numeri.

Ritenendo le nostre superiori denominazioni, si riprendano dal Vol. IV. pag. 209 e seg. della *Mec. cel.* i valori di δh, δl, δn, $\int \delta' n\, dt + \delta e - \delta \pi$; e qualora pongasi l'asse delle x lungo l'asse maggiore, dovrà porvisi $h = 0$, $l = e = \text{sen}\, \varphi$; sarà $\delta h = e\, \delta \pi$; $\delta l = \delta e = \cos \varphi . \delta \varphi$; $\int \delta' n\, dt + \delta \varepsilon - \delta \pi = \delta Z$. Ponendo in luogo di $\frac{x dy - y dx}{dt}$ il suo valore $\sqrt{a} . \cos \varphi$, e facendo alcune ovvie riduzioni nel valore di δZ per approfittare della tavola costruita delle funzioni ellittiche, si hanno per calcolare le variazioni nell'indicato tronco le seguenti equazioni:

$$(1)\quad e\, d\pi = m' \frac{y}{r} - m' \frac{x}{r} . \frac{x y' - x' y}{r^2} - m' \sqrt{a} \cos \varphi . \frac{dx'}{dt}$$
$$- m' \frac{dx}{dt} . \frac{x dy' - y' dx + x' dy - y dx'}{dt}$$

$$(2)\quad \delta e = \cos \varphi . \delta \varphi = m' \left(e + \frac{x}{r}\right) + m' \frac{y}{r} . \frac{x y' - x' y}{r^2} + m' \sqrt{a} . \cos \varphi . \frac{dy'}{dt}$$
$$+ m' \frac{dy}{dt} . \frac{x dy' - y' dx + x' dy - y dx'}{dt};$$

$$(3)\quad \delta n = - \frac{3 m' a n}{r} + m' n - 3 m' a n . \frac{x x' + y y'}{r^3} - 3 m' a n . \frac{dx dx' + dy dy'}{dt^2}$$

$$(4)\quad \delta Z = - m' n q t + \frac{m' (x y' - x' y)}{a^2 \cos \varphi} - \delta \pi . \frac{r^2}{a^2 \cos \varphi} - \delta \varphi . \left(\frac{r}{a \cos^2 \varphi} + 1\right) \cos \varphi . \text{sen}\, u.$$

Per ottenere da queste equazioni i valori di $\delta \pi$, $\delta \varphi$, δn, δZ, si devono sostituire nei secondi membri i valori di $x, x', y, y', r, \frac{dx}{dt}, \frac{dx'}{dt}$ ec. relativi al principio del secondo tronco, quindi quelli relativi al fine; dal secondo risultato numerico togliendo il primo, si ottengono le variazioni relative a tutta la estensione del 2.° tronco. Vuolsi osservare che nel 2.° membro dell'equazione (4) deve porsi $t = 0$ nel calcolo relativo al principio, mentre nel calcolo relativo al fine t è = al numero dei giorni dalla cometa impiegati per passare dal principio alla fine del 2.° tronco; $m' n q$ rappresenta qui il valore di δn, calcolato dietro l'equazione (3) pel principio del medesimo tronco.

XII. Rimane ancora ad assegnare i valori di $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dx'}{dt}$, $\frac{dy'}{dt}$ pel principio e fine del tronco, che entrano nei secondi membri delle equazioni (1), (2), (3) e (4) del §. precedente. A tale oggetto si riprendano in primo luogo le equazioni $x = a.\cos u - ae$; $y = a\cos\varphi.\operatorname{sen} u$; $r = a.(1 - e\cos u)$ $nt = u - e.\operatorname{sen} u$. Differenziando quest'ultima equazione, ed avendo riguardo alla terza, si otterrà $\frac{du}{dt} = \frac{an}{r}$. Osservando che La Place pone $n\,a^{3:2} = 1$, essa diverrà . . . $\frac{du}{dt} = \frac{1}{r\sqrt{a}}$.

Dietro ciò, differenziando le prime due equazioni si avrà

$$\frac{dx}{dt} = -a\operatorname{sen} u.\frac{du}{dt} = -\frac{\sqrt{a}.\operatorname{sen} u}{r};\ \frac{dy}{dt} = a\cos\varphi.\cos u\frac{du}{dt} = \frac{\sqrt{a}.\cos\varphi}{r}.\cos u.$$

Venendo in secondo luogo alle coordinate del pianeta, ritenendo qui pure $n'\,a'^{3:2} = 1$, per le leggi del moto ellittico si avrà

$$\frac{r'^2 dv'}{dt} = \sqrt{a'(1 - e'^2)} = \sqrt{a'}.\cos\varphi';\ \text{l'equazione } r' = \frac{a'\cos^2\varphi'}{1 + e'\cos v'}$$

differenziata darà . . . $\frac{dr'}{dt} = \frac{r'^2.e'\operatorname{sen} v'}{a'\cos^2\varphi'}.\frac{dv'}{dt} = \frac{e'\operatorname{sen} v'}{\sqrt{a'}.\cos\varphi'}$

dalle quali ottiensi tosto

$$\frac{dv'}{dt} = \frac{\sqrt{a'}\cos\varphi'}{r'^2};\ \frac{dr'}{dt} = \frac{\operatorname{tang}\varphi'.\operatorname{sen} v'}{\sqrt{a'}}.$$

Riprese in seguito le equazioni del §. III.

$$x' = Ar'\operatorname{sen}(v' + P)$$
$$y' = Br'\operatorname{sen}(v' + Q),$$

nelle quali A, B, P, Q sono costanti, se si differenzino e se si sostituiscano per $\frac{dv'}{dt}$, $\frac{dr'}{dt}$ i precedenti valori, si avranno le seguenti:

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{A\sqrt{a'}.\cos\varphi'}{r'}.\cos(v' + P) + \frac{A\operatorname{tang}\varphi'.\operatorname{sen} v'\operatorname{sen}(v' + P)}{\sqrt{a'}}$$
$$\frac{dy'}{dt} = \frac{B\sqrt{a'}.\cos\varphi'}{r'}.\cos(v' + Q) + \frac{B\operatorname{tang}\varphi'.\operatorname{sen} v'.\operatorname{sen}(v' + Q)}{\sqrt{a'}},$$

col mezzo delle quali equazioni facilmente si calcolano i coefficienti differenziali pel principio e pel fine del tronco. Qui vuolsi osservare, che avendo posto $n\,a^{3:2} = n'a'^{3:2} = 1$ (mentre questa quantità esprime il costante k del sistema solare), si dovrebbero quei termini del 2.° membro, che non riuscissero numeri astratti, moltiplicare per tal potenza di k, che fosse opportuna a renderli tali; ma è facile ad accorgersi, che coi precedenti valori divengono di di-

mensione nulla, e quindi non abbisognano di altra avvertenza nel calcolo, che della riduzione in secondi, se i valori delle variazioni si desiderano in secondi; lo che facilmente si otterrà adoperando la massa m' ridotta a secondi in quei termini che non sono espressi naturalmente in secondi, per trovarsi moltiplicati per n, $\delta\varphi$, $\delta\pi$.

Noi non abbiamo riferito le formule relative alla variazione della posizione dell'orbita, giacchè Venere e Marte non esercitano una sensibile influenza in questi elementi. Esse possono con simili precetti facilmente ottenersi dai valori di $\delta c'$, $\delta c''$ della pag. 212.

XIII. Dopo di aver riferito la via tenuta pel calcolo delle variazioni prodotte da Venere e da Marte, non resta che indicare i risultati ottenuti nei singoli tronchi, nei quali dicemmo sopra di aver diviso l'orbita per ciascheduno di loro.

Variazioni provenienti da Venere.

1. Tronco	$\delta\varphi = -0'',3734$;	$\delta\pi = -0'',3513$;	$\delta n = +0'',002341$;	$\delta Z = +6'',420$
3. Tronco	$= +0,2596$	$+2,5901$	$+0.010069$	$+1.916$
2.° Tronco	$= +0,7922$	$-2,3475$	-0.021803	$= -12,417$
	$\delta\varphi = +0,6784$	$\delta\pi = -0,1087$	$\delta n = -0,009393$;	$\delta Z = -4,081$

Variazioni provenienti da Marte.

1.° Tronco	$\delta\varphi = -0'',0967$;	$\delta\pi = -0'',2465$;	$\delta n = +0'',002147$;	$\delta Z = +5'',277$
3. Tronco	$= -0,4175$;	$= -0.1345$	$= +0.004543$	$+0,112$
2. Tronco	$= -0.1152$	-0.3330	$= +0.005993$	$+2,675$
	$\delta\varphi = -0,6294$;	$\delta\pi = -0,7140$	$\delta n = +0,012683$;	$\delta Z = +8,064$

Rendesi ora palese che l'azione di questi due pianeti è piccolissima, e si può trascurare; noi non terremo conto che delle variazioni del moto medio e dell'anomalia, che sono le più importanti, perchè da esse dipende la determinazione dell'asse maggiore. Ritenendo pertanto le variazioni superiormente determinate corrispondenti alla massa di Giove $= \frac{1}{1049}$, avremo per l'azione

della Terra, Giove e Saturno	$\delta n = +5'',772894$;	$\delta Z = +1.^{\circ}28'.11'',020$
di Venere e Marte	$= +0.003290$	$= +3,983$
quindi il valore totale di	$\delta n = +5,776184$;	$\delta Z = +1.28.15,003$.

XIV. Ottenuti i valori di δn, δZ, sarà facile calcolare il semiasse maggiore dell'orbita tanto pel 1826, quanto pel 1832 dietro i passaggi osservati in queste

due epoche. Sia in fatti T il numero dei giorni trascorsi fra i due passaggi al perielio osservati nei due indicati anni; n il moto diurno siderale medio pel 1826; n' quello pel 1832. Sarà primieramente $n' = n + \delta n$; in seguito le note teoriche del moto ellittico daranno i semiassi maggiori a, a' col mezzo delle seguenti equazioni:

$$a = \frac{R'' K}{n^{3:2}};\ a' = \frac{R'' K}{n'^{3:2}},\ \text{essendo } \log R'' K = 3,5500066.$$

Per ottenere n, riprendasi l'equazione (12) (*Elem. di Astronomia*, Vol. II. pag. 326, seconda ediz.), ed in essa ponendo $Z = 0$, $z = 360$, $t = T$, avremo $360^\circ = nT + \delta Z$; donde si trae .. $n = \frac{360 - \delta Z}{T}$.

I passaggi al perielio dedotti dalle osservazioni da me instituite in questo Osservatorio, e riferiti pel 1826 nel III. Vol. di questi Atti, pag. 326, e pel 1832 nel presente (pag. 82, 2.° sistema di elementi), sono i seguenti:

1826 - - - - - - $77^g,450463$ } T. Medio dal principio dell'anno
1832 - - - - - - $331,153170$ } al Meridiano di Padova.

Quindi sarà $T = 2444^g,702707$

$$360^\circ - \delta Z = 358^\circ.\ 31'.\ 44'',997 = 1290704'',997.$$

Dietro ciò, colla divisione ordinaria si troverà $n = 527'',9599$, e perciò $n' = n + \delta n = 533'',736084$.

Ottenuti così i valori di n e di n', si avrà con le tavole a 7 cifre:

$\log a = 0,5516037$ - - - - - - pel 1826
$\log a' = 0,5484533$ - - - - - - pel 1832.

XV. Ottenuto l'asse maggiore, sarà determinata eziandio l'eccentricità, assumendo la condizione, che la distanza perielia della cometa debba rimanere identica a quella colla quale si rappresentarono le osservazioni dei due citati anni. A vero dire, anche gli altri elementi ricevono una correzione per le variazioni apportate all'asse maggiore; ma questa è così piccola, che il più delle volte si potrà trascurare, come verificheremo nel seguente paragrafo. Indicando per q la distanza perielia, l'angolo di eccentricità φ sarà dato, come al §. VII., dalla seguente equazione:

$$\cos\left(45^\circ + \tfrac{1}{2}\varphi\right) = \sqrt{\frac{q}{2a}}.$$

Quindi assumendo, come nei citati luoghi,

pel 1826 - - - - - - $\log q = 9.9554798$
pel 1832 - - - - - - $\log q' = 9.9439962$,

si troverà $\varphi = 48^\circ.\ 17'.\ 35'',6$; $\varphi' = 48^\circ.\ 42'.\ 34'',96$.

Ritenendo gli altri elementi, come vennero assegnati nei due citati luoghi, si avranno i seguenti due sistemi ridotti all'equinozio medio del 9 Marzo 1826 e del 0 Gennajo 1833, che molto prossimamente soddisfanno alle osservazioni

	pel 1826	pel 1832
Pass. al perielio $= \tau$ 1826	$77^{g}, 450463$	1832 - - - $331^{g}, 153170$
Longit. del perielio π	$= 109^{\circ}. 46'. 7'', 78$	$= 110^{\circ}. 0' 55'', 05$
Longit. del nodo ω	$= 251. 28. 33, 34$	$= 248. 15. 36, 09$
Inclinazione i	$= 13. 33. 55, 91$	$= 13. 13. 0, 92$
Angolo di eccentr. φ	$= 48. 17. 35, 60$	$= 48. 42. 34, 96$
Log sem. ass. mag. $=$ log. a	$= 0. 5516037$	$= 0, 5484533$
Log $e =$ log sen φ	$= 9, 8730644$	$= 9. 8758573$
Log A	$= 0. 3968936$	$= 0. 3959163$
Log B	$= 9. 9777399$	$9. 9719981$
Moto diurno medio sid. n	$= 527'', 9599$	$533'', 736084.$

Dove log A, log B sono due costanti che servono al calcolo dell'anomalia vera v e del raggio vettore r, data essendo l'anomalia eccentrica u dietro le seguenti equazioni:

$$\operatorname{sen} \frac{1}{2} v \sqrt{r} = A. \operatorname{sen} \frac{1}{2} u; \quad \cos \frac{1}{2} v \sqrt{r} = B. \cos \frac{1}{2} u.$$

XVI. Si è detto al §. precedente, che una leggera correzione nell'asse maggiore non influisce sensibilmente che nell'eccentricità da noi determinata per modo che la distanza perielia rimanga inalterata. Per mettere in evidenza la verità di questa asserzione, cerchiamo le correzioni da farsi ai superiori elementi pel 1826, per rappresentare quelle stesse osservazioni dalle quali furono dedotti, che riferite all'equinozio medio del 1826 porgono i seguenti elementi del calcolo (*Nuovi Saggi dell'Accademia di Padova*, Vol. III. pag. 319).

1826	T. M. in Pad. dal princ. dell'anno	Longit. osserv. di cometa $= \alpha$	Latit. osservata di cometa $= \beta$	Longitudine di Terra $= L$	Log dist. di Terra da Sole
9 Marzo	68, 35849	$38^{\circ}. 41'. 21'', 8$	$- 4^{\circ}. 29'. 2'', 1$	$168^{\circ}. 44'. 45'', 0$	9. 9972827
25 Marzo	84, 32315	57. 6. 9, 7	$- 8. 52. 45, 0$	184. 36. 22, 2	9. 9992029
15 Aprile	105, 35841	85. 28. 18, 5	$- 13. 48. 27, 0$	205. 17. 17, 1	0. 0018237
1 Maggio	121, 39336	108. 33. 2, 8	$- 15. 24. 10, 8$	220. 53. 12, 6	0. 0036635

Confrontando queste osservazioni cogli elementi superiori, e prendendo la differenza fra le posizioni calcolate e le posizioni osservate, si avranno i secondi membri delle otto equazioni di condizione, dalle quali dipendono le cer-

cate correzioni, i primi membri rimanendo gli stessi che nel citato luogo. In tal guisa si otterranno i secondi membri per ordine come segue:

(1) $f = -1'',4$	(3) $f = +5'',5$	(5) $f = +10'',9$	(7) $f = +18'',1$
(2) $= -5,8$	(4) $= +22,8$	(6) $= -44,0$	(8) $= +23,5.$

Risolvendo ora, dietro questi secondi membri, le indicate equazioni, seguendo le tracce ivi esposte, si ottengono le seguenti correzioni dei superiori elementi:

$$\delta\omega = -0',02758 = -1'',65$$
$$\delta i = -0,08027 = -4.82$$
$$d\tau = -0,05311 = -0^{g},005311$$
$$d\pi = -0,13755 = -8'',25$$
$$\delta\varphi = +0,06825 = +4'',10.$$

Le quali, applicate opportunamente, conducono al seguente sistema di elementi ellittici pel 1826.

Passaggio al perielio $= \tau$ - - - 1826 - - - - $77^{g},445152$ T. M. in Padova.
Longitud. del perielio π - - - - - - - - - - $= 109°.45.'59'',53$ } Eq. Medio 9
del nodo ω - - - - - - - - - - $= 251.28.31,69$ } Marzo.
Inclinazione i - - - - - - - - - - $= 13.33.51,09$
Angolo di eccentricità φ - - - - - - - - - - $= 48.17.39,70$
Rimanendo $\log a = 0,5516037$, moto diurno medio siderale $= 527'',9599$.

Questi elementi rappresentano lodevolmente le longitudini osservate, ma si allontanano per alcuni secondi dalle latitudini; lo che si deve attribuire alla incertezza delle osservazioni, ed alla difficoltà di bene apprezzare il centro del nucleo della cometa, involto in una larga e mal terminata nebulosità. Ecco per ordine i risultamenti di questo confronto:

Correzioni in longitudine $= +0'',5; +2'',2; -1'',8; -0'',8$
in latitudine $= -2,5; +25,2; -41,7; +24,0.$

Dimostrata così piccolissima l'influenza della variazione del moto medio e dell'asse maggiore sopra gli altri elementi pel 1826, quando opportunamente sia stata corretta l'eccentricità, è facile comprendere che tale influenza riuscirebbe anche più piccola nel 1832. In fatti, la variazione indotta al moto medio nel 1826 fu di $+1'',16$, ed all'angolo φ di $-1'.55'',3$; mentre le corrispondenti variazioni pel 1832 furono $+0'',30$; $-28'',5$, i quali numeri sono circa la quarta parte dei precedenti; donde si può concludere, che le correzioni dei superiori elementi pel 1832 risulteranno all'incirca la quarta parte di quelle ottenute pel 1826, e perciò trascurabili nel presente argomento. Ciò comprenderassi agevolmente da chi si darà la briga di confrontare direttamente

quegli elementi colle osservazioni; e ritroverà prossimamente le stesse differenze ottenute nella precedente Memoria col 2.° sistema.

Calcolo delle perturbazioni prodotte da Giove, da Saturno e dalla Terra, fino al ritorno al perielio nel 1839.

XVII. Ritenendo gli elementi pel 1832, come sono stati assegnati al §. XV., ho costruito le tavole preliminari, di cui feci parola al §. V., e delle quali io non riferirò in fine che quella relativa alle funzioni ellittiche, potendo essere di qualche utilità in simili circostanze. Rapporto alle altre io noterò, che le tavole relative alle funzioni dipendenti da Giove procedevano di 4° in 4° di anomalia media per tutta l'estensione dell'orbita; quelle relative a Saturno procedevano di 8° in 8°; per ultimo, quelle relative alla Terra di 2° in 2° pei primi 30°, e per gli ultimi 30° di anomalia media, essendo state pel tronco intermedio calcolate le variazioni dipendenti dalla Terra coi precetti dei §§. XI. e XII. I luoghi di Giove e di Saturno sono stati calcolati col mezzo delle tavole sopraccitate del signor Bouvard, tenendo conto dell'equazione del centro, della grande equazione, e delle prime quattro più forti ineguaglianze; la posizione della Terra è stata calcolata dietro le tavole solari del signor Carlini. In quanto alle masse, si è ritenuto per Giove la massa del signor Airy $\frac{1}{1049}$; per Saturno e per la Terra quelle assegnate da La Place; cioè $\frac{1}{3512}$ pel primo, ed $\frac{1}{337102}$ per la seconda. Dietro queste norme, spingendo i calcoli numerici sino alla fine, ho ottenuto i seguenti risultati:

1.° $\int \delta p$. da Giove	$= + 44'',438$;	2.° $\int \delta q$	$= + 87'',117$
da Saturno	$= + 0'',837$	- - - - - -	$= + 1,199$
dalla Terra	$= + 0,261$	- - - - - -	$= + 0,177$
$\int \delta p$	$= + 45,536$	$\int \delta q$	$= 88'',493$
3.° $\int \delta \varphi$ da Giove	$= + 56'',361$;	4.° $\int d\pi$	$= + 32'',214$
da Saturno	$= - 6,791$	- - - - - -	$= - 23,833$
dalla Terra	$= - 7,730$	- - - - - -	$= - 3,920$
$\int d\varphi$	$= + 41'',840$	$\int \delta \pi$	$= + 4'',461$

5.° $\int \delta n$ da Giove - - - - - - - - -	$= + 0'',143906$
da Saturno - - - - - - - - -	$= - 0,005511$
dalla Terra - - - - - - - - -	$= + 0,063928$
$\int \delta n$	$= + 0'',202323$

XVIII. La variazione dell' anomalia media δZ è data per l' equazione $\delta Z = T.\int dn - \int t\,dn + \int dg$, dove T è $= 2428^g, 1662$, cioè al tempo della rivoluzione periodica corrispondente all'asse maggiore calcolato pel 1832. Gli integrali di questa equazione sonosi calcolati per quadrature; ponendo per $\int dn$ il suo valore particolare relativo a ciaschedun pianeta, si ottengono i seguenti risultati:

Per Giove $\int t\,dn = +586'',9164$; $\int dg = -940'',510$; quindi $\delta Z = -1177'',995$
Per Saturno $= -58,8207$; $= +72,650$ - - - - - - - - - $+118,089$

Quindi dipendentemente da Giove e da Saturno - - - - - - - $\delta Z = -1059,906$

Per ciò che riguarda la Terra, si ottiene

fra $0^\circ - 30^\circ$; $\int dn = +0'',040695$; $\int t\,dn = +4'',368$; $\int dg = +5'',091$
fra $330 - 360$ $= +0,018804$ $+42,694$ $-3,244$

$\int dn = +0,059499$; $\int t\,dn = +47,062$; $\int dg = +1,847$

Quindi pei due precedenti tronchi la variazione dell'anomalia dovuta all'azione della Terra sarà - $\delta Z = +99'',258$

Nel tronco intermedio fra $30^\circ - 330^\circ$ coi precetti del §. XI. si troverà $= +42,763$

Però la variazione totale dell'anomalia media dipendente dall'azione della Terra sarà - $= +142'',021$.

Riunendo questa alla precedente, dipendente da Giove e da Saturno, si avrà la variazione totale - $\delta Z = -917'',885$.

Pertanto la variazione δT della rivoluzione sarà $= -\frac{\delta Z}{n} = +\frac{917'',885}{533'',7361}$ $= +1^g, 7197$.

Assumendo ora la rivoluzione $T = 2428^g, 1662$ sopraindicata, si avrà il ritorno al perielio dopo il passaggio osservato nel 1832 in $T + \delta T$ giorni, cioè dopo $2529^g, 8859$; il che, partendo dal 1832 . . . . $3318, 15317$, conduce al giorno . . . 204, 03907 dell'anno 1839. T. M. al Meridiano di Padova, che coincide col 23, 03907 di Luglio.

XIX. Le riferite variazioni conducono ora facilmente agli elementi ellittici pel passaggio al perielio del 1839. Primieramente il moto diurno siderale sarà $= n + \delta n = n'$; quindi si troverà $n' = 533'',938407$; in seguito, mediante la consueta formula, si otterrà $\log a' = 0,5483436$.

I valori di $\int dp$, $\int dq$ daranno, rapporto all'ecclittica ed all'equinozio del 0 Gennajo 1833,

$$\delta i = -35'',69 \quad \delta \omega = -7'.46'',65.$$

La variazione della longitudine del perielio, rapporto allo stesso equinozio, sarà $= \int d\pi + 2\,\delta\,\omega.\ \text{sen}^2 \tfrac{1}{2} i = -7'',87$. Dopo di ciò, la formazione di tutti gli elementi, rapporto all'ecclittica mobile ed all'equinozio del 23 Luglio 1839, non avrà alcuna difficoltà. Si ottengono così i seguenti risultati:

Passaggio al perielio - - - - - - - - - - 1839 in $204^g,03907$ T. M. in Padova
Longitudine del perielio - - - - - - - - - - - $\pi = 110°.\ 6'.16'',33$
del nodo - - - - - - - - - - - - - $\omega = 248.\ 13.\ 18,\ 59$
Inclinazione all'ecclittica - - - - - - - - - - - $i = 13.\ 12.\ 24,\ 49$
Angolo di eccentricità - - - - - - - - - - - - $\varphi = 48.\ 43.\ 16,\ 80$
Moto diurno siderale medio - - - - - - - - - $n = 533'',938407$
Log semiasse maggiore - - - - - - - - - - log $a = 0,5483436$
Log eccentricità - - - - - - - - - - - log sen $\varphi = 9,8759347$
Log eccentricità in secondi - - - - - - - log $e'' = 5.1903598$

Log $A = 0,3958781$; log $B = 9,9718265$;

A e B essendo i due costanti che servono al calcolo dell'anomalia vera col mezzo dell'anomalia eccentrica, come al §. XV.

Le formule che servono al calcolo delle coordinate eliocentriche rettangole, rapporto al piano dell'equatore (*Astron.* Vol. I. pag. 254), dietro questi elementi risultano come segue, v essendo l'anomalia vera della cometa, r il suo raggio vettore:

$x = m.r.$ sen $(v + 199°.34'.13'',0)$ - - - - - - - - log $m = 9,9899991$
$y = n.r.$ sen $(v + 105.\ 30.\ 48,\ 3)$ - - - - - - - - log $n = 9.9780795$
$z = p\,r$ sen $(v + 141.\ 58.\ 8,\ 1)$ - - - - - - - - log $p = 9.5746482$.

XX. Terminerò col riferire la tavola delle funzioni ellittiche promessa di sopra al §. XVII., e la effemeride per la riapparizione della cometa all'anno 1839. Rapporto alla prima, si è dovuto dividere in due parti, ciascheduna delle quali ha per argomento l'anomalia media z della cometa, che procede di 2° in 2° da 0° fino a 40°, di 4° in 4° da 40° fino a 180°, stimando inutile di riferirla per tutta l'estensione di due in due gradi.

Per non aumentare inutilmente l'estensione della tavola, si è soppressa la continuazione fino a 360°, giacchè dopo i 180° tornano gli stessi valori delle funzioni ellittiche con qualche cambiamento di segno, che l'attento calcolatore saprà sempre porre in pratica, qualora rifletta che i segni attribuiti ad ogni funzione sono quelli che hanno luogo fino ai 180°; i valori di t e di log t non ritornano gli stessi dopo i 180°, e si sono aggiunti in una tabella supplementaria.

La effemeride calcolata con tavole a cinque cifre, dietro i dati del §. precedente, facendo uso delle tavole delle coordinate solari rapporto all'equatore del signor Carlini, inserite nelle Effemeridi di Milano per l'anno 1834, per la mezza notte media del Meridiano di Padova, si estende di 4 in 4 giorni dal 20 Maggio al 3 Ottobre. Sfortunatamente troverassi allora la cometa molto prossima alla sua congiunzione col Sole, e dalla Terra molto lontana; quindi poca speranza rimane di poterla osservare in quel suo ritorno al perielio, trovandosi nel suo orto ed occaso, o nella luce crepuscolare, od immersa nei raggi solari. Alle ascensioni rette e declinazioni si è aggiunto il tempo vero del nascere e del tramontare, prossimamente calcolato pel nostro orizzonte. Il più leggero confronto coll'ora del nascere e tramontare del Sole fa conoscere che in Luglio, quando la sua luce diverrebbe più forte, sorge quasi con esso; in Giugno sarà troppo debole, ed immersa nella luce crepuscolare; negli ultimi mesi poi troverassi sempre immersa nella luce solare.

Tavola I. delle funzioni ellittiche relative all'orbita della cometa.
Parte prima. Argom. anom. media Z.

An. media Z.	t	Log t	u	Log r	Log sen u	L. cos u	Log $\frac{\text{sen } u}{r}$	Log $\frac{\cos u}{r}$
0°	0,00	— ∞	0.° 0′, 0	9.94400	— ∞ +	0,00000+	— ∞	0.05600+
2	13,49	1.13001	7.58, 1	9.95650	9.14184	9.99579	9.18534+	0.03929
4	26,98	1.43104	15.31, 0	9.98936	9.42735	9.98388	9.43799	9.99452
6	40,47	1.60713	22.25, 2	0.03334	9.58137	9.96588	9.54803	9.95254
8	53,96	1.73207	28.37, 3	0.08052	9.68036	9.94340	9.59984	9.86288
10	67,45	1.82898	34.11, 7	0.12654	9.74974	9.91756	9.62320	9.79102
12	80,94	1.90816	39.13, 3	0.16952	9.80094+	9.88914+	9.63142+	9.71962+
14	94,43	1.97511	43.47, 6	0.20894	9.84014	9.85844	9.63120	9.64950
16	107,92	2.03310	47.59, 2	0.24490	9.87098	9.82562	9.62608	9.58072
18	121,41	2.08426	51.51, 6	0.27760	9.89570	9.79069	9.61810	9.51309
20	134,90	2.13001	55.27, 9	0.30742	9.91581	9.75352	9.60859	9.44610
22	148,39	2.17140	58.50, 3	0.33462	9.93232+	9.71387+	9.59770+	9.37925+
24	161,88	2.20920	62. 1, 0	0.35960	9.94600	9.67137	9.58640	9.31177
26	175,37	2.24396	65. 1, 4	0.38270	9.95735	9.62557	9.57465	9.24287
28	188,86	2.27614	67.53, 1	0.40406	9.96682	9.57573	9.56276	9.17167
30	202,35	2.30611	70.36, 5	0.42380	9.97464	9.52117	9.55084	9.09737
32	215,84	2.33413	73.13, 1	0.44224	9.98110+	9.46049+	9.53886+	9.01825+
34	229,33	2.36046	75.44, 9	0.45964	9.98643	9.39125	9.52679	8.93161
36	242,82	2.38529	78. 7, 8	0.47554	9.99061	9.31322	9.51507	8.83768
38	256,31	2.40877	80.27, 3	0.49068	9.99395	9.21965	9.50327	8.72897
40	269,80	2.43104	82.42, 1	0.50490	9.99647	9.10392	9.49157	8.59903
44	296,78	2.47243	86.59, 5	0.53098	9.99940+	8.72000+	9.46842+	8.18902+
48	323,76	2.51023	91. 2, 6	0.55438	9.99993	8.26026—	9.44555	7.70588—
52	350,74	2.54499	94.53, 6	0.57546	9.99841	8.93095	9.42295	8.35549
56	377,72	2.57717	98.34, 2	0.59456	9.99513	9.17324	9.40057	8.57868
60	404,70	2.60713	102, 5, 7	0.61196	9.99025	9.32125	9.37829	8.70929
64	431,68	2.63516	105.29, 3	0.62788	9.98394+	9.42657—	9.35606+	8.79869—
68	458,66	2.66149	108.45, 8	0.64246	9.97629	9.50740	9.33383	8.86494
72	485,63	2.68631	111.56, 0	0.65588	9.96737	9.57232	9.31149	8.91644
76	512,61	2.70979	115. 0, 8	0.66828	9.95723	9.62617	9.28895	8.95789
80	539,59	2.73206	118. 0, 5	0.67972	9.94590	9.67173	9.26618	8.99201
84	566,57	2.75326	120.55, 7	0.69028	9.93339+	9.71094—	9.24311+	9.02066—
88	593,55	2.77346	123.46, 9	0.70006	9.91969	9.74510	9.21963	9.04504
92	620,53	2.79276	126.34, 4	0.70914	9.90476	9.77514	9.19562	9.06600
96	647,51	2.81125	129.18, 6	0.71756	9.88859	9.80175	9.17103	9.08419
100	674,49	2.82897	131.59, 7	0.72536	9.87111	9.82547	9.14575	9.10011
104	701,47	2.84601	134.38, 1	0.73256	9.85224+	9.84670—	9.11968+	9.11414—
108	728,45	2.86240	137.13, 9	0.73924	9.83189	9.86576	9.09265	9.12652
112	755,43	2.87820	139.47.5	0.74542	9.80994	9.88292	9.06452	9.13750
116	782,41	2.89344	142.19, 0	0.75112	9.78625	9.89840	9.03513	9.14728
120	809,39	2.90815	144.48, 6	0.75638	9.76064	9.91235	9.00426	9.15597
124	836,37	2.92240	147.16, 3	0.76120	9.73292+	9.92492—	8.97172+	9.16372—
128	863,35	2.93618	149.42, 7	0.76562	9.70274	9.93626	8.93712	9.17064
132	890,33	2.94955	142. 7,6	0.76966	9.66980	9.94644	8.90014	9.17678
136	917,31	2.96252	154.31, 2	0.77334	9.63367	9.95556	8.86033	9.18222
140	944,29	2.97510	156.53, 7	0.77664	9.59375	9.96368	8.81711	9.18704
144	971,27	2.98734	159.15, 1	0.77956	9.54933+	9.97088—	8.76977+	9.19132—
148	998,25	2.99924	161.35, 7	0.78222	9.49931	9.97720	8.71709	9.19498
152	1025,23	3.01082	163.55, 3	0.78450	9.44240	9.98267	8.65790	9.19817
156	1052,21	3.02210	166.14, 4	0.78646	9.37631	9.98736	8.58985	9.20090
160	1079,18	3.03310	168.32, 9	0.78810	9.29785	9.99127	8.50975	9.20317
164	1106,16	3.04382	170.50, 9	0.78946	9.20153+	9.99444—	8.41207+	9.20498—
168	1133,14	3.05430	173. 8,5	0.79052	9.07703	9.99688	8.28651	9.20636
172	1160,12	3.06450	175.25, 8	0.79126	8.90134	9.99862	8.11008	9.20736
176	1187,10	3.07449	177.43, 0	0.79168	8.60049	9.99966	7.80881	9.20798
180	1214,08	3.08424	180. 0, 0	0.79184	— ∞	0.00000—	— ∞	9.20816—

Tavola I. delle funzioni ellittiche relative all'orbita della cometa. Parte seconda.
Argom. anomalia media della cometa $= Z$.

An. med. $= Z$	x	y	Log x	Log y	Log $\frac{x}{r}$ $=$ L. cos v	Log $\frac{y}{r}$ $=$ L. sen v	Log P	Log Q
0°	+0,8790	+0,0000	9.94400+	— ∞	0,00000+	— ∞	8.97164+	— ∞
2	0,8449	0.3234	9.92681	9.50977+	9.97031	9.55327+	8.99664	9.16207+
4	0.7501	0.6241	9.87513	9.79525	9.88577	9.80589	9.06236	9.46003
6	0.6118	0.8898	9.78658	9.94928	9.75324	9.91594	9.15032	9.63163
8	0.4470	1.1176	9.65032	0.04831	9.56980	9.96779	9.24468	9.75071
10	0.2678	1.3112	9.42781	0.11767	9.30127	9.99113	9.33672	9.84088
12	+0.0825	+1.4752	8.91632+	0.16884+	8.74688+	9.99932+	9.42268+	9.91260+
14	—0.1043	1.6145	9.01833—	0.26803	8.80939—	9.99909	9.50152	9.97155
16	0.2902	1.7334	9.46266	0.23890	9.21776	9.99400	9.57344	0.02118
18	0.4730	1.8350	9.67483	0.26363	9.39723	9.98603	9.63884	0.06364
20	0.6523	1.9222	9.81445	0.28375	9.50703	9.97633	9.69848	0.10045
22	—0.8270	+1.9963	9.91752—	0.30023+	9.58290—	9.96561+	9.75288+	0.13264+
24	0.9975	2.0600	9.99889	0.31386	9.63929	9.95426	9.80284	0.16109
26	1.1637	2.1148	0.06584	0.32526	9.68314	9.94256	9.84904	0.18639
28	1.3255	2.1614	0.12239	0.33473	9.71833	9.93067	9.89176	0.20903
30	1.4826	2.2005	0.17103	0.34252	9.74723	9.91872	9.93124	0.22925
32	—1,6357	+2.2336	0.21371—	0.34900+	9.77147—	9.90676+	9.96812+	0.24743+
34	1.7863	2.2613	0.25194	0.35435	9 79230	9.89471	0.00292	0.26404
36	1.9293	2.2831	0.28541	0.35852	9.80987	9.88298	0.03472	0.27865
38	2.0704	2.3007	0.31605	0.36187	9.82537	9.87119	0.06500	0.29206
40	2.2076	2.3141	0.34391	0.36438	9.83901	9.85948	0.09344	0.30412
44	—2.4711	+2.3297	0.39288—	0.36730+	9.86190—	9.83632+	0.14560+	0.32482+
48	2.7210	2.3328	0.43473	0.36787	9.88035	9.81349	0.19240	0.34158
52	2.9583	2.3246	0.47104	0.36635	9.89558	9.79089	0.23456	0.35493
56	3.1835	2.3070	0.50290	0.36305	9.90834	9.76849	0.27276	0.36529
60	3.3970	2.2816	0.53111	0.35825	9.91915	9.74629	0.30756	0.37297
64	—3.6008	+2.2483	0.55640—	0,35185+	9.92852—	9.72397+	0.33940+	0.37830+
68	3.7937	2.2089	0.57907	0.34418	9.93661	9.70172	0.36856	0.38140
72	3.9770	2.1642	0.59956	0.33529	9.94368	9.67941	0.39540	0.38245
76	4.1516	2.1141	0.61822	0.32513	9.94994	9.65685	0.42020	0.38159
80	4.3171	2.0597	0.63519	0.31381	9.95547	9.63409	0.44308	0.37889
84	—4.4737	+2.0012	0.65067—	0.30129+	9.96039—	9.61101+	0.46420+	0.37440+
88	4.6222	1.9392	0.66485	0.28763	9.96479	9.58757	0.48376	0.36816
92	4.7632	1.8757	0.67790	0.27269	9.96876	9.56355	0.50192	0.36020
96	4.8967	1.8048	0.68990	0.25644	9.97234	9.53888	0.51876	0.35051
100	5.0224	1.7339	0.70091	0.23903	9.97555	9.51367	0.53436	0.33906
104	—5 1406	+1.6604	0.71101—	0 22020+	9.97845—	9.48764+	0.54876+	0.32579+
108	5.2522	1.5839	0.72034	0.19977	9.98110	9.46053	0.56212	0.31064
112	5.3568	1.5061	0.72891	0.17784	9.98348	9.43242	0.57448	0.29353
116	5.4545	1.4262	0.73676	0.15419	9.98564	9.40307	0.58588	0.27430
120	5.5460	1.3444	0.74398	0.12854	9.98760	9.37216	0.59640	0.25284
124	—5.6308	+1.2614	0.75087—	0.10085+	9.98937—	9.33965+	0.60604+	0.22892+
128	5.7094	1.1768	0.75659	0.07071	9.99097	9.30509	0.61488	0.20223
132	5.7819	1.0907	0.76207	0.03772	9 99241	9.26806	0.62296	0.17249
136	5.8484	1.0036	0.76704	0.00154	9.99370	9.22820	0.63032	0.13928
140	5.9087	0.9154	0.77149	9.96162	9.99485	9.18498	0.63692	0.10198
144	—5 9626	+0.8265	0.77543—	9.91724+	9.99587—	9.13768+	0.64276+	0.05988+
148	6.0115	0.7367	0.77899	9.86729	9.99677	9.08507	0.64808	0.01199
152	6.0540	0 6418	0.78204	9.81041	9.99754	9.02591	0.65264	9.95689
156	6.0907	0.5550	0.78467	9.74430	9.99821	8.97584	0.65656	9.89236
160	6 1216	0.4631	0.78686	9.66572	9 99876	8.87762	0.65984	9.81521
164	—6.1471	+0.3711	0.78867—	9.56952+	9.99921—	8.78006+	0.66256+	9.71998+
168	6.1671	0.2786	0.79008	9.44499	9.99956	8.65447	0.66468	9.59633
172	6.1811	0.1860	0.79107	9.26946	9.99981	8.47820	0.66616	9.42123
176	6.1891	0.0929	0.79163	8.96808	9.99995	8.17640	0.66700	9.12072+
180	—6.1921	+0.0000	0.79184—	— ∞	0.00000—	— ∞ +	0.66732+	— ∞

Per brevità si è posto $P = \frac{r^2}{a^2 \cos \varphi}$; $Q = \left(1 + \frac{r}{a \cos^2 \varphi}\right) \cos \varphi . \text{sen } u$.

Tavola II. di supplimento alla precedente, che dà i valori di t, log t da 180° fino a 360°.

An. media Z	t	Log t	An. media Z	t	Log t
	g			g	
180°	1214, 08	3. 08424	320°	2158, 38	3. 33413
184	1241, 06	3, 09379	322	2171, 87	3. 33683
188	1268, 04	3. 10313	324	2185, 36	3. 33952
192	1295, 02	3. 11228	326	2198, 85	3. 34220
196	1322, 00	3. 12123	328	2212, 34	3. 34485
200	1348, 98	3. 13000	330	2225, 82	3. 34749
204	1375, 96	3. 13861	332	2239, 31	3. 35011
208	1402, 94	3. 14704	334	2252, 80	3. 35272
212	1429, 92	3. 15532	336	2266, 29	3. 35532
216	1456, 90	3. 16343	338	2279, 78	3. 35789
220	1483, 88	3. 17140	340	2293, 27	3. 36045
224	1510, 06	3. 17922	342	2306, 76	3. 36300
228	1537, 84	3. 18691	344	2320, 25	3. 36554
232	1564, 82	3. 19446	346	2333, 74	3. 36786
236	1591, 80	3. 20189	348	2347, 23	3. 37055
240	1618, 78	3. 20919	350	2360, 72	3. 37304
244	1645, 76	3. 21637	352	2374, 21	3. 37552
248	1672, 74	3. 22343	354	2387, 70	3. 37780
252	1699, 72	3. 23038	356	2401, 19	3. 38042
256	1726, 70	3. 23722	358	2414, 68	3. 38286
260	1753, 68	5. 24395	360	2428, 17	3. 38528
264	1780, 66	3. 25058			
268	1807, 64	3. 25712			
272	1834, 62	3. 26355			
276	1861, 60	3. 26989			
280	1888, 58	3. 27613			
284	1915, 56	3. 28229			
288	1942, 54	3. 28837			
292	1969, 52	3. 29436			
296	1996, 50	3. 30027			
300	2023, 48	3. 30610			
304	2050, 46	3. 31185			
308	2077, 44	3. 31753			
312	2104, 42	3. 32313			
316	2131, 40	3. 32866			
320	2158, 38	3. 33413			

Effemeride della cometa pel suo ritorno al perielio nell'anno 1839.

1839 Mesi. G.	A 12h di tempo medio in Padova: Anom. vera di cometa.	Log. dist. dal Sole.	*A R.* Geoc. di cometa.	Declin. Geoc. di cometa.	Log. di dist. dalla Terra.	Tempo vero: Nasce.	Tramonta.
						h	h
Mag. 20	—75.°45′,2	0. 11358	41.°53,′7	+20.°33′,2	0, 35337	15. 27′	6. 33
24	72. 47, 2	0. 09985	45. 39, 4	21. 11. 7	0, 34553	15. 24	6. 34
28	69. 34, 2	0. 08590	49. 31, 4	21. 47. 9	0, 33726	15. 18	6. 35
Giug. 1	66. 10, 1	0. 07190	53. 24, 6	22. 18, 7	0, 32948	15. 17	6. 37
5	62. 32, 8	0. 05788	57. 47, 2	22. 44, 5	0, 32194	15. 13	6. 43
9	—58. 41, 3	0. 04388	62. 9, 1	+23. 3, 4	0, 31473	15. 13	6. 45
13	54. 33, 6	0. 03000	66. 41, 5	23. 16, 0	0, 30790	15. 14	6. 48
17	50. 9, 7	0. 01638	71. 22, 5	23. 20, 7	0, 30150	15. 16	6. 50
21	45. 28, 7	0. 00324	76. 11, 2	23. 16, 4	0, 29565	15. 19	6. 53
25	40. 31, 7	9. 99084	81. 5, 9	23. 3, 4	0, 29043	15. 22	6. 54
29	—35. 16, 8	9. 97930	86. 7, 4	+22. 41, 1	0, 28559	15. 28	6. 56
Lugl. 3	29. 46, 2	9. 96896	91. 12, 9	22. 7, 2	0, 28187	15. 36	6. 56
7	24. 0, 4	9. 96002	96. 20, 7	21. 24, 1	0, 27874	15. 43	6. 57
11	18. 1, 5	9. 95290	101. 30, 1	20. 31, 1	0, 27643	15. 51	6. 57
15	11. 52, 6	9. 94796	106. 38, 2	19. 28. 6	0, 27489	16. 0	6. 56
19	— 5. 36, 1	9. 94456	111. 44, 8	+18. 17, 4	0, 27416	16. 11	6. 53
23	+ 0. 43, 7	9. 94368	116. 47, 6	16. 58, 1	0. 27434	16. 22	6. 52
27	7. 3, 0	9. 94506	121. 45, 7	15. 31, 6	0, 27533	16. 32	6. 50
31	13. 18, 0	9. 94868	126. 38, 0	14. 0, 0	0, 27707	16. 43	6. 47
Ag. 4	19. 25, 3	9. 95440	131. 24, 5	12. 24, 0	0, 27962	16. 53	6. 43
8	+25. 21, 1	9. 96198	136. 2, 3	+10. 44, 2	0. 28306	17. 4	6. 38
12	31. 3, 6	9. 97122	140. 33, 5	9. 3, 1	0. 28708	17. 14	6. 34
16	36. 30, 7	9. 98184	144. 56, 8	7. 20, 5	0. 29179	17. 24	6. 30
20	41. 41, 3	9. 99360	149. 11, 8	5. 37, 9	0. 29708	17. 33	6. 25
24	46. 34, 8	0. 00622	153. 18, 9	5. 56, 5	0. 30293	17. 42	6. 20
28	+51. 11, 5	0. 01946	157. 18, 5	+ 2. 16, 5	0. 30928	17. 50	6. 14
Sett. 1	55. 31, 6	0. 03314	161. 10, 5	+ 0. 39, 0	0. 31603	17. 58	6. 8
5	59. 35, 2	0. 04706	164. 54, 6	— 0. 56, 1	0. 32322	18. 4	6. 2
9	63. 24, 4	0. 06112	168. 32, 2	2. 28, 0	0. 33042	18. 11	5. 55
13	66. 58, 6	0. 07516	172. 2, 3	3. 56, 6	0. 33792	18. 16	5. 50
17	+70. 19, 8	0. 08912	175. 26, 6	— 5. 21, 8	0. 34557	18. 22	5. 42
21	73. 28, 0	0. 10292	178. 44, 5	6. 43, 2	0. 35323	18. 26	5. 36
25	76. 25, 4	0. 11652	181. 56, 6	8. 1, 5	0. 36093	18. 29	5. 29
29	79. 11, 4	0. 12980	285. 3, 0	9. 15, 0	0. 36857	18. 32	5. 22
Ott. 3	81. 47, 4	0. 14278	188. 4, 2	—10. 25, 4	0. 37618	18. 35	5. 15

DI

UN POLIPAJO NON DESCRITTO

RITROVATO

NELLA CALCARIA DEI CONTORNI DI TEOLO NEGLI EUGANEI.

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI VII APRILE MDCCCXXXV

DAL SOCIO ATTIVO

NICCOLÒ DA RIO

Bernardino Saint-Pière ne' suoi *Studii della Natura;* opera a mio parere assai bella, non tanto per le idee che contiene, le quali forse non tutte saranno vere o giuste, ma per quelle ch'essa è atta a produrre nelle menti altrui; opera ch'io lessi con trasporto ne' verd'anni di mia gioventù; parlando nel primo studio dell'immensità della natura, sostiene che a tessere una compiuta storia naturale della fragola non basterebbe l'intera vita d'un uomo che intorno a quella tutto tutto esclusivamente s'occupasse, perchè, dic'egli, bisognerebbe conoscere tutto il prodigioso numero d'animaluzzi che abitano nelle sue parti diverse, e nelle differenti ore del giorno e stagioni dell'anno, le relazioni della fragola con quegli esseri, l'infinita disparità d'oggetti, e le mutue relazioni che vi scoprirebbero i nostri microscopici osservatori, che giungono a discernere gli organi riproduttori degl'Infusorii; le relazioni della pianta col suolo dove cresce, col sole che la riscalda, coll'acqua che la nutre, colla luce, coll'elettrico, colle meteore ec.; e poi conoscere la sua organizzazione, e i modi di sua conservazione, di sua riproduzione, e mille altre cose che non finirebbero mai.

Conosco bene, che chi divisasse di scrivere in simil guisa la storia d'una pianta, farebbe press'a poco come il Passeroni, che propostosi di dar la vita di Cicerone nel suo graziosissimo poema, lo lasciò ancora poppante alla fine del primo tomo.

« Tullio a mangiar non era ancor avvezzo,
» E non sapeva masticare ancora;
» Avea già *circum circa* un anno e mezzo,
» E i denti ancor non apparivan fuora,
» Anzi a metterli tutti ei stette un pezzo;
» E chiaro si vedea fino d'allora,
» Che saria stato parco e continente;
» Cosa ch'è rara assai tra certa gente.

Canto XVI. Stanza 85.

Andando di tal passo, un migliajo di Canti non avrebbero bastato a condurlo alla lettica, in cui egli ebbe il capo mozzo dai sicarii di Marc'Antonio.

Ma comunque vi piaccia, o Signori, di prender queste mie ciancie o in ischerzo o sul serio, è però di fatto che non si finisce mai di bene osservare una cosa, per picciola che sia. Quantunque quel campo che a preferenza proposi alle mie geologiche escursioni ed indagini, gli Euganei, sia un ristrettissimo campo; pure ben di rado m'è avvenuto di rivedere un monte, benchè altre volte da me prima e con tutta diligenza ricercato, che qualche cosa non v'abbia ritrovato sfuggita alle prime indagini.

Giudicate or voi del peso che si può dare alle osservazioni fatte una sola volta e di volo, per quanto sia l'osservatore fornito d'occhio perspicace e di svegliato ingegno.

Ma senza fermarci a riveder le bucce altrui, ch'è cosa mai sempre disaggradevole, talvolta pericolosa, veniamo al caso nostro.

In una delle replicate gite ch'io feci al monte detto *delle Vignóle*, presso Villa di Teolo, m'abbattei in un pezzo di calcaria marcata d'una macchia perfettamente rotonda, che a prima vista sospettai poter essere un qualche corpo organico, e forse appartenere alle Discoliti o Numuliti, come più piace di chiamarle; ma siccome, più attentamente esaminandola, m'accorsi che non era che superficiale, senza veruna solidità, e che nessuna traccia d'interne concamerazioni non vi appariva; così non potei più ritenerla per tale, e rimasi affatto dubbioso sulla sua natura, nè seppi per allora decidere se veramente fosse corpo organico, ovvero nulla più che semplice macchia accidentale; desiderando che qualche altro esemplare mi si presentasse più caratterizzato, il quale potesse rischiarare i miei dubbii.

La cortese amicizia del Conte Corniani venne a mio soccorso: avea egli fra le cose euganee del suo Gabinetto un fossile che a prima vista, e senza aver

fatto i necessarii confronti, io opinava potesse avere qualche relazione col mio, benchè fosse molto più grande e caratterizzato; onde chiaramente appariva esser esso stato originariamente un corpo organico passato allo stato di petrificazione. Il Conte Corniani è stato così grazioso, che se ne privò per arricchire la mia collezione euganea; di che gli sono gratissimo, ed è sua mercè ch'io posso mettervelo innanzi gli occhi, dottissimi Colleghi.

Se però questo bell'esemplare serve a rimuovere ogni dubbio circa l'originaria sua derivazione dal regno animale, non per questo vale a rischiararci intorno la natura delle macchie rotonde accennate, perchè messo al confronto con quelle, tanto ne diversifica per grandezza, per forma, per solidità, che non se ne può instituire veruna relazione, e perciò sono esse ancora cosa indeterminata, a meno che non si volessero quasi a forza considerare come leggierissime impronte di numismali.

Ma forse che il fossile euganeo donatomi dal Corniani si può con maggior esattezza e certezza determinare? e si può forse con plausibile probabilità annoverarlo non dirò tra qualche spezie cognita, chè ciò è troppo difficil cosa, ma almeno riferirlo ad alcuno dei generi conosciuti? Vediamolo.

Osservando che il fossile che vi presento non ha valve, nè concamerazioni comunicanti, è giuocoforza escluderlo dalle conchiglie, e riporlo fra i polipai; e questo c'informerà che appartiene alla seconda classe degli animali invertebrati del Lamarck, Polipi (Tom. II. pag. 1).

L'Ordine III. di questa Classe comprende i *Polipi vaginali*, cioè quelli che sono fissati in un polipajo inorganico, e assai spesso petroso, che gl'inviluppa (pag. 66): non v'ha dubbio che in quest'Ordine non abbiasi a ricercare il polipajo di cui si ragiona.

Quest'Ordine, perchè numerosissimo di generi e di specie, viene dal Lamarck diviso in più Sezioni; e siccome la Sezione IV. di quest'Ordine (pagina 190) contiene i polipai pietrosi solidi, interiormente compatti, e le di cui cellule sono perforate o tubulose, come ad esempio nella Millepora, nella Tubipora, a differenza de'polipai petrosi della Sezione V. (pag. 209), che sono lamellari, come lo sono nella Meandrina, nella Madrepora ec.; e siccome nel nostro esemplare la più picciola traccia di lamelle non si discerne, così conviene ristringerci alla Sezione IV. dell'Ordine III. degli animali invertebrati del Lamarck.

Poco più io temo che si possa progredire senza inoltrarsi in terra incognita.

I generi compresi in questa Sezione sono pochi, e si ristringono agli otto seguenti: *Ovulite*, *Lunulite*, *Orbulite*, *Disticopora*, *Millepora*, *Favosite*, *Catenipora* e *Tubipora*.

Non avendo fatto studio particolare dei petrefatti, e perciò non avendo dei medesimi collezione abbastanza copiosa, quantunque molti ed anche di belli assai e non comuni io ne possegga, non posso presentarvi gli esemplari di tutti gli otto generi annoverati. Vi porrò sotto gli occhi i tre che possedo, la *Millepora*, la *Favosite* e la *Tubipora*, e questi sì in istato di natura che lapidefatti; e la sola ispezione, senza che v'annoi con parole, basterà a convincervi che a nessuno di questi il fossile euganeo non appartiene.

Resta da instituire l'esame cogli altri cinque generi, cioè l'*Ovulite*, la *Lunulite*, l'*Orbulite*, la *Disticopora* e la *Catenipora*.

Non può essere l'Ovulite, perchè le Ovuliti sono corpi ovoidei più o meno allungati e talvolta cilindrici, vuoti nel mezzo e spesso aperti all'estremità, picciolissimi, non avendo che da due a sei millimetri di lunghezza: il nostro fossile è conico, nella troncatura superiore ha tre centimetri di diametro, e cinque nell'inferiore; l'asse è lungo centimetri 2 e millimetri 8; e chi sa quanto di più lo sarebbe se fosse intero, perchè non si sa nè quanto si estendesse di più verso la base, nè se andasse a terminare in punta verso l'altra estremità. Dunque non appartiene al genere *Orbulite*.

Non può essere una Lunulite, perchè la Lunulite è bensì orbiculare, ma appianata, o vogliam dire schiacciata, concava da una parte, e convessa dall'altra: nel fossile euganeo non si potrebbe considerare come orbiculare tutto il corpo del medesimo, ma solamente le sue separate sezioni; e queste poi sono racchiuse fra piani paralleli, che non sono concavi da una parte, e convessi dall'altra: di più, la superficie convessa della Lunulite è fornita di strie disposte a raggi, con pori fra le strie; e la convessa è fornita di rughe o solchi divergenti; delle quali cose nessuna si osserva nel nostro esemplare.

Non può essere la Disticopora, perchè questo è un polipajo ramoso.

Non può essere la Catenipora, la quale è composta di tubetti posti vicini gli uni agli altri, in guisa che le loro pareti costituiscono delle lamelle, le quali, o perpendicolari o variamente inflesse, formano delle cellule irregolari e variamente ordinate; di modo che la superficie rappresenta una catena di pori fra di loro connessi; la quale disposizione, assai diversa da quella che si trova nelle Millepore, diede motivo al Lamarck di separar le Catenipore dalle Millepore, e farne un genere a parte.

Questo polipajo fu descritto e figurato dal Linneo nella sua Memoria *Corallia Baltica* (*Amoenitates Academicae*, Tom. I. Tab. IV. Fig. 20.); e quando anche mancasse la descrizione, la sola ispezione basta a convincere che il nostro fossile non è la Catenipora.

Ed ecco che degli otto generi spettanti a questa Sezione se ne sono già eliminati sette: dunque non resta da prendere in esame che il genere *Orbulite*, per vedere, se a questo si potesse riferire il fossile di Teolo.

Siccome le Orbuliti sono un polipajo pietroso, libero, e fornito di giri concentrici, caratteri che si riscontrano anche nel nostro fossile; così ciò deve a prima vista invitare ad annoverarlo tra le Orbuliti: ma un esame alquanto più attento vieta che si possa portare tale giudizio. Ed ecco il perchè.

I caratteri assegnati da Lamarck alle Orbuliti nella descrizione ch'egli fa del genere, sono i seguenti:

1.° Sono polipai piccioli; 2.° petrosi; 3.° liberi, cioè isolati, e non tra di loro aggregati ed aderenti; 4.° orbiculari; 5.° appianati; 6.° talvolta concavi da una parte, e convessi dall'altra; 7.° porosi o in ambedue le superficie, o solamente negli orli; 8.° somiglianti alle Numismali o Discoliti, dalle quali si distinguono, perchè le cavità delle Orbuliti non sono disposte a spira, come quelle delle Numuliti.

Ora di questi caratteri il primo, cioè la picciolezza, pare non molto convenga al nostro fossile, che veramente non si può dir picciolo; e tanto meno v'ha ragion di così chiamarlo, quanto che le Numuliti, cui le Orbuliti vengono rassomigliate, sono assai picciole, e molte quasi microscopiche.

Il secondo ed il terzo, cioè l'esser petroso e libero, gli conviene perfettamente; intorno al quarto e al quinto, cioè d'essere orbiculare e di aver la figura d'una moneta, conviene fare importante distinzione.

Questi caratteri convengono sufficientemente, se si tratta d'una sezione trasversale, e normale all'asse del cono; ma non già se si riferisce al corpo intero, il quale ha, come io dissi e come voi vedete, la figura d'un cono. Di fatto, la fascia che forma il contorno di quel pezzo staccato, che non male rappresenta una moneta, non è parallela all'asse, e normale ai due piani costituenti la superficie superiore ed inferiore; ma è obbliqua relativamente all'asse, così che immaginandola inferiormente prolungata, anderebbe ad incontrare quei circoli che si veggono al di sotto della pietra contenente il nostro fossile.

L'inclinazione della fascia determina la situazione presunta del vertice; ma la distanza della base dal vertice resta indeterminata, e perciò anche la sua ampiezza.

Ora mi pare ad evidenza provato che il nostro fossile ha la forma di un cono superiormente troncato, e fors'anche al di sotto; che perciò non può riferirsi nemmeno alle Orbuliti, che sono o corpi cilindrici di picciola altezza relativamente alla base, o, se sono convesse, risultano da due segmenti di sfera che producono una forma lenticolare, ma non mai quella di un cono. Quindi il nostro fossile resta escluso anche dalle Orbuliti, e per conseguenza non appartiene a veruno degli otto generi compresi nella IV. Sezione dell'Ordine III. degli animali invertebrati del Lamarck.

Ciò posto, sembrami che si debba risguardar questo fossile come un genere nuovo, e separarlo dagli altri generi, se per avventura posteriori indagini non facessero conoscere che sotto altra denominazione trovavasi confuso con qualche genere già noto. Nondimeno, prima d'abbandonare quest'argomento, piacemi di confrontarlo ancora con altri due generi di Lamarck, *Cyclolites* e *Turbinolia*, che sono i soli coi quali ha qualche carattere comune.

Il carattere ch'esso ha comune colle Cicloliti si è quello d'essere fornito di giri concentrici, come quelle lo sono, e dalla presenza de' quali è loro derivato il nome; ma tutta la somiglianza delle Cicloliti col nostro fossile consiste appunto in ciò solo, e nulla più: perchè le Cicloliti appartengono a' polipai lamellari, cui il fossile euganeo non appartiene; e perchè le Cicloliti, che moltissimo si ravvicinano alle Fongie, sono fornite d'una grande stella conica lamellare che ne occupa la superficie superiore, e che manca interamente nel nostro esemplare.

La rassomiglianza poi colla Turbinolia consiste nella forma, perchè anche la Turbinolia è un polipajo pietroso turbinato o cuneiforme; ma esso è longitudinalmente striato al di fuori: invece nelle sezioni del nostro fossile, che sono staccate e libere dalla roccia, non esistono strie di sorta; la Turbinolia ha per carattere generico l'essere terminata da una cellula, che si potrebbe dire infossamento lamellare colle lamelle disposte a stella talvolta oblunga, come si vede nelle Figure 2. 3. e 7. della Tav. IV. della citata Memoria del Linneo, *Corallia Baltica* (*Amoenitates Academicae*, Tom. I.), alle quali Figure si riporta anche il Lamarck. Nel nostro fossile non sono nè infossamenti, nè lamelle, nè stella: dunque non è una Turbinolia; e già la sola ispezione delle citate Figure di ciò convince appieno.

Queste medesime ragioni mi muovono a giudicare che il nostro fossile non si possa nemmeno riferire al *Cyathophyllum elianthoides* del Goldfus, ch'è proprio della calcaria di transizione, benchè con quello abbia qualche rassomi-

glianza, la quale poi consiste poco più che nella figura conica, ma se ne distingue pel grande infossamento ciatiforme, per le lamelle interiori disposte a raggio, come lo stesso nome generico e specifico lo spiega, e perchè nel contorno mostra una linea spirale continuata dall'alto al basso, e non è formato di dischi decrescenti e sovrapposti uno all'altro a guisa di pila, come si osserva nel nostro soggetto.

Ora avendo dimostrato che il nostro fossile non può appartenere a nessuno degli otto generi ammessi dal Lamarck nella IV. Sezione del suo III. Genere degli animali invertebrati, nella quale sezione soltanto può trovare il suo posto; e che se anche posteriori indagini facessero conoscere ch' esso fosse stato confuso tra qualcuna delle spezie appartenenti a detti generi, esso vi sarebbe mal collocato, e bisognerebbe toglierlo, perchè ha caratteri generici differenti da ciascheduno di quelli; e avendo anche per un di più dimostrato, che non si può confonderlo cogli altri due generi affini, *Cyclolites* e *Turbinolia*, e nemmeno col *Cyathophyllum elianthoides* del Goldfus; io sono d'avviso, non mai per darmi l'aria di facitor di nuovi generi, ma indottovi quasi a forza dall'esame comparativo instituito sopra i caratteri essenziali e differenziali di tutti i generi affini, che si debba risguardare come un genere nuovo non descritto; e come tale lo propongo, ad oggetto, se non altro, di richiamare l'attenzione dei naturalisti sopra questo soggetto.

Se il fossile rinvenuto nelle stratificazioni della calcaria delle Vignóle presso la villa di Teolo è, come credo, un genere nuovo e non descritto, convien pure anche con nuovo nome distinguerlo; e perciò propongo il nome di *Cycloconus Catulli*, traendo il nome generico dalla sua conformazione, e dai giri che si rimarcano nelle trasversali sezioni, e compiacendomi di dare col nome specifico un contrassegno di stima a quel Professore, di cui pregio il carattere e le cognizioni, e che in qualsiasi incontro mi fu largo d'ogni letteraria e scientifica cortesia. Sarà dunque il fossile euganeo caratterizzato colla seguente frase:

CYCLOCONUS

Character genericus.

Polyparium lapideum liberum, conicum; sectionibus transversalibus orbiculatis, superficie plana, gyris concentricis distincta.

Species unica.

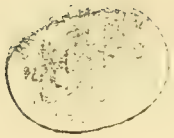
Cycloconus Catulli nobis.

Habitat in stratis calcareis montis Vignole prope Teolo in Euganeis.

Il suo posto nel Sistema del Lamarck mi pare che dovrebb'essere dopo le Orbuliti, e prima delle Disticopore, e così la IV. Sezione di quell'autore conterrebbe nove Generi, invece degli otto che vi si contano presentemente.

Alcuni altri frammenti di Ciclocono, recentemente trovati dal valente nostro alunno signor Zigno, mostrano essi pure coll'inclinazione delle fascie circondanti il disco, che sono tronchi di cono, e quindi confermano sempre più che la forma conica non è accidentale dell'individuo, ma caratteristica del genere.

Ed ecco, dottissimi Colleghi, arricchita, se non prendo abbaglio, la Zoologia fossile d'un nuovo genere; accresciuto il catalogo, altronde non numeroso, delle petrificazioni euganee con un polipajo non prima determinato, nè descritto; e soddisfatto, come meglio per me si potè, al debito che in quest'anno mi correva verso l'Accademia di leggervi qualche cosa possibilmente nuova.



SULLA

ARCHITETTURA PADOVANA

NEL SECOLO DECIMOQUARTO

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXVI GIUGNO MDCCCXXXII

DAL SOCIO ATTIVO

PIETRO ESTENSE SELVATICO

In quest'operoso secolo, volto ogni giorno a discoprire nuovi veri ed a fare più ricca la suppellettile dell'umano sapere, gli eruditi e gli artisti non credono invilire l'ingegno loro recando la face della dottrina fra la notte delle mezzane età, per seguire passo passo la via segnata allora dall'architettura, e trovare le fila riposte che rannodano quest'arte sovrana colla romana grandezza e colla moderna eleganza. Ben è vero che in quei sanguinosi tempi, in quelle alterne veci di dominazioni, in cui un delitto parea rampollare sull'altro, languida e moriente vita viveva l'arte della sesta, ed appena presentava fra rozze ed informi volte e male accozzati ruderi lontane ricordanze dell'antico splendore. Ma tuttochè abbattuta e squallida, tuttochè non più allettatrice dell'intelletto e dello sguardo, ella ti parla ancora da quelle irte muraglie un'alta lingua monumentale; t'imprime una religiosa riverenza dinanzi alle basiliche, di cui il Cristianesimo solo inventò le forme, in cui il Cristianesimo solo alzò fino a Dio inni di riconoscenza e di pace; ti guida a mirare le reliquie delle torri e delle castella, quando propugnacolo della patria, quando bersaglio al riottare delle fazioni; t'invita a memore sospiro sul tumulo dei valorosi che afforzarono, abbellirono le città che abitiamo; ella infine ti ricorda lietamente le sale, le loggie, i palazzi, ove il cittadino librava sulle bilancie della giustizia i diritti del cittadino.

Ma se in tutti i secoli di mezzo l'architettura presenta al filosofo ed all'artista argomento di profondo meditare, in niuno però va più superba di storiche

rimembranze e di colossali costruzioni, quanto nel secolo quartodecimo, secolo di transizione, secolo fecondo di ogni germe di civiltà. Lo scrittore che ha debito scorrere l'epoche di mezzo, s'arresta in questa come lo stanco Romeo all'ombra dell'Oasi ospitale, che sorge fra le sabbie del deserto. Ed io ve lo confesso, illustri Colleghi: quando per lo addietro dovere di storico mi forzava ad additarvi l'incerto cammino della padovana architettura fra mezzo ad età vituperate da tanta ferocia di colpe, a quelle età in cui nordiche orde piombarono sugli sfasciumi dell'immenso impero, e sulle rovine dei barbari troni sedettero barbari re, e scesero gli Ottoni a sperdere le larve degl'italici monarchi, e di mille guise vennero poste a saccomanno le belle nostre pianure; quand'io vi mostrai raccapricciando le cittadine pareti insanguinate dalla tirannide di Ecclelino, tardavami l'animo, ed in pari tempo trepidava pel subbietto difficile a svolgerè, di giugnere a que' tempi in cui il governo della padovana repubblica fu affidato alla famiglia da Carrara; a quell'avventuroso secolo, nuova luce e nuova gloria d'Italia, dopo novecento anni di tenebre e di sciagure.

È desso il secolo in cui questa soavissima tra le favelle, annobilita e monda dal lezzo de' trivii, potè farsi ministra leggiadra di originali concetti; è desso il secolo in cui l'Alighieri cantava, e quel canto ripetevano i mille echi dell'Alpe e dell'Appennino, l'armonioso sermone di Firenze sonava dolcissimo sulle labbra del Certaldese, l'ignudo e licenzioso amore degli antichi vestiva candido velo dinanzi al Cigno di Valchiusa; è desso il secolo in cui prosa e poesia, pari alla Minerva della favola, nacquero e furono.

E l'arti del bello, che sono pur tanta parte della civiltà morale dei popoli, e madri di raggentiliti costumi, segnarono anch'esse migliore sentiero. La pittura, abbandonato l'incerto stile di Cimabue e dei bisantini maestri, per opera di Giotto e della numerosa sua scuola si diè con timida sì, ma con diligente mano a ricopiare sul vero il nudo e le pieghe. La scultura, specialmente in Firenze ed in Pisa, ardì meditare sugli antichi basso-rilievi, e ne raggiunse una qualche bellezza imitandoli. Ma in tanto progredire d'arti e di lettere, in tanto rivolgersi verso il bello ed il grande degli antichi, chi ne dirà perchè l'architettura, in luogo di darsi tutta ad imitare i monumenti greci e romani, nel Norte dell'Italia seguitasse ancora lo stile gotico-tedesco, e nelle città poste in riva del mare tirreno ed adriatico proseguisse a mescolarlo coll'orientale? Chi ne additerà le cause per cui quest'arte, fra tutte le liberali sempre la prima a volgersi a mutamento, siccome quella che più delle altre è legata ai bisogni dell'uomo; l'architettura, nodo e catena delle sorelle, si ristesse ancora impigliata fra le sirti

del goticismo, e tutta anzi si ponesse a far più ardito, più elevato, più sorprendente quello stile che già da un secolo la padroneggiava? Dovrassi dunque affermare che, per uno straordinario travolgimento nell'ordine morale dell'umano ingegno, questa signora delle arti si rimanesse irrugginita e barbara ancora, quando le altre moveano verso il loro Olimpo? Io no 'l credo. Parmi piuttosto che questo fatto, prima di persuaderci ad apporre l'insultante marchio di barbarie e di scadimento all'architettura di questo secolo, dovrebbe condurci a rintracciare le cause per cui furono spinti i popoli a dare ad essa il maggior grado di perfezione, nè loro permisero ancor per un secolo di volgersi alla imitazione degli antichi monumenti. Nell'alta Italia molti principi e feudatarii traevano la origine da famiglie settentrionali, e tanti legami tuttavia serbavano colla natale contrada, da torne spesso di là quegli artisti, e quelle foggie di architettare fra le genti del Norte slanciate a sì ammirati ardimenti. I popoli vedeano sorgere improntate di sì fatto carattere le reggie dei loro dominatori, ed ammirando imitavano. D'altra parte, le città poste sul mare proseguendo a veleggiare nell'Oriente, e coll'Oriente continuando proficui commercii, sia che a Bisanzio approdassero, sia che le coste di Spagna toccassero, vedeano la civiltà di quelle nazioni assai più francata dalla barbarie che non fra i domestici focolari, e la vedeano crescere in mezzo ad edifizii, i quali ancora serbavano i tipi del secolo precedente. Quindi tutte seguendo le costumanze dell'Oriente, anche la maniera d'architettare continuarono ad imitare. Sorgevano, è vero, qua e colà nelle varie regioni d'Italia alcune reliquie di romane moli; ma nè principi nè città animavano gli artisti a misurarle, ed a meditarne le bellezze. Voleavi una causa forte, prepotente, perchè finalmente l'arte della sesta si desse tutta allo studio dell'antico. La scoperta dei manoscritti di Vitruvio bastò sola per ispronare a ciò gli architetti; e fino a che quei manoscritti non uscirono dalle tenebre dei secoli, in cui gli aveano gittati barbarie ed ignoranza, non era dato sicuramente agli artisti di ravvisare il bello fra mucchii d'infrante colonne. Però il secolo che avea veduto giganteggiar l'Alighieri; il secolo in cui tutte le lingue d'Europa, uscite finalmente dal confuso tramestio dell'imbarbarito sermone latino colle nordiche favelle, s'erano foggiate a regolari sistemi; quel secolo, dico, che ad ogni passo sì colossali orme lasciava di sè, non potea più od indietreggiare, o ristarsi nemmeno nelle arti liberali: era forza seguisse anche in architettura quel movimento progressivo che impresso gli aveano gl'ingegni e le circostanze. Impedito per ciò d'imitare le architetture dei Romani, di cui non potea conoscere il bello, diessi a perfezionare e a dar forma e regole a quello stile gotico

in cui ravvisava originali bellezze, e potea quindi dar vita ad un'arte che parlava all'anima una sublime parola, potea proporsi una meta, e maestramente arrivarla.

Fatta così ragione del merito di quel gagliardo secolo per eccellenza originale, e veduta quell'arte gotica sotto questo punto di vista, parmi sia ben lunge dal meritare gli appellativi di *scaduta* e di *barbara*. E di vero, qual cuore vi sarebbe sì freddo, che andasse oso di chiamare barbara e scaduta l'arte che sollevò le cattedrali di Ulma, di Strasburgo, di Milano? Barbara e scaduta, se male io non veggo, dovrassi chiamare quell'architettura, la quale confonde, travisa le basi su cui è fondata, e passo passo perde di vista gli archetipi suoi; barbara e scaduta quella che, cresciuta fra le lagrime e l'avvilimento dei popoli, povera di ardimenti e di mezzi, incerta nello stile delle proprie decorazioni, mesce gl'infranti ruderi antichi colle più sregolate licenze della fantasia, e ne accozza edifizii a cui manca carattere ed espressione; barbara e scaduta finalmente quella ch' ebbe vita nell' epoche dei re langobardi e carlovingi. Ma l'arte che sente l'alta ed eloquente lingua di un tipo, siccom' era quella del secolo quartodecimo, che quel tipo ingegnosamente sommette a regole ed a principii, ed in esso vede una limpida sorgente di elevatissime idee, non altrimenti dirassi avviata a barbarie, ma proclamerassi degna almeno di una parte della estimazione che consacrasi a quelle dei secoli di Pericle e di Augusto; perchè com'esse serva e signora ad un tempo dei bisogni della società, com'esse immediatamente collegata collo spirito dei tempi in cui s'ebbe origine e progressione.

Quest'arte gotica, sulla quale ora tenni forse troppo lunghe parole, dimostrai altra volta come in Padova pendesse verso lo stile bisantino; e ciò per la propinquità di Venezia, la quale avea ragioni commerciali che la sospingevano ad accarezzare di preferenza le bisantine maniere d'architettare. Ma non era questa bastevole causa per mantenere quel sistema cotanto in fiore tra noi; alcune secondarie circostanze parmi possano avervi in qualche modo contribuito. La rinomanza di Nicola Pisano, che qui avea dato opera a dignitoso edifizio, e quel suo stile leggiadramente commisto di gotico e bisantino, invitar dovea i nostri artisti ad imitarne le massime, e quindi a trasfondere nelle architetture loro la vaga mescolanza di entrambi quei sistemi. E forse a porre in maggior voga quella maniera di architettare fra noi ci avranno avuta una qualche parte anche Giotto ed i molti suoi seguaci, i quali in quel secolo ornavano d'ingenue grazie e di timida verità le pareti dei tempii e dei padovani palagi. Essi, venerati com'erano per tutta l'Italia siccome i rigeneratori delle arti, educati in mezzo agli edifizii di stile bisantino che in riva all'Arno allora sorgevano, e quelli ri-

copiando di continuo nelle architetture dei loro dipinti, doveano mantenere vieppiù acceso nei nostri artisti l'amore per lo stile orientale.

Le architetture padovane di questo secolo, nelle quali sembrami meglio intravvedere l'innesto dei due stili accennati, sono i sarcofaghi che in buon numero sorgono nei tempii di questa città. Ora, che io deggio di essi tenere parola, mi si perdonino alcune generali riflessioni sulle varie vicende dell'architettura sepolcrale, le quali forse potranno tornare acconcie all'argomento, e far ragione del carattere e dello stile dei nostri sepolcri nel medio evo.

Quando l'uomo non era ancor dirozzato dalla barbarie, una pietra, una zolla copriva la fossa dei cari, e su quella pietra non menzognero monumento di superstite affetto, su quella povera ma lagrimata zolla, pregava l'ultimo vale al figlio, alla compagna, al fratello. Ma quando la civiltà addusse le arti fra gli uomini, anche l'architettura dei sarcofaghi vestì il carattere delle nazioni fra cui quelli sorgevano, e più accomodossi al vario avvicendarsi delle religiose idee, le quali sempre si fecero custodi all'ultima dimora del mortale.

Gli Egiziani, popolo potente e gigantesco, a cui erano sì care le salme dei trapassati, e tante cure spendevano perchè il tempo, struggitore di tutte cose, non consumasse tuttavia l'ultime reliquie dell'uomo, voleano che la posterità ravvisasse nei colossali monumenti eretti alla memoria degli estinti monarchi una immagine della grandezza dei loro troni. I Greci, che ogni gloria ponevano nelle azioni magnanime e nelle cittadine virtù, poco curavano di dar fama colla magnificenza dei monumenti a quei grandi che aveano onorato la patria o colla mente o colla spada. Sulla via del Pireo umili avelli chiudevano l'ossa di Milziade e di Temistocle; ma su quei disadorni sepolcri stava scritto il nome dei sommi, e quel nome solo era ai posteri eccitamento a gagliarde imprese. Una rozza pietra all'ingresso delle Termopili era tomba e trofeo ai trecento generosi che incontrarono invidiata morte a far salva la patria; e su quella pietra leggeasi (alta e sublime semplicità): *Viatore, racconta a Sparta che qui tutti morimmo per obbedire alle sante sue leggi.*

I Romani, odiando il privato lusso, la pubblica magnificenza idolatrando, vollero trasfonderla anche nei loro sepolcri, fregiandoli di ogni più ricco ornamento; quando poi, inorgogliti perchè dominatori di quasi tutto il cognito mondo, osarono sollevare i potenti fino all'altezza dei numi, e fecero degni d'apoteosi anche i regnanti che avevano insozzato la porpora di vergognose colpe, vollero che i sarcofaghi, anzichè portare impresso soltanto i simboli della morte, presentassero scolpite le gesta illustri del trapassato (ne suonasse veritiera o

mentitrice la fama), e lo mostrassero già fatto divino in grembo alle celesti delizie. Presso quel prodigioso popolo niuna lugubre e desolante idea andava unita all'ultimo sospiro del mortale. Sì incertamente le arti aveano personificata la morte, che ancora oggidì siamo dubbiosi sull'emblema che la rappresentava. Perchè poi anche le funebri idee, che destar doveano i sepolcri, fossero contemperate da qualche pensiero di vita e di gloria, quando voleasi effigiare sull'arche scolpita la persona dell'estinto, piuttostochè figurarla già vinta da morte, preferivasi porla in atto d'uomo che favella o medita seduto sur un letto.

Ma quando a quella teatrale e licenziosa religione, che divinizzava tutte quant'erano, generose ed abbiette, le passioni dell'uomo, un'altra ne succedette mite, rimessa, che tutti chiamava fratelli, a tutti consigliava la concordia, la pace, tutti volea umili dinanzi a Dio, e mostrava il nulla che circonda gli avelli in tutta la loro spaventosa profondità, insegnava Dio solo esser grande, l'uomo non più che polve innanzi al suo fattore, tutto eguagliarsi nella tomba, le gemme dei troni e i cenci dell'abituro, dovere in una parola tener sempre il mortale fiso lo sguardo in quell'ora suprema, perchè in quell'ora Dio premia e punisce, Dio calpesta od esalta; l'architettura dei sarcofaghi dovette mutare a poco a poco le antiche forme e i tipi, ed anzichè rappresentare di continuo nei tumuli le immortali e pompose gesta degli estinti, anzichè ricordare, come nei tempi di Roma, le glorie terrene fra le stesse pareti del sepolcro, diessi a rammentare persino ne' suoi stessi ornamenti le idee della morte, onde secondare ciò che religione proclamava ogni dì dall'altare ai credenti.

Questa mutazione non potè però operarsi d'improvviso, perchè gli usi e le costumanze civili, uguali essendo nell'uno e nell'altro culto, gli artisti anche ornando sepolcri cristiani, di poco s'allontanavano dalla imitazione dei sepolcri pagani. Finchè stette il romano impero, serbaronsi anche nelle cripte dei proscritti e perseguitati fedeli in gran parte quegli stessi culumbarii, quelle stesse capricciose dipinture, che fregiavano le camere sepolcrali dei loro persecutori. Ma quando l'impero sfasciossi, ed innumerevoli torme di straniere nazioni rovesciandosi sull'Italia, tutte ne mutarono le costumanze, la religione uscita allora dalle cripte, venerata dai troni della terra, moderatrice della sorte dei popoli, non serbò pei sepolcri se non quei simboli che meglio colla mite e mistica sua indole potevano affarsi. Perchè poi il pensiero della morte non mai si scompagnasse da quello dei premii e delle pene di una vita avvenire, volle che i soli tempii andassero ornati di sarcofaghi e mausolei, volle che i sacri recinti fossero pavimentati da pietre sepolcrali. Così le chiese divennero vasti e magnifici ci-

miterii; così il Cristiano, quando innalzava fino a Dio la preghiera, sentía rimbombare sotto il piede le tombe, sentía più che altrove le ceneri dei fratelli destargli al cuore un fremito di religiosa pietà e di terrore, e rammentargli unite indissolubilmente morte ed eternità.

Allora il carattere della religione, che pur volea in tutte guise ogni dì più mostrare all'uomo quanto sia fuggevole quaggiù sua giornata, e forse anche l'uso, che dall'indole della stessa religione pigliava la sorgente, di non più abbruciare i cadaveri, ed anzi di esporli per più giorni vestiti di ricchi abiti alle preci ed alla venerazione del pubblico, suggerì agli artisti di effigiare stesa sull'arca mortuale la salma del trapassato; concetto veramente da commendarsi, perchè ravvicinando esso negli animi due prepotenti e fatali idee, il sorriso della fortuna e le pompe della vita dissipate dalla mano inesorabile della morte, diede ai sepolcri un carattere sì lugubre e funerale, che infonde nel cuore quella religiosa espressione, la quale indarno tentarono forse arrivare nei lor corretti monumenti gli architetti dei secoli migliori.

Padova, ch'è una fra le città d'Italia più ricca di depositi sepolcrali del medio evo, ne conta molti di epoche e di stile disgiuntissimi. Due fra questi, i quali portano scolpiti i principali fra i simboli delle cripte, per le ragioni che andrò dicendo potrebbonsi reputare molto anteriori al decimoquarto secolo. Stanno essi affissi alla parete meridionale della basilica di sant'Antonio, nè portano iscrizione alcuna, che attesti a quale famiglia appartenessero, nè in qual tempo fossero alzati. Nel primo d'essi veggonsi scolpiti assai rozzamente alcuni archi, in mezzo ai quali pendono grappoli d'uva, emblema forse della mistica vigna, posta allora assai di sovente a fregio dei tempii e dei sepolcri per denotare la Cristianità (1). Nell'altro più vicino alla porta d'ingresso ravvisansi più numerosi e più chiari i simboli. Nel centro sta scolpito l'agnello cinto di aureola, emblema, secondo l'Arringhi, del Salvatore; in alto sono collocate due colombe, intese a figurare le anime dei fedeli già salite a godere le celesti felicità. In mezzo a due archi sorretti da spirali colonnette veggonsi due agnelli senza aureola, sormontati dalla croce; e sono essi i fedeli che, non deposta ancora la spoglia mortale, adorano il Salvatore. Negli ultimi due archi sollevansi due palme; simbolo, a dir vero, il quale sarebbe di meno agevole spiegazione degli accennati, se il Ciampini e particolarmente l'Arringhi non lo avessero di una qualche luce

(1) Vedi l'Opera dei dottissimi Sacchi intorno l'architettura simbolica civile ec. usata in Italia nei secoli VI. VII. e VIII., pag. 165.

rischiarato colle dotte loro osservazioni (1). Avvisò quest'ultimo scrittore, che la palma fosse presso i Romani un simbolo della Giudea, ciò potendosi argomentare da alcune medaglie di Vespasiano e di Tito, in cui vedesi una donna piangente seduta sotto una palma coll'epigrafe: *Judaea capta*. La Giudea era fecondissima di palme; e quindi crede il citato autore, che dai primi proseliti della Fede, ad imitazione dei Gentili, si rappresentasse nelle cripte quest'albero, a denotare quella regione in cui ebbe i natali il Salvatore (2).

Il Ciampini nel dare spiegazione di molti fra i simboli testè accennati, riporta alcuni sarcofaghi dei primi Cristiani, in cui essi particolarmente stanno

(1) Arringhius *Rom. Inst.* Tom. II. Lib. VI. Cap. XXXIII., e Ciampini *Veter. Mon.*

(2) Non a fine di mover dubbiezze sulle dotte interpretazioni dei simboli cristiani dateci dall'Arringhi e dal Ciampini, i quali di tanta luce rischiararono la simbolica dei primi secoli della Chiesa, ma solamente per esporre un incontrastabile fatto piacemi di avanzare la seguente osservazione. Le colombe, che i due citati scrittori ne dicono simboli dell'anime dei fedeli, rinvengonsi anche su gran parte dei sepolcri degli antichi. Sono fra questi l'urna di Tito Flavio Jerace, i sarcofaghi di Calpurnia, di C. Clodio, quello celebre di Claudia Elice, ec. In tutti questi, ed in molti altri che possono vedersi riportati dal Monfauçon, le colombe sono collocate nella stessa guisa che nei sepolcri cristiani. Nè questa è la sola figura emblematica che trovisi perfettamente uguale nelle tombe di entrambe le religioni. La lepre, il cane, il cervo, il cavallo sono simboli che veggonsi del pari nei sarcofaghi pagani e cristiani. È questa dunque pura opera del caso, o piuttosto dovrassi credere che i Cristiani ricopiassero servilmente questi emblemi dai Pagani? Ciò che forse potrebbe aggiungere probabilità alla seconda fra queste opinioni si è ciò che dissi altra volta in questo mio discorso, che i primi Cristiani cioè, eccettuatane la religione, aveano nel vivere civile le costumanze stesse dei Gentili, e quindi forse anche nella simbolica poteano intieramente seguirli. Ma come mai conciliare, che in tanta e sì essenziale differenza che aveavi fra le due religioni, i proseliti di entrambe volessero cogli stessi emblemi simboleggiare idee fra loro disparatissime? Come mai conciliare, che essendosi mutate intieramente le costumanze, essendo estinta ogni influenza di culto pagano, pure la religione che dominava siccome sovrana sugli animi si piacesse ancora di riprodurre i simboli che aveano servito pei sepolcri dei Pagani? Per quelli che veggono una sola radice nella simbolica di tutte le nazioni e di tutti i tempi, la cosa non torna gran fatto difficile a spiegarsi; ma per quelli che non tengono a sì fatto sistema, questo è gineprajo troppo imprunato, ad uscire dal quale vorrebbevi vastissima erudizione, rischiarata dalla fiaccola della filosofia; vorrebbonvi lunghi studii sulla simbolica degli antichi e dei mezzani tempi. Se la sorte avesse ancora conservato all'Italia i preziosi giorni di Gio. Domenico Romagnosi, e quel colossale ingegno avesse potuto dare in luce l'opera ch'egli avea promesso sulla simbolica, oh allora non avremmo più d'uopo di stillarci a goccia a goccia il cervello per trovare il capo a questo nodo gordiano.

scolpiti. Uno fra gli altri è in molte parti ugualissimo a quello ora descritto, e dal citato scrittore vien considerato siccome opera del terzo o quarto secolo dell'era. Per le osservazioni di quest'erudito, sembrami si possa forse congetturare che dal terzo fino al decimo secolo venissero sui sarcofaghi scolpiti i simboli di cui sin qui favellai, e che nei secoli posteriori si mirasse ad altro tipo. Ciò condurrebbeci a collocare i nostri sepolcri fra quelli alzati non dopo il decimo secolo. Questa opinione parmi si faccia più forte quando se ne pongano a disamina le rozze sculture, le quali palesano uno stile infinitamente più pesante e goffo di quello che ornava l'architettura dei secoli dopo il mille. È però da rimarcarsi, che la cornice la quale cinge l'arca, e le mensole che la sopportano, sono senza dubbio posteriori di alcuni secoli all'arca stessa. Onde uscire da tanto bujo sembrami non ci sia che una via, quella cioè di congetturare che la fronte ed i fianchi dei nostri monumenti fosserò avanzi d'un antico sarcofago, dai quali si volle trar profitto nel secolo terzodecimo o decimoquarto, aggiungendovi la cornice e le mensole.

Questa congettura, a dir vero, sembrerebbe non gran fatto appoggiata, quando si volesse portare lo sguardo sul sepolcro della famiglia Alvarotti, che sta in una delle cappelle della stessa basilica di sant'Antonio. Esso è quasi perfettamente uguale a quello finora da me descritto; e l'iscrizione, che vi è sovrapposta, porta l'anno 1378. Ciò basterebbe a provare che anco nel secolo quartodecimo soleansi alzare sepolcri simili all'accennato, se l'iscrizione fosse col monumento congiunta; ma essa invece è sovrapposta al monumento in una pietra separata, e quindi potrebbe a quello essere di qualche secolo posteriore. Il mezzo meno incerto per avere qualche probabile conghiettura sull'epoca in cui fu alzato, si è di raffrontare lo stile delle sculture con quello d'altri monumenti. Posto dunque a confronto con molti fra i numerosi sepolcri del secolo decimoquarto, che conservansi in Padova, parmi sì pel carattere degli ornamenti, sì per le forme cotanto ne vada lontano, ed invece sì fattamente s'avvicini a quelli i quali possono tenersi come opera del decimo, ch'io forse mi rendo men timido ad opinare esser quello, di cui ora favello, od una capricciosa imitazione dell'altro dei chiostri, o, com'esso, un sarcofago scolpito intorno al 1000, e tornato a porre in uso assai posteriormente. Nè questa costumanza dee poi recarci molta sorpresa, nè dobbiamo tenerla siccome poco frequente nei secoli di mezzo. Si giunse persino ne' primi tempi della Chiesa a valersi dei sepolcri de' Gentili (mutatine alcuni simboli), onde consacrarli ad accogliere ossa cristiane. Il perchè non è maraviglia se molto tempo dopo si adoperarono gli abbandonati sar-

cofaghi cristiani a rinserrare di nuovo le ceneri che appartenevano ai proseliti della Fede.

È ormai tempo ch'io tenga discorso di quelli fra i nostri sepolcri, i quali senza alcun dubbio furono opera del secolo decimoquarto. Primo per epoca, e fors'anco per merito architettonico, è quello che Gualpertino Mussato, abate di santa Giustina, fece alzare nella basilica di questo nome nel 1316 per porvi la sacra spoglia di san Luca evangelista. Quattro colonnette spirali, fregiate di capitello e di base, sorreggono un'arca; e quasi quelle fossero credute troppo debole sostegno al sovrapposto peso, vi si collocarono nel centro, a foggia di cariatidi, tre figurette insieme aggruppate, nelle quali, se non erro, si vollero rappresentati tre angeli. Nell'anteriore parete dell'arca, in tre scompartimenti, veggonsi tre bassorilievi in marmo: nei due primi stanno scolpiti due angeli, forse i banditori della divina parola; nel terzo v'è il bove alato, emblema dell'evangelista Luca.

Anche a' tempi in cui fu eretto questo monumento, tennesi come opera fornita di molteplici pregi, e come un passo dell'arte verso migliore cammino. Di molti versi onorolla l'illustre poeta e storico Albertino Mussato, diretti all'Abate fratello (1), e con larghezza di encomii ne favellarono i contemporanei cronisti; e bene a ragione, perchè se questo sepolcro si confronti con le opere da cui va preceduto, e con molte anche di quelle che lo susseguitarono, troverassi e per diligenza di esecuzione, e per accordo di parti, e per meno rozzi profili di gran lunga superiore.

Questo progressivo miglioramento dell'arte ravvisasi anche nel grandioso mausoleo posto dietro l'altare dell'Annunziata nell'Arena. Enrico Scrovegno, che di quel luogo era signore nel 1320, era morto in Venezia, ove vivea da molti anni in sicuro dall'odio concittadino.

I superstiti di sua illustre famiglia non lasciarono però inonorate e lontane dalla terra natale le ceneri di lui; poichè consacrarono loro nel 1321 gigantesco sepolcro, che sta nella chiesa medesima da Enrico molti anni prima fatta innalzare. Sopra due mensole sollevasi un'arca di varii marmi incrostata, su cui giace stesa la figura del tumulato, colle braccia incrociate sul petto, in quella stessa positura in cui soglionsi deporre nel feretro i cadaveri.

Nella parte superiore del monumento (Tav. I.) sta scolpita una drapperia vagamente sostenuta da due angioletti di marmo. Una tal foggia di mausolei, ora ampliata, ora abbellita dall'arte, venne quasi costantemente seguita in que-

(1) Possono leggersi questi versi nel Salomonio. *Inscrip. Urbis Patav.*, pag. 430.

sto secolo e nel seguente per tutta la penisola, ed anche oltramonti. Un così fatto concetto pare che gli artisti pigliassero dai catafalchi e dai letti funerarii su cui soleansi collocare gl'illustri defunti, ornandoli a que' tempi di sfarzosi baldacchini e di ricchissimi panneggiamenti. Fu detto ingegnosamente, che i roghi e le pire, su cui gli antichi abbruciavano i cadaveri, servirono ad essi di archetipo per alzare i colossali loro mausolei. Non è quindi improbabile che le forme con cui nel medio evo soleansi decorare le esequiali pompe, dessero agli artisti il pensiero dei monumenti ornati in sì fatta guisa. È però da avvertire, che quelli i quali nel nostro sarcofago reggono la cortina, non si rinvengono di frequente che nei sepolcri della Toscana, ovvero alzati da toscani maestri; per la qual cosa mi faccio a sospettare avesse avuto i natali o l'insegnamento in quell'attica italiana l'artista che immaginollo.

Molti sepolcri Padova conta, in cui l'accennato tipo venne imitato. Sono da porsi fra i primi quelli dei Carraresi, che ora stanno agli Eremitani, quivi trasportati dalla chiesa di sant'Agostino, ove prima si eressero.

Allorchè nel 1345 Ubertino da Carrara, terzo signore di Padova, trapassò, la città innalzandogli marmoreo sepolcro, volle onorare la memoria del principe, il quale coi benefizii prodigati negli ultimi anni del torbido suo governo, avea confidato far dimenticare i turpi delitti che ne bruttarono i primi. Due grandi mensole, diligentemente scolpite, reggono l'arca ornata di scelti marmi. Nel centro di essa schiudesi una nicchia, ove posa modestamente una statua della Madre di Dio. Negli angoli stanno quattro angeli di tutto rilievo, che sembrano quasi i tutelari custodi del sepolcro. Sul coperchio vedesi giacente la figura di Ubertino, vestita a foggia principesca. Un grande arco a sesto acuto, ricco per molti ornamenti, compie il dignitoso sepolcro.

Vi sta dirimpetto, quasi interamente uguale pel carattere e per le decorazioni, quello di Jacopo, quinto signore di Padova. Esso però vanta, ben più dell'altro ora descritto, ricchezza e sfarzo negli ornamenti, e certamente maggiore celebrità, perchè argomento di lagrime al Cigno di Valchiusa, che su quest'arca impresse mestissimi versi.

A vero dire, recar dovrebbe sorpresa che in tanta disuguaglianza di fortune nei trapassati, in tanta differenza di artefici che i sepolcri architettavano o scolpivano, venissero quasi invariabilmente serbate le stesse forme nei sarcofaghi, se non fosse noto a chiunque è versato nella storia dell'arte, che quando nel medio evo, o per la osservanza della religione, o pel potere delle costumanze, un tipo adottavasi, raro era che mai si mutasse. Sulla foggia dei Carraresi sono

condotti i sepolcri dei Dotti e dei Sanguinacci, che veggonsi ora agli Eremitani, e quello del giureconsulto Rainiero Livia nel maggior chiostro della basilica di sant'Antonio. Nè gran fatto se ne scostano, sebbene più semplici assai e meno ricchi, quelli che pur ivi si osservano dei Capodivacca, del da Vigonza, del Donato, e molti altri che ora per brevità tralascio, poichè niuna circostanza presentano che sia meritevole di nota, e possa tornar vantaggiosa alla storia dell'arte (1).

Non si creda però che soltanto in Padova una siffatta maniera di sepolcri fosse in uso; essa era praticata anche in molte altre città d'Italia: ciò che vie maggiormente prova quello che testè osservai, non volersi cioè a que' giorni variar mai con essenziali differenze i tipi scelti pei sepolcri. Fra i molti ricorderò quello che vedesi in Carpi, ove stanno le ossa di Pio signore di quella città; e l'arca che accoglie le ceneri di Giovanni Scaligero in Verona; e più ancora quello di Barnaba de' Marani fiscale degli Scaligeri in san Fermo della stessa città, ec.

Quando la feudalità conculcò la indipendenza del popolo, e l'orgoglio dei potenti credette riposta ogni gloria nelle sbarre degli stemmi gentilizii, divenuti fin dalle romanzesche spedizioni di Terra santa il delirio di tutte le menti, la cura ed il pensiero di moda, non vi fu artista che tralasciasse di scolpire sui sepolcri le insegne di nobiltà del trapassato, e non ponesse l'ingegno a foggiarle in guise diverse. Non bastò figurare sull'arche i blasonici scudi; si volle che gli animali, i quali aveano parte a formare lo stemma, fossero rappresentati siccome sostegni di tutto il sepolcro. Il quale concetto tuttochè dall'adulazione pigliasse principio, vuolsi però non mediocremente lodato, perchè diede ai sepolcri un ingegnoso indizio per distinguere gli uni dagli altri, e per fissare a quale magnatizia famiglia appartenessero. Padova non manca neppure di tal sorta di sarcofaghi; fra i quali deesi prima collocare quello in cui sono riposti quattro individui della famiglia Rossi, un tempo signori di Parma, fra cui annoverasi quel celebre Pietro, a cui Marsilio da Carrara dovette la ricuperazione di Padova. Quella famiglia avea per arme il leone; e quando fu onorata di dignitoso sepolcro, vennero scolpiti due leoni, che l'uffizio compiendo di mensole, reggono l'arca mortuale. Nè da siffatto pensiero volle dipartirsi chi diresse l'altro sepolcro, il quale vedesi in questa stessa cappella alzato alla memoria di Bonifazio de' Lupi, marchese di Soragna. Portavano i Lupi nello stemma l'animale

(1) Chi desiderasse conoscere le iscrizioni di tutti questi sepolcri, e l'anno preciso in cui furono alzati, scorra il citato Salomonio.

di questo nome; e quindi l'artista scolpì sopra le mensole due lupi in atto di tutto sorreggere il sarcofago. I due sepolcri, sui quali ora tenni parola, negli altri particolari si avvicinano assai a quelli di cui più sopra parlai; ad eccezione di quella specie di coperchio che sovrasta all'arca, l'uniforme maniera dello scolpire permette di congetturare ch'entrambi sieno opera di un solo artefice.

In varii altri fra i nostri monumenti vedesi fatto uso degli animali per sostegno delle arche, fra i quali piacemi ricordare quello di Marsilio secondo fra i principi Carraresi, posto nella chiesa dell'Abbazia di Carrara. È ricco di varii marmi, e va ornato da leggiadrissimi fogliami nelle cornici, e da altre scolture le quali, riguardando ai tempi, meritano molta considerazione. Sulle belle mensole riposano accovacciati due leoni di marmo greco, ch'io credo collocati qui dall'artista non per ricordare gli stemmi dell'illustre trapassato (1), ma per alludere alle guerriere virtù di lui.

Di non minor pregio dell'ora descritto è il sepolcro della famiglia Volpe, alzato intorno al 1390 nei chiostri del convento di sant'Antonio. Questo anzi parmi si debba considerare di maggiore importanza degli altri tutti nella storia dell'arte, perchè sembrami più degli altri palesare leggiadro l'innesto dello stile bisantino col settentrionale. Sulle maniere orientali è condotta interamente l'arca con quegli archetti di pieno centro, e quelle nicchiette ornate di statue. Sentono del carattere settentrionale i due pinacoli slanciati, arditi, ornatissimi, che lo fiancheggiano, e che per inusitata stranezza portano sulla cima gli stemmi della famiglia. E tiene pure del sistema settentrionale l'arcone sovrapposto, foggiato diagonale, e sormontato da un pinacolo acuminato. Vediamo frequentissimo l'uso di questi arconi sui più cospicui sepolcri del medio evo. Ignorasi però da quale tipo ne venisse preso il pensiero, o quale causa forzasse gli architetti ad adoperarli. Osservai più sopra, che quasi tutte le forme e gli emblemi dei sarcofaghi delle mezzane età furono tolti dalle cripte; ed io forse sarei inclinato a credere anche siffatti archi di là si traessero. L'ammirazione inspirata dal virile coraggio di quelli che a prezzo del loro sangue confessarono la Fede, invitò i primi Cristiani superstiti ad onorarne la tomba con emblematiche allusioni. D'ordinario questi sepolcri constavano d'un'arca quadrilunga, collocata sotto uno sfondo arcuato, sul quale vedeansi egualmente scolpiti simboli della religione. Non è dunque improbabile che nei secoli posteriori al 1000 la Chiesa,

(1) Lo stemma della famiglia da Carrara fu sempre il carro; però la linea tuttavia esistente dei Carraresi, che adottò il cognome di *Pappafava*, inquarta lo scudo con due carri rossi e due leoni rampanti azzurri.

la quale tutta adoperavasi a riprodurre ciò che nelle cripte fu soggetto di culto, (a quella guisa che consigliava di rappresentare sui sarcofaghi i simboli che fregiavano i sepolcri dei primi martiri) domandasse ancora s'imitassero gli archi sovrapposti a quei venerati sepolcri.

Un solo monumento in questa nostra città non solamente non serba la forma degli accennati, ma non fa mostra nemmeno di un eguale carattere nelle decorazioni.

È questo il deposito sepolcrale che sta chiuso in un cortiletto dappresso alla basilica di sant'Antonio, in cui riposano le ceneri di quel famigerato Rolando da Piazzola, il quale da un chiarissimo ingegno (1) che onorò l'Italia, questa Università, quest'Accademia, fu chiamato *emulo di Albertino Mussato nella eloquenza e nella politica, e campione della libertà patria contro Arrigo VII.* Un tabernacolo retto da colonne, su cui s'involtano archi di sesto acuto, copre un'arca di marmo appoggiata sopra piccoli pilastri. Negli angoli di quella stanno scolpiti rozzamente due genietti, posti in piccoli archi rotondi, i quali sembrano, alla maniera antica, piangere la perdita dell'illustre trapassato.

Nei fianchi sono figurati encarpii e maschere, come sui romani sarcofaghi. In qualunque parte l'ora descritto sepolcro si disamini, vi si scorge un tale ravvicinamento alle forme dei sepolcri romani, che di leggieri si piglierebb'esso per un monumento del terzo o quarto secolo, dei tempi cioè in cui l'arte, sebbene decaduta, serbavasi tuttavia romana, se l'iscrizione che vi sta sopra non ne desse certezza essere stato eretto verso la metà del quartodecimo.

Ma chi fu mai l'artista che in una età cresciuto, in cui o avidamente seguivasi il bizzarro stile del Settentrione, o s'imitava il più molle e forse più bizzarro dell'Oriente, si sentisse animato dal desiderio d'imitare l'antico? Il suo nome andò perduto nel bujo di que' secoli; ed a noi quindi non rimarrebbe che una sterile sorpresa, se a scemare questa non soccorresse d'assai la opinione di alcuni illustri scrittori, i quali con ingegnosi ragionamenti sull'architettura del medio evo avvisarono, le colossali rovine delle fabbriche romane nei secoli mezzani ancora surgenti non aver mai permesso che interamente si spegnesse negl'Italiani di que' tristi tempi il desiderio d'imitare le auguste moli dei loro progenitori. Quell'erudito ingegno del cav. Cordero nel suo dotto libro, ove sì acutamente discorre l'architettura durante la dominazione langobarda, più d'ogni altro scese in campo armato di vigorose ragioni a darne certezza di questo vero, non mai cioè essersi annullate del tutto nella penisola le traccie della romana architettura.

(1) Cesarotti *Lettera al Denina*, pag. 46.

Ora che forse troppo diffusamente ho tocchi i particolari dei padovani sepolcri nel decimoquarto e nei precedenti secoli, non incresca di accompagnarmi nell'esame degli edifizii civili ed ecclesiastici che i principi carraresi alzarono al decoro e alla salute di questa patria.

Le città d'Italia, ossia che avessero governo repubblicano, o rette fossero dallo scettro di un solo, chiudeano nel decimoquarto secolo magnatizie famiglie, per oro e per potere grandissime; chè le repubbliche, governate com'erano in forma aristocratica, permetteano che le arche dei pochi loro reggitori riboccassero d'immense dovizie. Nei principati poi le ricchezze concentravansi nel principe, ed in que' proceri ch'erano sostegno al trono. Ove più le fortune sono accumulate su pochi, tanto vie maggiore si fa in quelli la superbia di signoreggiare; e a degnamente far pompa di lusso, e gli occhi abbagliar dei minori, è mestieri principalmente innalzare sontuosi edifizii, e tutta sorta di opere pubbliche ornare di ogni magnificenza. Non è quindi a sorprendersi se in Firenze, in Venezia, in Genova i nobili, che il reggimento teneano di quelle repubbliche, tanti edifizii murarono, dal tempo ancora e dalla storia rispettati; e se d'altra parte Bologna, Ravenna, Rimini, l'opulenta Milano, e poco men che io non dissi tutte le città di questo sacro paese che il Cielo benigno ci diede a patria, tutta sfoggiarono la pompa della feudale grandezza, sollevando superbe moli sotto la protezione dei loro principi. E Padova nostra fu del bel numero una; la quale, confidato avendo il gonfalone della sua repubblica alla famiglia da Carrara, fu da quasi tutti i principi di quella ornata ed abbellita di decorosi edifizii.

Fra questi fu primo Jacopo, il quale caro alla patria per cittadine e guerresche virtù, venne onorato col nome di Grande. Egli solamente occupato a reprimere i minacciati morsi del veronese Mastino, non altre opere volle innalzate, se non quelle che alla difesa della patria provvedevano. Proseguì le mura che fino dal 1285 erano rimaste interrotte, e dalla porta del Prato, di già costrutta da fra Giovanni degli Eremitani, le condusse fino alla chiesa di sant'Antonio; e proseguite le avrebbe, se morte non lo avesse troppo presto rapito alla patria salute, ed all'amore dei concittadini.

Succedette a lui Marsilio, giovane d'astuzia e di valore fornito, il quale però avendo dovuto cedere ai tempi calamitosi ed all'armi del feroce Scaligero, non potè ne' suoi primi anni di regno ornare la patria di splendide e durevoli opere. Allorquando poi la sempre mutabile fortuna volse le spalle a Cane, e forzollo ad abbandonare il dominio di Padova a quegli stessi Carraresi di cui poco prima

decretava invano la morte, Marsilio fatto assoluto signore della città, volle per sempre preservarla da impeto straniero, od almeno diminuirne il pericolo, tutta cingendola di un altro giro di muraglie, che le prime dovea rinserrare. Sebbene qualche tratto ancora di queste rimanga, pure la più gran parte cedè il luogo a quelle nel 1509 fatte alzare dal veneto Governo. Fece Marsilio costruire quel tratto che dalla Porta Savonarola metteva fino a quella di Codalunga, e l'altro che da Ponte Corbo proseguiva fino a S. Croce, e di là alla Porta Saracinesca. Oltre a ciò risarcì, anzi quasi dalle fondamenta rifabbricò le Porte di S. Giovanni e di Savonarola, già cominciate a costruire dalla padovana repubblica nel 1263. Fu a Marsilio troppo breve la vita per condurre a buon termine siffatte opere, o per intraprenderne altre al paro di queste utili alla sua città.

A Marsilio succedette il fratello Ubertino, nel di cui cuore vanità ed ambizione non erano ultimi affetti. A lui dobbiamo quel maestoso palazzo nel quale avea stanza la famiglia da Carrara, ed a cui tanti encomii tributano gli scrittori delle patrie memorie. La pomposa descrizione (1) che Bernardino Scardeone ed il Vergerio ci lasciarono di quell'edifizio, ne fa ancor più dolenti di averlo perduto. Non v'è parola di lode che quegli scrittori risparmino, per descriverci i ricchi e magnifici appartamenti che lo componeano, gli atrii, i vestiboli, gli ampii cortili alla equitazione e ad altri giuochi ginnastici destinati.

È inevitabile legge, che gli usi e le maniere di vivere a quando a quando mutandosi fra gli uomini, le abitazioni cangino di frequente l'aspetto, e dieno quindi luogo a novelle usanze e a disposizioni novelle. Per la qual cosa è agevole il rinvenire negli antichi e nei mezzani tempi gli avanzi delle curie, dei teatri, dei tempii; difficilissimo il rintracciare persino le vestigia delle domestiche abitazioni. Nè da sì fatale destino andò illeso neppure il carrarese palazzo; chè quando i Veneti tolsero Padova ai Principi da Carrara, parte di quell'edifizio in odio degli antichi signori fu atterrato, parte rivolto ad uso dei loro rappresentanti. Nè l'odio dei Veneti, nè le cangiate usanze valsero però a tutto distruggere questo monumento della carrarese grandezza; poichè fino a' dì nostri conservaronsi ancora due cortili, circondati da colonne e da portici, la cui costruzione potea darci una qualche idea di quanta e quale magnificenza si ornasse quell'edifizio. Ora di quei cortili non rimangono che pochi intercolonnii nel piano superiore. Lunghissime colonne di broccatello reggono un architrave di legno, sul quale aggetta una immane cornice pure di legno, ornata di doppii

(1) Scardeone. Lib. I. pag. 11.

modiglioni. In tutte le fabbriche padovane dei secoli di mezzo finora disaminate l'arco, rotondo od acuto che sia, riposa sempre sul capitello della colonna. Questa è la prima costruzione padovana in cui veggasi adoperato l'architrave in luogo dell'arco. Nemmeno in Venezia sono numerosi gli esempii di questo sistema. Fu soltanto nella Toscana che gli artisti incominciarono anche nel corso di questo secolo a surrogare i cornicioni agli archi involtati sopra le colonne (1). In Firenze veggonsi alcuni palazzi eretti nel secolo decimoquarto o nel sorgere del susseguente, ove i cornicioni sono, a guisa del nostro, aggettati assai. Questa osservazione mi guida a credere che forse l'edifizio nostro fosse opera di toscani architetti. I principi Carraresi, per molt'anni stretti in alleanza colla repubblica fiorentina, godeano a quando a quando d'invitare di là quegli artisti, i quali allora levavano fama d'essere fra i migliori d'Italia, onde Padova ornassero di belle opere. Non è quindi improbabile che ancora l'innalzamento di sì grandioso palazzo affidassero ad artisti venuti da quell'Atene italiana. Un altro argomento potrebbe forse rincalzare questa mia conghiettura. I Gattari nominano intorno a questo tempo siccome ingegnere di Ubertino da Carrara certo maestro Domenico da Firenze (2), ma non accennano mai veruna fra le opere da lui architettate. In quel secolo è raro trovare che più d'un architetto venisse contemporaneamente tenuto ai soldi d'un principe. Non è quindi improbabile fosse egli l'autore di questo celebre edifizio, e fors'anco di quelle molte costruzioni d'architettura sì civile, sì idraulica, che la munificenza di Ubertino eresse per la città e pel territorio.

Colla perdita del carrarese palazzo andò per Padova smarrita ogni traccia del modo con cui erano architettate le abitazioni nei secoli mezzani. Ma se delle

(1) Sono da porsi in questo novero in Firenze un palazzo vicino a quello Borghese, un altro rimpetto alla chiesa di san Nicolò, ed il palazzo Guadagni sulla piazza di S. Spirito. Ma per quale causa soltanto nelle case fiorentine s'adoperavano sì giganteschi sporti? Benedetto Varchi ci narra che ciò faceasi onde preservarsi dai venti e dalla sottilità dell'aria. L'osservatore fiorentino invece, per cavarsi d'impaccio, dice essere quest'uso frutto del capriccio degli architetti. Pochi certamente se ne staranno contenti a sì povere ragioni. Ma quale poi sarà la vera? Io ardisco avventurare una conghiettura. Avendo osservato che costantemente siffatti aggetti vengono usati ove trovansi quelle logge che in Firenze per antica costumanza poneansi nell'ultimo piano delle case ragguardevoli, porto opinione sì sporgenti cornici servissero all'uopo di difendere l'interno dalle piogge furiosamente cacciate dai venti.

(2) Da un Domenico fiorentino, che probabilmente è lo stesso qui ricordato, fu pure architettato il celebre ponte fatto costruire dal Visconti nel 1395 sul Mincio presso Valeggio, di cui ammiransi ancora grandiosi avanzi.

interne distribuzioni presentate dalle case dei maggiori più non rimane memoria, qualche vestigio delle esterne pur resta, di cui 'l più cospicuo si osserva poco lunge dall'accennata reggia in una casa posta rimpetto al vecchio Monte di Pietà. Nulla però di questa ci raccontano le patrie memorie, e fu gran ventura che il tempo ci preservasse questo scabro avanzo. Del prospetto accennato non rimane d'intatto che il corpo di centro, il quale consta di cinque alte finestre, separate l'una dall'altra da colonnette sulle quali si slanciano archi di sesto acuto bizzarramente decorati. Nella stessa guisa è pure foggiata una facciata di casa posta dappresso al Ponte di san Lorenzo. Senonchè in questa mi sembrano meglio assai che nell'altra trascelti i profili, e più diligentemente eseguiti gli ornamenti. In questo edifizio è pur degna di qualche considerazione la gotica cornice che lo corona, la quale ci offre un'idea del modo con cui i nostri artisti di que' giorni valevansi con peregrina invenzione dell'arco sì rotondo che acuto, onde dall'intrecciamento d'entrambi ne derivassero leggiadre e svariate modanature. Non è particolare a Padova questa maniera di decorare i centri delle abitazioni, e neppur è nuova la forma di quegli archi, i quali prima di unirsi nelle intersecazioni delle due porzioni di circolo si prolungano in punta acuta. In Treviso, in Vicenza, e più di frequente in Venezia, rinvengonsi abitazioni del secolo XIV. nell'accennata guisa architettate, e decorate da questi aggraziati archetti, nei quali, se mal non avviso, parmi discernere una valida prova dell'influenza che lo stile arabo avea sugli edifizii di queste provincie (1).

Questa forma d'arco trovasi unicamente in alcune fabbriche erette al Cairo ed in Terra santa dai Califfi arabi, o dai loro successori i Soldani dell'Egitto, ed ugualmente rinviensi in alcuni monumenti dell'India; nè avviene se non di rado vederla nelle ardite e slanciate moli d'Inghilterra, di Francia, di Germania. Pare dunque che dagli Arabi soli fosse adottata; ed il celebre d'Agincourt (2) ne volle anche addurre la ragione. Congetturò egli che questo popolo errante avesse trovato un tipo di tale costruzione nel piegare delle tende sotto le quali si accampava, e nella foggia delle barche di cui si valse quando la passione delle conquiste lo condusse ad attraversare i mari.

Senza movere discussione sulla probabilità di siffatte congetture osserverò solamente, che questa forma d'arco, sia perchè sembrasse leggiadra e commendevole, sia perchè avesse posta fra noi troppo salda radice, fu più tarda d'ogni

(1) Parecchi sono in Padova i prospetti di abitazioni a questa stessa guisa foggiati: io però tralasciai di descriverli uno ad uno, perchè tutti presentano gli stessi accennati particolari.

(2) D'Agincourt *Storia dell'arte provata coi monumenti.* Tom. II. Parte II.

altra maniera gotica ad iscomparire dalle architetture sul cominciare del risorgimento dell'arte, come del pari fu abbandonata a mala pena la distribuzione dei centri delle facciate foggiati nella maniera da me non ha guari descritta.

Un siffatto sistema di decorazione fu quasi servilmente imitato dagli architetti del secolo susseguente, che intesero al risorgimento dell'architettura. In quasi tutti i palazzi alzati dai Lombardi, dal Brunelleschi, da Bramante, la parte di mezzo delle facciate è foggiata alla maniera gotica, eccetto gli ornamenti che da ruderi romani sono il più delle volte ricopiati. Gli architetti allora traevano da que' ruderi, avventuratamente rispettati dal tempo, l'eleganza, il carattere e l'espressioni degli ordini. Non erano ancora intieramente distrutte le reliquie dei fori, delle terme, dei tempii, dei circhi; ma l'architetto vi cercava indarno gli avanzi della privata abitazione di Lucullo e di Scauro.

Le arti al loro nascere sono come fanciulletto che move timido i primi passi: nulla osano da sole, ed hanno mestieri che un precedente esempio si faccia loro guida. L'esempio delle case romane mancava totalmente, e quindi gli architetti che sorsero sul cominciare del decimoquinto secolo, non osando inventare, imitarono in gran parte le distribuzioni delle gotiche costruzioni che aveano sott'occhio. Si aggiunga a tutto questo, ch'essendo l'architettura quella fra le arti belle, la quale più collegasi colle costumanze dei popoli, non può peculiarmente nelle private abitazioni variare l'essenziale scompartimento sì delle parti esterne che delle interne, se non quando differente ruota d'usi e di costumi siasi ordinata a reggere la nazione. Ora i costumi di Venezia e delle provincie a quella città soggette od affini, non essendosi nel secolo decimoquinto mutati da quelli ch'erano in vigore nel decimoquarto, serbar doveasi nelle case la stessa distribuzione di appartamenti, e quindi dei prospetti a quelli rispondenti.

L'operoso Ubertino non s'arrestò soltanto ad ornare la sua reggia, ma pose mano ad opere ancor più utili alla città. Dopo aver con sommi dispendii accresciuto di porte e di fortificazioni le patrie mura, non ben compiute sotto il regno di Marsilio, volle farle comunicare col suo stesso palazzo. A tal uopo fece egli condurre sopra dieci grandi archi di pietra un corridojo che dal palazzo accennato riusciva sugli spaldi delle mura poste dappresso il Ponte dei Tadi. Neppure sì grandiosa mole, che parea fatta per isfidare più secoli, potè preservarsi dall'intiero disfacimento. Se delle opere pregevoli che or più non sono vuolsi reputare sincera testimonianza l'encomio dei contemporanei, egli è certo che le lodi dagli storici di quei dì profuse a questa fanno argomentare ch'essa pochi confronti temesse.

È fama che la torre la quale domina la piazza dei Signori si fosse fatta costruire da Ubertino all'uopo di collocarvi la celebre fatica di Jacopo Dondi, quell'orologio planetario che, al dire di un bell'ingegno, perpetuò la gloria dell'autore nel nome della famiglia. Francheggiati da validi argomenti, negarono questo fatto il Ferrari nel suo manoscritto, ed il Rossetti nella Guida di Padova, e tentarono provarci l'ora citato orologio opera del 1428. Io non mi avvolgerò in una questione che non torna al mio scopo: solo però mi è forza notare, ch'io credo i sovrannominati scrittori vadano errati quando risguardano tutta quella torre come opera del 1440. Di questo tempo sarà forse la parte di centro, che rinserra l'orologio; ma la superiore è senza dubbio precedente, e porta tutti i caratteri delle costruzioni del secolo quartodecimo.

Tristi memorie richiamano i tre principi che ad Ubertino succedettero nel dominio di Padova. Marsilietto, d'animo incerto e debole, fu vittima di codarda ambizione. Al parricida Jacopo non valse l'adulatrice penna del Petrarca a far sì che la posterità dimenticasse un delitto pur dopo lungo intervallo orribile a ricordare. Jacopino mutò il breve e timido regno con lunghissima ed orrida prigionia, e fra ceppi, nè maledetta nè pianta, compì sua giornata. In tempi cotanto torbidi non è a maravigliare se niun edifizio d'importanza fosse eretto in Padova. Solo nel 1353, anno in cui ancora regnava Jacopino, ci vien narrato che Vittore Dolce di Feltre facesse murare coi proprii denari il tempio di san Francesco. Di quella grandiosa costruzione più non rimane che il portico, celebre un giorno per le dipinture dello Squarcione, e l'esteriori muraglie della chiesa e della sacrestia; l'interno fu intieramente rifabbricato quasi un secolo dopo.

Francesco da Carrara, soprannominato il Vecchio, avvolto com'era negl'imprunati raggiri dell'ambizione, accortamente avvisò che a far mute o cieche le moltitudini sui delitti de' Grandi è mestieri o divagarle o sorprenderle. Ed egli si tenne a quest'ultimo partito, profondendo molt'oro ad innalzar decorosamente utili costruzioni. A lui Padova è debitrice di quel braccio di muraglie che cominciando dalla Porta di Codalunga e proseguendo per la via di Porcilia fino al Ponte di S. Sofia, concedeva l'onor di città a molti negletti sobborghi che stavano allora fuori dell'antico recinto delle mura. Per le cure di lui furono alzati dalle fondamenta i castelli di Porto Nuovo e di Castel Carro sull'Adige, vigorosi baluardi contro le insidie dei Veneziani, distrutti poi dall'odio loro. A lui devesi quella torre esagona che surgeva dappresso alla Porta di S. Croce, e fu sì celebre in Padova; torre che tuttavia conservata ammiravasi ai tempi del

Portenari. Il castello di San Tommaso, dapprima ricetto all'ecceliniane nequizie, fu da lui convertito in ben munita fortezza, in cui non si desideravano nè i saldi ridotti, nè i comodi alloggiamenti per le milizie. Ci raccontano i Gattari (1), che quest'opera fu architettata da certo maestro Nicolò dalla Ballanda, il quale era allora da Francesco da Carrara adoperato siccome ingegnere in molti lavori. Quindi giudiziosamente avvisò il Gennari (2), ch'egli esser potesse l'autore dei celebri colmelloni di Limena, da Francesco fatti costruire nel 1370. Nelle grandi fiumane minacciava di traboccare la Brentella, e con grosso fiotto faceva impeto sopra Padova. Volle il principe, onde impedir tanto danno, si munisse quel canale alla bocca di Limena con una steccaja di travi incassate nei pilastri, con cui divider si potesse il fiume in due rami, il destro de' quali scorresse per la Brentella a Padova, il sinistro a Vigodarzere ed a Strà, ove dovea congiungersi col fiume che vien da Padova. Opera di grandissimo giovamento fu questa per la città e pel territorio, e ben a ragione se ne conservò la memoria nell'iscrizione che al tempo piacque ancora di preservarci.

Se non per diretto consiglio di questo principe, certamente per la cura e per la carità della compagna de' suoi giorni, la pia donna Fina Buzzaccarini, fu alzata la chiesa nonchè il convento dei Padri Serviti. Era quivi un tempo il palazzo di Nicolò da Carrara; ma allorch'esso fu dichiarato nemico della patria e lordo di fraudolenti macchinazioni, venne quell'edifizio atterrato, e fu la presente chiesa costrutta. La sua forma, le sue proporzioni in niun modo richiamano le osservazioni dell'architetto. È però degna di nota la ricca porta laterale che ad essa chiesa introduce. I leggiadri e svelti ornamenti, un certo accordo di parti che in quella parmi scorgere, servono ad imprimerci una favorevole idea della maniera che tenevano i nostri artisti del medio evo nel profilare le modanature.

Nel corso di questo secolo ci fu dato osservare, che sebbene le architetture si stessero fedeli ai tipi, per gran tratto lontani dalla corretta antichità, pure le antiche moli non del tutto distrutte, i romani ruderi talvolta costretti a servire di negletta macerie nelle castella dei feudatarii, talvolta innalzati a mal composto ornamento di un gotico tempio, ai rozzi artefici di que' giorni infondevano ad ora ad ora il desiderio d'imitarli. E di questo fatto una seconda prova ce l'offre Padova in quelle otto secche e lunghe colonne faccettate, poste a foleire l'ampio portico che sta dinanzi alla chiesa testè accennata. I capitelli, di cui vanno

(1) Gattari *Cronache di Padova*, colonna 211. È inserita nella gran Raccolta Muratoriana.

(2) Gennari *Dell'antico corso dei fiumi in Padova*, pag. 85.

sormontate, presentano una goffa imitazione de' bei corintii dell'antichità; e sebbene non sieno in essi ben distribuite le foglie, nè con grande eleganza intagliati i caulicoli e le volute, pure vi si ravvisano in qualche modo seguite le antiche massime. Queste colonne si credono anteriori al tempio a cui servono di portico, e da alcuni vengono tenute siccome parte un tempo della reggia carrarese, da taluni come antico ornamento della cappella di sant'Antonio, da altri siccome appartenenti all'atterrato palazzo di Nicolò. Ma tutte queste sono tradizioni, che niuna base avendo nella storia, sono tutte del pari seminate nell'arena, e non ci permettono nemmeno l'aereo farneticare delle conghietture.

Anche opulenti privati sotto il dominio di Francesco intesero a belle opere. Bonifazio de' Lupi, marchese di Soragna, fece costruire nel 1380 quella ricca cappella che nella basilica del Taumaturgo a san Felice è intitolata, di cui do disegnato il prospetto alla Tav. II. Le proporzioni sì generali che parziali sentono d'una qualche eleganza, e, se non erro, parmi non gran fatto ricordino lo stile orientale, e più che in ogni altro monumento padovano finora osservato si avvicinino a quello del Settentrione. Ciò meglio può rilevarsi disaminandone gli ornamenti, che sono svelti e leggieri assai, e lasciano campo ad una osservazione, la quale può forse servire a provare in quali parti fosse nel medio evo seguito fra noi l'uno e l'altro sistema, ed a quali caratteri debba porsi attenzione, onde conoscere quale di essi prevalga in un edifizio.

L'architettura degli estuarii italiani nei secoli vicini al mille, togliendo i tipi dall'Oriente, ne aveva imitato anche gli ornamenti delle modanature; quindi e fregi e capitelli di quelle fabbriche vedeansi, al paro delle orientali, sopraccarichi di fogliame grosso di acanto, di palmizii, ec. Ma quando nel decimoterzo e nel susseguente secolo l'architettura del Settentrione scese a modificar l'orientale, non giunse, è vero, a surrogarvi intieramente i suoi archetipi; ma ne mutò la primiera decorazione, una sostituendone la quale non ammetteva ne' suoi più capricciosi ornati che piante nostrali. Quindi, alla foggia delle cattedrali di York, di Wincester, di Chartres ec., vedesi nei nostri edifizii del secolo decimoquarto le cornici, i capitelli, i modani tutti decorati di foglie di prezzemolo, di fragole, di trifoglio, e soprattutto di cappuccio, pianta a cui allora sapeasi dare elegantissime forme. Tanto sfoggio di piante nostrali negli ornamenti architettonici fece osservare al chiarissimo Magnin, che l'architettura di questo secolo *affetta nelle parti secondarie un sentimento rustico e popolare, che ritrae dalla gleba, ed attesta ch'ebbe per padre e primo generatore il povero servo Franco e Germano emancipato.*

La cappellina, di cui ora è parola, presenta anch'essa ne' suoi ornamenti piante del nostro secolo con molta leggiadria e diligenza scolpite. Anche negli edifizii che ad essa cappella furono contemporanei, o di poco posteriori, veggo usate le piante medesime; locchè, a dir vero, non iscorgesi negli anteriori, nei quali o mai od assai di rado quelle vi sono adoperate, e vien fatto uso soltanto delle piante orientali. Ciò m'induce a credere che solamente verso la metà del secolo XIV. venisse a noi quest'uso dal Settentrione, in cui erasi allora soltanto ridotto a perfezione ed a regola quell'armonico accoppiamento delle forme geometriche colle forme vegetali, che meglio si addicevano alla decorazione del sistema gotico.

Uno stile medesimo sembrami palesar l'altare che nella stessa basilica adorna la cappella detta della Madonna Mora (Tav. III.). Fino dal 1392, come viene attestato da una iscrizione che ancora si legge, la confraternità di sant'Antonio coi denari di Domenico Lanio onorò il culto di nostra Signora, quivi collocando quella statua di greca maniera, che gli amici delle bell'arti vorrebbero meno ricca degli ornamenti da troppo devota pietà tributati. È verosimile che essendosi essa quivi collocata con ogni possibile onoranza, l'altare fosse allora espressamente costrutto per contenerla. E tanto più una tale congettura si avvalora, allorchè si osservi che le piccole statuette racchiuse nelle nicchiette unite al pinacolo, riferisconsi ad azioni della Vergine. Taluno però potrebbe farmi obbiezione, che quella statua poteva essere sovrapposta ad un altare il quale già da molto tempo prima sorgeva. E ad accrescer peso a questa opinione aggiungerebbe, che quello di cui ora m'intrattengo, molto somiglia il celebre altare d'oro di sant'Ambrogio in Milano, costrutto alcuni secoli prima del decimoquarto. Ma questa opinione resta, a mio avviso, intieramente abbattuta, allorchè si voglia confrontare col nostro monumento il tabernacolo della basilica di san Paolo in Roma, opera del secolo decimoquarto, e meglio ancora l'altare di san Giovanni Laterano, fatto alzare dal pontefice Urbano V. verso il 1395. In questi due monumenti, tuttochè eretti nella città eterna, ove mai potè metter profonda radice il sistema settentrionale, tuttochè lavori di epoche fra loro disgiunte, scorgesi quasi intieramente i caratteri del nostro altare; la qual cosa ben prova che fin da quando nei primi secoli della Chiesa si considerò siccome inviolabile rito il ricoprire gli altari con una specie di cupola, detta dapprima *ciborio*, indi *baldacchino*, si adottò una invariabile forma di altari, la quale non si volle che assai parcamente modificata per tutto il volgere dei secoli medii. E a fine di meglio persuaderci che l'altare accennato è opera non anteriore al decimoquarto secolo, piaccia di porne a disamina le parti ornamentali e lo stile

della scultura, il quale ti mostra uno scalpello più rammorbidito e più corrette di quelli che adoperavansi nei secoli precedenti. Oltre a ciò, e l'arco acuto, e l'alto ed ardito pinacolo, e le svelte nicchiette che lo adornano disvelano più presto il sistema dell'architettura settentrionale, anzichè della bisantina.

Da presso il tempio di sant'Antonio sussiste ancora un'altra cappella, fatta innalzare nel 1376 da Raimondo da Soragna, parente al nominato Bonifazio. Eccettochè una bella e ben costrutta volta a crociera, altro di pregevole essa non presenta in fatto di architettura. Se il tempo struggesse meno l'opere dell'uomo, o meglio l'uomo fosse men colpevole di negligenza verso i monumenti de' padri suoi, forse potremmo tuttavia ammirare il magnifico sarcofago, or tutto mozzo ed infranto, che sorgeva isolato in mezzo di questa chiesetta ad accoglier le ceneri di chi la fece edificare.

Francesco Novello fu l'ottavo ed ultimo principe carrarese. Ben poche opere a lui deve l'architettura, non perchè l'animo non volgesse a nobilissimi fini, ma perchè sempre agitato da lagrimevoli guerre, dovette piuttosto porre ogni suo studio a ritardare la rovina che dovea un giorno piombargli sul capo, anzichè dar opera all'abbellimento della sua città. Nessun'opera d'importanza egli fece innalzare, tranne il pubblico macello, edifizio che or più non è. Non deesi però toccare del regno di questo infelice principe, senza dire alcun che di un'opera, la quale se da lui non fu eretta dalle fondamenta, per lui s'ebbe decoro ed ingrandimento. Il castello di San Martino, di cui ora intendo favellare, fu costrutto verso il cadere del secolo decimoterzo dalla repubblica padovana, e da essa poi dato in dono a Nicolò da Carrara qual guiderdone dei servigii da lui prestati alla patria. Dopo vario volgere di vicende poco importanti da ricordare, quel castello s'ebbe a signore Francesco Novello da Carrara, il quale tenendo in gran conto quel sito perchè collocato sulla riva del Bacchiglione, fiume che troppo importava di ben difendere, e perchè a vista di Montegalda, allora temuta fortezza degli Scaligeri, munillo per guisa di forti opere militari, che chiusa in esso piccola mano di soldati, derise le minaccie dei Milanesi, e vide indietreggiare da quelle mura fortissime Pandolfo Malatesta e Facino Cane, tenuti allora fulmini di guerra. Ciò che ancora rimane di conservato è la maggior torre; tutto il resto è rovina: da questi avanzi però puossi ancora dedurre l'antica forma di questo piccolo castello. Constava esso di un grande quadrato, tutto cinto d'alte muraglie; ne' suoi angoli si alzavano quattro piccole torri; nel centro, dal lato che riguarda il Bacchiglione, sollevavasi la maggiore, ben fortificata e solidamente costrutta.

La sete di dominio sospinse la repubblica veneziana a spegnere i principi da Carrara. Col cadere di questa illustre famiglia nasceva il secolo decimoquinto, secolo male avventuroso nella storia politica, prosperosissimo per quella delle arti italiane. Le città di questa beata penisola intesero allora a togliersi d'attorno la maniera e le forme del medio evo. Venezia fra queste, fatta potente dal traffico e dalle vittorie sul mare, orgogliosa di aver finalmente distesa l'ugna sulla da tanto tempo agognata terraferma, davasi ad incoraggiare l'arti belle, e nello architettare avea di già interamente mutato stile. Sì felice cangiamento ella dovea a quegl'ingegnosi Lombardi, i quali la severità della sesta accoppiando alle grazie di gentile e diligente scalpello, seppero negli edifizii, che alzarono numerosi in quella ricca metropoli, imitare i più castigati profili delle rovine di Roma, ed i più leggiadri ornamenti delle antiche moli. Nelle esterne distribuzioni però, e nei rapporti delle parti col tutto, mostravano quegli architetti di non avere peranco dimenticato le maniere di edificare dei secoli precedenti. E quegli archi immediatamente sovrapposti alle colonne, e quelle finestre alla maniera bisantina, composte cioè di due archi e bipartite da una colonnetta, ricordano, sebbene da lunge, le massime delle età di mezzo. Sì fatto assembramento di stili non andò peraltro tutto a scapito delle arti, perocchè valse a trasfondere su quelle lombarde fabbriche certa casta timidezza e veneri così candide, da meritare i suffragii anche dei più severi puristi.

L'ammirato esempio di quella illustre famiglia dei Lombardi invitò di leggieri alla imitazione le città che in quel tempo erano fatte suddite a Venezia. Ma questa imitazione non fu nè tanto celere, nè tanto pronta, perchè non iscorressero ancora molti anni, prima che interamente si seguitassero l'orme dei veneti maestri, e più non sorgesse alcun edifizio improntato delle slanciate maniere del medio evo. Bene spesso nelle venete città, tra le fabbriche di questa epoca che lo stile ricordano dei veneti architettori, se ne frammette alcuna che rammenta il sistema dei secoli medii.

E per parlare soltanto di Padova, è da porsi in tal novero il sarcofago che nel 1427 fu alzato nella cattedrale di questa città al cardinale Francesco Zabarella, che fu vescovo di Firenze, e tale colonna del Concilio di Costanza, che se morte non lo avesse rapito in mezzo a' suoi allori, avrebbe meritato l'onore della tiara. In questo sepolcro si scorgono tutti i caratteri del gotico stile, e così nelle massime come negli ornamenti si avvicina d'assai a quelli dei Carraresi, che stanno agli Eremitani. Parea che il caso nella somiglianza di quelle tombe volesse richiamare ai posteri la memoria di quest'ultimo amico della Casa da

Carrara, unita a quella de' suoi illustri proteggitori. Lui più onorato, ed a noi di più cara ricordanza, se quella fede che avea giurato a Francesco Novello nella prospera, serbato gli avesse nell'avversa fortuna. Conservano ancora un carattere che sente di gotico i due sepolcri di Erasmo da Narni detto Gattamelata, e di Giovanni figlio di lui, alzati verso la metà del secolo quintodecimo nella basilica di sant'Antonio.

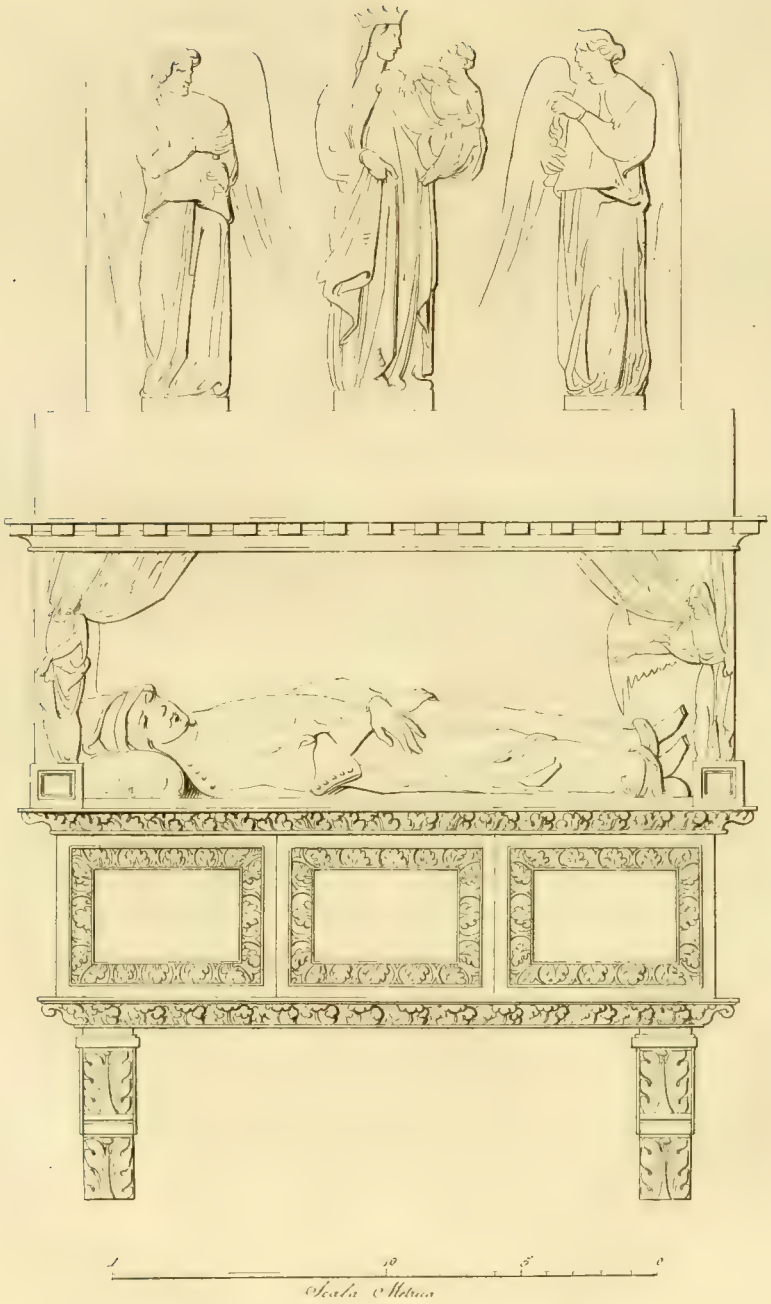
Nè questa è l'ultima architettura che ricordi quello stile in Padova. Il tempio di san Giovanni di Verdara, sebbene edificato nel 1450, molte massime ne ritiene. Nell'interno evvi un grande vestibolo, che precede le tre grandi navi da cui questo tempio è composto. Non possono dirsi nè pilastri nè colonne quei sostegni che dividono fra loro le navi. Questi, che io chiamerei volentieri *piedritti rotondi*, vanno sormontati da capitelli d'uno stile che si avvicina al settentrionale. La volta maggiore è a crociera, alla foggia di quella dei gotici edifizii. Potrebbe dirsi dell'architettura di questo tempio, che sebbene lasci vedere il sentiero seguito nel precedente secolo, pure dimostra che altri tipi predominavano di già sull'arte.

Ma dov'essa mi par già fatta più adulta, e movere con franco passo verso il risorgimento, è una porta di gotica maniera, che vedesi nella contrada detta *dei Folli*. La leggiadria de' suoi profili, la sceltezza di quei fogliami permetterebbero forse di affermare essere questa porta l'anello che lega in Padova lo stile gotico allora declinante, con quello leggiadrissimo dei Lombardi che avea nascimento.

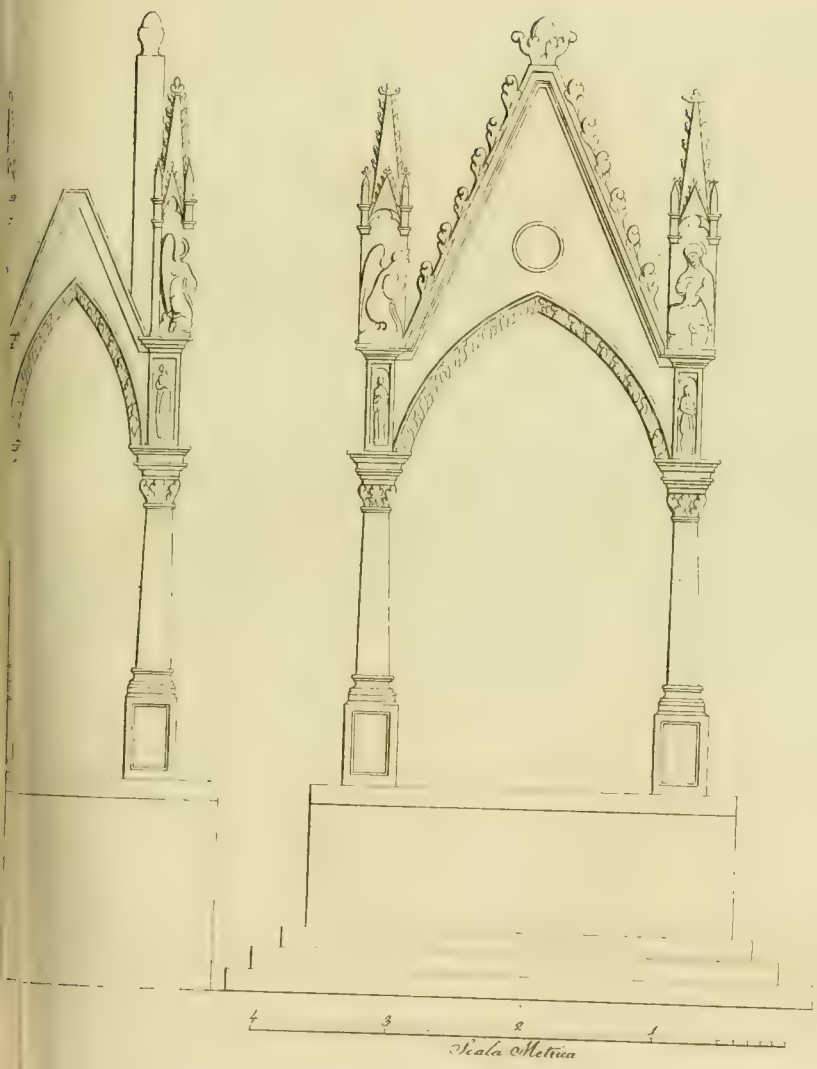
Or qui finalmente hanno fine l'epoche tutte dell'architettura del medio evo. La civiltà, siccome sole già fatto signore dell'orizzonte, dissipa gli ultimi vapori che ancora annebbiavano lettere ed arti. Gli avventurosi giorni di ogni liberale disciplina ritornano finalmente, a conforto di questo ridente giardino della natura. Le strane leggende dell'antica cavalleria, i castelli e le torri incantate mutansi in robusti e caldi poemi; la timida mano del Perugino si fa guida alla divina mente del Sanzio; le ingenue grazie dei Bellini invitano a tignere nella scelta verità i pennelli di Giorgione e di Tiziano; in una parola, gli ardimenti e le opere de' suoi figli meritano all'Italia l'onore, invidiato sì, rapito non mai, d'essere per la seconda volta salutata madre dei più begl'ingegni dell'universo. Fra l'arpe dei poeti, fra l'avvivarsi dei marmi, fra il prodigioso incarnar dei pennelli, benchè meno animosa delle arti sorelle, solleva il capo l'italiana architettura; sulle rovine dell'eterna città studia indefessa le regole del bello, ed in mezzo a que' ruderi discopre i libri dell'immortale Pollione, e li consacra a precetto di ogni architettonico insegnamento.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

Tav. I.ª



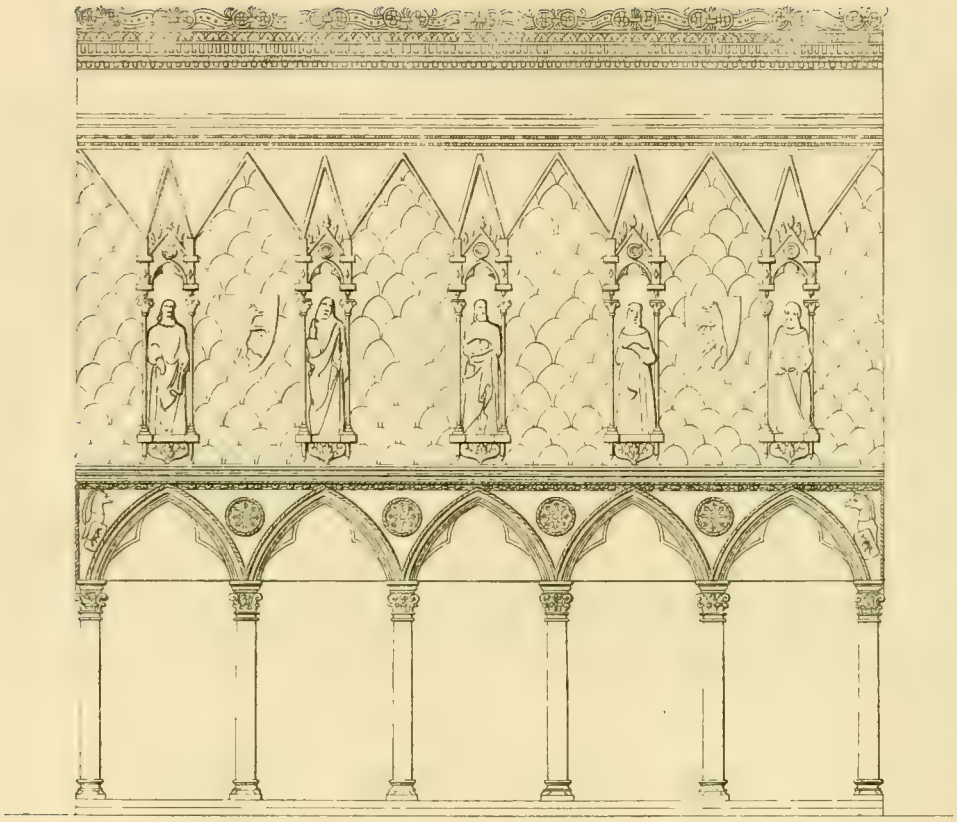
Sepolcro di Enrico Scrovegni
nell' Oratorio dell' Annunziata



Altare nella Basilica di S. Antonio

NATURAL HISTORY

NATURAL HISTORY



Prospetto della Cappella di S. Felice

OSSERVAZIONI

INTORNO

ALLA EPIGRAFIA ITALIANA SEPOLCRALE

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI VIII MARZO MDCCCXXXI

DAL SOCIO ATTIVO

GIOVANNI CONTE CITTADELLA

Nel discorrere che io feci qualche anno addietro le meridionali regioni di questa bella nostra penisola, mossi a visitare i più famosi asili ove riposano le ceneri dei trapassati, ed ove la domestica e municipale carità o negli emblemi delle dipinte muraglie, o nella tetra maestà di archi capaci, o nel silenzio di scolpiti sarcofaghi, di rilevate urne, di vasi marmorei, di colonne, di cippi, i generosi ed amorevoli monumenti additavanmi dall'affetto e dalla riconoscenza innalzati alla memoria e all'onore di chi più non è. In mezzo alle quali lugubri testimonianze dell'orbata amicizia, del tronco parentaggio, il cuore sommamente toccavami quella foggia di requie e di compianto da non molto instituita, la vista cioè delle sovrapposte lapide scolpite di epigrafi italiane, per cui tolta ogni apparenza di compra lamentazione e di osservanza fastosa, sembravami vedere il padre stesso con linguaggio non simulato pregar pace da sè all'estinto figliuolo, e il figlio invocare benedizione allo spirito della madre, e sullo sposo la sposa, e sul fratello la sorella imprimere parole di amore, di gratitudine, di religione. Nondimeno se cara compiacenza io sentía dentro da me all'aspetto di questi leali domestici tributi del sentimento, se m'era dolce il mirare la patria nostra favella, vestita anch'essa a gramaglia, disciorre le lamentose sue voci alla mestizia ed all'espressione del cuore, forza mi è confessare che parvemi vederla arrogarsi l'ufficio altrui, e mettersi per sentiero non suo, qualora non solamente come indice dell'affetto e del duolo, ma bensì pure come laudatrice dell'inge-

gno e del genio la scorsi passeggiare signora sugli avelli dei trapassati, e gelosa del nuovo suo ministero tenerne lunge severa chi prima ne adempiva nobilmente le parti, degli uomini sommi celebrando da sè sola le glorie ed il vanto. A conoscere il quale arbitrio della lingua italiana, e i confini sin dove può essa estendere l'incarico suo nella ragione delle funeree epigrafi, egli è mestieri, a mio avviso, di partir queste in doppio ordine, e di mostrare come nell'uno sia pur dato all'italiana favella di dettare epigrafiche laudazioni; e come nell'altro esser debba questo il peculiare retaggio della lingua del Lazio.

Dietro a che, voi già, riveriti Accademici, prevenite la doppia mia distinzione, e ben vi accorgete a qual mira essa intenda. Tutte le inscrizioni destinate a ricordare la memoria degli estinti, sì per la diversità del soggetto cui trattano, come per la dissomiglianza del fine a cui tendono, possono, a mio parere, facilmente ridursi a due ordini. Alcune di esse null'altro propongonsi, se non che piangere quei cari che, da inesorabile morte rapiti, ci erano congiunti o per legame di amichevole cognazione, o per istrettezza di sangue; mentre al contrario tali altre si occupano soltanto nel prestare onorato omaggio di encomii a quei fra gli spenti che, percorrendo lo stadio della loro vita, seppero tracciare luminose orme di gloria, e meritarsi anche dopo la suprema dipartita il comune apprezzamento. La qual divisione se non comprende il caso peculiare in cui alla lode della mente e del valore si accoppii insieme l'affetto (come potrebbe avvenire qualora una moglie amorosa volesse decorare di epigrafe la tomba del proprio marito, fatto celebre al mondo per qualche distinta virtù), non perciò la si deve incolpare quasi manchevole; perchè allora il lodatore o verrà tratto dall'affetto a rimembrare l'estinto, e al novero delle prime si ascriverà l'inscrizione; o sarà condotto dai pregi del trapassato ad onorarne la ricordanza, e l'epigrafe apparterrà alla seconda delle due specie accennate: che se poi pari sarà il grado d'ambidue i cosiffatti sentimenti, ed in questo scontro dovrà cedere al maggiore il minore, e l'encomio del merito starà sopra al rammarico del cuore.

Scopo è dunque alle prime inscrizioni la conservazione dell'affetto; ed in esse trovano gli afflitti quasi un pascolo a ténere rimembranze, uno sfogo al dolore, che mostra allora di punger meno, pel raccostarsi di quelle anime le di cui spoglie ci favellano dai muti avelli, e pel soavissimo inganno di mirare tuttavia in quelle cifre le note forme, di ravvivare i comuni piaceri, di congiungere in fatti per tal modo colla vita la morte. Dritto è bene perciò che sì nobile stromento di pure affezioni abbia ad essere fra le mani di quanti serrano

in petto un cuore squisito, e possa la donna insieme e il fanciullo, e coll'artiere il colono usare della loro lingua siccome immagine del cuore, segnar sulle tombe dei congiunti le parole suggerite dall'amore; ed ove ritornino per pregar pace agli estinti, ravvisare in quei ferali caratteri la manifestazione del proprio sentimento, svegliando quegli affetti che sanno sospingersi oltre il confine del tempo.

A tale effetto non è a dire quanto vantaggi l'italiana favella: essa dolce di indole, maneggevole nella meccanica costituzione delle voci, nell'esprimere dilicata, melanconiosa quando si voglia e lugubre, mirabilmente risponde alla tristezza degli sconsolati. Del che abbiatene chiaro esempio nelle tre inscrizioni che sole per brevità amo di riportare, dettata l'una dal valente epigrafo Luigi Muzzi pràtese, la seconda dal Manuzzi, dal Giordani la terza.

1828
QVI RIPOSA GIANNETTO
DI ROSA E NICOLÒ FILOBALDI
IL PIV DOLCE SEMBIANTE
IL PIV CARO SENNINO
NON SI VIDE MAI
O VAGHE PVPILLE
PAROLINE TVTTE VEZZO ED AMORE
PERCHÈ PERCHÈ
SOLI TRE ANNI E NON PIV

E l'altra:

OHIMÈ COME TARDI TI EBBI
E COME TOSTO TI PERDEI
FIGLIVOLO MIO VNIGENITO
ORLANDO SERRA
DESIDERATO DIECI ANNI, STATO MIO SOLI 40 DÌ
FINO AI 27 DI GENNAJO 1830

E l'ultima:

QVI DORME
NUNZIATA DI LVIGI FOSSATI
FANCELLINA DOLCISSIMA SOAVISSIMA
CHIVSE I BEGLI OCCHI
ALL'ALBA DEL XX. AGOSTO
1821
VISSE X. ANNI, PENÒ V. DÌ
CARA ANGIOLETTA
IL TVO ZIO PATERNO ANDREA
T'INVIDIA
L'ESSERE PRESTO E INNOCENTE FVGGITA
DAL REO MONDO
MA NON SARÀ LIETO MAI PIV
PRIVO PER SEMPRE
DEL TVO SORRISO CONSOLATORE

Quale dilicatezza di tocchi, qual flebile armonia di candidi affetti! Nessuno certamente saravvi, che adorno l'anima di un dolce appassionato sentire, a tenera commozione non si pieghi in udendo la facile soavità dell'italico idioma; ed io il primo confesso di gustarla tutta dentro nel cuore. Ma evvi taluno che più oltre si spinge, e che, fattosi a sostener l'onore del patrio nostro linguaggio, reputa siccom'esso non solo, ove sia da esperta mano condotto, valga a lumeggiare ammorbiditi colori, ma possa pure levarsi sublime; e le tinte assortendo dalla tavolozza dei Tiziani, forti avvivare le immagini, robusti rilevare i concetti, e ardite geste dipingere, e adombrare generose virtù; e quindi bastare a sè stesso anche nel dar lustro alle tombe che racchiudono l'ossa dei più famosi. Il qual vanto di robustezza io non contendo alla nostra lingua, sicure avendone e indubitate le pruove, semprechè la vegga o grandeggiare coi Danti, o invigorire coi Davanzati, o volar coi Chiabrera; ma e' mi pare che in parlandosi d'inscrizioni sacre alla celebrazione del merito, e remotamente lontane dall'occhio del volgo, ceda di lunga mano l'energia e il fuoco dell'italiana favella, ove la si metta a paraggio colla lingua del Lazio, la quale più si conforma alla natura di siffatte inscrizioni.

E in vero, qual altro è il loro ufficio, se non di rappresentare colla maggior brevità, colla forza maggiore i pregi del lodato, e siffattamente, che abbiasi ad avere negli angusti confini del sovrapposto marmo la descrizione epigrammatica

de' principali suoi fatti? a che altro tendono, se non a promulgare fra le civili nazioni i pregi e l'esempio di qualche illustre? qual più vantaggiosa mira possono avere, che serbare commendata anche fra gli avvenire la fama di chi si vale eterna ricordazione?

Vediamo se a questo triplice scopo delle epigrafi meglio si addica la lingua del Lazio.

E in quanto alla brevità, sebbene la maggiore consonanza della lingua latina a petto dell'italiana nel toccare questa meta chiaro risulti dall'origine sua e dalla sua nobiltà, siccome quella che dalla grandezza del romano imperio, ove nacque, ritraeva maniere di esprimersi elevate e grandiose, proporzionate ai concetti di una gente che dava e toglieva lo scettro ai monarchi, quasi a sudditi suoi; sebbene più convenga alla precisione epigrafica quella foggia del romano idioma, per cui, considerati i peculiari attributi d'ogni essere e fattane separazione del soggetto, ne viene a formare una filosofica e sustanziale astrazione, che spogliata d'ogni stucchevole prolissità, l'espressiva essenza delle cose dinota; sebbene sia tale la succosa significazione di tante voci latine, da non poter essere tratte a render pari nell'italiana favella il racchiuso concetto se non per lungo giro di parole, e più vibrata riesca la collocazione delle voci dietro le norme della costruzione latina, e più grave risponda il meccanico suono della latina cadenza: pure ancora più chiarita se ne può inferire l'evidenza ove, passando oltre la scorza, si voglia l'intimo grammaticale midollo delle due lingue osservare, e compararle insieme ambedue. Imperciocchè, per quantunque l'epigrafico scrittore italiano voglia usare di nerbo alle voci, di stringato nel fraseggiare, di strettezza nella disposizione costruttiva, sarà pure mestieri che, obbedendo alle necessarie leggi della lingua cui scrive, supplisca all'uniformità di desinenza nei casi, aggiungendo loro quasi a propria divisa la distinzione dell'articolo e del segno; discerna gli addiettivi di grado con apposita particella, inutile spesso nella lingua latina, in cui la dissimile terminazione dell'aggiunto ti dà la differenza del grado; specifichi nei verbi col presidio degli ausiliarii il mutare sì dei tempi come dei modi, e la diversità dell'azione ora praticata, ora sofferta; o colla scorta dei pronomi indichi la personale varietà dell'essere attivo o paziente (sussidii tutti, di cui fa quasi senza il latino); compensi con lunga circuizione di vocaboli la vibrata espressione dei participii futuri, il succinto dei supini, l'imperiosa brevità dei gerundii; in somma, riduca alle inalterabili norme della lingua italiana quella energia d'idee, quella elevatezza di pensamento, che altrimenti più dignitosa e più adatta veste ritroverebbero nella maestà, nella

concisione, nella forza della romana favella. Nè mi si opponga, come vassi da taluno dicendo, che se finora torna meno acconcia la lingua italiana alla convenienza dell'epigrafi, ciò dall'abbandono dipenda in cui la si lasciò a cotal uso; e che in avvenire, ove sorga un qualche animoso che dalla floridezza dei poetici giardini e dall'ubertà dei campi oratorii la guidi sotterra fra mute stanze, in mezzo ad arche accoglitrici d'illustri ossa, ed al cospetto di reverendi simulacri, possa ella, deposto ogni inutile abbigliamento ed ogni sfarzo soverchio, atteggiarsi severa alla dignità dei luoghi per cui aggirasi, e con misurate sentenze, con modi compendiosi additare gl'illustri abitatori delle tombe, e riferirne in pochi anni le glorie. Chè la natura grammaticale della lingua, siane qualsivoglia lo scrittore, rimarrà sempre la stessa, nè mai potrassi cangiarne l'essenza, che col cangiare insieme la lingua. E quantunque l'età nostra ci offra valenti autori, i quali italiane inscrizioni mirabilmente dettarono, null'altro se ne può dedurre, che quanto essi mostraronsi dell'idioma nostro espertissimi conoscitori e maestri, quanto studiarono di accoppiare la robustezza dello stile a quella dei loro pensieri, altrettanto maggiormente avrebbero di questi adeguata la nobiltà e la forza, se sotto forma latina gli avessero rappresentati. Io per me vorrei che, tolta una delle anzidette italiane epigrafi perfettissima nel genere suo, la si desse ad un qualche pratico della lingua romana, acciò nudatala d'ogni gusto italiano, la riducesse a foggia latina; ed allora istituendo d'ambedue l'opportuno confronto, ben si vedrebbe come questa, oltrechè nella gagliardía dell'espressione, quella soverchii di gran lunga anche nel numero minore delle voci, e così la prima dote consegua delle inscrizioni, voglio dire la brevità.

Ora, per procedere innanzi, esaminiamo se la lingua latina meglio risponda anche all'altro fine di promulgare fra le nazioni i meriti di qualche illustre, promovendone l'esempio e l'imitazione. Intente siccome sono l'epigrafi a diffondere fra i dotti la memoria dei sommi, vogliono che, la mercè loro, il mortale soffermato alla soglia dell'Eliso, viva anche sotterra; e per tal modo protetto dall'insano piede del volgo, si estenda nella ricordanza dell'illuminata società, e con essa conversi, porgendole nel tempo stesso un modello a cui conformarsi. Perciò col coronare ch'esse fanno di giusto premio l'opere di quelli che forniti d'ingegno seppero usarlo a vantaggio degli uomini, si fanno interpreti ai voleri della società, la quale offre così un ricambio ai beneficii ricevuti da quei Grandi; mentre con occhio di fredda indifferenza guata ella gli avelli di que' tanti, che, sebbene dotati di acuta mente e favoriti dal riso di amica fortuna, pure torpenti ad ogni eccitamento di emulazione, amarono meglio impigrire nell'ozio, e cre-

scere inutili altrui, nojosi a sè stessi. Questa orrevole epigrafica decorazione accordata dalla società al merito dei virtuosi, vale sommamente ad animare i giovani all'operosità ed allo studio; i quali, ove si avvolgano fra tali commendate urne e sopra vi leggano le scritte pietre, si sentono accesi da gagliardo fuoco, che a belle imprese gl'infiamma, e vi trovano scuola, modello e segno d'ogni generosa virtù. E bene un tanto fremito erompe a chi entri una volta nel fiorentino tempio, ove tante nobili inscrizioni le ceneri additando dei sommi nostri maestri, destano allo spettatore un animoso sentimento di laude, e nelle epigrafiche effigie dei Nardini, dei Lanzi, dei Filicaja, dei Michelagnoli, degli Alfieri, dei Danti, dei Galilei, dei Machiavelli mostrano quanto moltiplici sieno le penne su cui può librarsi l'umano ingegno, e quanto alti i voli diversi che ci è dato trattare. Perchè a ragione quel greco genio di Ugo ne' suoi *Sepolcri* chiamò beata Firenze per l'accogliere ch'ella fa in un solo tempio tante itale glorie, alla cui presenza tutto inspiravasi l'austero Vittorio, od egli medesimo il Foscolo vivamente s'infiammava. Laonde quanto a questo fine di propagare i meriti dei virtuosi, e di destarne l'emulazione, meglio dell'italiana confacciasi la lingua del Lazio, ben chiaramente si vede qualora si osservi, che comune essa ai dotti d'ogni colta nazione, stabilita dall'autorità della scientifica e letteraria repubblica, non conosce confini, non è ristretta a termine alcuno, franca cammina per ogni civile popolo dell'universo, viene accolta liberalmente per tutto, ed è quindi la sola che per tutto possa disseminare la fama dei chiari ingegni, e con ardito impulso di bella gara accendere gli studiosi a porre l'animo nell'attendimento sempre maggiore delle scienze e delle arti. Il quale ministero male potrebbe adempiere la lingua italiana; e ciò perchè, guardandosi fra di loro le lingue viventi con occhio d'invida emulazione, e per impero non cedendola l'una all'altra, ne viene che dalle coetanee sia essa ristretta quasi ai termini del proprio paese, e scarsamente le si conceda di estendere altrove il suo coltivamento; chè anzi, anche al paraggio delle altre, tiene l'italiana piuttosto le parti da seconda, siccome quella che non può ritrarre dalle politiche sue dipendenze la impronta di vigore che l'altre lingue ricevono dalle loro. Onde ne segue che, passate appena l'Alpi, se pur non totalmente senti ammutire la bella lingua del *sì*, se pure alcuni ritrovi fra gli stranieri che a sè la chiamino dall'Apennino, così alla sfuggita ne gustano il dolce, che ne acquistano soltanto una superficiale cognizione, non atta a penetrarne l'intimo senso, e a comprendere la forza di quelle voci precipuamente, che all'oggetto confannosi delle inscrizioni. E però ove poi vengono a visitare questa terra beata, che fu pur sempre classica

terra, e sarà sempre feconda madre d'ogni vero e d'ogni bello, inesperti come sono della nostra favella, premerebbono inosservate le tombe dei grandi nostri maestri, ed inutili rimarrebbonsi e mute quelle cifre, che deggiono narrare le virtù degli estinti, ed infondere emulazione all'osservatore straniero.

Finalmente, come dicemmo, oltrechè a diffondere presso tutte le nazioni il merito dei famosi, mirano anche l'epigrafi a guardarne la celebrità ed il nome nella memoria dei più tardi nepoti. Al che se venga più acconcia la lingua latina in confronto dell'italiana, è facile riscontrarlo dalla necessità che avranno mai sempre le nazioni di coltivare e conoscere un'idioma, nel cui seno, quasi ricco tesoro, stanno depositate non solo le bellezze tutte poetiche ed oratorie della sublime letteratura, ma fors'anco le gemme tutte più preziose delle filosofiche cognizioni. Non saravvi mai popolo, presso cui brilli un raggio di civile ammaestramento, il quale ommetta lo studio di quella lingua, che a noi discesa dalla vetustà dei remoti secoli, impressa dall'autorevole suggello di tutti i dotti, passò di generazione in generazione, e con siffatta norma trasmettesi nelle venture, che immune omai d'ogni vicenda e mutazione, manterrassi mai sempre uguale a sè stessa, verrà sempre intesa quale da tutti ora s'intende, e divenuta quasi dissi impassibile, porgerà sempre quelle idee e quei concetti che furono un tempo annessi alle sue voci; mentre tanti altri linguaggi, ed il nostro precipuamente, suscettivi di mille trasformazioni, vanno per guisa di tempo in tempo cangiando forma e natura, da non poter più essere ravvisati dai posteri, e da non poter quindi tramandare ai venturi le virtuose azioni e i meriti degl'illustri.

Poichè dunque la lingua latina più dell'italiana si conforma al triplice intendimento delle inscrizioni, tocchiamo di volo due obbiezioni che dai parteggianti dell'italiana epigrafia soglionsi addurre in mezzo a scapito della latina, lasciandone alcune altre che, di minore momento, cadono di per sè stesse senza volersi confutazione.

La prima è riposta nell'esempio delle antiche nazioni, le quali costumarono sempre adoperare il proprio linguaggio senza accattare l'altrui, non essendoci noto (come dice un Giornalista) che i Greci si servissero dell'ebraico o dell'egiziano, nè i Romani del greco, nè gli Arabi del latino per simili bisogni. Ma non avvertì lo scrittore la differenza che corre fra la lingua romana e quelle da lui recate a pruova: la prima, come sopra dicemmo, è ormai comune a tutto l'universo letterario, mentre l'altre non uscivano dalla cerchia che loro aveva segnata la condizione politica degli Stati ove usavansi; o se pure ne uscivano, ciò che avvenne alla greca, non trovavano ricetto se non presso pochi, e quindi

non potevano adempiere, perchè non intese comunemente, lo scopo conseguito ora dall'epigrafi latine nel propagare i pregi dell'encomiato a tutta la repubblica letteraria. Più ancora: stimano alcuni non poter soddisfare la lingua latina alla piena espressione delle inscrizioni ora che, non più usata dalla viva voce del popolo, non può più rendere i nuovi nostri concetti, e tante nuove cose apparite al mondo per ciò che spetta all'arti, alle scienze, ai traffichi ed ai governi. Ma primamente è a riflettersi quanto il quotidiano scoprimento di monumenti prima sotterra nascosti, profittevoli alla significazione delle idee più recenti e nostrali, ed alla dovizia delle frasi, porga di agevolezza ai modi della romana favella; e poi vero è che le lingue traggono vita e vigore dall'uso continuo che se ne fa, il quale stabilisce loro la convenienza delle voci da adoperarsi, e quelle distingue che, poste in obblivione, non deggiono più cadere sotto la penna degli scrittori; ma conviene osservare, altro essere l'uso di parlare una lingua, altro quello di scriverla: limitata è l'autorità che può venirle dal primo, non essendo solamente il trivio popolare o il conversare domestico quello che dà sanzione alle voci d'una lingua illustre e comune, ma bensì il senno ed il gusto dei dotti, e l'uso fattone dagli scrittori nelle opere loro; come per l'italiana adoperò l'Alighieri nella sua divina Commedia, distruggendo i tanti dialetti che partivano l'Italia, e da tutti il fiore cogliendo, con che venne a stabilire una lingua comune a tutti, e non peculiare d'alcuno. Ora siffatto uso appunto degli scrittori fa pure il caso della lingua latina, che sebbene dopo il decadimento della romana dominazione non più siasi parlata dalla viva voce del popolo, fu pure trattata in processo di tempo da valenti autori, i quali adattandola al procedere delle nuove idee, e dei nuovi concetti somministrati loro dall'avanzare dei lumi, la resero acconcia a vestire latinamente con quel carattere di lingua propria dell'aureo secolo di Augusto qualunque espressione figlia delle nuove scoperte, e lontana dalle consuetudini dei Romani.

La quale idoneità della lingua latina se fu nei tempi addietro, ora maggiormente risplende; e più in questa nostra città, ove un sollecito coltivatore del gregoriano (1) giardino con filologica diligenza di larga copia arricchì il censo delle voci latine, e più atta ne rese la bella lingua a somministrare termini naturali e proprii, acconci ad eccitare nella mente del leggitore quella idea che conviene, e non altra. Se non che poniamo pure che ad esprimere l'elogio di qualche celebre trapassato uopo fosse coniare qualche nuovo termine: certo è, che meno disdirebbe la condonazione di cosiffatta licenza, anzichè si dovesse

(1) Alludesi al ch. ab. Furlanetto, onore del Seminario padovano.

contravvenire allo scopo delle inscrizioni, dettandole in una lingua peculiare, e non opportuna a render noti a tutte le colte nazioni presenti e future i pregi dell'encomiato, e ad animare gli studiosi all'emulazione ed alla pratica del vero, dell'onesto e del bello; valendo anche in tal caso l'oraziano precetto che accenna:

. . . . . Si forte necesse est
Indiciis monstrare recentibus abdita rerum
Fingere cinctutis non exaudita Cethegis
Continget, dabiturque licentia sumpta pudenter.

Sebbene io già per me estimo che rivolte, siccome sono, le inscrizioni a suonar le laudi o letterarie o scientifiche o belligere o cittadine di un qualcheduno, da poche voci in fuori che figlie esser possono di recente scoperta, valgono anche adesso le stesse parole ed il fraseggiare medesimo usato dagli antichi; uguale essendo anche adesso il brio delle lettere, la gravità delle scienze, l'ardore delle arti guerresche, il merito d'ogni qualunque virtù. Più presto è da porsi somma cura nel modo del misurare le inscrizioni, senza che dieno o nel prolisso, e quindi nello stucchevole; o nel troppo breve, e quindi nell'oscuro: su di che torna inutile che a voi, Accademici dottissimi, e d'ogni bello scrivere esperti, io riporti norme che note vi sono, e delle quali luminosi dettami già scrisse l'illustre moderno epigrafo il Morcelli, che vasto e sicuro codice promulgò di tutte l'epigrafiche leggi.

Dopo le quali cose, bene avvertendo siccome nelle inscrizioni destinate alla commendazione di qualche illustre personaggio, meglio alla tempera ed allo scopo loro risponda la natura della latina, anzichè dell'italiana favella, sembrami doversi alla prima senza veruna dubitazione sì nobile magistero concedere; e ciò tanto più, ch'essa ora dal pubblico fulgore di tutte scientifiche palestre all'ombra di poche cattedre riparata, quasi bandita dai torchii, ristretta pure nelle scuole della prima letteraria instituzione, e postasi in obblianza, quasi che morta, a buon diritto si vale di avere ricetto e soglio fra il regno almeno dei morti, e colà, rivestito il suo prisco splendore, assidersi fra i taciti avelli, e lampi vibrando di luce onorata, rompere il denso tenebrore del sacro asilo coll'eternare la memoria di que' Grandi, che ricongiunti alla prima Cagione, vi lasciarono deposte le spoglie loro mortali. Mentre intanto dall'altro lato del sepolcrale ostello la dolce lingua dell'Arno lugubri voci accordando di affettuosa mestizia sulle tombe dei più cari estinti, somministra all'afflizione e al dolore uno sfogo, e dal marmo funereo al cielo innalza i sentimenti più puri e più fervidi della riconoscenza e dell'amicizia.

SOPRA

LE ACQUE TERMALI

DEL TERRITORIO PADOVANO

MEMORIA GEOLOGICA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XV MARZO MDCCCXXXVI

DAL SOCIO ATTIVO

TOMMASO ANTONIO CATULLO

Delle Terme euganee.

Dalla natura del lavoro che in genere sto facendo sulle acque minerali del Regno veneto sono stato naturalmente condotto a parlare delle Terme euganee, benchè dopo le Opere ben conosciute che intorno alle medesime si sono pubblicate possa a taluno sembrare superflua ogni ulteriore disamina (1). Però

(1) Fra le molte acque minerali che si trovano negli Stati veneti non ve n'ha alcuna che tanto abbia meritata l'attenzione dei medici e dei naturalisti, quanto quelle del territorio padovano; e ben lungo riuscirebbe il catalogo, se si volesse qui registrare tutte le Opere che versano sulle Terme aponesi e sui monti ad esse adiacenti, già stampate nei passati e nel presente secolo. Lasciando di far menzione delle antiche, ricorderò qui soltanto le Opere che si acquistarono maggior numero di estimatori, e che possono meglio mostrare le vie che furono battute dai loro autori per giungere alla vera conoscenza delle qualità chimico-mediche delle Terme in discorso.

1. Pasini Ludovici *Tractatus de Thermis patavinis, ac quibusdam aliis Italiae Balneis.*
2. Falopii Gabrielis. *De aquis thermalibus. In Tom. I. Opera genuina etc.* Venetiis 1606, in fol.
3. Bacci Andreae. *De Thermis.* Romae 1622, in fol.
4. Gratianus Johannes. *Thermarum patavinarum Examen.* Patavii 1701, in 8.° Apud Manfrè.
5. Vallisnieri Antonio. *Breve relazione di quanto ha osservato nelle Terme padovane, tratta da una Pistola nel Tom. II. delle Opere fisico-mediche.* Venezia 1733, in fol.

egli è da poco tempo che si cominciò ad investigare le relazioni che hanno fra di loro i fenomeni geologici di un paese con quelli di un altro; e per

6. Vandelli Dominici *Dissertationes tres. I. De Aponi Thermis etc.* Patavii 1758, in 8.°

7. Bertossi Giuseppe. *Delle Terme padovane ec. Trattato.* Venezia 1759, in 4.°

8. Vincenti Domenico. *Raccolta di Opuscoli inediti ec. Opusc. I. Delle Terme e dei Bagni padovani.* Tolta dal Sidonio, Lib. V. Lettera I. Venezia 1760, in 8.°

9. Vandelli Dominici *De Thermis agri patavini Tractatus.* Patavii 1761, in 4.°

10. Vandelli Girolamo. *Succinta descrizione delle Terme di Padova.* Padova 1775, in 4.°

11. Mingoni Josephi *Historia medica Thermarum patavinarum.* Patavii 1775, in 4.°

12. Vernizi Luigi. *Della origine, natura, attività ed effetti delle acque termali.* Padova 1777, in 8.°

13. Koestlin Carolo Henrico. *Fasciculus animadversionum physiologici atque mineralogico-chemici argumenti.* Stuttgard 1780, in 4.°, di pag. 44. — L'autore giudicò che le rocce euganee debbano essere cancellate dal catalogo delle produzioni vulcaniche. Ecco le sue parole: *Pro producto autem igni hoc saxi genus* (la masegna) *non agnoscere potui; nulla enim vera producta ignis circa illos montes observavi.* La sentenza dell'autore non valse però a disvulcanizzare una serie di monti riconosciuti per vulcanici da due secoli e mezzo indietro, poichè Andrea Baccio ben li conobbe per tali, e furono poscia confermati nel loro titolo da Strange, da Arduino, da Fortis, da Dondi Orologio, e dal vivente chiarissimo geognosta il Conte da Rio.

14. Dondi Orologio March. Antonio. *Prodromo dell'Istoria naturale dei monti euganei.* Padova 1780, in 8.°

15. Dondi Orologio. *Saggio di osservazioni fisiche fatte alle Terme dei monti euganei.* Padova 1782. — Chiunque ama la Storia naturale troverà in quest' Operetta una lettura utile e piacevole.

16. Dondi Orologio. *Dello sprofondamento d'una costa di monte negli Euganei. Lettera all'ab. Fortis.* Padova 1787, in 8.°

17. Saetta Luigi. *Saggio istruttivo delle proprietà delle acque termali di Abano.* Padova 1788, in 8.°

18. Dondi Orologio March. Antonio. *Saggio di Litologia euganea.* — Sta inserito nel secondo volume degli Atti dell'Accademia di Padova per l'anno 1789. Parla dei sali o terrosi o alcalini che si formano ai margini delle termali.

19. Mandruzzato Salvatore. *Trattato dei Bagni di Abano.* Tomi 3 in 4.°, 1789, 1793 e 1804, con tavole in rame. — Quest' Opera, piena d'interessanti cose, doveva per ogni titolo meritarsi quel distinto accoglimento che le si fece al suo primo comparire, e che gli si fa tuttavia da coloro che si occupano della Storia naturale del suolo padovano.

20. Terzi. *Memoria intorno alle produzioni fossili dei monti euganei.* Padova 1791. — Questo scritto del padre Basilio Terzi ha dato motivo ad un gran numero di opuscoli polemici, di cui ommetto farne qui ricordanza.

conseguenza le spiegazioni che negli anni addietro si sono applicate ai fenomeni isolatamente considerati, potrebbero non essere spalleggiate da quella concatenazione di fatti che ora si richiede per crederle o probabili o giuste.

Le difficoltà che il più delle volte in siffatti studii sono inerenti al soggetto che prendesi a trattare, erano in passato più grandi per l'incertezza ed il piccolo numero delle osservazioni proprie a dilucidarlo, e dirò anche per lo stato d'infanzia nel quale si trovavano la Chimica e la Geognosia. Molti dotti del trascorso secolo si lasciarono di leggieri sedurre dalle prime apparenze, e con aria franca e dogmatica intrapresero a spiegare i più intricati fenomeni della natura.

21. Bellati Ab. Pietro. *Discorso storico-medico dei Bagni di Montortone.* Padova 1799, in 8.°

22. Salmon. *Sur la nature des monts euganés, et la théorie des laves compactes.* Verone 1801, in 4.°

23. Mandruzzato Salvatore. *Prolusione pel suo ingresso alla Cattedra di P. P. alle Terme di Abano.* Padova 1801, in 4.°

24. Fortis. *Observations oryctographiques sur quelques localités des montagnes euganées.* Inserite nel primo volume delle *Mémoires pour servir à l'Histoire naturelle de l'Italie,* dello stesso autore. Paris 1802, in 8.° Due volumi.

25. Mandruzzato Salvatore. *Del clima e dell'aria dei Bagni di Abano.* Padova 1802, in 4.°

26. Menegazzi Giuseppe. *Della efficacia delle acque termali di S. Elena, ec.* Padova 1804, in 8.°

27. Da Rio Conte Nicolò. *Memoria sopra la masegna dei monti padovani.* Inserita nel tomo XV. della Società Italiana, 1810, in 4.°

28. Corniani Conte Marco. *Memoria sul vetro, coll'applicazione all'arte vetraria della petroselce perlata dei Colli euganei.* Venezia 1810, in 4.°

29. Pollini Ciro. *Memoria epistolare sulle alghe viventi nelle Terme euganee, con un Indice delle piante rinvenute sui Colli euganei, accompagnata da una tavola.* Biblioteca Italiana per l'anno 1817, tom. VII. pag. 414.

30. Mandruzzato Salvatore. *Memoria sulla imprevista sboccatura d'un copioso getto di acqua termale dalla collinetta di Montiron, e sullo zolfo cristallizzato e polveroso ritrovato d'intorno a quelle sorgenti termali.* Venezia 1818, in 4.°

31. Zecchinelli Gio. Maria. *Notizie intorno all'acqua solforosa Raineriana euganea che scaturisce alla Costa di Arquà.* Padova 1830, in 8.° — Quest'acqua, fortemente epatica, contiene pochi principii salini, ed è fredda come le molte della stessa indole, che vi sono nel Cadore e nel Friuli.

32. Andrejewskiy Erasto Stefanide. *De Thermis aponensibus Commentatio physiographica.* Berolini 1831, in 4.° — Viene lodato questo libro, non già per le cose attinenti

Di fatto, se domandiamo al Vernizi, uno degli scrittori che versarono sulle Terme di Abano, in qual foggia egli concepisca che siensi formate quelle fonti, risponderà, ch'*elleno sono acque piovane ivi raccolte, le quali, in virtù delle*

alla geognosia dei monti euganei, chè peccano del gran difetto d'essere scritte troppo all'infretta, ma perchè contiene la seguente accurata analisi delle Terme di Abano. È da osservare che l'Andrejewskiy non trovò il carbonato di calce, già rinvenuto da tutti gli altri chimici che in precedenza analizzarono quelle acque.

Natrii chlorati	23, 0725
Calcii chlorati	0, 9000
Magnesii chlorati	0, 7700
Ferri chlorati	0, 1563
Jodatum bromatumque calc. sive magnes.	vestigia
Calcariae sulphuricae	4, 7941
Magnesiae	0, 7334
Alluminae	0, 5000
Ferri oxydulati	0, 1000
Siliceae	0, 1230
Principii extractivi cum azoto	0, 6100
Alius substantiae organicae	0, 3270
Perditum	0, 0127
	33, 1000

33. Zecchinelli Gio. Maria. Nuovi Saggi dell'Accademia di Padova. Tomo III. 1831, in 4.° *Tre fatti fisici relativi alle Terme padovane.* I fatti, dei quali parla il dotto autore, sono i seguenti:

I. *Esistenza dello zolfo nelle Terme di Abano, e modo di ottenerlo coll'arte.*

II. *Esistenza di un sale ferrugginoso presso le sorgenti termali di S. Elena alla Battaglia.*

III. *Esistenza di un'erba viva e vegetante nel fango termale di Montegrotto ad altissima temperatura.*

34. Da Rio. *Sulla stoviglia sommamente economica che si fabbrica in Ponte di Brenta.* Nuovi Saggi dell'Accademia di Padova. Tomo III. pag. 163.

35. Beggiato Francesco Secondo. *Delle Terme euganee.* Padova 1833, in 8.°, con quattro tavole. — In questa Memoria si descrivono le alghe viventi nelle Terme, e si dà l'analisi indeterminata di quelle acque.

36. Zigno Achille. *Plantae cryptogamae in Provincia patavina observatae, etc.* 1833, in 8.°

37. Zecchinelli Gio. Maria. *Saggio sull'uso medico delle Terme padovane.* Padova 1835, in 8.° — Opera intieramente medica, e di un merito molto elevato.

38. Da Rio. *Quelques observations sur le gissement des trachytes en général, et du trachyte des monts euganéens en particulier.* Memoria inserita negli Atti dell'Accademia delle Scienze di Torino. Tomo XXXVI. pag. 207, in 4.°

molte particelle ignee che ardono sotterra, si riscaldano fortemente, e diventano termali. Pure il Vernizi, che scriveva il suo libro verso il declinare del secolo passato, poteva almeno accorgersi che le acque piovane quando si raccolgono dalla casualità in istagni, presentano caratteri ben diversi da quelli che distinguono le sorgenti, e che i rigagni delle piovane situati alle radici dei Colli euganei sono freddi, dolci, e soggetti a variare sì nel volume che nelle fisiche loro qualità; laddove le termali mantengonsi in generale immutabili nella qualità, nel calore e nella limpidezza, come mantengono perennemente un'eguale quantità di principii tanto fissi che volatili, sia qual si voglia la variazione delle stagioni e del tempo (Mandruzzato. *Terme di Abano.* Tomo I. Sezione III. pag. 126). Ma noi non dobbiamo maravigliarci della stravagante opinione del Vernizi, perciocchè non era peranco il tempo in cui il geologo avesse giusta bilancia per pesare i fenomeni, non ancora era bastevolmente sparso il gusto per la Chimica, nè ancora era sorto fra noi, come non lo era fra gli stranieri, lo spirito di meditare seriamente sui fatti che formano il patrimonio della Geognosia.

Cinque anni dopo il Vernizi, uno dei buoni naturalisti dell'età nostra, cioè il marchese Dondi Orologio, diè alla luce il *Saggio di osservazioni fisiche sulle Terme dei monti euganei*, in cui prende in esame il *Tractatus de Thermis*

39. Da Rio. *Orittologia euganea, accompagnata da un Catalogo ragionato delle rocce e delle altre produzioni minerali dei monti euganei.* Vol. 1 in 4.° con tavole. Padova 1836.

40. Regazzini Dott. Francesco, Supplente alla Cattedra di Chimica nell'I. R. Università di Padova. *Analisi chimica delle Termali di Abano.* — Quest'analisi, non ancora pubblicata, ci porge argomento di anticipare all'egregio suo autore le nostre congratulazioni per la scoperta della nafta o petrolio, che mediante il consolidamento dei gas termali seppe egli isolare completamente, e in quantità bastante per rilevarne i caratteri e le proprietà. Mi è noto che la nafta va unita allo zolfo nelle miniere della Perticara nel Cesenate, ma ignoro che altri l'abbiano trovata nelle Terme come solvente dell'idrogeno solforato. Il sospetto che a questo gas vi fosse congiunto il bitume, si risvegliò nella mente del prof. Mandruzzato molti anni sono, all'occasione degli sperimenti da esso fatti sopra le minerali dei contorni di Ceneda, nel territorio trivigiano. L'acqua di quelle fonti spande forte odore di uova fracide; ma agitata che sia fortemente in vase aperto, perde la sua graveolenza, e solo conserva un odore che ha del bituminoso, poco dissimile da quello che fanno sentire le fonti aponesi (Mandruzzato, *Analisi delle fonti minerali di Ceneda*, pag. 37). Questi fatti tornano in acconcio per dimostrare sempre più i rapporti che hanno tra loro i fenomeni prodotti dai vulcani coi fenomeni che si ammirano nei circondarii termali.

del Vandelli, ne rileva gli errori che in fatto di Chimica erasi lasciato sfuggire quel Professore, e ci somministra alcune interessanti notizie sopra le piante e i testacei che allignano in quelle Terme; ma così in questa come in altre sue Opere ommise il marchese Orologio di fermarsi intorno le cause che verosimilmente possono cooperare alla produzione del calore termale.

Il Saetta fornì in seguito qualche schiarimento sulle principali proprietà delle Terme nostre; ma nessuno fra i libri che hanno per assunto d'illustrare la Storia naturale di quelle acque può essere contrapposto all'egregia Opera del ch. prof. Mandruzzato, la quale per la moltiplicità degli argomenti che si discutono, per l'originalità delle viste, e per l'esattezza con cui sono condotte le operazioni chimiche, si è meritata dal pubblico quelle giuste lodi che noi pure ci crediamo in dovere di qui tributarle.

Il Mandruzzato, ove parla delle qualità fisiche delle fonti di Abano, non si dichiara per nessuna delle opinioni allora in vigore intorno all'origine delle termali; ma si contenta di esporle, lasciando libero ognuno di appigliarsi a quella che più gli sembrasse ragionevole. La prima conduce a supporre che la caldezza di tali acque abbia per cagione l'elettrico; la seconda consiglia risguardare il fenomeno come un effetto della decomposizione delle piriti prodotta dall'acqua; e la terza stabilisce per causa l'azione dei vulcani (*Trattato dei Bagni di Abano*. Parte I. Sezione II. pag. 67). Non entra nel mio piano l'esaminare su quali principii sia fondata quest'ultima opinione; ma parmi chiaro che se i vulcani fossero la causa del calore termale, non dovrebbero esistere termali dove mancano i vulcani attivi, ed invece noi osserviamo il contrario. Con questa osservazione non si vuol già negare che la causa dei fenomeni termali non possa eziandio influire alla produzione dei vulcani; ma solamente vuolsi notare, che quelli i quali accordano alle eruzioni vulcaniche la facoltà di produrre le termali, hanno preso l'effetto per la causa, ed hanno per conseguenza moltiplicate le difficoltà, e reso più oscuro il fenomeno. Richiamiamoci alla memoria la saggia economia che mette in uso la natura in tutte le sue operazioni, e vedremo ch'ella corre sempre la via più semplice, e che prende da sè stessa i mezzi più facili per produrre i più grandi effetti. Se nei molti fenomeni geologici che cerchiamo spiegare non si trova questo carattere di semplicità, possiamo andar sicuri di non esser giunti ad indovinare il suo secreto.

In conseguenza di questo principio io trovo nei vulcani, nei terremoti e nelle termali una corrispondenza di azioni da poter credere che una sola sia la cagione di questi grandiosi fenomeni. Io non posso nè debbo qui entrare nei det-

tagli necessarii per dare un'idea esatta di questa corrispondenza; ma quanto ai due primi fenomeni non si può dubitare che le succussioni terrestri non sieno connesse con le eruzioni vulcaniche, e che non derivino entrambi da una identica causa; e quanto al terzo, purchè si voglia compararlo agli altri due, vi si troverà un'analogia di azioni e di prodotti, cui sarà molto difficile di contraddire. I gas dei vulcani sono perfettamente identici ai gas delle termali; e lo zolfo cristallizzato ed il muriato di soda sono produzioni che si veggono tanto negli uni, come nelle altre. Per istendere ancora più oltre i confronti diremo qui di passaggio che il petrolio, tanto frequente negli antichi e nei moderni vulcani (1), è stato ultimamente scoperto dal dottore Regazzini nelle termali di Abano; con che parmi sempre più comprovato il principio, che un solo ed unico agente abbia influito alla formazione di tali sostanze (2).

La proposizione, che i terremoti ed il calore termale sieno fenomeni prodotti da una causa comune, sembra vie più confermata dalle osservazioni riferite dal signor Brongniart nel volume decimoquarto del *Dizionario di scienze naturali* all'articolo *Acqua*, dalle quali si apprende che i terremoti hanno esercitato in tempi diversi un'influenza reale nella maniera di esistere delle acque termali, avendole alle volte fatte intieramente sparire, ovvero d'acque calde mutate in acque fredde. Sovente queste alterazioni non sono state che momentanee, ed in capo ad alcune settimane le sorgenti sono ricomparse, riacquistando la consueta loro temperatura. Una delle fonti di Carlsbad in Boemia ha perduto da circa vent'anni il suo calore per un terremoto; altre sorgenti al contrario hanno acquistato per la medesima causa un aumento di temperatura, com'è avvenuto alla sorgente di Bagneres ne' Pirenei. Simili cangiamenti si sono ripetuti non solo nelle termali di Buda in Ungheria, ma ancora nelle principali sorgenti di Toeplitz in Boemia all'epoca del terremoto che rovesciò la capitale del Portogallo. La sorgente di Pisciarelli non lungi da Pozzuolo più non esiste, ed in sua vece si veggono le fumarole, le quali non sono che vapori acquei aventi

(1) Sorgenti di petrolio spicciano dai terreni vulcanici del dipartimento di Herault nella Francia (*Journal des mines*, N.° 141), e manifesti indizii di questo bitume ebbe a riconoscere Dolomieu nelle scorie del Vesuvio. I signori Gay-Lussac, de Buch e Humboldt si sono nel miglior modo possibile assicurati della presenza del petrolio nel Vesuvio: salirono essi il monte mentre il vulcano si mostrava attivo, e furono inviluppati da vapori molto densi, il cui odore era precisamente quello del bitume in discorso (*Bibliothéque Britannique*. Tom. XXX. pag. 251).

(2) Veggasi la nota alla pagina 165.

la stessa composizione e le stesse proprietà della polla scomparsa. Il calore delle termali di Bigorre ne' Pirenei fu nel terremoto del 1660 momentaneamente sospeso; e la stessa osservazione fu fatta nel 1755 sulle acque di Aix in Savoja all'epoca di quello di Lisbona. Da tutto ciò il dotto Brongniart non deduce già che vi sia un rapporto tra il fenomeno delle succussioni telluriche e quello delle termali; ma dice soltanto, *che siffatte alterazioni conducono a supporre nelle cause loro un equilibrio indicante un predominio dello stato di riposo in cui si trova la terra*. La ragione difficilmente si accomoda all'idea di non vedere nei terremoti che lo stato di riposo del pianeta nostro, mentre vorrebbe invece che considerare si dovessero come un debole avanzo di quelle forze che in epoche geologiche hanno prodotto gli sconvolgimenti che si osservano sulla terra. Non è certo possibile immaginare operazioni più grandiose di quelle che presentano i vulcani, le quali, nel corso ordinario delle cause che agiscono oggidì, non si ripetono con egual forza in nessuna parte del globo. Lo stesso si può dire delle succussioni terrestri congenite ai vulcani; nessuno oserebbe di accordare tanta energia ed attività a quelle che si fanno attualmente sentire, quanta ne avevano le antiche.

Quella forza dunque che impiegò la natura in tempi molto remoti, e con la quale produsse quegli enormi sovvertimenti che più volte ed in diverse parti hanno cambiata e rinnovata la superficie della terra, quella forza, dico, scemò a poco a poco d'intensità, finchè si ridusse a quel grado d'infiacchimento in cui è presentemente.

Io mi dilungherei troppo se volessi con esempii dimostrare che gli effetti della causa di cui si ragiona si succedettero giusta l'ordine dei tempi con una forza sempre decrescente; e basta richiamarci alla memoria quanto piccolo sia il numero dei vulcani attualmente ardenti, rispetto a quello dei vulcani antichi, onde rimanere convinti di ciò che esponiamo.

Ma quale sarà questa causa che col volgere dei secoli più diminuisce la sua energia, lasciando ovunque gl'indizii del suo progressivo indebolimento? Questo dotto Consesso mi ha già prevenuto, e chiaramente comprende che i fenomeni più sopra ricordati hanno per causa il calor centrale, la cui sfera di attività va scemando progressivamente in causa del graduato raffreddamento cui soggiace la massa terrestre.

Noi ci faremo fra poco a scrutinare se con la certezza che può convenire agli argomenti fisici si debba riconoscere nell'incandescenza centrale del globo la cagione dei fenomeni che offerti ci vengono dalle acque termali.

Posizione e natura delle Terme euganee.

Cinque miglia all'ovest di Padova, nella pianura che si estende appiè dei monti euganei, scaturiscono molte sorgenti calde che mai non seccano, e poco o nulla diminuiscono nelle siccità. Esse vanno a raccogliersi in ricettacoli o bacini imbutiformi di varie dimensioni, da cui partono alcuni rivoli od acquedotti destinati a condurre l'acqua negli alloggiamenti per bagni.

Ad eccezione delle sorgenti di Abano, di Regazzon, e di una di quelle di S. Elena, che sono alcuni metri più alte del suolo, tutte le altre si trovano nella pianura, la quale è composta di terriccio vegetale, di torba e di argilla palustre (1).

L'estensione del fondo occupato dalle Terme viene dal prof. Mandruzzato stabilita a tre miglia di lunghezza, sopra una larghezza non ancor bene determinata. Debbo però avvertire, che indizii di acque termali si manifestano eziandio alle falde dei monti di Barbarano nel Vicentino, paese che distà quindici miglia da Abano.

Il suolo termale euganeo può essere diviso in undici circondarii, che comunemente si chiamano *Bagni di Abano*, quantunque il villaggio di questo nome non ne formi che uno solo (2). Gli altri dieci sono: *Monte Ortone, S. Pietro Montagnone, Montegrotto, Casa Nuova, S. Elena, S. Bartolommeo, Terracoli, Monte Canale, Calaona,* e *Fontana fredda*. Gli ultimi quattro sono stati indicati dal conte Marzari col nome di *Circondarii inediti*, perchè di essi non si fa menzione nelle Opere che hanno per oggetto la descrizione delle Terme nostre, e neppure se ne parla in un curioso manoscritto che conserva presso di sè il dottore signor Zannini di Lozzo, già consultato dal suddetto conte Marzari (3).

(1) *Osservazioni sopra i terreni postdiluviani delle Provincie austro-venete*. Pag. 47-78. Padova 1834, in 8.°

(2) Crede il marchese Orologio che Abano fosse anticamente più vasto e più popolato di quello ch'è al presente, e che si abbia voluto col termine di *Thermae aponenses* abbracciare tutti gli altri villaggi ove sonovi Terme, i quali venissero considerati come subalterni o dipendenti dalla giurisdizione di Abano (*Prodromo della Storia naturale dei monti euganei*, pag. 33).

(3) Ho tratta questa notizia dal catalogo manoscritto che accompagna la collezione delle rocce euganee formata dal sopraddetto conte Marzari l'anno 1808, e da esso depositata nel Gabinetto di Storia naturale annesso all'Imp. Regia Università di Padova.

Non si deve qui tacere che, oltre le Terme comprese nei detti circondarii, vi ha nel suolo euganeo qualche altra sorgente minerale, fra cui giova ricordare le polle che a spiccii separati e intermittenti caccia fuori il fondo del lago di Arquà, senza produrre quel vapore che a vista d'occhio s'innalza dalla superficie delle termali. Quantunque non si possa infallibilmente contare sulla mancanza del vapore acqueo per credere che le polle non sono calde, pure v'ha una circostanza molto atta a persuadere che sieno fredde e solforose; ed è questa la prossimità del lago alle molte polle perenni ed abbondanti che formano la sorgente solforosa di Arquà, giustamente celebrata per le mediche sue virtù, la quale dall'*Augusto suo scopritore* porta il nome di *Raineriana.*

Tornando ai circondarii termali euganei, dirò che ciascuno comprende più fonti di disuguale temperatura, uscenti da enormi profondità sotto volumi differenti. Lo sgorgo di esse è accompagnato dallo sviluppo di un gas che si vede ascendere fra mezzo la massa dell'acqua in forma di bolle gorgoglianti, che poi si dissipano per l'aria, seco recando i fumacchi dell'acqua in vapore. Questo gas, giusta le osservazioni del prof. Mandruzzato, è composto di acido idrosolforico e di acido carbonico, i quali finchè circolano pei meati interni della terra, sono combinati all'acqua in una proporzione così gagliarda, che eccede di assai quella di cui l'acqua è capace sotto l'ordinario peso dell'atmosfera. E nel vero, se i due acidi gasosi vengono in gran parte abbandonati dall'acqua quando ascende nei bacini, convien dire che la termale li tenesse dapprima disciolti sotto una forte pressione, ed abbia avuto accesso per cuniculi sotterranei chiusi così bene da impedirne la dispersione. È appunto dall'acido carbonico che noi dobbiamo ripetere la derivazione del carbonato di calce contenuto nelle termali; sembrando molto probabile che questo acido nel suo lungo tragitto attraverso la roccia calcaria abbia potuto disciogliere, mediante il veicolo dell'acqua, tutto il sale calcario che seco portano le Terme, e che viene poscia dalle medesime abbandonato e disperso, quando si mettono al contatto dell'atmosfera. Medesimamente il solfato di calce, contenuto in buona dose nelle Terme, risveglia il sospetto che ai due gas fosse congiunto l'acido solforico, tanto frequente nei terreni vulcanici, il quale, attraversando anch'esso il calcare, ha potuto combinarsi alla calce, scacciando l'acido carbonico. Io non veggo nessuna difficoltà ad ammettere che nelle interne e profonde cavità, ove si compone l'acido idrosolforico, possa del pari generarsi l'acido solforico mediante la decomposizione dell'acqua, che fornisce allo zolfo il suo ossigeno; giacchè questa supposizione, oltre di soddisfare al fenomeno, si accorda con le osservazioni dei geognosti, e

con le leggi stabilite dalla Chimica. L'esistenza pertanto dei due sali a base di calce (1) indica, a mio parere, che la termale ha circolato, com'è detto, per canali calcarei, prima di giungere a livello del suolo; e questa opinione riceve molto peso, quando si rifletta al posto occupato dal calcare della creta, il quale, osservato che sia in ogni qualunque punto, si dà a conoscere per la più antica delle rocce che costituiscono i monti padovani.

Restringendomi alla sola derivazione dei sali contenuti nelle Terme euganee, noi troviamo che il muriato di soda prevale in quantità a tutti gli altri composti salini; nè ciò deve recar maraviglia, perciocchè tutte le acque calde dei terreni primordiali racchiudono costantemente il sal comune, od almeno sono a dovizia fornite di sali a base di soda. Se poi il terreno dal quale scaturiscono tali acque sarà accompagnato da rocce calcarie, e se queste rocce verranno dalle medesime lambite, egli è evidente che i sali alcalini termali debbono essere associati ai sali calcarei; e se per l'opposto le sorgenti non fossero state al contatto di nessuna roccia o calcaria o gessosa, e solo attraversato avessero le rocce granitiche, esse appariranno soltanto mineralizzate dei sali che sono proprii del terreno da cui hanno ricevuto l'origine. Così l'acqua salata di Creustznach, che sbuca da montagne intieramente primitive, manca di sali a base di calce; la termale di Varmbrunn e quella di Landeck nella Slesia sono per la stessa ragione prive di composti salini a base di calce, mentre compariscono doviziosamente fornite di natron e di solfato di soda. Se ancor più si volesse estendere i confronti, si troverebbe che le Terme dei terreni granitico-calcarei sono al contrario provvedute dei sali che abbiamo veduto mancare nelle Terme dei terreni sopra enunziati; e ciò dimostra che la presenza o mancanza di certi sali non è un argomento di poca forza: ed io ardisco asserire, ch'esso va intieramente d'accordo coll'indole geognostica del suolo d'onde fluisce la termale.

(1) Ho esposto in altro mio scritto il motivo pel quale il solfato di calce, tuttochè meno solubile, rimanga disciolto nell'acqua in quantità molto maggiore del carbonato; e qui giova ripetere, che quest'ultimo apparirebbe più copioso del primo, se il cessare della pressione ed il movimento della termale non ne favorissero la precipitazione.

Origine del calore termale, e profondità da cui verisimilmente hanno uscita le Terme euganee.

È cosa molto osservabile che le Terme euganee, già conosciute fino dai tempi di Giulio Cesare (1), abbiano sempre conservata la stessa composizione e lo stesso sviluppo di gas, come pure il medesimo odore e la temperatura medesima; lo che conduce alla supposizione che la costanza di tali qualità sia mantenuta da cause sempre uguali nella loro energia, e sempre capaci di produrre in ogni tempo gli stessi fenomeni. Noi ignoriamo la fonte dalla quale derivano queste cause, ad onta delle molte ricerche fatte dai fisici per iscoprirla, e ad onta dei tentativi fatti dai geologisti per ispiegare donde provenga il calore di cui sono dotate le termali. Quelli che hanno creduto di assegnare per causa del calore termale la decomposizione delle piriti, accreditarono la loro opinione supponendo che nelle viscere della terra esistano immensi depositi di ferro solforato, il quale per mezzo dell'acqua fornisca il calore ed i gas proprii delle termali. Ma la circostanza della temperatura, che per tanti secoli si mantiene sempre uguale, non trovò in siffatta ipotesi una plausibile spiegazione, e si dovette ricorrere ad una causa, la quale fosse più generale e più costante ne' suoi effetti, ed è questa l'elettrico. Partendo dal principio, che i corpi eterogenei messi a mutuo contatto fra di loro possono diversamente elettrizzarsi, a norma dei rapporti che essi hanno coll'elettrico, si è supposto che gli strati della terra facciano le veci di una grande pila voltiana, dalla quale per lo squilibrio dell'elettricità si svolga gran copia di calorico. Questa ipotesi fu vigorosamente sostenuta da qualche naturalista, ed il signore Delaméthérie sviluppò a lungo le ragioni che lo indussero a supporla fuori di controversia; ma le molte eccezioni a cui essa soggiace, obbligarono i geologi ad appigliarsi piuttosto al sistema di Buffon per ottenere spiegazioni meno forzate, e per evitare nel tempo stesso quelle difficoltà, alle quali conduce l'opinione di Delaméthérie.

La teoria del color centrale, ch'era una semplice e vaga congettura ai tempi di Buffon, è ora divenuta molto probabile per le belle sperienze ed osserva-

(1) Che i fumacchi o acqua in vapore mista ai gas termali fossero conosciuti molto tempo avanti la nascita di Gesù Cristo, ed avessero fin d'allora molta celebrità, noi lo sappiamo dall'autore della *Farsaglia*, il quale assicura che un Augure patavino erasi portato sul picciolo colle di Abano, cui dà il titolo di *fumoso*, per vaticinare la vittoria di Cesare sopra Pompeo. (*Lucanus*, Lib. VII.)

zioni fatte dai moderni fisici intorno la fluidità ed incandescenza centrale della terra; talchè il fenomeno delle acque termali, quello delle ejezioni vulcaniche e dei terremoti trovano in essa una plausibile spiegazione (1). Sappiamo adesso, che partendo dalla superficie della terra, e penetrando verso il suo interno, si ha un accrescimento di temperatura, il quale seguita la legge di un grado del termometro centigrado per ogni venticinque metri di profondità. Sappiamo altresì, che confrontate le osservazioni fatte su questo argomento in varie contrade, la differenza che ne risulta deriva solamente dalla imperfezione delle sperienze, dalla irregolare distribuzione del calore sotterraneo da un paese all'altro, e dalla varia natura delle rocce, ora più ora meno conduttrici del calorico.

Dal vedere che i fatti surriferiti non si possono in verun modo conciliare col sistema newtoniano, si dedusse che nella terra esista un calore sotterraneo che cresce rapidamente colla profondità, e con leggi più o meno costanti.

Ammesso questo calorico, ed ammesse le verità dei calcoli e delle deduzioni che si sono fatte intorno al medesimo, si può dire pertanto che il fenomeno delle acque termali non è più un problema, come si è creduto in addietro; giacchè sembra probabile che la causa, da cui dipende, sia il calorico che incessantemente viene emanato dalla massa fluida del centro, per diffondersi negli strati della crosta terrestre (2). S'è vero che il calore si aumenti di un grado del

(1) Dall'ipotesi del calor centrale Cordier ricava molte conseguenze. Crede che la materia incandescente sottomessa all'azione del raffreddamento e alla pressione della crosta consolidata, somministri delle parti solide e delle sostanze gasose. Per questa via si avrebbe naturalmente trovata l'origine della materia prima dei terremoti e dei vulcani. La massa fluida interna è sottoposta ad una pressione crescente, generata da due potenti forze; poichè per una parte la crosta solida si restringe di mano in mano che scema la temperatura, e per l'altra questa medesima crosta si comprime ai poli, allontanandosi dalla sua figura sferica per l'aumento insensibile della velocità di rotazione, per lo che viene a scemare la sua interna capacità. Da questa doppia compressione le materie fluide che sono al di dentro vengono cacciate fuori sotto forma di lave. Viene poscia il Cordier accennando come con questa ipotesi si renda ragione dell'identità delle circostanze che accompagnano le operazioni dei vulcani in tutte le parti del globo e in tempi differenti, della successiva loro estinzione, e della diminuzione delle materie da essi ejettate. Aggiunge ancora: potersi assegnare la direzione ordinaria dei terremoti, e la posizione dei centri vulcanici; spiegare facilmente l'origine delle acque termali, la permanenza delle loro sorgenti, e la temperatura quasi invariabile. (*Bibliothéque Universelle*, 1828.)

(2) Secondo i calcoli si stabilisce che l'altezza media della crosta consolidata del globo non oltrepassi le venti leghe, che corrispondono ad 1/63 del raggio medio terrestre, e 1/400 della lunghezza del meridiano. Essendo poi i differenti strati primordiali di questa crosta

termometro centigrado per ogni venticinque metri di profondità, egli è chiaro che la temperatura delle termali dovrebbe rappresentare quella degli strati, nei quali esse hanno soggiornato prima di giungere alla superficie; e siccome l'aumento del calore sotterraneo sta in ragione diretta della profondità, così è anche facile riconoscere a quale distanza dai nostri piedi sono collocate le rocce che impartirono all'acqua una così alta temperatura. Il termometro centigrado immerso nella sorgente di Montiron segna gradi 86,56, che corrispondono a gradi 68 circa di Reaumur. Da questo numero convien detrarre gradi 17 (14 circa di Reaumur), i quali rappresentando la temperatura media dei nostri climi, non si debbono computare fra i gradi di calore che l'acqua portò seco dall'interno, d'ond'è venuta; quindi rimangono gradi 69,56 di calorico, il quale vuolsi attribuire non già al sole, ma alla terra, come i calcoli del Fourier lo dimostrano con tutta certezza. (*Annales de Chimique et de Physique*. Tomo XIII.) Ora per trovare la profondità dalla quale sono surte le acque aponesi convien mettere a calcolo i 69,56 gradi di calorico che alle medesime fu comunicato dalla terra, e calcolandoli dietro le norme già stabilite di un grado per ogni venticinque metri di profondità, si trova che gli strati dai quali esse hanno assunto il calorico sono 1740 metri più bassi del suolo di Abano.

Qual roccia poi crederemo noi essere quella che compone gli strati di cui parliamo? Quantunque il fatto che qui si tenta di scoprire appartenga a circostanze che, per essere estranee a tutti i nostri mezzi di osservazione, sono da noi ignorate; pure, senza ricorrere a veruna ipotesi, e col solo sussidio dei confronti e delle analogie, si può stabilire che il nocciuolo su cui sono adagiate le formazioni euganee sia composto di una roccia granitoide, molto affine al granito. Da questa roccia, messa in istato di fusione dal fuoco vulcanico, derivarono le trachiti tanto copiose negli Euganei, le quali, spinte dal profondo all'insù, si sono aperte una via fra mezzo i terreni marini, scompaginando, nel modo che ora si osserva, la prima disposizione che dato aveva la natura agli strati calcarei. È vero che un motivo ben fondato per credere le trachiti derivate dai graniti quello sarebbe di vedere tra gl'ingredienti di esse i cristalli di quarzo; ma oltre

disposti secondo l'ordine della fusibilità, si può congetturare che la terra fosse in origine fluida, e che siasi indurata, partendo dalla superficie e andando verso il centro, pel raffreddamento prodotto dalla radiazione del calore interno verso gli spazii planetarii. Da ciò ne viene, che fra i terreni primordiali quelli sieno i più recenti, i quali sono più profondi; e che continuando questo pianeta a raffreddarsi per la perdita del calore, la sua crosta vada di mano in mano crescendo per la giunta di nuovi strati che si appigliano verso il suo centro.

che questi cristalli si danno qualche volta a conoscere nella masegna, abbiamo poi delle ragioni per supporre che, ove il quarzo manchi o scarseggi, si debba ciò attribuire alle circostanze che accompagnarono la fusione della massa granitica, per cui il quarzo, reso libero, ha dovuto mescolarsi e confondersi con le altre materie terrose ch'entrano nella composizione delle trachiti, e rendersi così irreconoscibile all'occhio, mentre le molecole del feldspato, che pur soggiacquero alla stessa fusione, hanno potuto nel periodo del raffreddamento riunirsi, e formare i piccoli cristalli di aspetto più o meno vetroso, che osserviamo disseminati nella pasta petroselciosa delle trachiti dell'Ungheria e del Padovano (1). Che poi nelle trachiti esista realmente tanta silice, quanta ne può contenere un granito, noi lo sappiamo dalle analisi del ch. fu prof. Melandri, secondo le quali la *trachite perlaria* dei monti euganei contiene sopra 100 parti 73 di silice, 12,10 di allumina, 1 di calce, 1,80 d'ossido di ferro e d'ossido di manganese, 2,90 di soda, 0,52 di potassa, 4,75 d'acqua, 3,93 di perdita; dal che si raccoglie che la quantità della silice rispetto a quella dell'allumina è troppo eccedente per supporre che la prima di queste terre provenga soltanto dal feldspato, e non piuttosto dal complesso degl'ingredienti del granito, e principalmente dal quarzo, che di essa terra è intieramente costituito (2).

A quanto si è detto circa la natura della roccia che negli Euganei soggiace a tutte le altre, e dalla quale vuolsi ripetere la derivazione delle trachiti, soggiungerò che l'indole stessa delle acque aponesi può servire al geologo di ottima scorta per decidere della qualità del suolo dal quale scaturiscono.

Negli anni addietro le connessioni reali di un'acqua minerale col terreno da cui sembra partire, si sono poco studiate; e quantunque si possieda gran numero di trattati sopra le acque medicinali, ciò non ostante si può dire che più si è osservata la loro influenza sopra la salute e la loro composizione chimica, di quello che considerata si abbia la natura del terreno d'onde hanno avuto

(1) Se il quarzo non ha potuto esso pure ricevere la forma cristallina, ciò vuol dire che la polarità cristallifica delle sue molecole è meno forte di quella che tende a ravvicinare le molecole del feldspato, le quali formando nel granito l'ingrediente principale, debbono anche per questo titolo essere le prime a cristallizzare. Applicando questi principii ai caratteri che presenta il granito, li troveremo in perfetto accordo con le osservazioni. Nelle masse compatte di granito vediamo che il feldspato ha sempre una figura che più si avvicina alla regolare, mentre la mica ed il quarzo sono più di sovente in frammenti di figura indeterminata.

(2) Corniani *Memoria sopra la petroselce perlata dei Colli euganei*, ov'è inserita l'Analisi di Melandri. Venezia 1810, in 4.°

principio; per lo che non è a maravigliarsi se ancora non possediamo osservazioni relative ad un argomento così interessante, qual è quello che presentemente ci occupa. Malgrado a ciò, sembra nulladimeno indubitato che molte acque minerali partano da terreni lontanissimi da quelli che danno ad esse l'uscita; ed è questo il caso di tutte le acque impregnate di sali o di acidi che sono estranei al suolo sul quale noi le vediamo raccolte.

Fissando per ora la nostra attenzione sulle termali di Abano, cerchiamo di corroborare vieppiù il concetto che abbiamo esternato circa la natura della roccia da cui prendono la loro origine.

Se il calorico che rende molto alta la temperatura dell'acqua aponese ci ha servito di guida per giudicare della profondità da cui essa parte, sembrami che la presenza delle trachiti possa egualmente palesare l'indole del suolo da cui l'acqua ha avuta la sua origine; perciocchè le trachiti, come abbiamo già detto, voglionsi universalmente considerare rocce di trabocco, uscite dalla parte inferiore dei graniti in virtù di una potente forza vulcanica. Un fatto che mette fuori d'ogni contestazione la provenienza delle trachiti euganee è quello di vedere inviluppati nella masegna, con cui furono lastricate le strade di Padova, grossi pezzi di granito bianco che ha molta conformità col granito delle alpi tirolesi. Questo fenomeno, oltre di raffermarci nella opinione che noi abbiamo concepita sulla origine delle trachiti, ci chiarisce eziandio che non tutte queste rocce si sono generate sotto la influenza d'un egual grado di calorico, e che la intensità del fuoco, che produsse la masegna, non potè essere ugualmente attiva su tutti i punti dell'enorme massa del granito, giacchè alcune parti di essa sono state sottratte alla comune fusione, e conservarono intatti i loro primitivi caratteri.

Quanto alla opinione che le Terme euganee si formino nei graniti diremo finalmente, che tutti i geologi convengono fra loro nell'assegnare alle acque calde di diverse contrade una tale provenienza. Di fatto dalla pluralità delle ricerche instituite da Palassau, da Charpentier, e da altri naturalisti, per iscoprire il terreno dal quale spicciano le termali de' Pirenei, apprendiamo che tutte nascono dal granito, e tutte contengono sali alcalini ed idrogeno solforato. Le acque calde di Wildbad nel Salisburghese, quelle di Carlsbad nella Boemia, e di Wisbaden presso Magonza, come pure le altre di Landeck nella Slesia, hanno, per le attestazioni di de Buch, la medesima derivazione. (*Dictionnaire des Sciences naturelle*. Article *Eau*. Tomo decimoquarto.) Lo stesso dire si può delle Terme portoghesi illustrate da Link, le quali scorrendo attraverso terreni

granitico-calcarei, contengono gli stessi ingredienti che si sono trovati nelle acque di Abano.

Da questi confronti bastevolmente si comprende che le acque aponesi debbono prendere principio da una roccia che negli Euganei non si vede all'esterno, ma che nulladimeno si dà a conoscere per granito; giacchè se la masegna contiene pezzi di questa roccia, e se dal granito o dal gneiss hanno uscita tutte le termali di Europa, sarà sempre ben dedotto il giudizio, che quelle ancora del Padovano abbiano la medesima origine. Ciò ch'è noto, dice il sommo Breislak, deve servire di norma per indagare ciò ch'è ignoto, e molte verità geognostiche si sono conosciute per mezzo dell'analogia. (*Institutions géologiques*, §. 273.)

Tali sono le riflessioni a cui ha dato motivo la curiosità di sapere da quale profondità e da quale roccia provengano le termali di Abano. Qualunque esse sieno, o Signori, io le abbandono al vostro saggio e sperimentato giudizio. Io non bramo che di fare un passo verso la verità: se invece di avvicinarmivi mi fossi allontanato, sarò pieno di riconoscenza verso chi vorrà prendersi la cura di ricondurmi sul retto sentiere.

OSSERVAZIONI

Le termali aponesi attinte alla fonte hanno un sapore salato, nauseante, amarognolo. Chiuse esattamente in vasi di vetro, conservano a lungo l'odore e il sapore; ma se mal custodite, perdono l'odore epatico ed una parte dell'amaro, benchè oltre la separazione dei gas, niun'altra apparente scomposizione succeda degli altri principii. Il calore è vario, secondo le varie sorgenti, e secondo la diversa loro profondità. Il ch. prof. Mandruzzato lo trovò dai 24 gradi fino agli 80 del termometro reaumuriano, e si avvide che alla superficie è sempre qualche grado minore di quel che sia al fondo. Il peso specifico di alcune delle sorgenti non supera punto quello dell'acqua distillata, malgrado i sali che in esse vi sono disciolti (1).

Gli spruzzi d'acqua torbida che friggendo escono dal fondo dei ricettacoli, portano fuori quella melma o brodiglia, che appena alzata di pochi pollici dal letto, ricade sulla stessa linea della sua elevazione, e va a formare il fango ter-

(1) Le analisi chimiche instituite dal ch. prof. Mandruzzato sopra venti libbre d'acqua presa in cinque diversi circondarii termali, fanno sapere che quattro sono gl'ingredienti fissi che le compongono, con quella varietà di misura che descrive la tavola seguente:

male (1). Questo risultò al ch. prof. Mandruzzato composto dei principii stessi che si riscontrano nelle acque, astrazione facendo delle sostanze che sono il prodotto del successivo disfacimento di corpi organizzati che dalle sponde umifere della fonte cadono nell'acqua e si affondano. Il limo termale è di tinta cinereo-oscura, dolce al tatto, misto talvolta a ciottolini ora calcarei ora selciosi, i quali per la loro piccolezza vengono messi in movimento dai gas e dalle polle stesse che passano attraverso la massa limosa del letto termale. I fanghi che più contengono frammenti di roccie o calcarie o selciose, sono quelli di Calaona nel Comune di Este. Questi fanghi conformati in polle, e poscia fatti essiccare all'aria, ricevono l'aspetto di una pudinga a piccoli elementi.

Nel fondo delle Terme più ferventi non vi alligna pianta alcuna, nè vi alberga verun animale; vegetano però le alghe in quelle Terme che in generale non oltrepassano il 40° gr. di calore, e vivono le paludine in quasi tutti i rivoli ove il termometro non segna una temperatura maggiore di 35 gradi di Reaumur. Alcune delle alghe viventi nelle Terme euganee si danno altresì a vedere nelle acque fredde, avendo il ch. prof. Pollini osservato che la *Conferva quinina* di Müller e la *Conjugata angulata* di Vaucher, per lui vedute nelle Terme di S. Elena, si ripetono nei fossati e nelle paludi del Veronese (*Biblioteca Italiana*. Tom. VII. pag. 417). Lo stesso dobbiamo dire dei molluschi finora osservati nelle Terme euganee, benchè ad uno di essi Linneo abbia dato il nome di *Turbo thermalis*. Non v'ha più dubbio che la paludina muriatica (*Turbo thermalis*) e la paludina impura non sieno chiocciole cui è dato di vivere tanto nelle acque calde di Abano, come nelle fredde. Io vidi la prima nell'acqua del Brenta resa salmastra per la sua vicinanza alle lagune, e la vidi

	Muriato di soda	Muriato di calce	Solfato di calce	Carbonato di calce
Acqua di S. Pietro Montagnone	gr. 187	24	45	17
——— della Casa Nuova	» 298	54	136	32
——— di Montegrotto	» 246	44	104	24
——— di S. Elena	» 166	12	34	12
——— di S. Bartolommeo . . .	» 152	10	30	12

(1) Questo fango naturale vuolsi distinguere dal fango artificiale che serve agli usi medici, il quale si cava dai fossati circonvicini per trasportarlo in fosse scavate nel suolo bagnato da una o più sorgenti. (Mandruzzato)

presso Moranzano, ove ricopre i sassi delle sponde; e ravvisai la seconda in un gran numero di acque palustri delle Provincie venete (1).

Nel novero dei prodotti termali dev'essere registrato lo zolfo, che trovasi sotto forma di cristalli aciculari in certe cavità che vi sono ai margini di quelle acque, e che danno accesso ai gas da esse abbandonati. Per quello che spetta all'origine dello zolfo euganeo, pare che non si generi a secco, ma sia stato dapprima combinato all'idrogeno, e formasse con questo gas l'acido idrosolforico.

Faloppio scrisse che lo zolfo si trova in più luoghi delle Terme padovane, massime nella fredda stagione, in cui i vapori sulfurei possono condensarsi e somministrare lo zolfo; e questa sentenza del Faloppio fu poi ripetuta dal Vandelli, dal marchese Orologio, e da altri naturalisti. Il prof. Mandruzzato non seppe sulle prime accomodarsi all'opinione di questi autori, e mise in dubbio l'esistenza dello zolfo nelle termali, non avendo egli stesso potuto verificarla in veruna di quelle sorgenti. Ma ecco ciò che avvenne: in un taglio fatto ai margini della fonte di Montiron per dare un più basso e diverso sfogo all'uscita dell'acqua, si scoprì dei vani irregolarmente intonacati di minutissime cristallizzazioni di zolfo; e allora fu che il nominato ch. Professore pubblicò la sua Memoria sulla presenza di questo combustibile nelle Terme di Abano.

(1) Meritano di essere lette le belle osservazioni fatte dal marchese Orologio sopra la paludina muriatica che vive copiosa nelle termali aponesi. Si avvide questo dotto che la tinta bruno-fosca non è propria del guscio, ma dell'animale che dentro vi alberga; perciocchè tutte le volte che separò il mollusco dal guscio, quest'ultimo gli apparì bianco-perlaceo, e dotato di molta trasparenza. Instituì molti sperimenti per riconoscere se questi animali potevano resistere ad un calore maggiore dei 35 gradi, ove godono particolarmente di soggiornare; e osservò che, portata la temperatura ai gradi 45, essi divenivano letargici; e che, accresciuta ai gradi 48, perivano. Ciò fatto, volle parimente riconoscere quanto fossero sofferenti al freddo. Valendosi di apparati molto acconci, giunse a scoprire che al grado 6 sotto lo zero gli animaletti si mantennero in vita vigorosa, e che il grado 10 era per essi fatale, giacchè tutti perirono. Ha fissato quindi il massimo freddo da essi insopportabile fra questi due punti, e stabilì che il grado 8 sotto lo zero non sia sufficiente per farli morire. Da tali sperimenti si apprende che gl'individui della paludina muriatica, nati e cresciuti nell'acqua a 35 gradi di calore, sono sofferenti del freddo più che del caldo. Di fatto, partendo dal grado 35 e discendendo fino al grado 8 sotto lo zero, ch'è il punto ch'essi possono sopportare, contiamo 43 gradi di differenza; laddove non ne abbiamo che 13 di aumento dal loro stato naturale al grado 48, ch'è ad essi fatale per eccesso di caldo. Ecco una differenza di 43 a 13 nella forza di resistenza al freddo in confronto del caldo, cioè a dire come tre e quattro tredicesimi ad uno.

Non si può dire altrettanto della soda solfata e della magnesia solfata, giacchè non havvi nessuna fonte negli Euganei che abbia fama di contenere questi due sali, nè io seppi mai rinvenirne le tracce. Assai più valida della mia è l'autorità del prof. Mandruzzato, il quale afferma la medesima cosa. Sopra quali osservazioni è dunque appoggiato il concetto, che questi sali abbondino nelle Terme aponesi? Io non ne conosco nessuna. È vero che, ove sonovi piriti, ove le rocce magnesiane non mancano, ed ove le lave mostrano di contenere la soda, si può anche trovare i sali che dalla scomposizione di siffatte rocce derivano; ma il fatto sta, che finora nessuno dei viventi naturalisti ebbe la ventura di vedere nè in quelle Terme, nè in altre parti del Padovano, i due sali in discorso. Reca quindi maraviglia che il fu prof. Bimbiolo asserisca di avere ricavato dalle termali di Abano *gran copia di sale amaro e di sale di Glaubero, col fine di metterli in commercio a vantaggio della Medicina*. (*Giornale di Griselini*. Tom. V. pag. 16, per l'anno 1768.)

Giacchè sono in materia aggiungerò alcune poche righe intorno al clima dei monti euganei, il quale sembra non essere lo stesso che altrove, ma più dolce. Il sospetto che la temperatura media sia nel verno più alta presso i Colli che non in Padova, si fece in me più grande tutte le volte che da questa città mi sono recato ai Colli medesimi per fare delle osservazioni, o per altre mie incombenze. Non arrischierei ritrarre alcuna sicura conseguenza da ciò che ho provato io stesso circa la differenza che v'ha tra il clima di questi due luoghi; imperocchè, per aggiungere valore al sospetto che mi sono creato, converrebbe instituire quelle osservazioni termometriche di confronto ch'io non ho nè il tempo, nè l'opportunità di fare. Ma poichè senza volerlo mi sono impacciato in questo argomento, cercherò addurre alcuni fatti che fanno fede della dolce temperie del clima euganeo, in confronto di quello degli altri paesi veneti.

Nel giorno 2 Febbrajo del corrente anno (1836) il signor Tommaso Padrecca, taxidermista dell'Imp. Regia Università di Padova, prese due ramari (*Lacerta viridis* Linn.) ch'ei vide solitarii lungo gli argini del Bacchiglione presso la Battaglia, e li recò vivi al Gabinetto di Storia naturale. È soggetto di maraviglia il vedere in quella stagione un rettile che negli altri paesi dello Stato veneto vive abitualmente assiderato tutto l'inverno e gran parte della primavera; e tanto pur ciò dee riuscire di sorpresa, in quanto che il freddo piuttosto gagliardo del Gennajo 1836 continuò a farsi sentire in Padova per varii giorni anche nel Febbrajo successivo. Se questa circostanza non fosse sufficiente per dar peso al nostro assunto, altre ne possiamo addurre per appoggiarlo mag-

giormente, o per dimostrare che nei Colli padovani l'inverno viene sostituito da una tepida primavera, od almeno da un clima più clemente di quello dei paesi circonvicini; e sono queste: le piante calide che ivi allignano ad un'altezza di duecento e più tese sopra il livello del mare (1). Per quanto spetta alle piante, noi sappiamo che gli alberi delle vette euganee, quando finisce l'autunno, indugiano oltre l'usato a spogliarsi delle foglie, mentre all'avvicinarsi della primavera si affrettano a far pompa dei fiori alquanti giorni prima che le piante legnose degli orti di Padova diano segni di frondescenza e di fioritura.

(1) Fra le piante che il ch. abate Romano incontrò fiorite sui Colli euganei, e che soltanto sogliono crescere in paesi più meridionali, ci contenteremo registrare qui le seguenti:

Salvia viscosa.
——— sclarea.
Valeriana rubra.
Polypogon monspeliense.
Briza maxima.
Stipa Aristella.
Asperula odorata.
Cynoglossum pictum.
Onosma echioides Smith.
Convolvulus Cantabrica. (Cresce sulle cime del monte Venda, che ha 296 tese di elevazione sopra il livello del mare.)
Bupleurum Odontites.
Juncus acutus.
Erica arborea.
Laurus nobilis.
Punica ceranatum.
Cercis siliquastrum.
Arbutus Unedo.
Silene armeria.
Caparis spinosa.
Delphinium peregrinum.
Lycopus exaltatus.
Melitis Melissophyllum.
Vites Agnus castus.
Hesperis matronalis.
Xeranthemum inapertum.
Aster Tripolium.
Helleborine Lingua.
Celtis australis.
Diospyros Lotus.
Cistus laurifolius.
——— salvifolius.
Pistacia Terebinthus (*).

(*) Romano. *Sulle piante fanerogame euganee*. Padova 1831, in 8.°

INTORNO

A CAJO VALERIO FLACCO

PADOVANO

AUTORE DEL POEMA INTITOLATO L'*ARGONAUTICA*

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XIII FEBBRAJO MDCCCXXVII

DAL SOCIO ATTIVO

ABATE ANTONIO NODARI

Girolamo Tiraboschi, nome caro e glorioso all'italiana letteratura, mi offre opportunità di trattenervi in questa Tornata, o dotti Accademici, sopra una sua opinione, dalla quale io dissento con quella riverenza che ben si deve a tanto uomo, e col solo avviso di assoggettare le mie opposte ragioni alla saviezza del vostro imparziale giudizio. Pertanto io vi trascrivo tosto quanto egli pensò dell'*Argonautica* di Cajo Valerio Flacco. « Intorno a Cajo Valerio Flacco vi è » contesa tra que' di Sezze che il vogliono lor cittadino appoggiati al cognome » di Setino che a lui vedesi attribuito, e i Padovani che il vogliono loro fon- » dati sull'autorità di Marziale, che *speranza ed alunno della città di Ante-* » *nore* lo appella. Noi lasceremo, secondo il nostro costume, ch'essi contendano » tra loro, rimettendo chi sia vago di saperne più oltre alla prefazione premessa » da Pietro Burmanno alla magnifica edizione ch'egli ci ha data di questo poeta » l'anno 1724 in Leyden, ove riferisce ed esamina le ragioni che da amendue » le parti si arrecano. Assai poche sono le notizie che di lui ci son pervenute. » Sembra ch'ei fosse povero, poichè Marziale nell'accennato epigramma lo esorta » a lasciar da parte l'inutile poesia, e a volgersi al Foro, molto più vantaggioso. » Quintiliano ne parla in modo, che pare molta stima ne avesse, o a meglio » dire molta espettazione, dicendo: *Molto abbiamo di fresco perduto in Va-*

» *lerio Flacco*. Colle quali parole sembra accennare che, se fosse più lunga-
» mente vissuto, sarebbe ei pur divenuto un valoroso poeta; e insieme ce ne ad-
» dita a un dipresso il tempo della morte, cioè l'impero di Domiziano, in cui
» Quintiliano scriveva = Di lui abbiamo un poema intorno alla celebre spedi-
» zione degli Argonauti, ma non intero o perchè il poeta non potesse condurlo
» a fine, o perchè ne sia perita l'estrema parte. Al qual difetto cercò di supplire
» Giambattista Pio bolognese compiendo il Libro ottavo, e aggiungendone due
» altri. In questo poema prese Valerio Flacco ad imitare in parte e in parte a
» trasportare dal greco in latino il poema che sull'argomento medesimo avea già
» scritto Apollonio da Rodi. = Se volessimo seguire il parere di Gasparo Bar-
» tio, dovremmo avere Valerio Flacco in conto di uno dei migliori poeti dell'an-
» tichità, sì grandi sono le lodi ch'egli ne dice. Ma questo autore, quanto si
» mostra diligente ricercatore dei tempi e dei costumi antichi, altrettanto poco
» felice giudice si dà a vedere comunemente del merito degli antichi scrittori.
» E certo a chiunque dalla lettura di Virgilio passa a quella di Valerio Flacco,
» sembra di passare da un colto ed ameno giardino a uno sterile ed arenoso
» deserto. Nè io penso che questo poeta debba aver luogo tra quelli che per
» volersi spingere tropp'oltre abusarono del proprio ingegno, come Lucano; ma
» sì tra quelli che a dispetto della natura vollero esser poeti. E a me par di ve-
» dere in Valerio Flacco un uccello che, avendo tarpate le ali, è costretto ad
» andarsene terra terra; e se talvolta osa levarsi in alto, non può reggersi sulle
» penne, e cade. E forse nel sopraccitato epigramma, che Marziale gli scrisse,
» non solo volle distoglierlo dal poetare, come da mestiere di poco frutto, ma
» ancora come da arte a cui dalla natura non era fatto. Il che pare ch'egli in-
» tendesse singolarmente con quelle parole:

Quid tibi cum Cyrrha? quid cum Permessidos unda? »

Così il Tiraboschi dà fine (1) al suo parere intorno a Cajo Valerio Flacco, cioè con una conghiettura tanto vaga e contraria al vero, che a me sembra propriamente non abbia egli usato della sua solita matura attenzione nel leggere tutto intero questo epigramma. Io ve lo recherò come sta scritto, e perchè mi giova da questa ultima accusa incominciar la difesa, e perchè mi apre assai facile l'adito all'altro suo dubbio intorno al giudizio di Flacco dato da Quintiliano, e poi a quello che spetta alla patria del nostro poeta. L'epigramma è il settantesimosettimo del primo Libro.

(1) Tiraboschi *Storia della letteratura italiana*. In Venezia MDCCXCV. Tom. II. pagine 72-73.

O mihi curarum pretium non vile mearum,
Flacce, Antenorei spes et alumne Laris,
Pierios differ cantusque chorosque Sororum,
Aes dabit ex istis nulla puella tibi.
Quid petis a Phoebo? nummos habet arca Minervae:
Haec sapit, haec omnes foenerat una Deos.
Quid possent hederae Bacchi dare? Palladis arbor
Inclinat varias pondere nigra comas.
Praeter aquas Helicon, et serta lyrasque Dearum
Nil habet, et magnum sed perinane Sophos.
Quid tibi cum Cyrrha? quid cum Permessidos unda?
Romanum propius divitiusque Forum est.
Illic aera sonant; at circum pulpita nostra
Et steriles cathedras basia sola crepant.

Chiunque per poco consideri un tal epigramma, certamente avverte che Marziale ebbe per fine primario di provvedere allo stato povero di Valerio Flacco, il quale così era appunto perchè alla poesia piuttosto che all'arte forense applicava il suo ingegno. Egli descrive il costume de' suoi tempi ai poeti in ogni età quasi comune, cioè quello di profondere loro applausi e lodi in luogo di utili compensi. Che poi sia fallace la interpretazione del verso *Quid tibi cum Cyrrha? etc.*, ben lo s'intende dall'altro verso con tutta chiarezza espresso: *Pierios differ cantusque chorosque Sororum;* in cui Marziale, conoscitore della poetica vena di Flacco, lo eccita non già ad abbandonare la poesia, come s'immagina il Tiraboschi, ma sì bene a differire alquanto il geniale suo studio, perchè prima pensasse alle necessarie cose famigliari ed ai convenevoli agi della vita. E più evidentemente ancora si scorge nei versi susseguenti; chè quel *Quid tibi cum Cyrrha? etc.* non ha il significato datogli dal nostro Cavaliere, cioè: *Che hai tu a fare con Cirra?* ma sì veramente: *Che utile tu traggi da Cirra?*

Quid tibi cum Cyrrha? quid cum Permessidos unda?
Romanum propius divitiusque Forum est.
Illic aera sonant; at circum pulpita nostra
Et steriles cathedras basia sola crepant.

Nè maggior forza aver può l'altro dubbio intorno alla sentenza di Quintiliano, ch'egli vuol dettata più per espettazione, che per valore di merito. *Nuper*

in Valerio Flacco multum amisimus (1). Bisogna disconoscere l'ingenuo e pesato stile di quel dotto maestro, per interpretare di questo modo un giudizio che da sè apertamente si spiega, senza uopo di alcun commento. Quando Fabio afferma che Roma perdette molto in Valerio Flacco, vuol dire che il nostro poeta avea dati saggi così luminosi del suo inspirato ingegno da farne sentire tutta l'acerbità della morte di lui, che tanto meritò sin dagli anni più verdi, e vivendo potea assai più meritare dell'arte poetica. E poi come può il Tiraboschi aggiungere che l'assennato Quintiliano con queste parole accennò, che *se Flacco fosse più lungamente vissuto, sarebbe ei pur divenuto un valoroso poeta;* quando per suo pensiere Flacco nell'*Argonautica* volle essere un poeta a dispetto della natura, ec. ec.? Egli è certo che un tal uomo non riuscirà giammai valente in poesia. Adunque fa mestieri inferire: che o Quintiliano fu d'assai grosso ingegno nell'elogio quanto più breve altrettanto più pieno onde onorò Valerio Flacco; o che, siccome par cosa più acconcia, ripugna la interpretazione aggiunta alle sue parole dal celebre storico dell'italiana letteratura.

In quanto appartiene alla patria del nostro poeta osservo, che come prudente fu il consiglio del Tiraboschi nel rimettere i curiosi al Burmanno, così a lui era facile ed anco dicevole il decidersi per Padova, invece di dubitare che possa essere stata la picciola Sezze nella Campania. Io non mi dilungherò in su tal punto; perocchè Marziale, contemporaneo ed amico di Valerio Flacco, è da anteporsi a qualsiasi altro testimonio o critico posteriore. Nel sovraccitato epigramma così scrive: *Flacce, Antenorei spes et alumne Laris.* Nel sessantesimosecondo dello stesso Libro, che il Tiraboschi trascura di ricordare, per guisa determina la patria di Flacco, che a dinegarla sarebbe d'uopo contraddire che Padova o la sua provincia non sia stata patria di Tito Livio e di Lucio Aruncio Stella; anzi converrebbe professare tal pirronismo, da non credere più patria di Catullo Verona, di Virgilio Mantova, con tutte le altre città e luoghi nominati in questo epigramma, che sono la patria ben nota di que' celebri letterati e filosofi. Compiacetevi di udire a parola riportato un tale componimento, indiritto al suo amico e concittadino Liciniano.

Verona docti syllabas amat Vatis;
Marone felix Mantua est.
Censetur Apona Livio suo tellus,
Stellâque nec Flacco *minus.*

(1) *Institution.* Lib. X. Cap. I.

Apollodoro plaudit imbrifer Nilus;
Nasone Peligni sonant;
Duosque Senecas, unicumque Lucanum
Facunda loquitur Corduba.
Gaudent jocosae Canio suo Gades;
Emerita Deciano meo.
Te, Liciniane, gloriabitur nostra,
Nec me tacebit Bilbilis.

A parer mio è da riputarsi questo epigramma più una storica memoria della patria dei sovrallodati uomini illustri, che un poetico lavoro. Pertanto io fermamente tengo padovano di patria l'epico Valerio Flacco. Che se ciò è, così mi ajuti la patria carità com'io bramo di provare che il Bartio, benchè straniero, ebbe assai miglior senno nel suo giudizio sopra Valerio Flacco, di chi nazionale gli tolse o cercò di oscurare la molta sua gloria in una maniera affatto ingiuriosa.

Imperocchè vera ingiuria è l'affermare *che il poema di Valerio Flacco sia uno sterile ed arenoso deserto; ch'egli è un poeta a dispetto della natura; e che si mostra simile ad un uccello, che colle ali tarpate o deve andarsene terra terra, o levandosi in alto cadere.* So che l'autorità d'un Tiraboschi è contro me un'avversaria assai potente; ma so ancora, che presso Voi ha maggior forza la ragione. Da questa guidato, mi fo a dimostrarvi che il nostro Flacco fu per immaginazione, per sentimento e per istile un epico poeta informato dalla natura e perfezionato dall'arte così, che più d'ogni altro epico latino accosta il sommo Virgilio.

E siccome nelle cose primamente, e poi nella esposizione la essenza e le forme consistono d'ogni genere di poesia; però a dinotarvi che Valerio Flacco fu davvero un eroico poeta, io comincierò da breve, ma quanto più per me si potrà completa analisi di tutto il poema che di lui ci resta; e quindi vi recherò alcuni saggi in diverso stile esposti e lavorati. Dalla nuda e semplice narrazione dei poetici avvenimenti da esso inventati, o d'assai migliorati, potrà ciascun di Voi vedere se d'epico ingegno vada egli fornito. Laonde ho in animo di abbozzarvi le primarie tinte di questa eroica tela con altri colori, cioè coi nostri e comuni, affinchè la essenza poetica, anche spoglia delle sue forme, ingenua e bella risplenda. Tanta è la mia fiducia che si avveri anche nel caso nostro quanto di Ennio pronunciò un giorno Orazio allorchè disse, che non già nella versificazione, ma sì nel concetto sta posta la vera poesia; di modo che se pur quella si sciolga, rimane in questo la natura poetica.

. . . . *Ut si solvas:* postquam discordia tetra
Bellis ferratos postes, portasque refregit:
Invenias etiam disjecti membra poetae (1).

Dichiaro alla fine, che oltre la necessità di questa precipua prova contro il Tiraboschi, anche la mancanza di siffatta analisi in tutti i commentatori da me trascorsi m'impegnò viemaggiormente a vincerne la molta fatica colla dolce speranza ch'essa tornar debba utile a meglio intendere e a parte a parte gustare l'intero poema.

ANALISI

DELL'*ARGONAUTICA* DI CAJO VALERIO FLACCO

PADOVANO

LIBRO PRIMO.

Colla semplice chiarezza prescritta da Orazio, e avanti di lui praticata da Omero, il nostro Flacco propone l'argomento del suo poema, cioè gli stretti di mare primamente fatti accessibili agli Argonauti, e la fatidica nave, che trapassando le mobili e fino allora impenetrabili rupi cianee, osò di entrare nello scitico fiume Fasi, ed alla fine venne aggiunta nuova costellazione all'Olimpo. Segue la invocazione di Febo, ch'è tutta particolare al poeta, ed un'apostrofe assai insinuantesi a Vespasiano. Quinci espone brevemente la causa dell'argonautica spedizione. Pelia, gravoso e lungo spavento ai popoli della Tessaglia e della Macedonia, zio del valoroso giovine Giasone, atterrito dagli aruspicii e dai vaticinii, vuol perdere un tal nipote; ma con finissimo accorgimento, ch'è quello di additargli un nuovo e lontano campo di gloria, in cui dovesse necessariamente soccombere. Adunque lo chiama a sè, e colla simulazione di volto cortese e di lusinghiere parole l'eccita a vendicare la morte de' suoi congiunti Frisso ed Elle, veleggiando alla volta della Colchide a fine di riavere il tessalo Vello d'oro, futura ricchezza e felicità della patria. Giasone, ancorchè di verde età, s'accorge della frode e dubita fra sè, fino a tanto che la gloria e la religione lo esortano e l'infiammano alla generosa conquista. Supplice invoca l'ajuto di Giunone e di Pallade, giacchè nel favore di queste Dive sa che tutta può consistere la sua forza e il suo consiglio. Accolti i voti, Pallade discende in Tespia città della Beozia, ed ordina ad Argo la nave. Giunone sparge per le città della

(1) Horatius Lib. I. Sat. IV. v. 60-63.

Tessaglia e della Macedonia il grido della gloriosa spedizione. Un comune disío di fama e d'onore convoca insieme il più bel fiore e nerbo dei greci eroi. Tra questi v'accorre il primo Ercole; nè può impedirnelo la implacabile matrigna, perchè la primaria gioventù greca insieme unita e la nescienza del comando a lui dato da Euristeo per questa impresa la rattengono dall'adunargli contro i venti e le procelle. Però volge altrove il guardo, e propriamente là dove si fabbricava la nave, a cui Pallade metteva in sulle antenne le vele. Intanto ad Argo già costrutta e finita si aggiungono varie pitture, tutte opportune e maestrevolmente adombrate. Ma Giasone non si vede ancora sicuro; chè anzi tenero de' suoi genitori, vuole almeno aver seco Acasto figliuolo di Pelia. Un'aquila con lieto augurio gli accerta questo disiato conforto. Nel mentre ch'entra la reggia del tiranno, per caso s'incontra in Acasto, a cui ingegnosamente persuade di seguirlo in così nuovo e meraviglioso cimento. Questi gli dà promessa di farlo anche senza la saputa del padre. Allora Giasone invita i raccolti compagni a trasferire la nave nel mare. Lo che felicemente eseguito fra gli applausi dei lieti eroi e la dolce armonia della cetera di Orfeo, s'innalzano altari e si scannano vittime ai principali Numi dell'onde. Divota e fervida suona la preghiera del duce al sommo Nettuno. Senonchè il vate Mopso terribile in viso spaventa con sinistre predizioni quell'animoso drappello. Ma il placido augure Idmone lo riconforta, e si passa a lieto banchetto. Chirone allora conduce al padre Peleo il fanciullino Achille, dalla cui fronte traspira e brilla il futuro valore. Giunge la notte, ed Orfeo acconciamente canta agli Argonauti l'infelice fine di Elle e di Frisso, e gli accende vieppiù alla vendetta, ed alla riconquista del Vello d'oro. Poi tutti si danno al riposo. Il solo Giasone veglia, chè grave cura l'opprime nell'abbandonare i vecchi genitori in balía del crudele suo zio. La quercia dodonea, posta da Minerva a tutela della nave, si presenta a lui appena preso da leggier sonno, e lo sollecita a sciogliere le vele, promettendogli l'ajuto dei Numi maggiori ed il suo. Spunta l'aurora, e gli eroi si congedano dai proprii parenti. Il distacco di Giasone da' suoi genitori è dei più teneri e vivi. Poi segue il novero degli Argonauti ch'entrano nella nave, e danno di piglio al remo, od attendono ad altri convenevoli uffizii. Sono tutti variamente descritti dietro i particolari loro caratteri, o natali o virtù. Si sciolgono le funi, e le madri e le mogli ed i parenti coll'affollato popolo riguardano tra i sospiri e l'ammirazione la nave fino a che dai loro occhi non mai sazii si dilegua. Giove dal cielo applaude a tanto ardimento, e gl'Iddii tutti, nonchè particolarmente le Parche. Il solo Febo se ne mostra dolente, perchè gli sta a cuore Eeta suo

figliuolo, re della Colchide, e per lui prega Giove. Questi risponde che al Fato non si può resistere, e ch'era omai giunto il tempo nel quale i Greci doveano penetrar quelle terre, e via portare la figliuola di Eeta insieme al vello d'oro. Però non si attristasse, poichè avvenuto pur sarebbe che un pastore d'Ida avría rapita un'altra donna greca, sterminio del trojano impero, e in seguito succederebbero altri avvenimenti or favorevoli a questa nazione ed or a quella: chè tal era il volere dell'immutabile Destino. Ciò detto, abbassa le folgoranti pupille sui generosi Argonauti, e giù manda dal cielo una fiaccola, che coi divini suoi raggi gli accende e rincora. Il freddo Borea sdegnato contro la fortunata nave ricorre ad Eolo, ed ottiene che questi sprigioni i Venti, i quali agli estremi pericoli traggono gli Argonauti, e solamente da Nettuno possono essere placati, e risospinti alla lor carcere. Teti e Nereo ristorano lo squassato legno, e Giasone pietoso offre una libazione al gran padre dell'onde, e fa voto d'innalzargli sculta la sua immagine in tutte le città dell'Emonia. Ogni cosa è tranquilla. Quando all'animo del tessalo duce si affaccia il terribile sospetto che Pelia irritato per la occulta partenza di Acasto infierisca contro gl'innocenti suoi genitori. Nè s'ingannò quel sentimento filiale; perciocchè il tiranno, montato in furore, medita la più cruda e presta morte a quei miseri parenti. Frattanto Alcimeda seguíta da Esone offeriva al tartareo Nume ed alle Ombre dello Stige un sagrifizio, ed invocava alcuno dei consanguinei antenati a significar loro che n'era di Giasone. Creteo padre di Esone apparisce, e li conforta rispetto al figliuolo, il quale naviga sicuro, e ne tornerebbe trionfante. Ma gli atterrisce rivelando la pronta e fiera vendetta contro di essi già preparata dall'inesorabile tiranno. Indi gli esorta a discendere volonterosi tra le anime pie dell'Eliso. Esone è in dubbio che far deggia; ma animato dalla voce e dalla preghiera della stessa moglie, s'accinge ad immolare il nero toro; e coltolo per le corna, prima di scannarlo invoca le anime benedette dei pii, perchè li ricevano nel beato giardino; e poi chiama Astrea, perchè li vendichi delle ingiuste crudeltà e dei danni sofferti dall'empio fratello; e poi impreca a costui l'ultima maledizione, e le pene più barbare e lunghe: alla fine immola il toro. Egli il primo avvicina alla bocca il veleno, che a lui ed alla moglie appresta la massima tra le Furie, e muojono insieme. Entrati i ministri del despoto, li trovano estinti; e ad essi pure aggiungono acerba vittima l'imberbe figliuolino, che spaventato ed attonito stavasi sul limitare.

Crudele invero e tragico avvenimento, che il poeta però allevia dipingendo tosto la quieta e gioconda amenità dell'Eliso, dove Creteo conduce il figliuolo

e la nuora, mostrando pur loro a sinistra la porta dell'Averno, per cui Pelia discenderà dannato al più duro ed eterno supplizio.

LIBRO SECONDO.

Giunone si adopera con ogni maniera di previdenza perchè non giunga la fama di tanta sciagura a Giasone, il quale naviga felice verso Lenno. La varietà poetica, congiunta colla geografica esattezza, diletta insieme ed addottrina il lettore, che dalla Tessaglia a Lenno vuol conoscere l'isole e i principali luoghi intermedii, e le memorande avventure in essi accadute. Gli Argonauti avean già trascorsa Pallene, orrenda rupe degli affogati Giganti, allorchè buja notte loro nasconde ogni cosa, e vi sparge alto spavento. Pur si tranquillano dopo una dotta parlata dell'astronomo Tifi; e rinfrancate le forze col cibo e col vino, s'accostano a Lenno. E qui con molto avvedimento il poeta descrive Vulcano giù precipitato dal cielo, e soccorso da questi isolani; il culto che più solenne gli si offerse quando nuovamente fu accolto nell'Olimpo; e l'abbandono dell'ara di Venere dopo l'onta sofferta delle catene con Marte. Egli è però che la sdegnata Diva anela alla vendetta, e ne coglie il destro appunto allora che quei di Lenno aveano sconfitti i Traci, e via conduceano le lor donne quali schiave. Ella si tramuta in Furia, e va in cerca della Fama, e la manda ad invasare il petto di Eurinome moglie di Codro sotto le mentite spoglie della sua amica Neera, e poscia col mezzo di questa fa sedurre tutte le altre, divulgando ovunque che le tratte donne dalla Tracia non saranno già schiave, ma sì bene padrone di quelle di Lenno. Odesi in prima dubbioso bisbiglio, poi romoreggia femminile trambusto, finalmente infuria gelosa manía. Venere sotto la forma di Driope si fa loro innanzi, già tutte uscite dalle stanze maritali e paterne, e fieramente le inaspra e dementa per guisa da trarle nella ferma risoluzione di un generale ammazzamento di tutti i maschi. L'accordo è giurato. All'arrivo degli uomini a Lenno si finge allegrezza e tripudio, si banchetta a notte avanzata, e quindi nel primo sonno si comincia l'orrenda strage. Ciprigna ne dà prima l'esempio, e tutte le altre alla foggia di tigri uccidono e sbranano padri, mariti e figliuoli. La sola Issifile risparmia la vita al genitore Toante, e lo salva con fuga industriosa. Ella poi sa di maniera coprire la pietosa azione, che merita d'essere trascelta a regina. Appena siedeva in soglio, che arrivano gli Argonauti, i quali, mercè di Venere placata da Vulcano, e degli avvisi dati alle donne di Lenno dalla profetessa Polisso, vengono invitati da Ifinoe ambascia-

trice a discendere dalla nave, e sono ospitalmente accolti dalla femminile signoria di quell'isola. Ma no 'l fosse stato mai; perocchè gli Argonauti divennero d'un tratto effemminati per troppa mollezza e lusso. Alla prima mensa regalmente imbandita Issifile arde d'inusitata fiamma per Giasone, che la ricambia con altrettanta. Le Plejadi colle lunghe lor pioggie e burrasche prolungano la dimora. Venere e Giove medesimo ne sono la cagione. Ercole, che stette per ben quattro mesi mai sempre fermo nella nave, risveglia il primo valore, ed acremente punge il tessalo capitano, e lo sprona alla più pronta partenza. Ne segue il pianto e la costernazione delle donne di Lenno. Or quanto tenero, altrettanto nobile si presenta il distacco d'Issifile dall'eroe Minio; chè questa con miglior senno di Didone resta in vita, e con maggiore speranza e più leale fortezza a lui fra gli altri doni offre una spada, che in vece sua gli sia compagna nella pugna, e gli augura il presto ritoglimento del Vello, e benedice al suo ritorno per l'infante Giasone, che a lei già madre lasciava dolcissimo pegno del suo fedele amore. Continua la geografica descrizione sino a Samo, dove gli Argonauti sono iniziati ai treicii misteri. Indi oltrepassate altre città e l'isola Embro, vanno a fermarsi nel porto Sigeo. Qui Ercole scostatosi alquanto dalla nave con Telamone, vede il miserando spettacolo della esposta Esione alle fauci ingorde della Pristi marina. Ei vuol saperne il perchè, e chi ella sia. La pudibonda e dolente verginella lo mette a parte di tutto colle più affezionate ed eloquenti parole. Già il mostro giganteggia sull'acqua, ed Alcide con un valor tutto suo dopo lunga inutile battaglia finalmente l'opprime con uno smisurato sasso, e poi colla nodosa clava raddoppia di guisa i colpi, che lo esanima e spegne. Tutti n'esultano, e danno nuovi applausi al nuovo eroe. Laomedonte re di Troja, e padre della salvata vittima, non volle attenere in fatto la promessa del dono, ch'erano i cavalli da divino seme generati; anzi medita di uccidere Ercole a tradimento. Ma questi non accetta l'invito di entrare nella reggia, e contento di ricevere il presente al suo ritorno, risale la nave coi compagni. Vanno all'Ellesponto; ed Elle medesima, già fatta diva marina, si affaccia a Giasone, e gli narra il suo tramutamento, e lo eccita a praticare funebri espiazioni al sepolcro del fratello Frisso, e svanisce nelle onde. Giasone la prega di sua protezione; e correndo oltre i gioghi di Percote e Pario e Pitia e Lampsaco, approda al regno di Cizico, tra l'Ellesponto e l'Eusino. Questi accoglie con ogni liberalità gli eroi, e precipuamente Giasone. Dà loro contezza dei truci Pelasghi, i quali non cessano mai di tribolarlo colle scorrerie e colle rapine. Il tessalo duce lo conforta, e valoroso brama che in quella stessa notte vengano

pure codesti barbari alle prove, perchè possano essi dimostrare a fatti la propria gratitudine, ben dovuta alla di lui generosa ospitalità.

LIBRO TERZO.

Dopo tre giorni gli Argonauti si congedano da Cizico nel modo più tenero ed amico. Ora con grande senno il poeta invoca Clio, perchè gli disveli la cagione onde Giove ed Erinni abbiano eccitata così sleale e sanguinosa battaglia tra questi ospiti ingannati ed infelici. Propizia gli fa intendere la Musa, che ciò avvenne mercè di Cibele, la quale volle prendere mortale vendetta di Cizico, che aveale ucciso un leone, e ne sospese le giubbe alle imposte della porta. La Dea infonde il sonno nel petto di Tifi e degli eroi, e la nave rivolgesi indietro, e ritorna al porto di Cizico. I placidi abitatori della città credono d'essere assaliti dai soliti Pelasghi, ed allo squillo della tromba accorrono alle armi. Pane, mandato da Cibele e da Bellona, suscita ovunque il trambusto ed il furore di guerra. Le tenebre impediscono lo scambievole riconoscimento. Si accende la zuffa, nella quale va distinto il valore dei primi Argonauti. Giasone trafigge di propria mano lo sconosciuto suo ospite ed amico Cizico. Giove mette tregua alla pugna. Al primo albeggiare del giorno apparisce l'inganno. Giasone prega e scongiura i fuggitivi a soffermarsi. Una disperata confusione agita gli animi dei Minii, ed in particolare del loro duce, che sè riscontra l'uccisore del benefico re, e prorompe nelle querele più flebili e forti, che mai ascoltar si possano in tal caso da un amico e da un eroe. Altronde si odono i lamenti e gli ululati di Clite fresca moglie a Cizico, dal quale non avea ancora ottenuto un figliuolino, ad immagine e ricordanza dell'amato suo sposo. Una scena cotanto luttuosa ha fine colla descrizione della solenne sepoltura data al compianto monarca. Gli Argonauti per la mestizia non sanno risolversi di dar le vele al vento, e Giasone n'è il più dolente. Però chiama il vate Mopso, e lo invita a spiegargli la causa di questo involontario misfatto, e a dirgli il come si potrebbe farne espiazione. Mopso dottamente dichiara il futuro stato delle anime dopo morte, ed insegna il modo con cui placare si doveva lo Stige, ed astergere sè medesimi da tanta colpa. Ciò praticato, si mettono al mare ed appressano ai vicini lidi della Misia. Ercole seguíto da Ila discende a terra, e penetra il bosco per provvedersi d'un nuovo remo, giacchè avea poc'anzi rotto il suo. Giunone prende tale opportunità per condurre a disperazione l'odiato Alcide. Pertantó con ingegnoso trovato persuade a Pallade di recarsi nella Colchide ad Eeta,

per avvertirlo del presto arrivo di suo fratello Perseo, che con grossa e forte armata moveva contro di lui. Tolto così ad Ercole il soccorso di Pallade, infiamma la ninfa Driope di subitaneo amore per Ila. Poi porge occasione a questo leggiadro giovinetto d'inseguire per lunghi e tortuosi viali un cervo, il quale lui stanca col celere corso, e si sottragge alle sue brame passando a nuoto la corrente d'una fonte. Ila già sfinito si getta supino sulla sponda. Driope in tale atteggiamento lo sorprende, lo piglia, e facilmente via seco lo tragge, mentre indarno chiama Ercole, che lo crede già tornato alla nave. Quando poi Alcide non trovò ivi più Ila, rivola tosto in cerca di lui, e furioso erra e corre qua e là per tutti quei luoghi. I Minii sono in grande pensiero per la costernazione di Ercole, e più degli altri Giasone, che lo riguarda a buon dritto come il più ardimentoso e valente. Giunone manda Zefiro ad agevolare la partenza. Tifi anima il capitano ed i compagni a cogliere il favore del vento. Giasone è costretto di convocare a consiglio gli Argonauti, perchè decidano se meglio giovi il partire, o l'aspettar Ercole. Telamone è di parere che si aspetti. Meleagro gli si oppone con veemente parlata. Quegli sostiene con energica forza di ragioni la sua opinione. Alla fine il voto dei più è di andarsene. Intanto Ercole più non rinviene nè Ila nè i compagni, ed assomiglia ad un leone, che fieramente corruccioso per la prole rapita si sta ritto in sulla strada, lungo terrore ai chiusi e veglianti castellani: il dolore gli ritira entro la fronte i torvi suoi occhi; e domo da miserabile lutto, si lascia giù cadere abbandonata e sordida pel dorso la giubba.

LIBRO QUARTO.

Chi poteva prestare un qualche sollievo ad Ercole così acerbamente trattato da Giunone? Il solo Giove. È quindi ch'egli, impietosito di lui, fa cera brusca alla moglie, e forte ne la rampogna. Poi con rugiadoso néttare addormenta Alcide, che ognora avea in bocca il suo Ila, e ne assorda le selve. In questa dormizione ei vede presente lo stesso Ila, il quale con brevi ma affezionatissime parole lo ristora e rinfranca a sostenere l'irreparabile distacco. Egli si sveglia, e lamentoso volge i passi verso Troja. Intanto Giove, pregato da Latona, da Diana e da Apollo in cielo, e stancato pur dalla voce di Japeto, che manda alti preghi fin dall'Acheronte, sebben l'Erinni gl'impedisca il pregare, invía Iride ad Ercole perchè lo indirizzi al Caucaso, a fine di liberare Prometeo dall'aquila o dall'avoltojo che gli divorava le viscere. Dopo questo episodio assai ingegnoso natural-

mente il poeta torna agli Argonauti, che quantunque lontani da Ercole, pure non possono dimenticarlo qual primo loro nerbo e sostegno. Al sorgere del sole toccano la Bitinia, ove signoreggiava il re Amico senza mura e senza leggi. Barbara costumanza e dispotica violenza esigeva che immantinente fossero uccisi tutti i forestieri di brutte forme e di forze inferme. Che se poi avessero bella e robusta corporatura, erano sfidati alla lotta, nè poteva alcuno sfuggire dalle mani del prepotente tiranno. Nettuno suo padre ne prevede la morte, se ne querela; ma gli conviene cedere al Destino. Giasone fa spiare quei luoghi. L'esploratore Echione si abbatte ad un giovine estremamente addolorato, che seco conduce al Capitano, il quale lo stringe con varie interrogazioni a confessargli il vero. Il giovine lo esorta e prega a tosto discostarsi da quelle spiagge, per la inusitata forza e crudeltà del re Amico. Gli Argonauti non se ne lasciano persuadere. S'inoltrano in terra, e li conturba alquanto una spelonca, perchè dagli esterni suoi dirupi pendono a cento a cento i teschii, le braccia e le ossa scarnate degli ospiti pesti e trucidati. Polluce se ne mostra fra gli altri imperturbato, ed incoraggia di maniera i compagni, che tutti a gara disiano di venire alle mani con quel mostro. Si avanza costui fra tutti gigante, e minaccia agli eroi la morte. Polluce previene ogni altro; e coll'ignudo petto si azzuffa da generoso col nemico, che al vederlo giovinetto se ne prende beffe. Dopo lungo e valoroso combattimento, con moltissima arte e calore pennelleggiato, alfine Polluce atterra ed uccide quel despoto. Vien dietro un allegro banchetto fra le grida e gli onori tributati al vincitore; e in sul far del giorno si ridanno alla navigazione. Toccano il Bosforo, ed Orfeo canta loro la favola d'Io cangiata in giovenca, e malmenata da Argo per comando di Giunone; e finalmente aggiunta ai Celesti da Giove, e divenuta protettrice degli Egiziani col soprannome di Bosforo al mare, dove fu ella trasformata in Diva. Quinci approdano ai lidi di Fineo sozzamente infestato dalle schifose Arpie. Questi benevolo e lieto gli accetta, perchè qual vate sapeva che al loro arrivo dovea esser liberato da quei mostri insaziabili. Prima in modo profetico parla a Giasone, e poi gl'imbandisce la mensa. Giù calan le Arpie ad insozzare i cibi ed a rapirli. Gli Argonauti le combattono, e primamente i congiunti di Fineo Calai e Zete sì le perseguono e fugano, che son costrette ad interporre l'autorità di Tifone lor padre, perchè i due eroi cessino dall'infierire contro di esse. Questi fatti sicuri della promessa data da Tifone, che le Arpie più non tornerebbero ad inquietare Fineo, ricoverano ai compagni. Si allestisce nuovo convito, in cui dopo tanti anni di notte e di digiuno ha potuto Fineo assaporare le vivande ed i vini. Finito il ban-

chetto, Giasone prega quel vate a predirgli i futuri avvenimenti. Fineo volentieri l'asseconda, e partitamente gli rivela le future vicende. Poi prendono amichevole commiato, e dirigonsi alle coste cianee, nuovo e massimo ostacolo alla loro spedizione. Gli Argonauti qua giunti devono far prova d'uno straordinario ed invitto coraggio per superare gli ultimi pericoli loro frapposti da due altissime rupi non mai oltrepassate, che mobili ora aggiungansi insieme, ed or si di- [illegible] che in brevissimi istanti al tragitto. Naturali staccano, nè lasciano lib[illegible] [illegible]stano, e neppur l'eroiche. Pertanto è necessario l'ajuto di Giunone e di Pallade, perchè in un attimo le possano trapassare. Vinto cotanto cimento, entrano nelle spiaggie di Mariandino lunghesso l'Eusino, dove sono accolti e liberalmente trattati da Lico re di questo paese, che loro si mostra in singolare maniera benefico e largo, perchè lo aveano vendicato di Amico tiranno della Bebricia, e suo terribile nemico.

LIBRO QUINTO.

Il soggiorno di questo paese è funestato dalla morte dell'augure Idmone, e poi da quella di Tifi reggitor della nave. Giasone n'è assai commosso, e con tenero lamento ordina che tutti e due vengano sotterrati nel medesimo sito colle maggiori funebri esequie. Ergino succede a Tifi. Intanto la Fama discende alle Ombre degli estinti eroi, ed annuncia il primo passaggio delle rupi cianee praticato dagli Argonauti. Queste ne invidiano la gloria, e mandano Stenelo a riconoscerli; che appena li vide, tosto vien risospinto nel Caos. Mopso vuol che si sparga vino sul sepolcro di Stenelo, ed Orfeo canta versi di pace alle Ombre. La nave segue il suo corso, ed arriva a Sinope. Là i Minii s'incontrano a tre compagni di Ercole, che accolgono in nave; e nel viaggio accostandosi alla terra delle Amazoni, che in grande fretta trascorrono dietro il consiglio di Fineo, ama Giasone di sapere dai tre seguaci di Alcide la incredibile vittoria che sopra queste feroci donne riportò quell'eroe. Si descrivono le isole ed i paesi frapposti fino al Caucaso con una proprietà poetica ch'è veramente particolare al nostro autore. Su quest'ardua montagna o scoglio ammirano l'impresa d'Ercole, che avea già liberato Prometeo dai morsi dell'aquila o dell'avoltojo. Finalmente, scortati da Giunone e da Pallade, penetrano nel fiume Fasi, e veggono il sepolcro di Frisso e la statua di Elle. Giasone liba una tazza di vino all'Ombra consanguinea, e prega lui e la sorella già Diva del mare ad aitarlo per quelle spiagge e paludi, e soprattutto al felice passaggio del Fasi, ed

alla conquista del Vello d'oro. Frisso gli comparisce in sogno, e lo accerta della vittoria e del Vello. Quinci il poeta lasciando gli Argonauti si rivolge alla Musa, e la prega a cantargli quanto accadde di tristo nella Colchide; e le terribili avventure di Eeta dopo la morte di Frisso; e la spaventosa apparizione di questo a quell'ingiusto re; e la discesa dell'angue minaccioso dal Caucaso; e la volontà del sommo [illegible] stesso materno fratello Perseo, perchè fosse rimandato il Vello nella Tessaglia; e la [illegible] guerra mossagli da Perseo; e l'alte succedute stragi sotto le mura stesse di Colco. Nel punto in cui si fece breve tregua fra Eeta e Perseo per bruciare i cadaveri, Giasone discende a terra poco lontano da Colco. Giunone e Pallade consultano insieme qual dei due fratelli debba essere sostenuto dagli eroi tessali, e si decidono per Eeta. Il duce degli Argonauti pensa al modo di presentarsi al re della Colchide, ed anima i compagni al coraggio ed alla costanza. Aveva il re Eeta giovine figliuola, in cui gareggiava l'ingegno coll'avvenenza, di nome Medea. Fu essa nella notte conturbata da fosco sogno, che le adombrava tetramente i suoi orrendi avvenimenti. Di buon mattino si leva dal letto, e colla nudrice e con altre compagne s'indirizza al fiume Fasi per una divota espiazione. Scorge da lungi gli Argonauti, e rivolgesi trepidante alla balia, che la conforta dicendole essere questi di nazione greca, perchè vestivano alla maniera di Frisso. Giasone si presenta a Medea, e colle più riverenti parole le si raccomanda a volergli insegnare il mezzo di ossequiare il re. Ella cortesemente gli risponde, e per via d'una sua ancella lo fa condurre al tempio di Febo. Giunone ricopre con una nube il tessalo capitano, perchè non sia osservato da alcuno. Giunto al tempio, finchè attende Eeta mira da Vulcano scolpiti quinci Atlante, quinci le Plejadi; e qua l'origine di Colco avuta da Sesostri, ed il cambiamento delle vesti egiziane nelle sarmatiche; e là Faside che insegue Ea, la coglie, e la stringe entro le sue onde. Poi vi sono le sorelle di Fetonte, che lo piangono estinto; e finalmente vede ivi pure effigiata la nave di Argo, il Vello d'oro ritolto ad Eeta dai Greci, e Medea che fuggè, e le altre atroci azioni commesse da questa infelice donna, che quantunque ancora non fossero ben comprese da quei di Colco, erano però comunemente abborrite ed odiate. Frattanto Eeta col figliuolo Absirto e coi senatori entra nel tempio. Si dilegua la nube, ed apparisce Giasone. Quei di Colco danno segni palesi di perturbamento. Fermato ogni mormorio, il tessalo Capo dichiara la causa di sua venuta, ed in modo ospitale ugualmente che grave domanda dal re il Vello, promettendo di ricambiarnelo con altri generosi presenti. Eeta freme, e brama istantanea

vendetta. Ma lo atterrisce il voler del Destino, e la guerra contro lui portata fin presso le mura della città dal fratello. Usa però della più scaltra simulazione, e chiede prima soccorso dal giovine eroe contra di Perseo. Giasone manda a chiamare i compagni, che pronti volano al tempio. S'apparecchia squisito banchetto, nel quale Giasone narra brevemente i corsi pericoli, e desidera d'essere instrutto del nome e del valore dei capitani che circondano Eeta. Questi ne lo compiace con molto artifizio. In quel mentre Marte tornando dagli antri sime lamentanze, precipuamente per l'ajuto dato a Giasone da Giunone e da Pallade. Quest'ultima gli risponde alteramente; e Giove cerca di tranquillar Marte; e lo consiglia a rispettare il Destino. Poi imbandisce lauta mensa all'intera corte degl'Iddii e delle Dive, nella quale opportunamente le Muse ed Apollo cantano la pugna di Flegra.

LIBRO SESTO.

Marte non può acchetarsi, anzi rivola nella Scizia, ed alza dappertutto il terribil segno di guerra. Svegliansi i Capi collegati con Perseo. La fama loro annunzia l'arrivo dei Tessali, ed il pattuito congiungimento con Eeta. Perseo avvisa di mandare ambasciatori agli Argonauti, perchè gli ammoniscano del preso inganno. Ma ciò è impedito da Marte, che comincia la più aspra ed ostinata battaglia. E qui leggesi una quanto varia altrettanto corta, vivace ed erudita descrizione di tutti gli eroi che stavano sotto i vessilli di Perseo. Marte e Tisifone sono i primarii difensori di questo. Absirto, e Stiro promesso sposo a Medea, sono i duci di Eeta. Giasone coi Greci e con Pallade assistono alla pugna, ma da principio non ne sono che semplici spettatori. Segue il combattimento con tanta energía, calore e dissomiglianza descritto, che non la cede, a mia opinione, ad alcuno di quelli d'Omero. I Minii s'intromettono nella battaglia, e danno pruove meravigliose d'eroica intrepidezza. Pallade li giova particolarmente nel tremendo pericolo dei falcati carri di Ariasmeno. Giunone tutta s'affaccenda perchè Medea, possente fabbra di magici veleni, non si opponga all'uccisione dei tori fiammiferi e degl'idri cadmei, ma invece ammiri il valor singolare del tessalo duce, e se ne innamori. Laonde fa gentil visita a Venere, ed ottiene facilmente da lei le forme ed il cinto, perchè ancora Paride non avea pronunciato il suo giudizio. Di subito si presenta a Medea sotto l'aspetto di Calciope sua sorella, e la sollecita a seco veder dalle mura l'inco-

minciata battaglia. Ecate indarno si duole dell'inganno di Medea, e ne promette vendetta. Questa è già salita in alto delle mura, e di là cupidamente osserva le meraviglie di bravura e di fortezza straordinaria operate da Giasone. La simulata Calciope vieppiù l'accende di amore pel giovine eroe. Sicchè la tenera verginella già piagata in lui solo affisa il suo guardo, e solamente palpita del pericolo di lui. Pallade salva Perseo col trasportarnelo altrove, perchè paventa l'ira di Giove. Sopraggiunge la notte, che a mala pena divide i combattenti, e sforza Medea ad abbandonare [illegible]

LIBRO SETTIMO.

Tutto è pace, fuorchè Medea, che prova in sè nuova e inusitata guerra. Si corica per dormire, ma invano. Vorrebbe disconoscere la causa di tanta veglia; ma no 'l può, e seco fortemente si lagna. Nel dì vegnente Giasone torna dal re, che, deposta ogni simulazione dopo la disfatta di Perseo, lo rampogna della temeraria sua domanda, e gl'intima o di partir tosto senza il Vello, o di accingersi ad aggiogare due tori di lor natura indomabili, e ad arare un antico campo di Marte fatto pieno e gravido del serpentino seme di Cadmo. Gli lascia una sola notte a risolversi. Medea presente abbrivida ai detti paterni. Giasone con fermo proposto gli dichiara in prima la mancata fede, e poi con imperturbabile coraggio gli promette d'esser pronto al funesto cimento; a patto però, che restando egli ucciso, mandi a Pelia la notizia del suo arrivo nella Colchide, e dell'eroica sua impresa. È veramente passionata, e degna di qualunque aureo classico poeta, la dipintura di Medea nell'atto che parte Giasone; e nel resto delle sue maniere usate colla sorella, colle compagne, ed in particolare coi proprii genitori, cui accarezza più teneramente dell'usato per conciliare, se può, la benevolenza loro al suo diletto. Quanto non è patetico il soliloquio che innamorata tiene seco stessa, nel quale vorrebbe vittorioso il tessalo eroe, ma senza alcun danno del suo genitore! quanto immaginoso il sogno, in cui le si presentano da una parte quei di Colco ed il padre, e dall'altra gli Argonauti e l'amante! Così ella dubbiosa ondeggiava, quando Giunone nuovamente prega Venere a volere in persona infiammar d'affetto ancor più acceso e inestinguibile il cuor di Medea. Tra loro convengono che Ciprigna avrebbe condotto Medea al tempio di Diana, mentre Iride menerebbe a quello stesso luogo Giasone. Venere entra nelle stanze di Medea sotto le forme di Circe. Meravigliata la vergine dell'improvviso arrivo della zia, le chiede la causa onde sì

tarda ella tornava a' suoi ed alla patria. Questa destramente risponde che viene per lei sola; e che in quanto alla patria, ella teneva per patria il mondo intero, beatissima essendo ammogliata a Pico re dell'Ausonia. Di questo modo accortissimo si agevola ella la via d'insinuarsi nell'animo di Medea, a fine di persuaderla alle nozze col tessalo condottiere. La vergine resiste con forza più che femminile ai consigli lusinghieri e dolci della creduta zia, e vi oppone la filiale pietà. Nullameno confessa di non intendere la cagione dell'affannato suo cuore, e la prega e scongiura a ridonarle l'antica pace. Al contrario Venere con baci velenosi e con vezzi tutti suoi le infonde sino alle midolle più vivo e caldo l'amore, e vi mescola insieme l'odio mortale. Poi le fa varii discorsi, e con maggior forza e seduzione le narra come appena discesa nella Colchide vide nel Fasi la nave degli Argonauti, e si abbattè in Giasone tutto sparuto, che avvisandola qual compagna di Medea, la supplicava che volesse impetrargli la compassione di questa bennata vergine, e lei così potente nell'arte magica inducesse ad ajutarlo contro i tori ed i serpi che doveva domare ed estinguere. Quando ciò non gli avvenisse, esser pronto ad uccidersi di propria mano. A questi detti arde la misera, si dibatte, si dispera; e, qual Penteo, va, viene, torna: nè sa ancora decidersi; chè quinci trattienla paterna pietà, quinci la invola a sè medesima il preso amor di Giasone. Alla fin fine è vinta da amore, e da una voce che la chiama, e soprattutto dal Nume di Venere. Appronta le velenose saette, ed esce di casa in compagnia dell'infinta Circe, che la tragge pel mezzo delle tenebre al tempio di Diana. Tosto Venere ed Iride si dileguano nell'aria. Medea s'incontra occhio con occhio in Giasone, ed ambidue restano senza favella. Ella brama di udir lui primo a parlare, e questi in nobile ed affettuosa maniera a lei volge brevi e rispettose parole. Succede poscia una parlata di Medea, che quasi stupisce nel porgere tali ajuti a Giasone, e lo invita a non usarne che nel solo bisogno, perchè possa ella tornare innocente al padre. Poi gli presenta i veleni, e gli raccomanda la memoria di sè. Questi giura di non riveder la Tessaglia senza di lei. Ella gli parla dell'altra impresa del drago custode del Vello; nè può a fatti dimostrargli un maggiore e più fervido affetto. Dirò corto: tutta questa descrizione e maneggio di passione amorosa sono certamente proprii del virgiliano sentire. Intanto Medea, che avea già appreso il modo a Giasone di aggiogare i tori e di sterminare il giganteggiante seme degl'idri, torna alle mura paterne. Nel giorno avvenire il giovine eroe entra da prode l'arena già destinata al cimento, e colla universale ammirazione e più collo stordimento di Eeta aggioga i tori, ed ara nel determinato tempo

il Novale, e disperge e strugge i guerrieri che immani nascono dalle zolle seminate dei denti serpentini di Cadmo. Indi esce vincitore fra le acclamazioni e gli applausi dei trionfanti Argonauti.

LIBRO OTTAVO.

Medea trepidante, e dalle paterne minaccie inseguita, è ferma di fuggire e darsi a Giasone. Prima escusa il suo delitto qual amoroso traviamento; poi giura di nudrir per suo padre tutto il filiale affetto, e gli augura l'altra sua prole migliore di sè. Armata dei veleni, tra le ombre notturne corre al bosco, ov'erano ricoverati i Greci. Con istraordinaria allegrezza degli Argonauti e con particolare sentimento viene accolta da Giasone, che da lei domanda l'ultimo favore, cioè l'ajuto di ritogliere il Vello d'oro, pel quale primamente avea superati i nuovi stretti e vinti tanti pericoli. Medea teneramente si raccomanda alla fede del suo amante. Una fiamma alto risplende. L'eroe chiede che cosa significhi. La bella maga risponde: sfavillar quella luce dagli occhi del drago custode del Vello; ed interroga Giasone, s'egli ami rapir quella spoglia ad esso vivo e veggente, o piuttosto allo stesso sommerso nel sonno. Giason tace; ed ella amorosa di quell'angue, cui pasceva colle proprie mani, invoca il Sonno, e placidamente lo addormenta. Poi ricorda con soavi espressioni le cure da essa usate pel nudrimento e prosperità di quel drago; ed insegna al suo caro come doveva ascendere pel dorso di questo, a fine di distaccare più agevolmente dalla cima dell'orno l'aureo Vello. Esulta Giasone, che dietro l'avviso di Medea con tutta facilità discioglie e trasporta la disiata spoglia alla nave. Tantosto cogli esultanti compagni e colla pavida Medea commette le vele ai venti. Salparono appena, quando i genitori della fuggitiva e i parenti e quei tutti di Colco corrono frettolosi alle spiaggie per vendicarsi e riprendere Medea. Ma tutto senza effetto. Allora la madre della fuggente vergine disfoga la sua indegnazione ed il suo amore in maniera affettuosissima, e degna d'una ingannata e mal cauta genitrice. Frattanto Ergino avverte gli Argonauti di un'altra via che giovava battere in luogo della prima, ed era di penetrare la foce dell'Istro. Il suo consiglio viene accettato con pieno accordo, e si avanzano verso il Danubio. Medea stassene mai sempre afflitta e taciturna, finchè approdano all'isola di Peuce. Giasone vuol tosto con solenni riti celebrare le nozze. Gli augurii sono infausti, e Mopso ne predice la discordia, e compiange Medea. Appena finite le cerimonie nuziali, Absirto fratello della nuova sposa con una poderosa flotta è sul punto

di raggiungere e di assalire gli Argonauti. Giunone solleva un procelloso nembo contro di Absirto, e particolarmente contro di Stiro promesso marito a Medea. Mentre questi tenta ad ogni costo di racquistare la sposa, è dalla tempesta così colto e malconcio, che rotta e sfondata la nave, appena appena si salva a nuoto. Absirto è costretto a ripararsi nell'opposta isola dell'Istro. I Minii temono la suprema rovina, e consigliano Giasone a restituire Medea, poichè altrimenti nè essi andrebbero salvi, nè sicuro il ritolto Vello. Giasone contro tutta sua voglia è per cedere al destino, ed alla volontà de' suoi compagni. Medea se ne accorge, e con passionato ed energico discorso lo dissuade dal barbaro ed ingiusto pensiero.... Ora mentre il disioso lettore anela di udir la risposta dell'amante e nuovo marito, gli è forza frenare sì cara brama, perocchè o la immatura morte di Flacco, com'io avviso, o lo smarrimento del resto, come altri credono, lo priva suo malgrado di vedere il seguito e la fine di questa eroica spedizione.

Eccovi, dotti Colleghi, disciolto d'ogni suo numero e forma il poema di Valerio Flacco. Sta ora a Voi il giudicare se anco in queste stesse membra slegate si scorga il tenero e forte sentimento, l'anima si elevi, e la essenza si riscontri d'un epico poeta. Di certo inventiva fantasia o perfezionata imitazione colora ed avviva i pensieri, e maturo senno gli ordina, annoda e congegna con naturale intreccio e con intero sviluppo. E da prima riguardo alla scelta del soggetto dico generalmente, che fu questo grande, interessante, meraviglioso, e degno di eroica tromba. Chiarirò meglio un po' sotto questo mio parere contro quelli che la pensano altramente (1). La proposizione di questo poema con precisa chiarezza espone l'intero soggetto da cantarsi, che a gradi si accresce fino al punto in cui cessò di scrivere l'autore. La invocazione di Febo è ingenua, e propria del nostro poeta, ch'era Quindecimviro destinato alla custodia dei libri sibillini. Parimente dee piacere come opportuna l'apostrofe all'imperadore Vespasiano, bene congiunta colle lodi attribuite a Tito e Domiziano suoi figliuoli. Poi si narra accortamente la causa primaria di tanta spedizione, come anche si soggiunge il novero degli eroi che da tutta Tessaglia e Macedonia spontanei si offersero a così nuova ed ammirabile impresa. Lo che, secondo il piano della epopea, ne costituisce l'apparato. Rispetto al piano intero, è questo da sè e nella varietà dei fatti e degli accidenti ognora semplice ed uno, e tendente al

(1) Vedi Prefazione del cavaliere Ippolito Pindemonte al volgarizzamento in verso di questa *Argonautica*, fatto dal marchese Marcantonio Pindemonte, pag. XXI, ediz. di Verona 1776, e l'*Histoire abrégée de la littérature romaine par F. Schoell etc.* Tome XII., à Paris 1815, pag. 296.

principale scopo del ritoglimento del Vello d'oro. Il poeta con ingegno tutto suo se non inventò ciò che inventar non potea, perchè narrato da tutti; pure, a comune interesse, piacere e meraviglia, accrebbe ed abbellì i più grandi avvenimenti che successero a quei tempi nel lungo viaggio dei Minii verso la Colchide, e che accender doveano le anime sensibili ed il nuovo eroismo di quei prodi e divini navigatori. Ovunque vedi e senti calore, forza, interesse, dissomiglianza di racconti, di descrizioni, d'intrecci, di scene e di caratteri. Il solo episodio dell'amore di Ercole per Ila rapito da Driope innamorata mercè di Giunone, basta a dimostrare che poeta sia e per natura e per arte il nostro Flacco. La macchina viene da maestra mano condotta. Il Fato è reggitore e sovrano d'ogni cosa; Giove suo primo interprete e ministro; Nettuno, Giunone, Pallade e Venere in ogni occasione giovano gli Argonauti, li sottraggono a' pericoli, e li guidano al bramato lor fine. D'altra parte si sostiene convenevolmente la causa di Eeta da Febo, da Marte, da Tisifone, da Bellona, da Borea, da Pane, che quali Dei inferiori opporre si doveano agli audaci navigatori, e difender lui che restar dovea abbandonato e vinto. Anco i caratteri sì degl'Iddii che dei primarii personaggi si conservano tali sino alla fine, quali si dimostrano da principio. Il Fato sta sempre immutabile; Giove al par di esso fermo, ma alquanto più mite e pietoso; Nettuno giusto e prudente; Giunone ognora superba, che tutto imprende, purchè vendicare si possa, o riuscire nelle orgogliose sue brame; Pallade savia ed attiva; Venere vaga e seduttrice; Marte baldo e crudele; Febo nobile e moderato; Bellona madre di discordie; Tisifone ardente di sangue; Borea sollevatore dei venti e delle procelle; Pane seguace di chi gli reca vantaggio. Il supremo Capo di questa meravigliosa spedizione è pio, coraggioso, avveduto, alcune fiate geniale ed amante perchè giovine, ma di guisa da non abbandonare giammai l'intrapreso sentiere della gloria. Nè io facilmente credo Giasone un eroe romanzesco, come sembrò al veronese Ippolito Pindemonte (1). Nè a me tampoco par vero che Giasone, qual duce, sia minore di Ercole che libera la innocente verginella Esione dal mostro marino, e Prometeo dall'aquila o dall'avoltojo; e minor pure di Polluce che uccide Amico invittissimo lottatore, e di Calai e di Zete che scacciano le sozze Arpie dalle infestate mense del re Fineo (2). Di vero è sempre Giasone che, siccome conveniasi al Capo, dirige tutte le mosse degli altri eroi, gli anima nei pericoli, li conforta nelle sventure, e a tutto provvede con sommo accorgimento. Egli poi,

(1) Vedi la citata prefazione, pag. XXV.

(2) Vedi la stessa prefazione, pag. XXVI.

com' era dovere del duce, non arrischia mai la sua persona, se no 'l richiegga necessità. Ora nel caso di cieca notte e di ultimo eccidio affronta egli stesso il maggiore tra i creduti nemici, ed uccide di propria mano un eroe, qual fu l'infelice re Cizico. Che se l'aggiogare dei tori, e la strage del crescente esercito, ed il Vello d'oro si conseguirono per arte magica e col soccorso di Medea, ne fu prima cagione il suo incredibile valore sperimentato nel campo di battaglia contro di Perseo, onde seppe svegliare ed accendere l'animo di quella vergine spettatrice, ed a sè più che agli altri eroi rivolgere il suo guardo, e cattivarsi più presto l'ammirazione che l'affetto. Adunque fu gagliarda virtù, e non galantería romanzesca, che indusse Medea ad aitarlo nella vittoria di quei mostri, che altronde non si poteano superare da braccio umano, ma solamente erano da debellarsi con magiche incantazioni. Egli è però provato, se mal non m'appongo, che Valerio Flacco descrisse in Giasone un valoroso eroe, e non già un romanzesco. E per dire qualche cosa degli altri caratteri, dirò che Pelia vi offre il vivo carattere del despoto sospettoso e crudele; Eeta quello del principe dissimulatore ed ingiusto; Ercole quello della più virile continenza presso di Lenno, e di una pressochè divina fortezza nelle accadute terribili imprese; ma parimente d'una debolezza meno che umana nel suo amore per Ila. Tifi, Ergino, Mopso, Idmone, Orfeo, Telamone, Meleagro, Castore, Polluce, Calai, Zete, cogli altri che per brevità tralascio, si distinguono tutti o per l'astronomica e nautica scienza, o per l'inspirato prevedimento dell'avvenire, o pel nuovo e tenero canto, e pel suono della cetera, o pel coraggio e per la costanza nelle più ardue o bellicose avventure. Issifile può riguardarsi quale specchio di verace ed industriosa pietà verso il padre, e quale impareggiabile eroina nel suo amoroso distacco da Giasone. La sfortunata donzella Esione intenerisce e sforza a piangere quando della propria innocenza e del barbaro suo destino informa Alcide. Laomedonte si mostra il più tristo esempio d'un padre ingrato, ladro, traditore di chi gli salvò un'immolata figliuola. Cizico è la ingenua immagine della generosa ospitalità. Amico è il più odioso e cruento mostro di barbarie selvaggia. Fineo è maestro a' savii della necessaria prudenza nel tacere gl'ineffabili arcani, e nel disvelare ai prossimi le utili cose a ben provvedere all'avvenire. Lico re di Marandino rappresenta la idea stessa della gratitudine a chi ci liberò da grande disgrazia. Il sacerdote di Colco sostiene il grave e religioso suo ministero con verità e forza degna della somma sua autorità; e Perseo si dichiara il difensore coraggioso e fermo della giustizia anco a petto di un re e d'un fratello violatore dei diritti. Qual quadro più toccante d'una madre affan-

nata per la violenta partenza del figliuol suo, quanto quello di Alcimeda genitrice a Giasone? Qual ritratto più eroico d'un padre già vecchio che si distacca virilmente dal figlio, e ne invidia la nuova e gloriosa sua sorte, quanto quello di Esione genitore al tessalo capitano? La morte d'ambidue conferma il vero carattere del più fido e degno conjugio. E la giovine sposa di Cizico, per innocente inganno trucidato, non è il sincero esemplare delle mogli affezionate e caste? E la parlata della madre di Medea allorchè s'accorge della sua fuga, e la insegue fino al mare, non esprime coi più vivi e forti colori il sentimento di una genitrice sdegnata insieme ed amante? Senonchè a tutti questi caratteri va di gran lunga superiore quello di Medea. Ella infatti apparisce tosto innocente, pietosa, e divota ai voleri de' suoi genitori. Trascinata dalle insidie e dalle seduzioni di Giunone e di Venere, e vinta pure dal singolar valore di Giasone, necessariamente si accende di fervido affetto per lui. Ma sa lungamente resistere; e ancora quando ella cede, ben si conosce che cede al destino ed all'eroismo, non mai ad una cieca passione o al delitto. La paterna carità trionfa nella stessa amorosa sua fuga. Nè mi si ricanti che il pregio di tante bellezze fu poi tutto tolto da Apollonio da Rodi; giacchè francamente io rispondo, che Valerio Flacco è inventore nella massima parte dell'intreccio e delle descrizioni; e dove anche tolse alcuni pensieri, no 'l fece già con furto vile e riprovevole, sì bene con grande e lodevole destrezza, a fine di rendere le imitate idee più vaghe e perfette. Fece suo l'altrui suolo, per meglio coltivarlo ed arricchirlo di nuovi semi e di nuove piante. Quegli solamente può riscontrare siffatta verità, che legga di proposito amendue questi poeti, in luogo d'imitare quei molti che prestano la oziosa e cieca lor fede all'autorità di critici o inetti, o mal prevenuti. Su di che amerò in altra mia Memoria di recarvi prove e paragoni, perchè vediate e dove inventò e dove perfezionò Valerio Flacco il greco autore; anche in questo assomigliando Virgilio, il quale non solo sfiorò il giardino di Apollonio, ma quello pure di Omero, di Pisandro, di Ennio, di Catullo, e di altri Greci e Latini, per emularne le bellezze, non già per appropriarsi servilmente l'altrui. Che se per unanime sentimento di quei che sanno viene approvato il precetto di Orazio dato ai Pisoni (1):

Difficile est proprie communia dicere; tuque
Rectius iliacum carmen deducis in actus,
Quam si proferres ignota indictaque primus.
Publica materies privati juris erit, si

(1) *Epistola ad Pisones*, v. 128.

Nec circa vilem patulumque moraberis orbem,
Nec verbum verbo curabis reddere fidus
Interpres, nec desilies imitator in arctum,
Unde pedem proferre pudor vetet, aut operis lex;

si concederà pure al nostro poeta il privato diritto che seppe acquistare sulla pubblica materia di Apollonio, anzi di molti altri prima di lui, siccome egli medesimo accenna nel principio del suo poema (1). Ho di sopra avvertito che alcuni accusano l'argonautico soggetto come manchevole di comune interesse, o certamente di particolare ai Romani di quella età. A siffatti censori soggiungo, che o non ha comune interesse la particolare ira d'Achille e prudenza di Ulisse, oppure lo ha eguale ed anco maggiore la spedizione degli Argonauti, per vetustà di tempo, per novità d'impresa, per dissomiglianza ed ardimento di generosi fatti, per copia di magni eroi, e per effetto di straordinaria meraviglia assai di quelle più famigerata ed illustre. Riguardo ai Romani di quella età, bisogna persuadersi che piacesse loro la trattazione di questo argomento, poichè alcuni altri vi si accinsero, e specialmente Atacino Varrone, del quale così Properzio (2):

Haec quoque perfecto ludebat Jasone Varro.

E poi, chi è tanto digiuno ed ignaro degli antichi monumenti di Roma, il quale non sappia che si frequentava allora tra' primi quel portico bello e spazioso, vicino al tempio di Nettuno, ed i magnifici recinti, ov'erano maestrevolmente pitturati gli Argonauti? Certamente Marziale ne fa in due epigrammi memoria, additando nel tempo stesso che il bel mondo di Roma si recava tutto là dove primeggiavano le argonautiche dipinture.

Si nil Europe fecit, tum Septa petuntur
Si quid Phillirides praestet et Aesonides (3).

Ed altrove:

An spatia carpit Argonautarum (4)?

Oltrechè oserò di esporvi una mia conghiettura, appoggiata dai contemporanei o non molto più vecchi di Flacco, e in particolare da Papinio Stazio; ed è, che gli epici di quei giorni a bella posta scegliessero le azioni più tetre e tiranniche dell'antica mitologia per descrivere arcanamente le scelleraggini e le sevizie dei

(1) Lib. I. v. 18.
(2) Lib. II. Eleg. XXXIV. v. 85.
(3) Lib. II. Epigr. XIV.
(4) Lib. III. Epigr. XX.

Tiberii, dei Caligoli, dei Neroni, e degli altri già famosi nella storia. Lo che bene intendendo i più avveduti Romani, ne dovean sentire grande interesse, il quale a poco a poco si dovea anco diffondere negli animi popolari, da tanta intollerabile servitù inviliti ed oppressi. Nè sulla fine ammetterò giammai la opinione del chiarissimo cavaliere Ippolito, il quale giudica un tale argomento *come troppo favoloso, se d'allegoria privo riguardasi; e dove con allegoria si consideri, troppo egli sembra vile ed abbietto* (1).

Infatti niente esser vi può di troppo favoloso nella vetusta mitologia, quando rammentare si voglia la immaginosa credenza di quei tempi, ed il particolare genio e gusto dei Greci e dei Romani, che in ciò vinceano d'assai le fate, le streghe, gl'incantesimi ec. ec. del nostro medio evo. Sicchè anche quando di allegoria privo riguardasi un tal poema, nulla contraddice alle credenze e costumanze delle due soprannominate nazioni, perchè chiamar si possa di troppo favoloso. Il male sta, che si vuole da molti tra' più svegliati ingegni dei nostri dì ragionare piuttosto colla presente civiltà di principii e di usanze, che colla fantasia e credulità degli antichi. Il che torna lo stesso ch'esigere i pallii greci e le toghe romane cambiate in ferrajuoli e giubboni moderni. Parimente non deve sembrar vile ed abbietto sotto l'allegoria; imperocchè la conquista dei massimi eroi quantunque sia stata per lo più una usurpazione, pure non fu mai generalmente riputata vile ed abbietta, sì bene dai savii ingiusta e funesta. Il solo famigerato corsale fermamente dichiarò al macedone conquistatore, altra differenza non esservi tra loro due, che quella d'una picciola e particolare ruberia in confronto d'una grande ed universale rapina. Nel rimanente ogni celebre conquista ottenne sempre plauso ed ammirazione dai più, perchè armata di possente violenza giunse ad impor silenzio a giustizia; e baldanzosa di meravigliose vittorie, fece dimenticare le prede e le stragi. Quantunque egli è poi falso che Valerio Flacco giudicasse una ingiusta conquista il Vello d'oro. Infatti dal suo poema si scorge che Giasone fu mandato a Colco dal Destino e da Giove, acceso dalla religione e dalla gloria, e favorito da tutti i Numi maggiori. Egli è obbediente a Pelia suo re. Giusta vendetta del suo trafitto parente Frisso lo infiamma; e l'aureo Vello è di quello stesso montone che venne a Giove sagrificato dal medesimo Frisso, e quinci dato in custodia al drago. Finalmente dal sommo sacerdote, e da Perseo fratello del re Eeta, e dal pieno senato, dietro i segni celesti e la discesa dell'angue dal Caucaso, fu riconosciuto tal Vello come proprio dei Tessali, ai quali si volea spontaneamente rimesso. Se a tutte queste

(1) Vedi la citata Prefazione, pag. XXIV.

circostanze riguardato avesse il Pindemonte, che quando scrivea la sua prefazione era ancor giovine, e poi divenne uno dei più assennati d'Italia, non gli sarebbe più sembrato Giasone un ladro; e non già ladro di qualche donna, come fu Paride, ciò che pur sarebbe gentile e nobile ladroneccio, ma dell'oro di quel paese, che poscia il bel nome acquistò di *vello dorato* (1). Resta però a conchiudere, che questa spedizione è, fuor di allegoria, convenevole ai tempi mitologici; e nell'allegoria non solamente nobile ed eroica, ma ben anche giusta e gloriosa.

Ma è omai tempo che si confermi pure col fatto la forma e lo stile poetico che quasi da per tutto si gusta e si ammira dai maturi intenditori di questo poema. Prima però ch'io passi alla scelta di alcuni brevi tratti, a prova generale del secondo mio assunto, debbo pregarvi a non credermi così ligio dell'epico padovano da non vedere in lui che sola luce. Mai no. Egli pure ha le sue macchie, che attribuir si devono in parte ai tempi ne' quali scriveva, e in parte, ch'è la maggiore, alla oscurità ed inesattezza dei codici a noi pervenuti. Pertanto gli si può alcune volte calzar bene il detto oraziano: *brevis esse laboro, obscurus fio* (2); ma non di maniera, siccome alcuni vorrebbero, ch'egli si renda del tutto inintelligibile. Chiunque brama d'intendere ed assaporare appieno i veri e molti pregi di questo poeta, deve in prima erudirsi della mitologia di que' tempi e di quegli eroi, e bene addottrinarsi della religione, dei riti e dei costumi sì de' Greci, come degli abitatori delle oltrepassate regioni, e massimamente della Colchide. Poi gli è mestieri di apprendere l'antica geografia di tutte l'isole, di tutti i monti, ed altri luoghi posti nei trascorsi mari e stretti. Gli è d'uopo finalmente d'una fantasia atta a sollevarsi ai pensieri del nostro epico, e d'un cuore fatto per sentire gli svariati affetti. E questo sia detto per le cose. Chi non vuole trovare ostacoli rispetto allo stile, gli bisogna sodamente considerare che Flacco, studiosissimo dei Greci, amò di adoperare alcune maniere in grande moda a quei dì, piuttosto proprie della greca lingua, che della romana. Vero è che ne usò pure Virgilio e gli altri aurei classici; ma è pur vero che ne abusò di frequente il nostro autore. Aggiungo, che in alcuni luoghi sembra ambiguo nelle parole, e troppo conciso nelle frasi; che in altri tralascia il verbo, senza che sia facile il sottintenderlo; che qua trasloca le particelle, o le pretermette; che là grecamente fa uso del pronome relativo, il quale o mal suona, o non s'intende che dopo qualche fatica. Ciò premesso, mi

(1) Vedi la citata Prefazione, pag. XXIV.

(2) *Epist. ad Pisones.*

affretto a ben volentieri soddisfare alla data promessa, recando alcuni passi tali quali si leggono in questa per me aurea *Argonautica.*

Udite a bel principio la precisa e viva pittura di Pelia, che temendo il valore dell'intrepido nipote Giasone, gli macchina la morte sotto il pretesto dell'eroica spedizione alla Colchide.

Haemoniam primis Pelias fraenabat ab annis
Jam gravis et longus populis metus: illius amnes
Jonium quicumque petunt; ille Othrin et Haemum,
Atque imum felix versabat vomere Olympum.
Sed non ulla quies animo, fratrisque paventi
Progeniem, divumque minas; hunc nam fore regi
Exitio vatesque canunt, pecudumque per aras
Terrifici monitus iterant: super ipsius ingens
Instat fama viri, virtusque haud laeta tyranno (1).

Noi vedemmo come al primo convito degli Argonauti fu condotto da Chirone il fanciullo Achille a Peleo suo padre. Ebbene, non v'incresca ora ascoltarne la poetica descrizione.

Jamque aderat summo decurrens vertice Chiron,
Clamantemque patri procul ostentabat Achillem.
Ut puer ad notas erectum Pelea voces
Vidit, et ingenti tendentem brachia passu
Adsiluit, caraque diu cervice pependit.
Illum nec valido spumantia pocula Baccho
Sollicitant, veteri nec conspicienda metallo
Signa tenent: stupet in ducibus, magnumque sonantes
Haurit, et Herculeo fert comminus ora leoni.
Laetus at impliciti Peleus rapit oscula nati,
Suspiciensque polum; placito si currere fluctu
Pelea vultis, ait, ventosque optare ferentes,
Hoc, Superi, servate caput. Tu caetera, Chiron,
Da mihi. Te parvus lituos et bella loquentem
Miretur; sub te puerilia tela magistro
Venator ferat, et nostram festinet ad hastam (2).

(1) *Argonaut.* Lib. I. *v.* 23.
(2) Id. Lib. I. *v.* 255.

Nè tra le descrizioni brevi, vivaci, e piene di svariato movimento, tralasciar mi conviene quella di Alcide, che per liberare l'esposta innocente Esione con forza e con istento più ch'erculeo colpisce ed uccide la smisurata Priste marina.

Occupat Alcides arcum, totaque pharetrae
Nube premit. Non illa magis quam sede moveri
Magnus Eryx, deferre volunt quem vallibus imbres.
Jam brevis, et telo volucri non utilis aer.
Tum vero fremitus, vanique insania coepti,
Et tacitus pudor; et rursus pallescere virgo.
Projicit arma manu, scopulos vicinaque saxa
Respicit, et quantum ventis adjuta vetustas
Impulerit, pontique fragor, tantum abscidit imi
Concutiens a sede maris: jamque agmine toto
Pistris adest, miseraeque inhiat jam proxima praedae.
Stat mediis elatus aquis, recipitque ruentem
Alcides, saxoque prior surgentia colla
Obruit: hinc vastos nodosi roboris ictus
Congeminat; fluctus defertur bellua in imos,
Jam totis resoluta vadis. Idaeaque Mater,
Et chorus et summis ulularunt collibus amnes (1).

Vi risovvenga, egregii Colleghi, di Virgilio quando descrive l'accender del fuoco per opera di Acate, e l'apparecchio del necessario cibo; come pure quando ci presenta l'altro regale banchetto presso Didone; e poi abbiatevi dal nostro poeta le due descrizioncelle che seguono.

Thessala Dardaniis tunc primum puppis arenis
Adpulit, et fatis Sigaeo in litore sedit.
Desiliunt; pars hinc levibus candentia velis
Castra legunt; tracto pars frangit adorea saxo
Farra; citum strictis alius de cautibus ignem
Ostendit foliis, et sulfure pascit amico (2).
Sic memorat (cioè il re Cizico), *laetosque rapit; simul hospita pandi*
Tecta jubet, templique sacros largitur honores.
Stant gemmis auroque thori, mensaeque paratu
Regifico, centumque pares primaeva Ministri

(1) *Argonaut.* Lib. II. *v.* 521.
(2) Id. Lib. II. *v.* 445.

Corpora; pars epulas manibus, pars aurea gestant
Pocula, bellorum casus expressa recentum (1).

Nè vi sia pur discaro l'udire come il padovano poeta atteggi la Fama, cui non solo Ovidio, ma ancora per mia opinione il forbito Virgilio assai prolissamente descrivono.

Quum Dea (cioè Venere) *se piceo per sudum turbida nimbo*
Praecipitat, Famamque vagam vestigat in umbra;
Quam Pater omnipotens digna atque indigna canentem
Spargentemque metus, placidis regionibus arcet
Aetheris. Illa fremens habitat sub nubibus imis,
Non Erebi, non diva poli: terrasque fatigat,
Quas datur. Audentem primi spernuntque fugantque,
Mox omnes agit, et motis quatit oppida pennis (2).

Rispetto alle similitudini tanto usate e pregiate nella epopea, ve ne recherò a saggio sole quattro.

La prima somiglia gli Argonauti di subito circondati da folte tenebre ed atterriti, alla paura d'un notturno passeggero.

Ac velut ignota captus regione viarum
Noctivagum qui carpit iter, non aure quiescit,
Non oculis; noctisque metus niger auget utrimque
Campus, et occurrens umbris majoribus arbor:
Haud aliter trepidare viri (3).

La seconda paragona Mirace giovine eroe, allevato tra le più finite cure, e da imprevvista asta ferito e morto, ad un olivo che nel suo primo frondeggiare viene da istantanea procella sterpato.

Qualem si quis aquis et fertilis ubere terrae
Educat, ac ventis oleam felicibus implet;
Nec labor adsiduus, nec spes sua fallit alentem;
Jamque videt primam tenero de vertice frondem:
Quum subito immissis praeceps aquilonia nimbis
Venit hyems, nigraque evulsam extendit arena (4).

(1) *Argonaut.* Lib. II. *v.* 649.
(2) Id. Lib. II. *v.* 115.
(3) Id. Lib. II. *v.* 43.
(4) Id. Lib. VI. *v.* 711.

La terza agguaglia Medea consolata dal primo raggio dell'aurora alle spighe ristorate da pioggia leggera, ed agli stanchi remigatori alleviati dallo spirare dell'aura.

Nec minus insomnem lux orta refecit amantem,
Quam quum languentes levis erigit imber aristas,
Grataque jam fessis descendunt flamina remis (1).

La quarta confronta Medea innamorata con una cagnoletta presa da peste.

Tum comitum visu fruitur miseranda suarum, (cioè Medea)
Implerique nequit, subitoque parentibus haeret
Blandior, et patriae circumfert oscula dextrae.
Sic adsueta toris et mensae dulcis herili
Ægra nova jam peste canis rabieque futura,
Ante fugam totos lustrat queribunda penates (2).

Ora non v'attendete ch'io riporti in copia gli animati e toccanti quadri dei varii affetti dal nostro poeta con virgiliano pennello dipinti. Se ciò far volessi, non la finirei così presto. Però mi accontento di trascrivervi tre sole e brevi parlate.

La prima è del vecchio Esone quando si congeda dal figliuol suo, divenuto già duce dell'eroica spedizione.

. . . . . sed fortior Aeson
Attollens dictis animos: O si mihi sanguis,
Quantus erat, quum signifero cratere minantem
Non leviore Pholum manus haec compescuit auro!
Primus in aeratis posuissem puppibus arma,
Concussoque ratem gauderem tollere remo.
Sed patriae valuere preces, auditaque magnis
Vota Deis. Video en nostro tot in aequore reges,
Teque ducem: tales tales ego ducere suetus,
Atque sequi: nunc ille dies (*det Juppiter oro*)
Ille super, quo te Scythici regisque marisque
Victorem, atque humeros ardentem vellere rapto
Accipiant, cedantque tuae mea facta juventae.
Sic ait: ille suo conlapsam pectore matrem
Sustinuit, magnaque senem cervice recepit (3).

(1) *Argonaut.* Lib. VII. *v.* 24.
(2) Id. Lib. VII. *v.* 121.
(3) Id. Lib. I. *v.* 335.

L'altra è di Clite che lamenta e piange il trafitto Cizico suo sposo diletto.

Parte alia Clyte laceras super ora mariti
Fusa comas, misera in planctum vocat agmina matrum
Fatur et haec: Primis conjux ereptus in annis
Cuncta trahis: nec dum soboles, nec gaudia de te
Ulla mihi; queis moesta tuos nunc, optime, casus
Perpeterer, tenui luctum solamine fallens.
Mygdonis arma patrem, funestaque praelia nuper
Natales rapuere domos; Triviaeque potentis
Occidit arcana genitrix absumpta sagitta.
Tu mihi qui conjux pariter fraterque parensque
Solus, et a prima fueras spes una juventa,
Deseris heu! totamque Deus simul impulit urbem!
Ast ego non media te saltem, Cyzice, vidi
Tendentem mihi morte manus; aut ulla monentis
Verba tuli. Quin et thalamis modo questa morari
Heu talem, tantique metus secura recepi!
Illam vix gemino moerens cum Castore Pollux
Erigit haerentem, compressaque colla trahentem (1).

L'ultima è di Medea allorchè stassi per abbandonare la casa paterna, e fuggirsene a Giasone.

Ultima virgineis tunc flens dedit oscula vittis,
Quosque fugit complexa thoros, crinemque genasque
Ante, per antiqui carpsit vestigia somni;
Atque haec impresso gemuit miseranda cubili:
O mihi si profugae, genitor nunc ille, supremos
Amplexus, Aeeta, dares, fletusque videres
Ecce meos! ne crede, pater, non carior ille est
Quem sequimur: tumidis utinam simul obruar undis!
Tu, precor, haec longa placidus mox sceptra senecta
Tuta geras, meliorque tibi sit caetera proles (2).

E qui finisco, assicurandovi che i difetti già da me sovraccennati, e da Voi tosto qua e là conosciuti anche in questi brevi saggi, o sono eguali, o non accrescono notabilmente nell'intero poema. Del resto spira ovunque l'aurea inge-

(1) *Argonaut.* Lib. III. *v.* 314.
(2) Id. Lib. VIII. *v.* 6.

nuità dell'incomparabile Virgilio. Laonde io non dubito punto di liberamente esporre quanto sento e penso: cioè che chiunque non iscorge nel poema di Valerio Flacco la stessa quasi toccante forza di sentimento, lo stesso elegante ed armonioso maneggio di verseggiare, la stessa ingegnosa arte di appropriare gli epiteti alle cose e di acconciarne la giacitura, lo stesso uso di fraseggiare non mai gonfio nè superfluo, in una parola lo stesso candido pensiero e bello stile del sommo Marone, egli è da giudicarsi assai mezzano gustatore del primo epico latino. Pertanto io tengo per fermo, che tra gli epici di quella età, quali furono Lucano, Silio Italico e Papinio Stazio, quegli che per natura d'idee e per proprietà di esposizione si avvicina più presso al mantovano Virgilio, sia il padovano Valerio Flacco. Nella quale opinione, oltre le prove già recate, vieppiù mi conferma quell'Egidio Forcellini, il quale, siccome dal suo classico Dizionario latino apparisce, deve o anteporsi o di certo agguagliarsi al giudizio di qualunque altro assaggiatore delle romane squisitezze. Egli però così pensa alla voce VALERIUS. *Cajus Valerius Flaccus poeta nobilis, et uno fortasse Virgilio minor.*

I laboriosi ed eruditi Alemanni, tra i quali si distingue Pietro Burmanno, con ispese e con viaggi si procacciarono dall'Italia e da altre parti i possibili codici per mettere in chiaro alcuni passi assai oscuri più forse a colpa dei copiatori, che dell'autore. Anche in questi ultimi tempi il celebre Augusto Weicher impiegò l'utile sua fatica nel togliere alcune lagune tra le varie che pur troppo ancora si trovano in questo aureo poema. Ma tutti i sovrallodati commentatori più tendono a correggere le varianti, che a giovare alla piena intelligenza ed al sodo discernimento e gusto di quanto v'è a pregiarsi e ad emularsi in questo poeta. Da ciò ne avvenne, che in poco conto dalla massima parte dei letterati s'ebbe fino ad ora il nostro Flacco, e che nelle primarie collezioni dei Classici latini da ultimo pubblicate in Inghilterra, in Francia, e dirò pure in Italia, fu egli quasi ignobile pretermesso ed obbliato. Io però sono di parere, che quando quel dotto di Torino, il quale dimostra piena finezza di giudizio nell'estimare i Classici latini, ed aurea delicatezza di gusto nel dettare le sue latine prefazioni, si darà alla meditata e colta lettura di questa *Argonautica* per la nuova Raccolta promessa da quel benemerito editore degli autori tralasciati nella prima come non aurei o primarii, troverà forse che non del tutto s'ingannò chi disse essere Valerio Flacco più vicino a Marone, che agli altri minori poeti. Così mi venga concesso tempo e lena, come io bramo, di continuare la incominciata mia opera nel commento analitico di questo virgiliano

poeta. Che se mai il mio lavoro, finito che sia, verrà approvato da quelli che di ciò veramente s'intendono, e ai quali prima mi farò dovere di sottometterlo, vedrà esso pure in seguito la pubblica luce. Il precipuo mio fine si è quello di rendere una necessaria utilità alla presente gioventù, che o di troppo neglige o in massima parte disconosce quel semplice ed ingenuo bello dei primarii classici antichi; e di attestare a quest'antenorea città, da me riguardata quale altra mia patria, la somma estimazione in cui tengo un tanto suo cittadino, e la più verace ed affezionata gratitudine verso di essa, che mi educò fin dalla prima puerizia, e mi largì tutti quei doni che nel caro suo seno anche al presente posseggo e godo.

OSSERVAZIONI

DELLA COMETA PERIODICA DI HALLEY

FATTE NELL'IMPERIALE REGIO OSSERVATORIO DI PADOVA NELL'ANNO MDCCCXXXV
NELLE VICINANZE DEL PERIELIO,
SEGUITE DA ALCUNE [illegible]
DA BREVI NOTIZIE ISTORICHE INTORNO ALLA SUA TEORIA

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA NEL MARZO MDCCCXXXVI

DAL SOCIO ATTIVO

GIOVANNI SANTINI

I. *Brevi notizie istoriche intorno alla sua teoria.*

1. Dopochè Neuton dimostrò che le comete dovevano riguardarsi come altrettanti corpi celesti formanti parte del sistema solare, e sottoposte nei loro movimenti a quelle medesime leggi colle quali aveva sì felicemente spiegato i moti planetarii, il celebre suo contemporaneo e connazionale Edmundo Halley si accinse a calcolare, dietro le traccie da quel sublime filosofo additate con pertinace costanza, le orbite di tutte quelle delle quali la storia delle età trascorse aveva tramandato dati sufficienti per poterne dedurre gli elementi nella ipotesi parabolica ch' egli assumeva, e che suolsi assumere tuttavia quando trattasi di una nuova cometa per facilitare i calcoli numerici, i quali senza di ciò divengono penosi, e spesso indeterminati. Avendo per tal modo dedotti gli elementi parabolici di molte delle più cospicue e più celebri nelle storie e nelle cronache, fu in singolar modo colpito da meraviglia nell'osservare la grande somiglianza e quasi perfetta coincidenza fra le orbite dedotte dalle osservazioni per quelle corrispondenti agli anni 1531 (passaggio al perielio 26 Agosto), 1607 (passaggio al perielio 26 Ottobre), 1682 (passaggio al perielio 14 Settembre); sicch'egli facilmente s'indusse a sospettare che queste tre comete ne formassero una sola che si avvolgesse intorno al Sole nell'intervallo di 75 in 76 anni; e ciò tanto più volentieri, in quanto che dietro la teoria

neutoniana le comete potevano riguardarsi come corpi descriventi ellissi molto allungate in tempi periodici considerevoli, le quali allontanandosi grandemente dal Sole e dalla Terra nelle parti superiori di queste loro orbite, non potevano per la debolezza della loro luce essere visibili che nel breve intervallo da esse impiegato a descrivere quell'arco situato in vicinanza del perielio. La sola circostanza che tenesse l'Halley perplesso nel pronunziare l'identità [illegible] rivoluzioni periodiche; imperciocchè si numeravano circa 27810 giorni fra i due passaggi al perielio del 1531 e del 1607, mentre sarebbero stati circa 27351, fra quelli del 1607 e del 1682. Ritornando più volte su questo suo favorito argomento, correggendo gli elementi, e ponderando le circostanze che potevansi presentare per via a turbare la regolarità dei movimenti della cometa dipendenti dall'azione principale del Sole, vide che le attrazioni di Giove e di Saturno potevano essere la sorgente delle ineguaglianze nel periodo ch'ei rimarcava; ma al suo tempo l'analisi e la meccanica erano troppo imperfette per potere esattamente ridurre a calcolo le alterazioni prodotte da queste estranee azioni, e dovette quindi contentarsi di esporre le sue congetture, e di annunziare al pubblico con molta e modesta riserva il suo ritorno verso l'anno 1758.

2. Morto l'Halley in molto avanzata età nell'anno 1742 (era nato in Londra nel 1656), e le dottrine neutoniane essendo già penetrate in pressochè tutte le scuole e le accademie europee, gli animi di tutti erano intenti all'esito della sua predizione all'avvicinarsi del 1758, avvegnachè divise erano le opinioni dei dotti di quella età, siccome suole accadere in tutte le letterarie e scientifiche discussioni. L'analisi e la meccanica avevano già fatto passi sorprendenti; e quello che Halley non aveva potuto eseguire verso il 1700, osò pel primo intraprenderlo l'acutissimo e celebre geometra Clairaut nel 1758. In una sua Memoria, letta all'Accademia delle scienze di Parigi il 14 Novembre di quello stesso anno, ei rese conto delle sue profonde ricerche intorno alla teoria dei movimenti di questa cometa, le quali furono pubblicate nell'applaudita sua opera *Theorie du mouvement des cometes*, in cui espone tutta la serie delle operazioni ch'egli era stato obbligato di eseguire per calcolare col mezzo delle quadrature le perturbazioni dalla cometa in questione sofferte per l'azione di Giove e di Saturno nei tempi delle rivoluzioni già compiutesi fra gli anni 1531-1607-1682; e dopo avere mostrato un plausibile accordo fra i periodi osservati e quelli calcolati, si accinse pure al calcolo delle variazioni che dovevano dalle stesse sorgenti derivare nella durata del periodo prossimo a

compiersi in quei giorni per togliere l'incertezza rimasta nella predizione dell'Halley, e quella anche maggiore proveniente dalle vaghe stime del tempo della rivoluzione periodica attribuitagli da altri astronomi di quella età. Possiamo ora facilmente comprendere che il risultato delle laboriose ricerche di Clairaut non poteva che ristringere i limiti dell'incertezza, perchè le masse di Giove e di Saturno al suo tempo non erano bene determinate; non si conosceva per anco l'ultimo pianeta Urano, che pure ha una leggiera influenza nei movimenti della cometa; non tenne conto dell'azione della Terra. Ciò nondimeno il suo calcolo si avvicinò molto al vero, avendo annunziato che verosimilmente sarebbe passata al perielio verso il 4 od il 5 di Aprile (1), mentre, dietro le osservazioni fatte nel principio del 1759, vi passò effettivamente ai 12 di Marzo intorno alla mezzanotte. Le congetture di Halley ed i calcoli del Clairaut furono pienamente verificati dal fatto; imperciocchè sul finire dell'anno stesso la tanto aspettata cometa fu scoperta presso Dresda, e nel successivo Gennajo del 1759 venne generalmente da tutti osservata. Non è nostra intenzione di ritessere la storia dei calcoli e delle osservazioni copiose che furono fatte in quella circostanza nell'uno e nell'altro emisfero in conferma della teoria neutoniana, la quale per questa luminosa riprova acquistò l'approvazione universale. Da quell'epoca non rimase più dubbio alcuno sulla identità delle comete apparse negli anni 1531, 1607, 1682, 1759, e nessuno di sana mente poneva dubbio che non dovesse ritornare di nuovo fra gli anni 1834-1836, le perturbazioni planetarie lasciando sempre una lata incertezza sulla durata del periodo, se prima non vengano con molta cura ridotte a calcolo.

3. L'Accademia reale delle scienze di Torino, per invitare i dotti dell'età nostra ad occuparsi seriamente sul calcolo del ritorno della cometa di Halley al perielio (giacchè quest'argomento acquistava di giorno in giorno maggiore interesse coll'avvicinarsi all'epoca nella quale dovevasi attendere), propose a soggetto di premio per l'anno 1812 il calcolo delle perturbazioni dalla stessa sofferte, ed accordollo al signor Barone di Damoiseau, che le trasmise una lunga e circonstanziata Memoria, che trovasi inserita nel vol. XXIV. de' suoi *Atti*. In questo suo lavoro interessantissimo l'autore svolge da bel principio con metodo semplice e chiaro le formule che rappresentano le variazioni degli elementi dell'orbita dietro le equazioni fondamentali della meccanica, ed indi le applica alla cometa di Halley, tenendo conto delle azioni di Giove, di Saturno e di Urano.

(1) Vedasi la nota in fine della prefazione alla citata opera, pag. XIV.

Per stabilire il semiasse maggiore della sua orbita dietro i passaggi al perielio osservati nel 1682 e nel 1759, era necessario conoscere la somma delle perturbazioni dipendenti dai nominati pianeti per tutto questo lungo periodo tanto nell'anomalia media, quanto nel moto medio; quindi da queste egli incomincia l'opera sua. Facendo uso della massa di Giove $\frac{1}{1066,05}$, assegnò pel 1759 i seguenti elementi (pei precetti del moto retrogrado):

$n = 46'',14142$; $a = 18,0833$; $\tau = 12^{s},6$ di Marzo 1759. T. M. in Parigi
$\pi = 303^{\circ}.14'$; $\omega = 53^{\circ}.48'$; $i = 17^{\circ}.40'$; $e = 0.967705$; $q = 0,584$

indicando (come faremo sempre d'ora in poi) n il moto diurno medio siderale; a il semiasse maggiore; τ tempo del passaggio al perielio; π la longitudine del perielio; ω la longitudine del nodo ascendente; i l'inclinazione all'ecclittica; e l'eccentricità dell'orbita; q la distanza perielia.

Partendo in seguito da questi elementi, calcola le perturbazioni dipendenti dall'azione dei tre pianeti superiormente indicati, e per maggiore esattezza ei li corregge di 30 in 30 gradi di anomalia eccentrica, finchè ritorni al prossimo passaggio sul perielio; alla qual epoca egli stabilisce gli elementi seguenti:

$n = 46'',49905$; $a = 17,99045$; $\tau = 16^{g},66$ di Nov. 1835. T. M. in Parigi.
$\tilde{\omega} = 304^{\circ}.34'.27''$; $\omega = 55^{\circ}.7'.6''$; $i = 17^{\circ}.46'.51''$; $e = 0.967453$; $q = 0,58552$
moto retrogrado.

4. Il sig. Damoiseau appoggiò la sua teoria della cometa ai risultati dedotti dagli astronomi del secolo trascorso dalle osservazioni fatte negli anni 1682 e 1759. Essendosi in questi ultimi tempi molto perfezionati i metodi di ridurre a calcolo le osservazioni, coll'introdurvi tutte le correzioni dipendenti dalle rifrazioni, dalla paralasse, dall'aberrazione e dalla nutazione; ed essendo ora le posizioni delle stelle determinate con molto maggior cura; diveniva indispensabile una revisione esatta delle osservazioni originali tramandateci dalla storia, ad oggetto di determinare con maggior precisione gli elementi ellittici da esse risultanti nelle due citate epoche. Primo ad intraprendere un lavoro sì faticoso ed interessante fu il signor Burkardt (*Conn. des temps*, 1819, pag. 374), che si rese tanto benemerito colle sue indefesse ricerche sulla teoria delle comete. Egli appoggiò le sue indagini nel 1682 alle sole osservazioni di Flamsteed, le quali, dietro i consigli di Neuton, appariscono fatte con maggior cura; e quelle del 1759 alle osservazioni di Messier, generalmente apprezzate per la conosciuta diligenza di questo astronomo. Ei non porge nel citato commentario i particolari nè delle osservazioni da esso impiegate, nè delle riduzioni praticatevi; solo

avvisa di avere scrupolosamente tenuto conto di tutte le correzioni nella loro riduzione; ed inoltre, siccome la cometa nel 1759 passò in gran vicinanza della Terra, così egli fu obbligato di ridurre a calcolo le variazioni prodotte dalla sua azione nel moto medio e nel semiasse maggiore, le quali facevano cambiare il tempo della rivoluzione periodica di circa 16 giorni. Ecco pertanto gli elementi da esso ottenuti:

pel 1682 . . . log. $a = 1.2557213$; $\tau = 14^g,74002$ Sett. T. M. in Parigi
$q = 0,582428$; log. $q = 9.7652424$; $\pi = 302^\circ.3'.45''$; sua var. diur. $= +0'',22$
$\omega = 51^\circ.17'.10''$; $i = 17^\circ.48'.0''$; log. $e = 9.9857301$.

Pel 1759 . . . . . $a = 18,01861$; dopo l'azione $\left\{ \begin{array}{l} a = 18,01160 \\ e = 0.96754386 \end{array} \right.$
$e = 0,967557$ della Terra

$\tau = 12^g,58976$ Marzo; T. M. in Parigi. $\pi = 303^\circ.10'.1''$; sua var. diur. $= +0'',22$
$\omega = 53^\circ.50'.11''$; $i = 17^\circ.37''.12$.

Le ricerche del signor Burkardt rammentarono ai calcolatori, che intendevansi occupare della teorica dei movimenti di questa cometa, non potersi trascurare l'azione della Terra, la quale diveniva oltremodo sensibile nelle vicinanze del perielio nel 1759: da esse forse trasse occasione il sopra lodato signor Damoiseau per riprendere la serie de' suoi calcoli, ad oggetto di includervela. Porge i risultati di questo suo nuovo lavoro colle tracce del metodo da esso seguito nell'Appendice alla *Connaissence des temps* pel 1832, ov' egli assegnò i seguenti elementi:

$n = 46'',51942$; $\tau = 4^g,32$ di Novembre 1835. T. M. in Parigi;
$e = 0,9673055$; $q = 0,588017$; gli altri elementi π, ω, i rimanendo sensibilmente, come prima gli aveva determinati, e come sono riferiti al numero precedente.

5. Un altro illustre calcolatore (il sig. di Pontécoulant, resosi celebre soprattutto pel suo bel *Trattato di meccanica celeste*, pubblicato sotto il titolo *Théorie analytique du système du mond*) entrò a questi ultimi tempi nel laborioso arringo dei calcoli relativi alla cometa di Halley, ed a più riprese fece noti al pubblico i suoi risultati. Non giunsero tuttavia a mia notizia le sue Memorie originali, che devono essere inserite negli ultimi volumi delle Memorie dell'Accademia reale di Parigi, non per anco pervenuti a questa Biblioteca; ma se ne leggono dei circostanziali estratti nella *Conoscenza dei tempi per gli anni* 1833-1837. Cominciò egli pure dal calcolare le perturbazioni fra il 1682 ed il 1759, ad oggetto di determinare il moto medio a quest'ultima epoca; ed in seguito le estese per la rivoluzione seguente, adoperando la massa di Giove determinata

da Bouvard $\left(\frac{1}{1070}\right)$. Quando però fu dimostrato, per le ricerche di Nicolay, Gauss ed Enke sulle ineguaglianze prodotte nei nuovi pianeti dall'azione di Giove, e per le nuove osservazioni di Airy e mie proprie, che la massa di questo pianeta deve notabilmente aumentarsi, e stabilirsi $= \frac{1}{1050}$ molto prossimamente, riprese a correggere i suoi risultati, tenendo a calcolo eziandio l'azione della Terra, e giunse (*Conn. des temps*, 1837, pag. 104) ai seguenti risultati, che servirono di base all'effemeride delle posizioni geocentriche ivi pure riferita, e calcolata dal signor Bouvard per guidare gli astronomi alla sua ricerca nelle vicinanze del suo ritorno al perielio.

$a = 17{,}99755$; $\tau = 12^g{,}6$ Novembre 1835. T. M. in Parigi.

$e = 0.9675212$; $\pi = 304^\circ.31'.43''$; $\omega = 55^\circ.30'$; $i = 17^\circ.44'.24''$ mot. retr.

Leggesi nel numero 127 del riputato Giornale intitolato l'*Institut*, che allorquando la cometa si rese visibile nello scorso autunno pel suo avvicinamento al Sole ed alla Terra, abbia lo stesso autore riveduto da capo tutta la serie de' suoi calcoli nei due precedenti periodi, e sia giunto ai seguenti risultati, nei quali, a grande onore della teoria, il passaggio al perielio appena differisce di un giorno da quello che fu realmente osservato.

$a = 17{,}99829$; $\tau = 14^g{,}74$ Novembre 1835. T. M. in Parigi.

$e = 0.967513$; $\pi = 304^\circ.21'.35''$; $\omega = 54^\circ.59'.10''$; $i = 17^\circ.44'.3''$

$n = 46'',4687067$; moto retrogrado.

In questa nuova revisione apparisce che il signor Ponteculant siasi servito delle formule comode e spedite date da La-Grange nella sua Memoria premiata dall'Accademia delle scienze di Parigi nell'anno 1780, inserita nel tomo X. delle Memorie *des savants étrangers*, le quali di gran lunga abbreviano il calcolo nella parte superiore dell'orbita, allorchè la distanza della cometa dal Sole è divenuta considerabilmente grande.

6. Ci resta per ultimo a fare onorata menzione dei lavori intrapresi dal sig. Rosenberger, professore di astronomia nell'Università di Halla. Affinchè nulla rimanesse a desiderare su tale argomento, questo indefesso calcolatore ha intrapreso una nuova revisione delle osservazioni fatte dai più riputati astronomi nelle due apparizioni del 1682 e del 1759, riducendole coi dati recentissimi all'equinozio medio ed al centro della Terra.

Per procedere con l'ordine del tempo in cui il signor Rosenberger ha pubblicato queste sue ricerche, faremo da principio parola di quelle intorno alla

apparizione del 1759. Partendo dall'asse maggiore stabilito dal sig. Damoiseau per quest'epoca, dalla numerosa serie delle osservazioni del signor Messier, dedusse un sistema di elementi riferito all'equinozio medio del 0 Gennajo 1759, che qui riferiremo perchè meglio ne appariscano le piccole differenze con quelli del signor Burkardt, determinati dietro le medesime osservazioni.

$a = 18{,}083275$; $e = 0.96768269$; $\tau = 12^g{,}56261$ Marzo. T. M. in Parigi. $\pi = 303\ 10'.48'',61$; $\omega = 110°.37'.8'',23$; $i = 17°.38'.8'',65$; moto retrogrado; ovvero:

$\pi = 164.25.\ 5,\ 07$; $\omega = 110.\ 37.8,\ 23$; $i = 162.21.51,\ 35$; moto diretto.

Prendendo ora a base questi elementi già molto prossimi al vero, l'autore calcolò con minuta estensione le loro variazioni, dipendenti dall'azione di tutti i sette principali pianeti del sistema solare, e formò così un'ellisse lentamente variabile col tempo, dalla quale dedusse un'effemeride accuratissima per tutto il tempo dell'apparizione della cometa, che porgeva ad ogni giorno la sua *AR.* calcolata, e la sua declinazione con le loro rispettive variazioni orarie. A questa effemeride egli confrontò le copiose serie delle osservazioni lasciateci da Messier, da Muraldi, da Cassini de Thury, da Bradley, da Hell, da Darquier, da la Caille, da Lulof, da le Seur e Jacquier, determinando l'errore medio di ciascheduna serie, ed i loro rispettivi gradi di fiducia. Per ultimo ei forma le equazioni di condizione da tutte queste serie di osservazioni, dalle quali dipende la ricerca delle correzioni degli elementi fondamentali, ch'egli poscia risolve col metodo dei minimi quadrati. Questo immenso lavoro è inserito nel num. 180 delle *Notizie astronomiche del sig. Schümacher;* ed eccone i risultati finali, riferiti all'equinozio medio pel 0 Gennajo 1759, e disposti per le regole del moto diretto.

Semiasse maggiore . . . $a = 18{,}083275 + (\Delta a)$
Eccentricità . . . . . $e = 0.96767572 + (\Delta a).\ 0.0017766$
Passaggio al perielio . . $\tau = 12^g{,}57093 + (\Delta a).\ 0{,}04281$ di Marzo.T.M. di
Longit. del nodo ascend. $\omega = 53°.47'.46'',88 - (\Delta a).\ 44'',29$ Parigi.
Longitudine del perielio $\pi = 164.25.\ 16,\ 43 + (\Delta a).\ 193,\ 32$
Inclinazione dell'orbita . $i = 162.21.43,\ 70 - (\Delta a).\ 41,\ 90$

dove (Δa) esprime la correzione di cui ancor potrebbe abbisognare il semiasse maggiore di Damoiseau, ed i termini per esso moltiplicati ne rappresentano l'influenza negli altri elementi. Terminata questa discussione, ne intraprese una del tutto simile per determinare gli elementi definitivi pel passaggio al perielio del 1682, che trovasi inserita nel num. 196 del citato Giornale, ove assegna,

come risultanti dalle osservazioni di Flamstedio, di Picard, di Hevelio e di La-Hire, i seguenti elementi:

$$a = 18{,}17819 + \Delta a;\ e = 0{,}96794362 + \Delta a.\ 0{,}0017635$$

$$\tau = \text{Settembre } 14{,}81418 - \Delta a.\ 0{,}02562.\ \text{T. M. in Parigi.}$$

$$\left.\begin{array}{l} \pi = 160^\circ.\ 4'.55'',38 - \Delta a.\ 42'',31 \\ \omega = \ \ 50.\ 57.\ 59,\ 32 + \Delta a.\ 72,\ 05 \\ i = 162.\ 15.\ 13,\ 17 - \Delta a.\ 35,\ 16 \end{array}\right\} \text{per le regole del moto diretto.}$$

7. Dopo di avere stabiliti in questa guisa gli elementi ellittici che nel modo più plausibile rappresentano le osservazioni delle due precedenti apparizioni, si rivolse al calcolo delle perturbazioni prodotte da tutti i pianeti del nostro sistema nella rivoluzione compiutasi fra il 1682 ed il 1759, ad oggetto di determinare con tutta la possibile esattezza il moto medio della cometa per l'epoca dei passaggi al perielio negli stessi anni, da cui dipende eziandio l'asse maggiore dell'orbita, e da cui pure dipende la continuazione del calcolo per ricavare dalla teoria lo in allora atteso ritorno nel Novembre 1835.

Di questo suo immenso lavoro rende conto in una circostanziata Memoria, inserita nelle citate *Notizie astronomiche del professore Schümacher*, numero 250. Comincia egli dall'esporre i metodi da esso seguíti in tale laboriosa ricerca; e qui subito presentasi una modificazione alle consuete formule, la quale merita una particolare attenzione. Partendo egli in fatti dalle consuete variazioni degli elementi ellittici, ordinate per l'elemento del tempo, si propone di scegliere a variabile principale l'anomalia eccentrica, e quindi da esse elimina l'elemento del tempo, differenziando la conosciuta relazione fra l'anomalia eccentrica e l'anomalia media, ch'egli scrive sotto la forma seguente:

$$v\,(T + t) = \varepsilon - e.\ \text{sen}\ \varepsilon,$$

dove v rappresenta l'incremento giornaliero dell'anomalia media, $-T$ il passaggio al perielio, t il giorno dato, ε l'anomalia eccentrica, e l'eccentricità dell'orbita. Nel differenziare questa equazione egli fa variare eziandio le costanti rapporto al tempo; e sostituendo i valori dei loro differenziali dati pel tempo, facilmente formasi la seguente:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{av}{r}\left\{1 + \frac{a^2}{e}(2e - \cos\varepsilon - e^2\cos\varepsilon)\,A' + \frac{a^2}{e}\sqrt{1 - e^2}\ \text{sen}\ \varepsilon\,(2 - e\cos\varepsilon)\,B'\right\}$$

dove A' B' dipendono dalle forze perturbatrici. Di qui si ottiene per dt una espressione della seguente forma ... $dt = \frac{r}{av}.\ \frac{d\varepsilon}{1+f}$, della quale si serve l'autore per trasportare le formule rappresentanti le cercate variazioni dal tempo

all'anomalia eccentrica. Apparisce dal fin qui detto, che questo valore di dt differisce da quello comunemente impiegato per la quantità introdottavi f, la quale per essere del primo ordine rapporto alle forze perturbatrici, introduce nelle variazioni degli elementi dei termini di secondo ordine, rapporto alle forze stesse. La sua influenza pertanto è insensibile, siccome lo stesso autore osserva, finchè la cometa mantiensi molto distante dal pianeta perturbatore; ma quando ad esso molto avvicinasi, può divenire sensibile: e lo dimostra con un esempio numerico.

Potrebbe sembrare a prima vista che questa maniera di ricavare il valore di dt fosse contraria allo spirito del metodo della variazione delle costanti arbitrarie, giusta il quale ogni equazione differenziale del primo ordine fra le coordinate del moto ellittico deve rimanere la stessa, tanto supponendo le costanti invariabili, quanto sottoponendole alle variazioni richieste dalla natura delle forze perturbatrici; e (pare a me) la introdotta correzione dovrebbe omettersi, se si spingesse avanti l'operazione per minimi intervalli dell'anomalia eccentrica, ed al principio di ciascun intervallo si applicassero agli elementi tutti del moto ellittico le correzioni ottenute nell'intervallo precedente; con che si avrebbe sempre una nuova epoca ed una nuova anomalia media, da cui dipenderebbe poi il valore dell'anomalia eccentrica, da adoperarsi nell'intervallo seguente. Siccome però nel calcolo delle perturbazioni per quadratura procedesi sempre per intervalli finiti più o meno grandi; così la modificazione del signor Rosenberger riesce un metodo ingegnoso e sommamente comodo, per aver riguardo alla continua variazione delle epoche e delle longitudini medie, la quale (sebbene introduca nel calcolo dei termini del secondo ordine delle masse) non si può trascurare allorquando per un soverchio avvicinamento della cometa al pianeta perturbatore gli elementi del moto ellittico variano con molta rapidità.

8. Allorchè uno si propone il calcolo delle perturbazioni per una cometa di un periodo così lungo, come quella dell'Halley, è forza adottare dei metodi spediti per la parte superiore dell'orbita, ove le perturbazioni sono piccolissime, soverchiamente lunghi e molesti riuscendo i metodi ordinarii indispensabili alle mediocri distanze, massime se vogliasi avere riguardo all'azione di tutti i pianeti. La-Grange nella Memoria superiormente citata (§. 5.) trattò questo importante argomento con tutta la desiderabile estensione, e con quelle luminose tracce che convenivano al sublime suo genio. In questi ultimi tempi il signor Argelander in un commentario intorno all'orbita della cometa del 1811 (che non giunse a mia cognizione nel suo originale) propose un sistema di

formule, che non apparisce molto differente (quanto all'intrinseco spirito) dal metodo seguíto da La-Grange, ed al quale si appiglia il signor Rosenberger nelle sue ricerche attuali, dopo di averlo riferito per intero a maggiore diffusione fra i dotti. Sarebbe stato desiderabile che il ch. autore ne avesse fatto il confronto con quello del signor La-Grange, per mostrare ad evidenza quale dei due sistemi meriti in pratica la preferenza. Riserbandomi forse ad altro momento a fare un tale ravvicinamento di questi due sistemi, dirò che il metodo del signor Argelander consiste nel determinare il movimento della cometa, non intorno al centro del Sole, ma intorno al centro di gravità d'un sistema composto del Sole e dei pianeti perturbatori; e calcolata l'orbita intorno a questo centro fittizio, facile ne riesce la riduzione al centro del Sole. Con questo ingegnoso artificio le forze perturbatrici risultano di gran lunga più piccole, meno variabili, ed il calcolo nelle parti superiori dell'orbita rendesi di gran lunga più semplice, giacchè si possono adoperare grandi intervalli di tempo anche pei minori pianeti, le coordinate dei quali variano con molta rapidità. Con questo mezzo il signor Rosenberger ha calcolato le perturbazioni prodotte da Mercurio, da Venere, dalla Terra e da Marte nei movimenti della presente cometa.

Esposte così succintamente le tracce generali seguite dal signor Resenberger, la brevità che ci siamo imposti non permette d'inoltrarci nel riferire i particolari di tutto il suo lavoro; aggiungeremo solo, che da bel principio egli condusse a fine il calcolo nel periodo compreso fra il 1672 ed il 1759, come sopra abbiamo indicato; indi nel num. 276 dello stesso Giornale, corretti prima alcuni piccoli errori da esso scoperti ne'suoi calcoli precedenti, annunzia di avere collo stesso metodo spinta avanti l'operazione nel periodo fra il 1759 ed il 1835, fino al grado 296 di anomalia eccentrica; e mancandogli il tempo per condurla a fine (sovrastando già il momento di ricercarla, e di porre in opera alla ricerca della medesima gli elementi finali), ei la compiè provvisoriamente, prendendo il resto dal calcolo del signor Damoiseau, per intero riferito nel vol. XXIV. degli *Atti di Torino*, e riducendone i numeri alle masse da esso adottate fin da principio, che sono quelle date dal signor Bouvard nelle sue *Tavole astronomiche*. Siccome era incerto se un etere disseminato nello spazio si opponesse al moto della cometa, e diminuendo il semiasse maggiore ne accelerasse il ritorno; così, perchè dalle osservazioni acquistar si potessero dati sufficienti a decidere siffatta quistione, intraprese per ultimo il calcolo delle perturbazioni dipendenti da una tale resistenza, adottando le ipotesi ed i valori

numerici del signor Enke. Ecco i risultati finali di questo suo immenso lavoro: i tempi sono riferiti al meridiano di Parigi, contati dal mezzodì in tempo medio; le longitudini nelle tre apparizioni sono per ordine riferite all'equinozio medio del 15 Settembre 1682, 13 Marzo 1759, e 7 Novembre 1835.

I. Sistema di elementi, non avendo riguardo alla resistenza dell'etere.

	1682	1759	1835
moto medio n =	45",810976	= 45",124027	= 46",5088
e =	0,96792019	= 0,96768436	= 0.967391
τ =	14^g,80155 Sett.	= 12^g,55827 Marzo.	= 11,576 Nov.
i =	162°.15'.14".65	= 162°.23'. 8",00	= 162°.16'.35",5
ω =	51. 11. 18, 12	= 53. 50. 26, 87	= 55. 11. 21, 4
π =	160. 26. 59, 15	= 164. 30. 25, 54	= 165. 51. 44, 1

II. Sistema, avendo riguardo alla resistenza dell'etere.

n =	45",804578	= 46",130425	= 46",5280
e =	0.96792315	= 0.96768139	= 0.967382
τ =	14^g,80150 Sett.	= 12^g,55819 Marzo.	= 3,844 Nov.
i =	162°.15'.14",65	= 162°.23'. 8",04	= 162°,16'.35",5
ω =	51. 11. 18, 15	= 53. 50. 26, 90	= 55. 11. 21, 4
π =	160. 26. 58, 74	= 164. 30. 25, 13	= 165. 51. 43, 7

valendo dappertutto le regole del moto diretto. Avendo pertanto le osservazioni del 1835 mostrato che la cometa passò al perielio verso il 16 di Novembre, dobbiamo concludere dal confronto dei precedenti due sistemi, che l'apparizione dell'anno scorso si pronuncia poco favorevolmente per l'ipotesi d'una resistenza eterea.

9. Porremo fine a questa breve relazione sui lavori teoretici dei contemporanei con far parola delle ricerche del signor dott. Lehmann di Potsdam, i risultamenti dei quali si leggono nel num. 287 delle già citate *Notizie astronomiche del prof. Schümacher.* Questo egregio calcolatore, invitato dall'importanza dell'argomento, conoscendo perfettamente gli altrui lavori, si accinse all'ardua impresa del calcolo delle perturbazioni, prendendo a base gli elementi più plausibili dati dalle osservazioni nelle diverse apparizioni della cometa; e con la vista d'indagare separatamente l'effetto della resistenza eterea, abbracciò i periodi compresi fra il 1637, il 1682 ed il 1759. Determinati poi gli elementi per quest'ultima apparizione, continuò il calcolo delle perturbazioni fino al ri-

torno al perielio nel 1835. Ordinò il suo calcolo per intervalli di tempo, ch'egli assunse più o meno estesi, secondo il bisogno manifestatosi dai diversi gradi di avvicinamento della cometa dai pianeti perturbatori. Le masse dei pianeti da esso adoperate sono quelle che risultano dalle più recenti discussioni; così per Giove impiegò la massa $\frac{1}{1053,924}$ determinata da Nicolay; i loro luoghi furono calcolati dietro le migliori Tavole, o con la scorta delle più accreditate Effemeridi. Fece concorrere in quest'ardua ricerca anche i minori pianeti, Mercurio, Venere, la Terra e Marte, calcolandone direttamente le variazioni da essi prodotte negli elementi finchè erano sensibili, e stimandole poscia nelle maggiori distanze col supporli concentrati nel Sole, e fare un cambiamento nell'asse maggiore corrispondente all'aumentata massa solare. Pose in opera ogni mezzo di riscontro, e non trascurò alcuna diligenza per assicurarsi dell'esattezza delle operazioni numeriche.

A fronte di tante cure, ebbe il rispettabile autore lo sconforto di giungere a risultamenti notabilmente diversi da quelli del signor Rosenberger, e dagli altri di Damoiseau e Pontecoulant che lo avevano preceduto in questo nobile arringo, poichè fissa il tempo del ritorno al perielio nel 1835 verso il 26 di Novembre, come apparirà dal quadro qui sotto riferito. A vero dire, pare a me che si debba riguardare come tollerabile la differenza dei risultati, qualora si ponga mente alla diversità delle masse adoperate, degli elementi del calcolo da cui sono partiti questi calcolatori nelle varie epoche, alla lentezza del moto medio della cometa, e soprattutto alla incertezza delle osservazioni del 1607, che l'autore ha fatto concorrere per determinare empiricamente l'effetto della resistenza dell'etere. Crede invece il signor Lehmann di dover ripetere la differenza dei risultati dalla diversità della variabile principale, per la quale egli scelse il tempo, mentre il signor Rosenberger adoperò l'anomalia eccentrica, l'uso della quale egli riguarda come meno sicuro. In vero sembra che la differenza dei due sistemi, fondati sopra gli stessi principii, possa bensì procurare una maggiore o minore facilità nelle operazioni numeriche, non però produrre differenza nei risultati; e piuttosto si può credere che non abbia il signor Lehmann abbastanza ristretto gl'intervalli, e corretto competentemente a mano a mano gli elementi colle antecedenti variazioni in quei punti ne' quali per un soverchio avvicinamento della cometa a Giove od agli altri pianeti perturbanti la loro azione variava con grande rapidità; intorno a che meritano d'esser lette le giudiziose osservazioni fatte dallo stesso signor Rosenberger sopra

questo lavoro nel num. 288 delle *Astr. Nachr.*, contentandoci noi di riferire i risultati originali ottenuti dall'autore.

1607	1682	1759	1835
$\tau = 27^g,0148$ Ott.	$\tau = 14^g,81427$ Sett.	$\tau = 12_g,57124$	$\tau = 26^g,27$ Nov.
$q = 0,584185$	$e = 0,9679315o$	$e = 0,96769237$	$q = 0,586784$
$a = 17,94943$	$a = 18,174752$	$a = 18,092089$	$a = 17,86452$
$\omega = 48^\circ.14'.\ 9''$	$\omega = 51^\circ.10'.29'',\ 9$	$\omega = 53^\circ.47'.44'',9$	$\omega = 55^\circ.\ 9'.43''$
$\pi = 300.\ 46.\ 59''$	$\pi = 160.\ 25.\ 24,\ 4$	$\pi = 164.\ 25.\ 6.\ 8$	$\pi = 304^\circ.30'.11''$
$i = 17.\ 6.\ 17,1$	$i = 162.\ 13.\ 56,\ 16$	$i = 162.\ 22.\ 7,\ 0$	$i = 17.\ 44.\ 16$
moto retrogrado	diretto	diretto	retrogrado.

Dove dappertutto il tempo è valutato dal mezzodì medio del meridiano di Parigi, e le longitudini sono riferite in ciascheduna epoca all'equinozio medio corrispondente al giorno del passaggio pel perielio. Se per confrontare i precedenti risultati pel 1835 con quelli del signor Rosenberger si convertiranno i precetti del moto retrogrado in quelli del moto diretto, si troveranno invece i due costanti π, i espressi nel modo seguente:

$$\pi = 165^\circ.\ 49'.\ 11''; \quad i = 162^\circ.\ 15'.\ 14''.$$

II. *Osservazioni astronomiche fatte nella Specola di Padova.*

10. Dietro tutti i lavori precedentemente riferiti, chiaro apparisce che potevasi assegnare la posizione geocentrica della cometa per dirigere le ricerche degli astronomi, quando potevasi sperare d'incominciare ad osservarla col mezzo di buoni canocchiali; e di fatto in tutte le migliori Effemeridi e nei Giornali scientifici più riputati vennero a tale effetto inserite con maggiore o minore estensione le sue *AR*, le sue declinazioni geocentriche. Il celebre dott. Olbers, tanto benemerito della teoria delle comete, confrontando la distanza della cometa attuale dalla Terra verso il principio dell'anno scorso con quella della grande cometa del 1811, allorchè fu per l'ultima volta osservata dal signor Wisniewsky, stimò che potesse rendersi visibile al principio dell'anno nei mesi di Febbrajo o Marzo, mentre generalmente attendevasi per l'autunno, e con una effemeride (*Astr. Nach.* num. 268) fondata sugli elementi del signor Pontecoulant invitò gli astronomi a ricercarla diligentemente. Si ricercò infatti anche in questa regia Specola minutamente più volte in sere chiare, e favorevoli alle osservazioni di tal genere; ma non si riuscì a scuoprirne la più piccola traccia; nè mi è noto che a quell'epoca sia stata in alcun luogo osservata. Gli astronomi del Collegio romano furono i primi ad osservarla, giacchè riuscirono a vederla con un eccellente canocchiale acromatico di Cauchoix (il cui

obiettivo ha sette piedi parigini di distanza focale con sei pollici di apertura) nelle mattine 5, 6 e 7 di Agosto. Disgraziatamente però il cielo sparso di nuvole ed il crepuscolo crescente non gli permisero di farne osservazioni regolari, e poterono solo rilevarne a stima la posizione, riportandola a stelle circonvicine per assicurare l'autorità della scoperta. Le osservazioni degli astronomi romani riescono di sommo interesse per indicare la forza e la chiarezza del canocchiale, opportuna a rendere cospicua la cometa nella sua prima apparizione, quando ritornando dalle parti superiori della sua orbita non ha ancora acquistato quel grado di luce e calore che sembra conservare in una stessa distanza dopo il passaggio pel perielio. In fatti per una fortunata combinazione anche qui l'atmosfera era abbastanza pura, e nelle mattine 5 e 6 di Agosto il signor dott. Conti, mio collega, ed io la ricercammo diligentemente alla macchina paralattica, perlustrando quella regione in cui a Roma videsi senza stento e quasi a primo aspetto col canocchiale di Cauchoix, nè ci riuscì di sospettarne la più piccola traccia. Ora il canocchiale di questa macchina è opera egregia del defunto Fraunhofer, dotato di rara chiarezza, ma ha soltanto le seguenti dimensioni ed i seguenti ingrandimenti.

Lunghezza focale dell'obbiettivo . . . . . poll. 30
Apertura . . . . . lin. 29

E munito di tre oculari a due lenti, secondo la costruzione di Ramsden, che ingrandiscono come segue:

Il 1.° oculare con micrometro circolare ingrandisce 30 volte
2.° senza micrometro circolare 40
3.° pure senza micrometro 60

Si adoperarono alternativamente gli oculari primo e secondo.

11. Generalmente poi nei diversi Osservatorii d'Europa fu veduta dal 21 di Agosto al primo di Settembre; qui l'atmosfera fu costantemente ingombra di vapori e spesso affatto coperta, e le nostre ricerche riuscirono infruttuose fino al primo di Settembre, in cui essendo il cielo sufficientemente puro s'incontrò senza ostacolo, non molto allontanandosi dalle Effemeridi del signor Bouvard, calcolate sugli elementi di Pontecoulant. Aveva l'aspetto d'una debole e larga luminosa di un minuto e più di diametro, un poco più splendente nel centro. Nei giorni seguenti 2, 3 e 4 Settembre, essendo l'atmosfera carica di vapori, distinguevasi a stento; e forse non sarebbesi riconosciuta, se non fosse stata osservata il giorno primo. In seguito dovetti abbandonare l'Osservatorio, essendo stato richiamato a Venezia per commissione dell'Eccelso Governo, ed il signor

Conti con molta assiduità e diligenza la osservò in tutte quelle sere che lo permisero le circostanze atmosferiche di quell'autunno straordinariamente piovoso e coperto di nuvole fino al giorno 17 Novembre, in cui si perdette nei raggi solari. La sua luce andò di giorno in giorno crescendo, sicchè verso la fine di Settembre cominciossi a vedere ad occhio nudo, ed ai primi di Ottobre faceva già di sè bella mostra, brillando come una stella di prima grandezza, accompagnata da una coda di lunghezza alquanto variabile da una sera all'altra; verso il giorno 12 dello stesso mese acquistò il massimo splendore fra le stelle dell'Orsa maggiore con una coda lunga circa 10 gradi. In seguito il suo splendore rapidamente diminuì, con un moto molto celere si rivolse verso l'Equatore, ed alla fine di Ottobre non più vedevasi ad occhio nudo, per lo meno a primo aspetto. Nel canocchiale appariva un disco confuso e come involto in un'atmosfera luminosa, nel cui centro distinguevasi un punto più splendente, a cui costantemente si collimò nelle osservazioni.

Passata poi la cometa nell'emisfero australe e perdutasi nei raggi solari (siccome accennammo) la sera dei 17 Novembre, non ne sortì che verso il finire di Dicembre. La tornammo ad osservare per la prima volta il 31 di Dicembre (mattina del 1.° Gennajo, poco avanti il levar del Sole). Era allora molto bassa sul nostro orizzonte, debolissima, ed appariva come una larga ed estesa nubecola, del diametro di 7 in 8 minuti, senza che si potesse scorgere alcun punto più splendente nel centro. Pochissime e mal sicure osservazioni si sono potute fare sino alla mattina del 27 Gennajo; dopo la qual epoca, ora pel chiarore della Luna, ora pel cattivo tempo, ora per le nebbie che quasi costantemente sollevandosi dalle foci del Pò ingombrano qui gli strati inferiori dell'atmosfera fra il Levante ed il Mezzodì, non si potè più vedere.

12. Premesse queste generali notizie, passiamo ad esporne le osservazioni. Queste furono fatte alla consueta macchina paralattica, notando la sortita del centro del nucleo più splendente da tre lamine metalliche paralelle al circolo di declinazione, e portando in contatto della lamina equatoriale il centro stesso subito dopo la sortita dalla terza lamina. Senza mai alterare la posizione del circolo di declinazione, attendevasi che una o più stelle bene determinate, e registrate nei Cataloghi della Società astronomica o di Piazzi, attraversassero lo stesso circolo orario; la differenza dei passaggi alla lamina media dava la differenza apparente delle AR, mentre la differenza delle declinazioni osservavasi dalle divisioni del circolo di declinazione, e questa assumevasi sempre piccola, perchè gli errori residui nella posizione della macchina non avessero una sen-

sibile influenza. In quelle sere, nelle quali il moto della cometa era rapidissimo, si notò eziandio il tempo trascorso fra il passaggio della lamina media, ed il momento in cui fu osservata la declinazione; e questo nella seguente Tavola viene riferito in una colonna apposita, per poter ridurre le declinazioni osservate allo stesso istante, per cui riescono determinate le *A R;* nelle altre sere tal correzione è piccolissima, e se si vorrà tenerne conto si potrà far uso della distanza delle lamine, la quale all'Equatore è di 23″,8. Le osservazioni sono state per la massima parte diligentemente ridotte dal signor Conti, che ha calcolato la posizione apparente delle stelle di confronto prendendo le loro posizioni medie dagli indicati Cataloghi, e le correzioni dovute all'aberrazione e nutazione dalle tabelle inserite nelle Effemeridi del signor Enke; inoltre le seguenti posizioni osservate sono già state corrette eziandio dalla influenza delle rifrazioni astronomiche, dimodochè devonsi soltanto correggere dall'effetto della paralasse, dell'aberrazione della luce; e quanto alle declinazioni devonsi inoltre ridurre all'istante del passaggio alla lamina media.

1835. Mesi, Gior.	Tempo Medio in Padova.	*A R* app. della cometa.	Decl. app. della cometa.	Tempo per la rid. decl.	Num. delle stelle di confronto.	Osservatori.
	h	h	°			
Sett. 1	13. 19′.39″,6	5. 51′.12″,09	+24. 59′,34″,7	——		Santini
—	13. 52. 40, 7	5. 51. 11, 51	25. 0. 22, 0	——	766. 784 di Bayly	Conti
—	14. 19. 41, 4	5. 51. 13, 87	25. 0. 46, 7	——		Santini
2	12. 44. 58, 6	5. 52. 3, 81	25. 10. 24, 4	——	766. Bayly	——
—	13. 26. 4, 8	5. 52. 5, 41	25. 9. 24, 7	——		——
3	14. 19. 34, 2	5. 53. 5, 32	25. 19. 33, 3	——	766. 784. *B.*	——
—	14. 45. 37, 1	5. 53. 7, 14	25. 19. 39, 4	——		——
4	14. 11. 39, 0	5. 53. 57, 44	25. 30. 22, 7	——	766. 784. *B.*	Conti
19	11. 36. 23, 8	6. 10. 57, 80	29. 37. 28, 6	——	800. 817 825. 832 *B.*	——
—	12. 12. 25, 3	6. 10. 59, 26	29. 37. 45, 1	——		——
—	12. 48. 59, 1	6. 11. 2, 60	29. 37. 48, 1	——		——
20	11. 52. 55, 9	6. 12. 34, 36	30. 4. 34, 9	——	800. 817. 825. 832 *B.*	——
—	12. 23. 49, 4	6. 12. 35, 95	30. 5. 24, 0	——		——
21	13. 5. 29, 6	6. 14. 18, 90	30. 35. 59, 4	——	800. 817 825. 832 *B.*	——
—	13. 36. 30, 5	6. 14. 21, 54	30. 36. 36, 6	——		——
22	12. 40. 49, 4	6. 16. 6, 49	31. 7. 55, 4	——	817. 835 832. 846 *B.*	——
—	13. 14. 58, 2	6. 16. 8, 75	31. 8. 38, 0	——		——
23	12. 18. 31, 4	6. 18. 3, 44	31. 42. 42, 6	——	817. 825 846. *B.*	——
—	12. 50. 47, 4	6. 18. 3, 87	31. 43. 40, 2	——		——
24	12. 18. 38, 4	6. 20. 12, 26	32. 21. 30, 8	——	817. 825 832. 846 *B.*	——
—	12. 48. 27, 7	6. 20. 14, 23	32. 22. 30, 8	——		——
28	12. 10. 45, 0	6. 31. 26, 05	35. 45. 4, 0	——	846. *B.*	——
—	12. 28. 57, 3	6. 31. 29, 12	35. 45. 57, 4	0′.59″		——
—	12. 45. 0, 8	6. 31. 31, 02	35. 46. 18, 8	1. 8	832. 846 *B.*	——
—	13. 0. 34, 8	6. 31. 33, 11	+35. 46. 49, 7	0. 56		——

1835. Mesi, Gior.	Tempo Medio in Padova.	*AR* app. della cometa.	Decl. app. della cometa.	Tempo per la rid.decl.	Num. delle stelle di confronto.	Osservatori.
	h	h	°			
Sett. 29	12. 47'. 2",0	6. 35'.22",76	+36. 54'. 3",5	1.' 7"	846. 880. *B.*	Conti
—	13. 18. 56, 8	6. 35. 27, 63	36. 55. 54, 3	1. 2		——
Ott. 7	11. 27. 1, 8	8. 5. 20, 95	54. 38. 21, 9	1. 6	1092. 1099. *B.*	——
—	12. 25. 11, 7	8. 6. 34, 97	54. 46. 52, 0	1. 27		——
8	13. 12. 14, 0	8. 46. 6, 43	58. 41. 31, 9	1. 18	1118. 1146 *B.*	——
—	13. 51. 26, 0	8. 47. 23, 10	58. 47. 44, 0	1. 26		——
11	12. 52. 1, 6	12. 43. 34, 48	61. 37. 43, 6	1. 19	1534.1537.*B.*	——
—	13. 43. 40, 4	12. 46. 53, 38	61. 29. 9, 1	1. 48	1526.1534.1537*B.*	——
12	9. 3. 21, 3	13. 54. 20, 48	56. 41. 40, 6	1. 13	1607. *B.*	——
13	7. 46. 10, 1	14. 49. 48, 88	48. 57. 11, 5	1. 12	1714. 1749. *B.*	——
—	8. 20. 13, 7	14. 50. 58, 26	48. 44. 51, 1	1. 14		——
—	8. 53. 2, 3	14. 52. 5, 36	48. 32. 22, 3	1. 9	1714, *B.*	——
—	9. 3. 29, 0	14. 52. 26, 12	48. 28. 56, 3	1. 5		——
—	9. 13. 34, 8	14. 52. 45, 99	48. 24. 58, 3	1. 4		——
—	9. 23. 37, 5	14. 53. 6, 22	48. 21. 18, 3	1. 4		——
14	8. 14. 22, 5	15. 30. 13, 82	39. 55. 28, 2	0. 59	1813. 1839 *B.*	——
—	8. 47. 48, 7	15. 30. 57, 12	39. 43. 36, 3	1. 1		——
18	6. 32. 5, 5	16. 37. 39, 12	+14. 26. 3, 1	0. 33	2510.2534.2581*B.*	Santini
26	6. 25. 47, 1	17. 10. 40, 19	— 4. 2. 40, 7	——	1998.2051.2061*B.*	——
29	6. 35. 13, 8	17. 14. 21, 22	7. 4. 8, 3	——	161. 202. XVII di Piazzi	Conti
—	7. 2. 7, 8	17. 14. 21, 44	7. 5. 22, 8	——		——
30	5. 46. 16, 6	17. 15. 3, 39	7. 51. 16, 5	——	161. XVII. *P.*	——
Nov. 2	6. 21. 49, 2	17. 16. 16, 07	9. 54. 49, 5	——	161. 202 XVII. *P.*	——
—	6. 46. 19, 1	17. 16. 16, 25	9. 55. 30, 1	——		——
5	5. 17. 48, 0	17. 16. 8, 46	11. 30. 25, 9	——		——
—	5. 49. 18, 0	17. 16. 8, 64	11. 31. 9, 4	——		——
7	5. 29. 5, 5	17. 15. 29, 25	12. 25. 33, 3	——	1985. 2028 *B.*	——
—	5. 58. 24, 1	17. 15. 28, 22	12. 26. 22, 9	——		——
11	5. 32. 8, 7	17. 13. 3, 01	13. 59. 14, 1	——	2019. 2028 *B.*	——
—	5. 55. 31, 7	17. 13. 2, 80	13. 59. 49, 4	——		——
12	5. 21. 10, 8	17. 12. 15, 92	14. 20. 13, 7	——		——
—	5. 51. 43, 0	17. 12. 15, 02	14. 20. 36, 1	——		——
17	5. 31. 40, 0	17. 7. 25, 16	15. 53. 25, 3	——	1985. 2019 *B.*	——
—	5. 42. 26, 5	17. 7. 25, 80	15. 53. 29, 6	——		——
Dic. 31	18. 13. 49, 1	16. 18. 25, 51	24. 46. 1, 6	——	1888. *B.*	Santini
—	18. 21. 29, 5	16. 18. 23, 11	24. 46. 14, 1	——		
1836						
Genn. 19	18. 14. 5, 6	15. 53. 28, 29	28. 4. 27, 6	——	1849. *B.*	——
26	17. 57. 1, 8	15. 40. 24, 02	29. 20. 58, 3	——	1816. *B.*	Santini
—	18. 13. 29, 4	15. 40. 18, 48	29. 20. 49, 3	——		——
—	18. 24. 21, 5	15. 40. 21, 10	29. 21. 4, 7	——		——
—	18. 36, 18, 9	15. 40. 17, 76	29. 16. 41, 5	——		Conti
27	17. 49. 9, 1	15. 38. 16, 16	29. 26. 50, 7	——	1816. *B.*	Santini
—	18. 2. 22, 3	15. 38. 12, 96	29. 26. 35, 6	——		——
—	18. 16. 3, 0	15. 38. 10, 70	29. 26. 20, 7	——		Conti
—	18. 31. 15, 5	15. 38. 6, 55	—29. 26. 38, 1	——		——

Annotazioni particolari.

1.° Settembre. Sera chiara. La cometa appariva simile ad una debile nebulosa di circa 1' di diametro, ad intervalli splendente nel centro.

2, 3 e 4 detto. Sere torbide. Cometa appena distinguibile. Osservaz. incerte.

7 Ottobre. Cielo vaporoso, con chiaro di Luna. Cometa poco visibile.

12 detto. Cielo nuvoloso. Si potè fare una sola osservazione.

18 detto. Si fe nuvolo sul principiare della notte. Si osservò la cometa fra le nuvole, che appariva molto estesa, senza poter distinguere il nucleo. Non si possono osservare stelle di confronto che dopo 4.$\frac{1}{2}$ circa. Osservazione incerta.

26 detto. Sera chiara e lucida con Luna splendente. Vedevasi la cometa ad occhio nudo, con leggerissima traccia di coda. Nel canocchiale della macchina paralattica appariva un disco splendente, confuso in diametro simile a Giove, con coda luminosa apprezzata di circa 4°.

12 Novembre. Cometa appena visibile pel chiaro del crepuscolo.

17 detto. Cometa prossima all'orizzonte, e debole pel crepuscolo.

31 Dicembre. Cometa bassa e molto debole, perchè immersa nei vapori.

19 Gennajo. Cielo velato e nebbioso. Cometa visibile ad intervalli.

26 detto. Cielo sereno. La cometa si presentava come una larga nebulosa, con un punto splendente eccentrico, a cui io collimai: forse era una stella telescopica. Il diametro della nebulosità si stimò di 7 in 8 minuti.

III. *Correzione degli elementi dell'orbita dietro le osservazioni fatte avanti la congiunzione col Sole.*

13. Il signor Rosenberger, che si rese pe' suoi lavori superiormente riferiti tanto benemerito della teoria di questa cometa, fu anche fra i primi a correggere, dietro le osservazioni fatte sino dai primi giorni del suo ritorno, l'epoca del passaggio al perielio, e ad accorgersi che doveva questo accadere intorno al 16 di Novembre, mentre le sue ricerche colla teoria delle perturbazioni l'avrebbero stabilito verso il giorno 11. In seguito con tre osservazioni fatte dal sig. Bessel ad un eccellente eliometro nei giorni 27 Agosto, 17 e 23 di Settembre, determinò il seguente sistema di elementi disposto per le regole del moto diretto, il quale è molto vicino al vero, ed ha rappresentato molto prossimamente tutto il corso osservato della cometa durante la sua apparizione.

Pass. al perielio, in giorni dal pr. del 1835	$= \tau =$	320,^{g}05351	T. M. in Berlino
Longitudine del perielio	$= \pi =$	165°.55'.20",82	dall'Eq. M.
del nodo	$= \omega =$	55. 11. 21, 40	16 Nov.
Inclinazione all'ecclittica	$= i =$	162. 9. 48, 53	
Eccentricità	$e =$	0,9674433. 6	
Quindi l'angolo di eccentricità	$\varphi =$	75°.20'.22",92	
Log. semiasse maggiore	$\log. a =$	1,2549807. 3	
E perciò log. dist. perielia	$\log. q =$	9.7676202	
Moto diurno medio siderale	$=$	46",50883.	

L'identità del moto medio con quello esposto nel primo sistema del §. 8. dimostra che il chiarissimo autore ha ritenuto l'asse maggiore da esso dedotto dalla teoria delle perturbazioni. Sul finire dello scorso anno fui desideroso di ricercare le correzioni da farsi ai precedenti elementi, per fare sparire le piccole differenze che io rimarcava fra i luoghi calcolati ed i luoghi osservati, le quali erano soprattutto sensibili nel mese di Ottobre, in cui la cometa giunse alla sua minima distanza dalla Terra. In questa ricerca ho supposto gli elementi stessi invariabili per tutto il corso delle osservazioni che gli hanno servito di base, non avendo avuto alcun riguardo alle loro variazioni dipendenti dalle attrazioni dei pianeti; e quindi gli ottenuti risultati non possono riguardarsi che come una prima approssimazione per procurare col loro mezzo quattro o più posizioni fondamentali, distribuite convenientemente per tutto il ramo dell'orbita osservato in questa sua apparizione, da correggersi avendo il dovuto riguardo alle perturbazioni planetarie, quando siano conosciute le migliori osservazioni. Non ho fatto concorrere in questa correzione le posizioni da me osservate dopo la congiunzione, perchè le reputai troppo incerte ed irregolari; ed ho stimato conveniente di attendere quelle che ci perverranno dall'emisfero australe, le quali saranno per riuscire più esatte e precise per la grande elevazione che dovette colà avere la cometa sull'orizzonte. Nel formare le equazioni di condizione corrispondenti ad ogni osservazione ho seguíto lo stesso metodo e le stesse formule che vennero da me riferite nel volume precedente di questi *Saggi* per la correzione degli elementi della cometa di Biela, ammettendo inoltre che il semiasse maggiore sia sottoposto ad una piccola correzione indeterminata Δa, da riguardarsi come data, per calcolarne l'influenza sugli altri elementi, quando altre discussioni teoriche persuadano ad adottare un valore di a diverso da quello di Rosenberger.

14. Ciò premesso, ecco le osservazioni delle quali mi sono servito, e i dati da me adoperati nel calcolo.

Primieramente ho assunto le due seguenti osservazioni dal signor Carlo Littrow fatte all'Osservatorio di Vienna (*Astr. Nach.*, num. 289), il quale con egregie opere astronomiche in giovane età si annunzia degno sostenitore della fama paterna.

Mesi.	Giorni.	T. M. in Vienna.	*AR* di cometa.	Decl. ap. di cometa.
		h		
Agosto	21	14. 55.′ 56″, 4	85.°26′. 54″, 3	+ 23°. 36′. 28″, 2
	22	15. 8′. 57, 3	85. 39. 40, 2	23. 42. 51, 3

In secondo luogo ho scelto le osservazioni fatte in Padova nei giorni 1, 19, 28 Settembre; 7, 11, 13, 26, 29 Ottobre; 5, 11, 17 Novembre, prendendo il medio delle posizioni osservate in ciascuna sera, e dei tempi ad esse relativi, ad oggetto di diminuire le irregolarità degli isolati confronti; la qual cosa è permessa, potendosi per un piccolo intervallo di tempo riguardare come uniforme il moto della cometa anche in quelle sere, nelle quali molto rapidamente variava la sua posizione. Per maggiore facilità ed uniformità ho ridotto i tempi di Vienna e di Padova in giorni e parti di giorno, contati dal principio dell'anno, riportati al meridiano di Berlino, ed ho calcolato i luoghi della Terra dalle esattissime Effemeridi del signor Enke. Le due seguenti tabelle contengono gli elementi tutti pel calcolo delle equazioni di condizione, come sono stati da me dedotti dalle osservazioni, avvertendo che tanto le longitudini calcolate della cometa e della Terra, come anche quelle della cometa dedotte dalle posizioni osservate rapporto all'equatore, sono state ridotte alla posizione media dell'equinozio pel giorno 16 di Novembre, e che alle declinazioni della cometa è stata applicata la correzione dipendente dal suo moto proprio, per ridurle all'istante del passaggio per la lamina media dell'equatoriale.

Tavola I. *Posizioni osservate della cometa rapporto all'equatore.*

1835. T. M. in Berlino.	*A R* app. di cometa.	Corr. per l'aberr. par.	*A R* corr. di cometa.	Decl. ap. di cometa.	Corr. per l'ab. e par.	Declin. di cometa corr.
233,61389	85.26'.54",3	+ 8',4 — 2",9	85.26'.59",8	+23.36'.28",2	+ 4",3 + 2",7	+23.36.'35",2
234,62292	85.39.40, 2	+ 8, 2 — 3, 1	85.39.45, 3	23.42.51, 3	+ 4, 1 + 2, 7	23.42.58, 1
244,58086	87.48. 7, 5	+ 7, 2 — 4, 3	87.48.10, 4	25. 0.14, 5	+ 5, 2 + 3, 3	25. 0.23, 0
262,51299	92.44.58, 4	+ 7, 4 — 7, 7	92.44.58, 1	29.37.40, 6	+ 8, 6 + 5, 7	29.37.54, 9
271,52946	97.52.27, 4	+11, 6 — 12, 8	97.52.26, 2	35.45.59, 7	+13, 6 + 7, 8	35.46.21, 1
280,50154	121.29.29, 4	+53, 8 — 37, 4	127.29.45, 8	54.42.24, 9	+21, 3 + 18, 5	54.43. 4, 7
284,55830	191.18.29, 0	+90",8 — 32, 0	191.19.27, 8	61.33.41, 9	— 15, 6 + 40, 7	61.34. 7, 0
286,36999	222.57.57, 1	+47, 7 + 46, 1	222.59.30, 9	+48.35.20, 7	— 34, 7 + 30, 3	+48.35.16, 3
299,27214	257.40. 2, 9	+ 4, 8 + 8, 6	257.40.16, 3	— 4. 2.40, 7	— 13, 9 + 11, 3	— 4. 2 43, 3
302,28804	258.35. 0, 9	+ 3, 3 + 7, 9	258.35.12, 1	— 7. 4.44, 0	— 12, 6 + 9, 5	— 7. 4.47, 1
309,23586	259. 2. 8, 3	— 0, 9 + 5, 0	259. 2.12, 4	— 11.30.47, 0	— 9, 7 + 7, 4	— 11.30.49, 3
315,24301	258.15.43, 5	— 4, 4 + 4, 7	258.15.43, 8	— 13.59.31, 0	— 8, 6 + 6, 4	— 13.59.33, 2
321,23830	256.51.22, 2	— 7, 4 + 4, 3	256.51.19, 1	— 15.53.27, 0	— 8, 0 + 5, 1	— 15.53.29, 9

Tavola II. *Posizioni geocentriche osservate e calcolate della cometa e della Terra, ridotte al piano dell'ecclittica per l'equinozio medio* 16 *Novembre* 1835.

Mesi. Giorni.	Longit. osser. della cometa $= \alpha'$.	Latit. osserv. di cometa $= \beta'$.	Longit. della Terra $= L$.	Log. dist. di Terra da Sole $=$ log. R.	Longit. calc. della cometa $= l'$.	Latit. calc. della cometa $= \lambda'$.	$\alpha' - l'$ $= dl'$	$\beta' - \lambda'$ $= d\lambda'$
Ag. 21	85°. 5o'.19",1	+ 0.°12'.49",6	328°. 14'. 2",9	0. 0047848	85°. 5o'.25",6	+ 0.°12'.37",7	— o'. 6",5	+ o'.11",9
22	86. 2.11, 5	0. 18.5o, 8	329. 12.26, 6	0. 0046920	86. 2.14, 2	0. 18.43, 1	— 0. 2, 7	+ 0. 7, 7
Sett. 1	88. 0.53, 2	1. 33.34, 7	338. 5o. 5, 5	0. 0036806	88. 1.22, 3	1. 33.13, 2	— 0.29, 1	+ 0.21, 5
19	92. 24.13, 3	6. 11.34, 3	356. 17.13, 5	0. 0016452	92. 24.56, 1	6. 11.35, 7	— 0.42, 8	— 0. 1, 4
28	96. 32.34, 3	12. 29.21, 0	5. 7. 51, 3	0. 0005267	96. 31.43, 2	12. 28.35, 8	+ 0.51, 1	+ 0.45, 2
Ott. 7	111. 14. 7, 2	33. 33.19, 1	13. 58.19, 6	9. 9993892	111. 2.26, 5	33. 23.25, 5	+11.40, 7	+ 9.53, 6
11	150. 29. 5, 2	57. 33.14, 4	17. 59. 4, 1	9. 9988885	150. 28.45, 5	57. 33.14, 4	+64.47, 7	+12.27, 7
13	193. 23.40, 8	60. 10.30, 4	19. 46.46, 6	9. 9986680	192. 3.54, 2	60. 23.33, 7	+79.46, 6	—13. 5, 3
26	256. 59.52, 3	18. 51.40, 1	32. 37.18, 8	9. 9971179	256. 58.28, 2	18. 59.43, 3	+ 1.24, 1	— 8. 3, 2
29	258. 13.39, 1	15. 54.59, 7	35. 38.11, 0	9. 9967621	258. 13.22, 7	16. 1.22, 9	+ 0.16, 4	— 6.23, 2
Nov. 5	259. 2.27, 1	11. 31.52, 7	42. 35.48, 6	9. 9959825	259. 3.10, 8	11. 35.53, 3	— 0.43, 7	— 4. 0, 6
11	258. 28.33, 1	9. 0. 1, 5	48. 38. 2, 1	9. 9953713	258. 29.40, 0	9. 2.48, 3	— 1. 6, 9	— 2.46, 8
17	257. 16.27, 2	+6. 59.26, 6	54. 40.40, 5	9. 9948157	257. 17.11, 2	+7. 1.20, 3	— 0.44, 0	— 1.53, 7

15. S'indichino ora per $d\omega$, di, $d\pi$, $d\varphi$ le correzioni cercate dei superiori elementi ω, i, π, φ, espresse in minuti; per $d\tau$ la correzione del passaggio al perielio τ, espressa in decimi di giorno; per Δa una variazione arbitraria data al semiasse maggiore, espressa in centesimi dell'unità: di modo che se a' ed a sono due semiassi fra loro pochissimo differenti, si abbia $\Delta a = 100\ (a' - a)$, e quindi $a' = a + \frac{\Delta a}{100}$. Le equazioni di condizione per ogni posizione osservata, sia essa una longitudine oppure una latitudine, si scrivano sotto la seguente forma:

$$a.\ d\omega + b.\ di + c.\ d\tau + d.\ d\pi + e.\ d\varphi = n + n'\ \Delta a.$$

Calcolando per ognuna delle precedenti osservazioni i coefficienti a, b, c, d, e, n, n' dietro le formule differenziali esposte nel secondo volume de' miei *Elementi di Astronomia*, come si è praticato eziandio nelle precedenti Memorie, ho ottenuti i risultati seguenti, ove la prima linea corrispondente ad ogni giorno in particolare rappresenta i coefficienti dell'equazione dipendente dalla longitudine, la seconda quella dipendente dalla latitudine.

Mesi. Giorni.	a	b	c	d	e	n	n'
Ag. 21	+ 88″,835	— 0″,189	+ 11″,995	— 43″,307	+ 243″,47	— 6″,5	+ 61″,34
—	— 16, 534	— 0, 686	— 35, 090	+ 16, 432	— 101, 85	+ 11, 9	— 25, 60
22	+ 89, 021	— 0, 280	+ 10, 956	— 43, 378	+ 245, 08	— 2, 7	+ 61, 73
—	— 16, 764	— 1, 015	— 36, 013	+ 16, 610	— 103, 54	+ 7, 7	— 26, 01
Sett. 1	+ 92, 030	— 1, 397	— 4, 520	— 44, 750	+ 267, 36	— 29, 1	+ 67, 13
—	— 20, 170	— 5, 029	— 49, 001	+ 19, 176	— 126, 67	+ 21, 5	— 31, 74
19	+ 102, 150	— 5, 184	— 81, 640	— 49, 200	+ 341, 42	— 42, 8	+ 85, 19
—	— 38, 700	—19, 576	— 118, 380	+ 31, 659	— 235, 38	— 1, 4	— 58, 71
28	+ 108, 750	— 9, 907	— 237, 840	— 51, 666	+ 411, 35	+ 51, 1	+ 102, 29
—	— 76, 537	—37, 256	— 260, 270	+ 54, 424	— 431, 12	+ 45, 2	— 107, 21
Ott. 7	+ 44, 191	—22, 201	—1256, 570	— 16, 416	+ 311, 04	+1000, 7	+ 76, 78
—	— 285, 490	—70, 627	— 960, 010	+165, 060	—1400, 56	+ 593, 6	— 347, 42
11	— 660, 710	+ 6, 881	—4776, 140	+336, 860	—2405, 06	+3887, 7	— 596, 97
—	— 425, 640	—42, 295	— 659, 460	+228, 000	—2135, 27	+ 747, 6	— 528, 84
13	—1137, 370	+77, 063	—4733, 220	+566, 000	—4752, 61	+4786, 6	—1197, 57
—	— 97, 119	—49, 094	+1064, 040	+ 60, 380	— 871, 34	— 783, 3	— 215, 18
26	— 33, 003	+19, 179	+ 275, 680	+ 14, 892	— 396, 02	+ 84, 1	— 97, 51
—	+ 35, 298	—59, 751	+ 278, 990	— 11, 804	+ 11, 29	— 483, 2	+ 2, 88
29	— 9, 960	+15, 856	+ 296, 363	— 3, 799	— 291, 81	+ 16, 4	— 71, 77
—	+ 24, 443	—51, 258	+ 206, 890	— 8, 310	— 10, 81	— 383, 2	— 2, 58
Nov. 5	+ 17, 850	+11, 261	+ 319, 820	— 9, 487	— 178, 23	— 43, 7	— 43, 78
—	+ 13, 056	—37, 704	+ 133, 170	— 5, 543	— 29, 84	— 240, 6	— 7, 30
11	+ 30, 014	+ 8, 773	+ 331, 834	— 15, 230	— 147, 30	— 66, 9	— 36, 18
—	+ 9, 274	—29, 542	+ 109, 877	— 5, 243	— 36, 54	— 166, 8	— 8, 97
17	+ 37, 497	+ 6, 848	+ 335, 890	— 18, 724	— 147, 23	— 44, 0	— 36, 16
—	+ 7, 620	—22, 963	+ 99, 388	— 5, 537	— 43, 26	— 113, 7	— 10, 55

Qui credo conveniente di avvertire, che ad oggetto di evitare gli errori numerici, sì facili ad insinuarsi in replicate operazioni, ho calcolato i coefficienti precedenti tanto colle citate formule differenziali, quanto direttamente calcolando i luoghi geocentrici della cometa cogli elementi variati ad uno ad uno, ed ho trovato sempre dentro i decimi di secondo i medesimi risultati, ad eccezione delle osservazioni dal 7 al 13 Ottobre, dove le piccole variazioni date agli elementi hanno un'influenza grandissima nelle posizioni geocentriche; le maggiori differenze in quelle sere cadono nei coefficienti di $d\varphi$ e di $d\tau$, ove giungono a circa 40″. Ho ritenuto per l'uniformità quelli dati dalle formule differenziali.

16. Per dedurre ora dalle precedenti equazioni le cercate correzioni ho fatto uso del metodo dei minimi quadrati. Indicando coi simboli (a^2), (ab), (ac) ec. le somme dei quadrati di tutti i coefficienti a, e dei prodotti rispettivi degli a per b ec., ho formato i seguenti numeri, che per riscontro delle operazioni sono stati fatti tanto colle tavole dei logaritmi, quanto colle operazioni dell'aritmetica direttamente.

$(a^2) = 2065043,3$; $(ab) = -52654,2$; $(bc) = -330189,4$

$(b^2) = 27480,4$ $(ac) = +8963691,5$ $(bd) = +21712,1$

$(c^2) = 50082118,9$ $(ad) = -1048516,4$ $(be) = -159002,7$

$(d^2) = 533907,98$ $(ae) = +8599265,5$ $(bn) = +408570,2$

$(e^2) = 36825014,5$ $(an) = -8439244,7$ $(bn') = -40186,1$

$(an') = +2154492,0$

$(cd) = -4532373,8$; $(de) = -4383571,1$; $(en) = -33650825,1$

$(ce) = +35086649,6$ $(dn) = +4248075,5$ $(en) = +9222118,9$

$(cn) = -44321693,0$ $(dn') = -1098010,9$

Formati così questi coefficienti, le cinque seguenti equazioni daranno le correzioni degli elementi cercate.

$$(a^2)\,d\omega + (ab)\,di + (ac)\,d\tau + (ad)\,d\pi + (ae)\,d\varphi = (an) + (an')\,\Delta a + \Omega$$
$$(ab)\,d\omega + (b^2)\,di + (bc)\,d\tau + (bd)\,d\pi + (be)\,d\varphi = (bn) + (bn')\,\Delta a + \mathrm{I}$$
$$(ac)\,d\omega + (cb)\,di + (c^2)\,d\tau + (cd)\,d\pi + (ce)\,d\varphi = (cn) + (cn').\Delta a + \mathrm{T}$$
$$(ad)\,d\omega + (bd)\,di + (cd)\,d\tau + (d^2)\,d\pi + (de)\,d\varphi = (dn) + (dn')\,\Delta a + \Pi$$
$$(ae)\,d\omega + (be)\,di + (ce)\,d\tau + (de)\,d\pi + (e^2)\,d\varphi = (en) + (en')\,\Delta a + \Phi$$

nei secondi membri delle quali si sono introdotte le quantità Ω, I, T, Π, Φ per determinare i limiti probabili delle correzioni ottenute dalla loro risoluzione. Risulta infatti dai teoremi dimostrati dal celebre dott. Gauss, che se indicassi per m l'errore medio, e se dalla risoluzione delle precedenti equazioni si supponga di ottenere

$$d\omega = A + A'\,\Delta a + M.\Omega + \text{ec.}$$
$$di = B + B'\,\Delta a + N.\,\mathrm{I} + \text{ec.}$$
$$d\tau = C + C'\,\Delta a + P.\,\mathrm{T} + \text{ec.}$$
$$d\pi = D + D'\,\Delta a + Q.\,\Pi + \text{ec.}$$
$$d\varphi = E + E'\,\Delta a + R.\,\Phi + \text{ec.}$$

saranno $A + A' \Delta a$, $B + B' \Delta a$ ec. i valori plausibili delle correzioni $d\omega$, di, ec.; ed i limiti fra i quali si possono sperare compresi gli assegnati valori plausibili saranno rispettivamente determinati da $\pm m\sqrt{M}$, $\pm m\sqrt{N}$, ec. Lo stesso chiarissimo autore dà un sistema di formule piano e simmetrico, che conduce alla cognizione dei valori plausibili, dell'errore medio, ed anche dei coefficienti M, N, P, Q, R, i soli richiesti alla determinazione dei limiti dei valori plausibili. Tuttavia mi è sembrato che i metodi ordinarii di eliminazione conducano con eguale sicurezza, e forse più speditamente, allo stesso scopo. Comunque però sia, avendo scelto questo metodo piano ed ovvio, mi limiterò a riferirne i risultati, indicando le equazioni successive per le quali sono passato, a comodo di coloro che amassero ripetere i calcoli numerici.

17. Si suppongano da bel principio le quantità Ω, I, T ec. $= 0$, e divise le cinque precedenti equazioni pel coefficiente di $d\omega$, esse diverranno per ordine le seguenti.

$$(1)\ d\omega - 0{,}025498.\, di + 4{,}340681.\, d\tau - 0{,}507745.\, d\pi + 4{,}164207\, d\varphi = -4',086771 + 1',04308.\, \Delta a$$

$$(2)\ d\omega - 0{,}521903.\, di + 6{,}270901.\, d\tau - 0{,}412353.\, d\pi + 3{,}019753.\, d\varphi = -7',759498 + 0',76321.\, \Delta a$$

$$(3)\ d\omega - 0.036836.\, di + 5{,}587220.\, d\tau - 0{,}505637.\, d\pi + 3{,}914307.\, d\varphi = -4{,}944580 + 0'.98011.\, \Delta a$$

$$(4)\ d\omega - 0.020707.\, di + 4{,}322655.\, d\tau - 0.509204.\, d\omega + 4{,}180738.\, d\varphi = -4',051512 + 1',04721.\, \Delta a$$

$$(5)\ d\omega - 0.018490.\, di + 4{,}080191.\, d\tau - 0{,}509761.\, d\pi + 4{,}282344.\, d\varphi = -3',913221 + 1',07243.\, \Delta a.$$

Per ridurre le incognite a quattro, eliminando $d\omega$, ho fatto le seguenti combinazioni $(1) - (2) = (1)'$; $(3) - (2) = (2)'$; $(4) - (2) = (3)'$; $(5) - (2) = (4)'$. Eseguite le indicate combinazioni, dividendo poi pel coefficiente di di, si ottengono le quattro seguenti.

$$(1)'\ di - 3{,}388397.\, d\tau - 0{,}192166.\, d\pi + 2{,}305484.\, d\varphi = +7',398757 + 0',56379.\, \Delta a$$

$$(2)'\ di - 1{,}409457.\, d\tau - 0{,}192312.\, d\pi + 1{,}844187.\, d\varphi = +5{,}803152 + 0{,}44715.\, \Delta a$$

$$(3)'\ di - 3{,}887193.\, d\tau - 0{,}193240.\, d\pi + 2{,}316429.\, d\varphi = +7{,}398273 + 0{,}56664.\, \Delta a$$

$$(4)'\ di - 4{,}351716.\, d\tau - 0{,}193495.\, d\pi + 2{,}508062.\, d\varphi = +7{,}640401 + 0{,}61425.\, \Delta a$$

In seguito ponendo $(2)' - (1)' = (1)''$; $(2)' - (3)' = (2)''$; $(3)' - (4)' = (3)''$; e dividendo ciascheduna pel coefficiente di $d\tau$, si otterranno le tre seguenti:

$$(1)''\, d\tau - 0{,}000058896.d\pi - 0{,}186086.d\varphi = -0{,}643664 - 0{,}047052.\Delta a$$
$$(2)''\, d\tau + 0{,}000374536.d\pi - 0{,}190594.d\varphi = -0{,}643782 - 0{,}048225.\Delta a$$
$$(3)''\, d\tau + 0{,}000548950.d\pi - 0{,}412537.d\varphi = -0{,}521241 - 0{,}102492.\Delta a$$

Da queste ponendo $(2)'' - (1)'' = (1)'''$; $(3)'' - (1)'' = (2)'''$; e dividendo pel coefficiente di $d\pi$, si ottiene:

$$(1)'''\, d\pi - 10{,}40071.\, d\varphi = - 0',272246 - 2',70631.\Delta a$$
$$(2)'''\, d\pi - 372{,}54660.\, d\varphi = + 201{,}404650 - 91{,}20730.\Delta a$$

dalle quali formasi subito un'ultima equazione, che porge il valore di $d\varphi$. Risalendo in seguito per tutte le equazioni $(1)'''$, $(1)''$, $(1)'$, (1), si avranno con facilità tutte le altre correzioni. In tal guisa si sono ottenuti i seguenti *valori plausibili.*

$$d\omega = - 1',483970 - 0',05221.\ \Delta a$$
$$di = + 4{,}610146 - 0{,}03742.\ \Delta a$$
$$d\tau = - 0{,}747651 - 0.001586.\ \Delta a$$
$$d\pi = - 6{,}064334 - 0{,}16459.\ \Delta a$$
$$d\varphi = - 0{,}556894 + 0',24438.\ \Delta a$$

Per ultimo la ricerca dei coefficienti M, N, P ec. non avrà alcuna difficoltà, e riesce molto spedita, se si riprendono le precedenti equazioni nell'istesso ordine, e si abbandonano i termini costanti del secondo membro, che non hanno in essi alcuna influenza. Indicando per $E_{d\omega}$, E_{di}, $E_{d\varphi}$ ec. i valori probabili dei limiti delle ottenute correzioni, ed esprimendo in secondi gli archi rappresentati superiormente per minuti, ed in giorni il valore di $E_{d\tau}$, (di cui l'unità erasi assunta $= 0^g,1$), ho ottenuto a questo modo i seguenti valori.

$$E_{d\omega} = \pm\, 60\, m.\, \sqrt{0{,}00046759178};\ E_{di} = \pm\, 60\, m\, \sqrt{0.00010564796}$$

$$E_{d\tau} = \pm\, \frac{m}{10} \sqrt{0{,}00000004851};\ E_{d\pi} = \pm\, 60\, m\, \sqrt{0.001822797}$$

$$E_{d\varphi} = \pm\, 60\, m\, \sqrt{0.00000225907}$$

m esprimendo qui l'errore medio, per cui deve prendersi la radice del medio quadrato degli errori residui nelle osservazioni che hanno servito di base, almeno nel caso in cui tutte meritino un'eguale fiducia.

18. Se ora nelle precedenti espressioni ponesi $\Delta a = 0$, avremo le correzioni risultanti per gli elementi di Rosenberger, le quali saranno:

$$d\omega = -1',483970 = -1'.29'',04$$
$$di = +4,610146 = +4.36,61$$
$$d\pi = -6,064334 = -6.3,86$$
$$d\tau = -0,747651 = -0^g,074765$$
$$d\varphi = -0,556894 = -0',33'',414$$

che convenientemente applicate agli elementi stessi, dai quali siamo, porgono il seguente sistema corretto, disposto alle regole del moto diretto.

Passaggio al perielio in giorni dal principio dell'anno 1835, tempo medio in Berlino	$\tau = 319^g,978745$	
Ovvero tempo medio in Parigi	$= 319,948048$	
Longitudine del perielio	$\pi = 165^\circ.49'.16'',96$	Eq. medio 16 Nov. 1835.
Longitudine del nodo	$\omega = 55.\ 9.52,36$	
Inclinazione all'ecclittica	$i = 162.\ 14.25,14$	
Angolo di eccentricità	$\varphi = 75.\ 19.49,506$	
Log. semiasse maggiore	$\log a = 1,2549807.3$	

dai quali si formerà:

$$a = 17,98791;\ e = 0,967402334;\ \log. q = 9.7681672.1.$$

Se sostituiscansi nelle equazioni di condizione i superiori valori delle correzioni, i risultati ottenuti in luogo dello zero daranno gli errori delle osservazioni, almeno in quanto si trascura la influenza nel calcolo delle posizioni geocentriche delle seconde potenze delle correzioni stesse. Indicando ε_l, $\varepsilon_{\lambda'}$ gli errori nelle longitudini e nelle latitudini, presi in modo che aggiunti alle posizioni calcolate diano le osservate, si ottengono in tal modo i risultati della seguente tabella.

Mesi.	Giorni.	ε_l	$\varepsilon_{\lambda'}$	$\varepsilon_{\overline{\lambda'}}^2$	$\varepsilon_{\overline{\lambda'}}^2$
Agosto	21	+ 8″, 13	+ 7″, 22	66, 1	52, 1
	22	+ 13, 29	+ 3, 64	176, 6	13, 3
Settembre	1	— 11, 86	+ 23, 87	140, 7	569, 8
	19	— 36, 59	+ 3, 81	1338, 8	14, 5
	28	— 3, 90	— 1, 23	15, 2	1, 5
Ottobre	7	+ 2, 82	— 1, 24	8, 0	1, 5
	11	+ 8, 00	+ 11, 50	64, 0	132, 3
	13	— 9, 60	— 24, 64	92, 2	607, 1
	26	+ 22, 58	— 11, 06	509, 8	122, 3
	29	+ 10, 62	— 12, 35	112, 8	152, 5
Novembre	5	+ 13, 83	+ 1, 94	191, 3	3, 9
	11	+ 10, 90	+ 13, 16	118, 8	173, 2
	17	+ 35, 71	+ 20, 11	1275, 2	404, 4
			Somme	4109, 5	2248, 4

Di qui apparisce che le due longitudini del 19 Settembre e 17 Novembre si allontanano alcun poco dall'andamento generale delle altre, e sembrano indicare qualche piccolo errore introdottosi nelle ascensioni rette; tuttavia si riterranno, perchè le differenze sono compatibili colla natura delle osservazioni delle comete. Attribuendo pertanto un egual grado di fiducia alle osservazioni delle ascensioni rette e delle declinazioni, e quindi alle longitudini ed alle latitudini, si formerà la somma totale dei quadrati degli errori = 6357, 9, la quale divisa per 26, darà il quadrato medio $m^2 = 244, 54$; quindi l'errore probabile $m = \pm 15'',64$. Questo sostituito nei valori di $E_{d\omega}$ ec. dati al §. precedente, farà conoscere i limiti, entro i quali si può ritenere che oscillino gli elementi ellittici superiori per l'influenza degli errori delle osservazioni che gli servirono di base. Si troverà così:

$$E_{d\omega} = \pm 20'',29;\ E_{di} = \pm 9'',64;\ E_{d\tau} = \pm 0^g,0003444$$
$$E_{d\pi} = \pm 40'',06;\ E_{d\varphi} = \pm 1'',41.$$

19. Abbiamo supposto $\Delta a = 0$; è poi abbastanza palese per sè, come le correzioni precedenti si possano adattare ad un altro asse maggiore pochissimo differente da quello di sopra adottato, dando a Δa un valore determinato. Così se, a cagione di esempio, piacesse di adottare il semiasse maggiore stabilito dal signor di Pontecoulant negli ultimi elementi ai quali è stato condotto dalla sua

teoria delle perturbazioni, citata di sopra al §. 5., si avrebbe Δa nel modo seguente:

Semiasse assunto da Rosenberger . . . . . $a = 17,98791$

da Pontecoulant . . . . . $a' = 17,99829$

$a' - a = \delta a = + 0,01038$

Quindi $\Delta a = 100.\ \delta a = + 1,038$. Indicando ora per $\Delta d\omega$, Δdi ec. le porzioni delle correzioni $d\omega$, di ec. dipendenti da Δa, si otterranno queste facilmente in numeri dalle formule del §. 17., e si troverà

$$\Delta d\omega = - 0',05420 = - 3'',25$$
$$\Delta di = - 0.03884 = - 2'',33$$
$$\Delta d\tau = - 0.00165 = - 0^{s},000165$$
$$\Delta d\pi = - 0'.17084 = - 10'',25$$
$$\Delta d\varphi = + 0,25366 = + 15'',22.$$

Le quali quantità, applicate agli elementi corretti del §. precedente, danno gli elementi ellittici corrispondenti all'asse determinato dal signor Pontecoulant.

Se si desidera di avere eziandio la variazione della distanza perielia, si otterrà facilmente dall'equazione

$$\delta q = \delta a\ (1 - e) - a \cos \varphi.\ \delta \varphi.$$

Ora si trovò $\frac{\delta \varphi}{\Delta a} = + 0',24438 = \frac{\delta \varphi}{100.\ \delta a}$; perciò $d\varphi = + 24',438.\ \delta a$;

quindi sarà $\delta q = \delta a\ (1 - e) - 24',438.\ \cos \varphi.\ \text{sen}\ 1'.\ a.\ \delta a$

che ridotta a numeri porge $\delta q = + 0,000221.\ \delta a$

$= + 0.00000023$

che porterà un incremento nel logaritmo $= + 0.0000001.\ 7$.

APPENDICE

ALLA PRECEDENTE MEMORIA

INTORNO

ALLA COMETA PERIODICA DI HALLEY

Qualche tempo dopo terminata la stampa della Memoria relativa alle osservazioni ed ai calcoli da me instituiti intorno alla celebre cometa di Halley, mi accorsi di un errore all'incirca costante commesso nel prendere le longitudini della Terra dalle Effemeridi di Berlino. Allorchè intrapresi il calcolo della correzione degli elementi dell'orbita, io non aveva sott'occhio le avvertenze date per l'uso delle citate Effemeridi nel Volume dell'anno 1830, e disgraziatamente non mi sovvenne che le longitudini del Sole calcolate pel mezzodì medio di Berlino, erano già state liberate dall'aberrazione della luce; sicchè trasportato dall'abitudine della pratica seguíta nelle altre Effemeridi, vi applicai con contrario segno il valore dell'aberrazione, prendendolo dalla pag. 74 dell'Opera citata (1). Siccome questa inavvertenza cambia di circa 20″ le longitudini della Terra, ed esercita una piccola influenza nelle longitudini e latitudini geocentriche della cometa dedotte dagli assunti elementi, la quale si trasporta poi nelle finali correzioni dei medesimi; così ho stimato conveniente di dedicare questa piccola aggiunta alla rettificazione dell'indicato errore, ritenendo d'altronde tutti gli altri risultati numerici, nei quali esso non ha una sensibile influenza.

In virtù pertanto d'una tale inavvertenza, le colonne della Tav. II. pag. 235, che danno i valori di L, l', λ', dl', $d\lambda'$, si dovranno cangiare nelle seguenti.

(1) Ad oggetto di prevenire simili disgustosi accidenti, sarebbe desiderabile che i benemeriti e celebri calcolatori delle Effemeridi dedicassero in ogni Volume una pagina di spiegazione per indicare l'origine delle coordinate da cui si contano le posizioni calcolate, le Tavole che gli servono di base, la posizione geografica del luogo a cui sono riferite, se siano o no affette le posizioni assegnate dall'aberrazione, e dove in generale rammentassero le principali avvertenze alle quali si deve aver riguardo nel loro uso.

	Giorni	L	l'	λ'	dl'	$d\lambda'$
Ag.	21	328°.13'.42",9	85°.50'.20",8	+0°.12'.37",6	— 0'. 1",7	+ 0'.12",0
	22	329. 12. 6, 5	86. 2. 9, 3	0. 18.43, 1	+ 0. 2, 2	+ 0. 7, 7
Sett.	1	338. 49.45, 5	88. 1.18, 1	1. 33.12, 9	— 0.24, 9	+ 0.21, 8
	19	356. 16.53. 3	92. 24.53, 9	6. 11.33, 3	— 0.40, 6	+ 0. 1, 0
	28	5. 7.31, 0	96. 31.42, 4	12. 28.28, 3	+ 0.51, 9	+ 0.52, 7
Ott.	7	13. 57.59, 4	111. 2.15, 3	33. 22.45, 1	+11.51, 9	+10.35, 0
	11	17. 58.43, 8	149. 22. 7, 1	57. 19.39, 9	+66.58, 1	+13.34, 5
	13	19. 46.26, 3	192. 0.20, 5	60. 23.20, 9	+83.20, 3	—12.50, 2
	26	32. 36.58, 4	256. 58. 1, 5	18. 59.51, 3	+ 1.50, 8	— 8.11, 2
	29	35. 37.50, 6	258. 13. 0, 2	16. 1.28, 4	+ 0.38, 9	— 6.28, 7
Nov.	5	42. 35.28, 2	259. 2.53, 2	11. 35.55, 9	— 0.26, 1	— 4. 3, 2
	11	48. 37.41, 6	258. 29.24, 7	9. 2.49, 7	— 0.51, 6	— 2.48, 2
	17	54. 40.20, 0	257. 16.57, 3	7. 1.21, 1	— 0.30, 1	— 1.54, 5

La colonna indicata per n nella Tavola della pagina 236 dev'essere cambiata, e rimpiazzata dai precedenti valori di dl', $d\lambda'$, ridotti in secondi; dopo di che le somme dei prodotti contenenti la lettera n riferiti alla pagina 237 riceveranno valori alcun poco differenti. Eseguendo di nuovo questi prodotti, ho ottenuto i seguenti risultati.

$(an) = -\ 8808922,6$; $(bn) = +\ 421149,2$; $(cn) = -\ 46017066,2$
$(dn) = +\ 4435372,9$; $(en) = -\ 35212560,3$.

Ai prodotti di questa pagina si aggiunga il seguente, ch'era stato omesso: . . . $(en') = +\ 8785440,9$; inoltre a lin. 14 leggasi (en') in luogo di (en).

Con questi nuovi prodotti intraprendendo la risoluzione delle equazioni ai minimi quadrati, si vedrà facilmente che cambia soltanto quella parte dei secondi membri, ch'è indipendente da Δa. Seguendo lo stesso ordine nella loro risoluzione, e riferendo soltanto i numeri che variano, troveremo le citate parti dei secondi membri nelle successive equazioni come segue.

$(1) = -\ 4',265734$; $(1)' = +\ 7',519390$; $(1)'' = -\ 0,650944$
$(2) = -\ 7,998396$ $(2)' = +\ 5,905740$ $(2)'' = -\ 0,650909$
$(3) = -\ 5,133717$ $(3)' = +\ 7,518520$ $(3)'' = -\ 0,507353$
$(4) = -\ 4,230144$ $(4)' = +\ 7,754197$
$(5) = -\ 4,094833$
$(1)''' = +\ 0,08075$
$(2)''' = +\ 236,22917$.

Adoperando pertanto nei secondi membri delle citate equazioni i numeri precedenti, si otterranno le parti delle correzioni indipendenti da Δa, come segue.

$$d\omega = -\ 1',478332 = -\ 1'.28'',70$$
$$di = +\ 4,730489 = +\ 4'.43,83$$
$$d\tau = -\ 0,772682 = -\ 0^{g},0772682$$
$$d\pi = -\ 6,701355 = -\ 6'.42'',08$$
$$d\varphi = -\ 0,652081 = -\ 0'.39'',12.$$

Se ora si applicano, secondo i loro segni, queste correzioni agli elementi ellittici assunti per base a pag. 233, si otterranno i seguenti elementi corretti, da sostituirsi a quelli della pagina 240, dai quali invero pochissimo differiscono.

Passaggio al perielio in giorni dal principio dell'anno 1835.
Tempo medio in Berlino . . . . . $\tau = 319^{g},976242$
Ovvero tempo medio in Parigi . . . . . $= 319,945525$
Longitudine del perielio . . . $\pi = 165^{\circ},48'.38'',74$ } Eq. medio
Longitudine del nodo. . . . . $\omega = 55.\ 9.\ 52,70$ } 16 Nov.
Inclinazione all'ecclittica . . . $i = 162.\ 14.\ 32,36$ } 1835.
Angolo di eccentricità . . . . $\varphi = 75.\ 19.\ 43,80$
Log. semiasse maggiore . log. $a = 1.\ 2549807.3$

Dai quali si formerà:

$$a = 17,98791;\ e = 0.96739533;\ \log.\ q = 9.7682605.5.$$

Per ultimo, sostituendo le correzioni superiormente ottenute nelle equazioni di condizione, qualora s'impieghino pure i superiori valori di n, si formeranno i valori di $\varepsilon_{l'}$, $\varepsilon_{\lambda'}$, e quindi l'errore probabile m, come nella seguente tabella, la quale pochissimo differisce da quella della pagina 241.

Mesi.	Giorni.	$\varepsilon_{l'}$	$\varepsilon_{\lambda'}$	$\overline{\varepsilon_{l'}}^2$	$\overline{\varepsilon_{\lambda'}}^2$
Agosto	21	+ 8'', 33	+ 7'',40	69,4	54, 8
	22	+ 12, 90	+ 3, 68	166,4	13, 5
Settembre	1	— 11, 26	+ 23, 82	126,8	567, 4
	19	— 35, 23	+ 3, 59	1241,1	12, 9
	28	— 2, 22	— 1, 73	4,9	3, 0
Ottobre	7	+ 4, 12	— 1, 91	16,9	3, 7
	11	+ 6, 47	+ 11, 29	41,9	127, 4
	13	— 9, 12	— 22, 94	83,2	526, 2
	26	+ 25, 84	— 12, 53	667,7	157, 0
	29	+ 13, 38	— 12, 96	179,0	168, 0
Novembre	5	+ 14, 30	+ 0, 76	204,5	0, 6
	11	+ 9, 56	+ 11, 20	91,4	127, 7
	17	+ 30, 98	+ 16, 88	959,7	284, 9
			Somme	3852, 9	2047, 1

Quindi la somma dei quadrati degli errori sarà = 5900,0; il quadrato medio = 226,92; e perciò l'errore probabile m = 15",06. I limiti poi, fra i quali si possono ritenere compresi i superiori elementi, saranno espressi come segue.

$$Ed_\omega = \pm 19'',54;\ Edi = \pm 9'',29;\ Ed_\tau = \pm 0^g,0003318$$
$$Ed_\pi = \pm 38'',59;\ Ed_\varphi = \pm 1'',36.$$

i quali risultati differiscono pochissimo da quelli precedentemente ottenuti a pag. 241.

Porremo fine a questa breve Appendice col riferire gli ultimi elementi ellittici della cometa attuale ottenuti dal signore Rosenberger, e comunicati, insieme ad una estesa Effemeride per facilitarne i confronti colle osservazioni, agli Astronomi nel N.° 294. delle più volte citate *Notizie astronomiche* del signore Schümacher; e quelli ottenuti in Inghilterra dal signore Stratford, pubblicati pure con un'ampia Effemeride per lo stesso oggetto calcolata dall'Ufficio dell'Almanacco Nautico; ai quali non faremo altro cambiamento, che di riportare il tempo del passaggio al perielio dal meridiano di Greewich a quello di Parigi, e convertire le posizioni ivi assegnate per le regole del moto retrogrado a quelle del moto diretto, a fine di poterli più facilmente confrontare fra loro e coi nostri superiori risultati.

Elementi di Rosenberger dall'Equinozio medio 16 Novembre.	Elementi di Stratford dall'Equinozio medio 15 Novembre.
τ = 319^g,945424	. . . = 319^g,94195 T. M. in Parigi
π = 165°.47'.45",98	= 165°.44.'33",2
ω = 55. 9. 47, 26	= 55. 8. 21, 2
i = 162. 14. 43, 21	= 162. 14. 3, 3
a = 17, 98791	= 18,0779386
e = 0, 96738879	= 0,9675509
Di qui si deduce:	
φ = 75°.19'.38",48	= 75°.21'.50",64
log. q = 9, 7683476	= 9.7683515.

Apparisce ora chiaramente che i nostri risultati concordano con quelli del signore Rosenberger al di là di quello che potevasi sperare in argomento di tal natura, avendo riguardo alle diverse osservazioni che hanno servito di base agli uni ed agli altri, mentre poco divergono da quelli del signore Stratford, fondati essi pure sopra altra serie di osservazioni del tutto diverse.

SAGGIO

DI

GEOMETRIA DERIVATA

MEMORIA

DEL SOCIO NAZIONALE

GIUSTO BELLAVITIS

DI BASSANO

La Matematica è la scienza che presenta un maggior numero di verità le une dalle altre dipendenti; e se tutti si volessero notare i semplici o complicati teoremi, cui con facile studio si perviene, ne sarebbero ben presto ingombre intere biblioteche, ed ivi poi le trovate verità rimarrebbero pel loro gran numero inutili e fors'anche ignorate quanto lo erano prima d'essere scritte. Per lo che, avuto riguardo allo stato attuale della scienza, può ragionevolmente stimarsi di poco vantaggio l'imparare nuove proposizioni, le quali non sieno apprezzabili o per semplicità o per utili applicazioni; ed i giovani matematici debbono piuttosto apprendere i metodi generali, con cui possano giungere per via diretta e facile alle soluzioni delle particolari questioni che si presenteranno nel progresso dei loro studii.

Nella Geometria pura, qual si suole comunemente insegnare, si fa sentire in ispecial modo il bisogno di metodi più spediti, — perchè le sue dimostrazioni si presentano quasi sempre come prodotte da uno sforzo d'ingegno, sicchè non si scorge nè la strada seguìta per discoprire le verità conosciute, nè alcun lume su quella che si potrebbe tentare in casi analoghi, — e perchè inoltre la lunga concatenazione di tanti teoremi genera il dubbio di essersi qualche volta lasciati guidare da una falsa illazione; e se pur siamo convinti dell'ultima conseguenza, essa non ci si presenta sotto quell'aspetto naturale ed evidente che tanto ci gioverebbe per facilmente rammentarla. Alla prima di queste mancanze supplisce il metodo diretto e generale di rappresentare la posizione dei

punti, riferendola ad un sistema di assi coordinati; chè infatti tal metodo può servire a dimostrare qualunque teorema: ma d'altra parte esso poco giova a presentire nuove proposizioni, non è sempre adoperabile atteso l'eccessiva prolissità, nè ci presenta alcuna sicurezza di evitare ogni error materiale di calcolo. Questo metodo introducendo nella Geometria la generalità dell'Algebra, estese i confini di quella scienza molto più di quanto si sarebbe sperato di ottenere coi metodi ristretti e puramente geometrici adoperati dagli antichi. — In questi ultimi tempi però anche i metodi geometrici, appoggiandosi ad alcuni principii scoperti da Delahire, Monge ec., e seguendo una maniera più larga ed ardita, giunsero a gareggiare in generalità coi metodi algebraici, ed a vincerli in moltissimi casi tanto in eleganza che in facilità: così si ebbero le teorie dei poli e delle polari, quella delle secanti ideali, la projezione delle figure, il dualismo dei teoremi, ec.

L'Opera del Poncelet, intitolata *Traité des propriétés projectives des figures*, Paris 1822, contiene la maggior parte di queste nuove dottrine, e ne presenta numerosissime applicazioni; ma forse la vastità del lavoro lo rende di non comune intelligenza, nè i lettori poco attenti comprendono la vera essenza di quelle teorie: sicchè esse rimangono ignorate o non curate da qualche giovine matematico, e pare che in Italia non vi si abbia fatta tutta l'attenzione che meritavano. Io credo perciò che sarebbe proficua pei giovani studiosi un'Opera che in ristretto spazio e quasi in un quadro presentasse i più generali metodi geometrici, ne mostrasse la concatenazione, e rendesse palese il modo con cui debbono adoperarsi per la soluzione dei problemi e per lo scoprimento di nuovi teoremi. Di tale Opera io mi sono studiato di offrire un saggio nella presente Memoria: pei limiti che mi sono prefisso non potrò sviluppare tutte le teorie, nè darne sempre le rigorose dimostrazioni; il supplire a tali mancanze servirà di facile esercizio ai principianti: d'altronde ogni metodo consiste in una serie di precetti e di principii generali, ed è palese che questi possono utilmente adoperarsi anche non avendone presenti le dimostrazioni.

Quantunque sia mio scopo l'esporre brevemente alcune teorie insegnate da parecchi Geometri moderni, pure spero che qualche cosa di nuovo possa trovarsi nella presente Memoria, o in riguardo alla differente maniera di considerare quelle teorie, o relativamente al modo di rappresentare graficamente i punti immaginarii delle curve, e studiarne le proprietà. Avrei amato di porre a confronto coi metodi geometrici quei metodi algebraici, coi quali alcuni Matematici, specialmente tedeschi, seppero quasi raggiungere la generalità e facilità

dei primi, schivando ogni lunghezza di calcolo, ed aprirono così nuove strade alle ricerche dei Geometri; ma in tal modo io avrei di troppo allungato questo scritto: perciò riserbo i metodi algebraici ad un apposito lavoro, in cui mi studierò di far conoscere anche il calcolo delle equipollenze da me proposto. Nulladimeno credo che i giovani studiosi mi sapranno buon grado se in alcune note accennerò qualche metodo algebraico, e ne mostrerò la corrispondenza coi metodi geometrici, facendo così palese l'identità delle loro risultanze. Anche in riguardo al linguaggio cercherò di porre gli studiosi in istato d'intendere facilmente le opere dei Geometri, e perciò noterò la corrispondenza delle differenti denominazioni da questi adoperate, fra le quali sceglierò quelle che mi sembrano formare il più chiaro e più filosofico sistema.

I. *Principii della Geometria di derivazione.*

§. 1. Parmi che il nome più conveniente ed espressivo dei metodi che ora mi propongo di esporre, sia quello di *metodi di derivazione:* infatti il loro processo consiste nel dedurre le proprietà delle figure da quelle di altre meglio conosciute, che si suppongono *derivate* dalle prime secondo una data legge. È dunque facile prevedere che in questa Memoria si debbono esporre le più utili maniere di *derivare* una figura da un'altra, ed indicare in qari tempo le leggi, secondo le quali le proprietà d'una figura si mutano o si conservano le stesse rispetto all'altra: alcuni esempii serviranno poi a mostrare l'uso di queste derivazioni e di queste leggi. Le *derivazioni* che andremo considerando sono: la *projezione*, che comprende l'*affinità* e la *similitudine;* la *derivazione polare*, che contiene la *reciprocità* e la *derivazione polare-parabolica;* e la *trasformazione*, di cui è un caso particolare l'*inversione.*

§. 2. *Derivazione di projezione.* Col nome di *projezione* si suole intendere tanto la projezione col mezzo di raggi paralleli, quanto quella col mezzo di raggi concorrenti, ossia la *prospettiva;* sicchè una figura è la projezione di un'altra, se le rette che ne uniscono i punti omologhi concorrono in un unico punto, il quale prende il nome di *centro di projezione*, mentre quelle rette diconsi *raggi projettanti.* Se le figure sono piane, e situate in piani diversi, vi sono alcune proprietà sempre comuni a tutte le projezioni; esse diconsi *proprietà projettive:* tali sono in primo luogo tutte le proprietà *grafiche*, per le quali se tre o più linee concorrono in un unico punto in una delle figure, lo stesso avviene in ciascuna sua projezione; dicasi la medesima cosa di tre o più

punti in linea retta, di due linee che hanno insieme un contatto di un dato grado qualunque, ec. Oltre le proprietà grafiche, sono *projettive* anche alcune proprietà *metriche*, cioè relative alla grandezza delle rette, degli angoli, ec.

§. 3. La forma generale delle proprietà *projettive metriche*, cui ci ristringeremo, non esige la condizione che la figura primitiva e la sua projezione sieno piane, ma richiede soltanto che tutti i punti e tutte le rette della prima figura abbiano per projezioni nella seconda altrettanti punti ed altrettante rette; così le due figure possono avere tutte e tre le dimensioni, od anche una figura può esser piana, e non esserlo la sua projezione.

§. 4. *Derivazione di omologia.* La projezione di due figure a tre dimensioni può particolarizzarsi colla condizione, che tutte le linee di una figura incontrino le loro omologhe dell'altra in un qualche punto di un piano fisso: allora la projezione prende il nome speciale di *omologia;* quel piano dicesi *piano d'omologia*, e chiamasi *centro d'omologia* il centro di projezione. — La derivazione d'omologia dà le regole per la migliore prospettiva dei *bassi-rilievi*, il punto di vista essendo il centro d'omologia. (Poncelet, Opera cit., §. 584.)

§. 5. L'omologia può aver luogo anche per due figure poste in un medesimo piano; ed allora le linee omologhe delle due figure concorrono in qualche punto dell'*asse d'omologia*, e le rette o i raggi che uniscono due punti omologhi passano tutti pel *centro d'omologia.*

§. 6. Per esempio, i due triangoli $ABC\ A'B'C'$ (Fig. 1.) sono tra loro derivati-omologhi quando le tre rette $AA'\ BB'\ CC'$ concorrono in un solo punto S (centro d'omologia), e quando i punti di concorso $T\ U\ V$ dei lati omologhi $AB\ A'B'$, $AC\ A'C'$, $BC\ B'C'$ si trovano sopra una retta (asse d'omologia). Noi possiamo dimostrare che una sola di queste condizioni è sufficiente a stabilire l'omologia dei due triangoli. A tal effetto noi adopreremo la derivazione di projezione: fuori del piano della figura s'immagini un punto qualunque O, e sieno tirati i raggi projettanti $OS\ OA\ OB\ OC\ OA'\ OB'\ OC'$, sui quali si prendano rispettivamente i punti $s\ a\ b\ c\ a'\ b'\ c'$, sottoponendoli alla sola condizione che sieno rette le linee $saa'\ sbb'\ scc'$; la qual cosa sarà sempre possibile, quando supponiamo che nella nostra figura sieno linee rette le $SAA'\ SBB'\ SCC'$. Ora le rette $ab\ a'b'$, trovandosi in un piano sab, si taglieranno in qualche punto t; similmente le $ac\ a'c'$ si taglieranno in u, e le $bc\ b'c'$ in v; ed i tre punti $t\ u\ v$ saranno situati sulla intersezione dei due piani $abc\ a'b'c'$, la quale è una linea retta: dunque i punti $T\ U\ V$, che sono evidentemente le projezioni dei punti $t\ u\ v$, saranno essi pure in linea

retta. Non è più difficile la dimostrazione pel caso che sia data la seconda condizione in luogo della prima. — Nella nostra figura $SABCA'B'C'TUV$ si può prendere ad arbitrio un punto come centro d'omologia, ed ancora con un poco di attenzione si scorgeranno due triangoli omologhi ed un asse d'omologia: risulta da ciò, che «saremo sempre sicuri che 10 punti si trovano a 3 a 3 »sopra 10 rette, le quali s'incontrano a 3 a 3 nei detti punti, quantunque »non ci sia noto che abbia luogo una delle condizioni di 3 punti in linea retta, »o di 3 rette concorrenti in un punto; purchè però la figura possa conside»rarsi come il complesso di due triangoli omologhi, del centro e del loro asse »d'omologia.» Ponendo mente a questa generale esposizione, si potrà conoscere che molti teoremi, apparentemente differenti, sono identici col predetto, o ne sono casi particolari. Può vedersi Moebius, *Der barycentrische Calcul* (Leipzig 1827), §§. 198. 207. 243.; Plücker, *Analytisch-Geometrische Entwicklungen*, §§. 64. 67. 77. 82. 85. 86. 87. 417..... 421. 703.; Steiner, *Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geom. Gestalten* (Berlin 1832), tomo I. §§. 21. I. II.; Magnus, *Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen aus der anal. Geometrie* (Berlin 1833), Lehr. 2. 3. 6. 7. e 10.

§. 7. Nel dimostrare la precedente proprietà grafica abbiamo dato un esempio del vantaggio che può ritrarsi dalla derivazione di projezione, passando da una figura piana ad una a tre dimensioni. Non sono rari i casi, nei quali riesce utile una tale derivazione da una figura più semplice e particolarizzata ad una più generale; ma sono molto più frequenti quelli, nei quali si adopera la derivazione inversa, cioè si deducono le proprietà delle figure più generali da quelle delle figure più semplici e meglio conosciute: così, per esempio, ogni quadrilatero può ridursi colla projezione ad un parallelogrammo, ed ogni sezione conica ad un circolo; e si vede che lo studio di queste curve, considerate nel cono, è propriamente un'applicazione del metodo della derivazione projettiva.

§. 8. Possiamo fino da questo punto indicare un uso pratico della derivazione di omologia per le figure poste in uno stesso piano. Avviene bene spesso che si vuol compiere una figura, quantunque per qualche impedimento non si possa descrivere una qualche retta, o prolungarla quanto occorrerebbe: allora basterà costruire una figura omologa della data (scegliendo il centro e l'asse d'omologia nel modo atto a condurre alle più semplici soluzioni); chè dopo colla derivazione di omologia potremo compiere anche la figura proposta. Questo processo di soluzione è preferibile ad ogni altro per la sua generalità, che permette d'accomodarlo ai casi particolari, per la facilità di ritenerlo a memoria;

e perchè finalmente tutte le dimostrazioni nascono immediatamente dal principio, che alle figure omologhe sono comuni tutte le proprietà grafiche: il qual principio risulta dall'essere l'omologia un caso particolare della projezione. In quanto alla maniera di costruire una figura omologa ad un'altra, essendo dati il centro e l'asse di omologia, essa facilmente dipende dai due principii, che due punti omologhi sono sempre in linea retta col centro, e che due rette omologhe s'incontrano in qualche punto dell'asse.

§. 9. L'omologia in un piano è anche la base della *geometria della riga*. Potrebbe credersi a prima giunta che il soccorso della sola riga non fosse sufficiente senonchè in pochissimi casi particolari; ma per lo contrario osserva il Poncelet, che le soluzioni più dirette ed eleganti di parecchi problemi si possono compiere senza adoperare il compasso, e che in generale è possibile eseguire qualunque costruzione geometrica servendosi della sola riga, purchè sia preventivamente costruito nel piano della figura un circolo di cui si conosca il centro. Questo teorema è analogo, ma molto più sorprendente di quello che il Mascheroni insegnò nella Geometria del compasso, facendo vedere che si può sempre dispensarsi dall'uso della riga.

§. 10. Se in una delle due figure omologhe vi sieno alcuni sistemi di rette parallele, si trova che le rette a loro corrispondenti nell'altra figura concorrono in punti situati tutti sopra una medesima retta parallela all'asse di omologia; i punti di questa retta sono per conseguenza omologhi di tutti i punti della prima figura, che sono ad una distanza infinita, poichè in tali punti può supporsi che concorrano le rette parallele. Siccome poi ogni retta ha per omologa un'altra retta, così può dirsi che *i punti di un piano posti a distanza infinita si trovano sopra una sola e medesima retta.* Per quanto strana possa sembrare quest'asserzione, essa non conduce meno a giuste risultanze, e dee considerarsi come un modo compendioso di esprimere una numerosissima serie di proprietà: così, per esempio, nel teorema del §. 6. (Fig. 1.) se i punti T U sono a distanza infinita, cioè se le AB $A'B'$ sono parallele, e lo sono pure le AC $A'C'$, si dice che l'intera retta TUV è posta a distanza infinita, e perciò se ne deduce che le rette BC $B'C'$ sono parallele. — La projezione indica immediatamente che i punti di un piano posti a distanza infinita sono omologhi dei punti di una retta: infatti se una figura piana (X) si projetta sopra un secondo piano (Y), i raggi projettanti che dal centro di projezione O vanno ai punti all'infinito del piano (X), sono tutti situati nel piano parallelo ad (X) condotto per O, e quindi i loro punti d'incontro col piano (Y) appartengono

ad una retta parallela all'intersezione dei piani (X) (Y); la qual retta dicesi per conseguenza omologa della retta all'infinito del piano (X).

§. 11. Le derivazioni finora considerate cangiano soltanto la posizione delle parti delle figure, e da una figura all'altra si mantiene invariabile il numero dei punti e delle rette. Ora indicheremo un'altra derivazione, colla quale si passa da una figura ad un'altra affatto differente, perchè i punti si cangiano in rette, e le rette in punti; sicchè se prima avevamo, per esempio, un quadrilatero e le sue due diagonali, dopo la derivazione avremo un quadrilatero, ed i punti d'incontro de' suoi lati opposti. Con questa derivazione per ogni proprietà projettiva se ne trova un'altra di analoga, che ne differisce pel cangiamento dei punti in rette, e viceversa delle rette in punti; e se si tratti di figure a tre dimensioni, i punti si permutano coi piani, ed alle rette corrispondono altre rette. Tal corrispondenza fra i due teoremi fu chiamata *dualismo.*

Derivazione polare delle figure piane.

§. 12. Abbiamo veduto al §. 2., che data una figura piana (X), se da un punto O esterno al suo piano si conduca per ogni punto A di quella il raggio projettante OA, e per ogni retta AB il piano OAB, e se poscia il *fascio* (Strahlbüschel im Raume, Steiner) OAB... di raggi e di piani in tal modo formato si tagli con un nuovo piano (Y), si ottiene una seconda figura, che dicesi *projezione* della (X). — Ora se pel centro di projezione O si faccia passare un piano OMN perpendicolare al predetto raggio OA, ed una retta OM perpendicolare al piano OAB, e la stessa cosa si faccia per ogni raggio e per ogni piano del suddetto fascio OAB..., si verrà a formare un secondo fascio OMN... di piani e di raggi, cui noi (usando una denominazione già adoperata nella trigonometria sferica) diremo fascio *polare* del fascio OAB.... Supponiamo finalmente che anche il fascio OMN... sia tagliato da un piano (P), ed avremo una figura piana MN..., che sarà *derivata polare* (*polaire-réciproque* del Poncelet; *reciproke* del Plücher e del Magnus) della figura primitiva (X), o di qualunque sua projezione (Y). — La retta MN, che per la precedente costruzione corrisponde al punto A, la diremo la sua *derivata-polare*, o semplicemente la sua *polare;* ed il punto M, che corrisponde alla retta AB, lo diremo il suo *derivato-polare*, o *polo:* similmente il punto A sarà il *polo* della retta MN, e la retta AB sarà la *polare* del punto M.

§. 13. Le più ovvie considerazioni geometriche fanno conoscere che se il punto A appartiene alla retta AB, la *polare* di A passa pel *polo* di AB.

Questo teorema, di un uso frequentissimo, può esporsi così: $\begin{matrix}\text{Le polari}\\ \text{I poli}\end{matrix}$ di ciascun$^{\text{n}}_{\text{na}}$ $\begin{matrix}\text{punto}\\ \text{retta}\end{matrix}$ di $\begin{matrix}\text{una retta passano pel polo}\\ \text{un punto si trovano sulla polare}\end{matrix}$ di quest$^{\text{a}}_{\text{o}}$. Si avverta, che per mantenere la simmetria delle espressioni chiameremo *retta di un punto* ogni retta che passa per esso, allo stesso modo che si dice *punto di una retta* ogni punto situato su di essa.

§. 14. Nello studiare le varie specie di derivazione non bisogna limitarsi alle leggi generali, ma giova considerarne eziandio alcuni casi speciali; poichè le leggi di derivazione più particolari si riferiscono bensì ad una più ristretta classe di figure derivate, ma per lo contrario esse possono trasportare da una figura ad un'altra parecchie proprietà, che non si potrebbero assoggettare alle leggi generali. Per questo motivo noi ora indicheremo due casi particolari della *derivazione polare.*

§. 15. *Figure reciproche.* Se i due fasci polari $OAB...$, $OMN...$ del §. 12. sono tagliati da uno stesso piano, le due figure (X) (R) così formate si chiameranno *figure reciproche.* — Dal centro di projezione O si abbassi sul piano comune delle figure la perpendicolare OI, ed il punto I si dirà il *centro di reciprocità* delle due figure. — Se al punto A della prima figura corrisponde la retta MN della seconda, è cosa evidente che la retta IA è perpendicolare alla retta MN, e che le distanze del centro di reciprocità I dal punto R e dalla retta MN hanno un prodotto costante $\overline{OI}^2$: questo è il motivo che mi fa chiamare *reciproci* il punto A e la retta MN. È palese che le figure reciproche hanno tutte le proprietà delle figure derivate-polari; inoltre esse hanno in loro specialità le due seguenti:

§. 16. « L'angolo formato in una figura da due rette è uguale all'angolo che » nella figura *reciproca* è compreso fra i raggi condotti dal centro di recipro- » cità ai punti reciproci di quelle rette. »

§. 17. « L'angolo che una retta fa col raggio condotto dal centro di recipro- » cità ad un punto è uguale all'angolo formato dal raggio che unisce lo stesso » centro col punto reciproco di quella retta, e dalla retta reciproca di quel » punto. »

§. 18. Un esempio renderà più chiaro il modo di adoperare le precedenti leggi speciali della derivazione di reciprocità. Si prenda per figura primitiva un triangolo qualunque, su' cui lati A' B' C' (Fig. 2.) sieno abbassate dai vertici opposti le perpendicolari a' b' c', le quali, com'è noto, s'incontrano in un unico punto H'; poscia scelto ad arbitrio il centro di reciprocità I, s'immagini

descritta la figura reciproca della proposta: essa sarà formata da un triangolo coi vertici $A\ B\ C$ reciproci delle rette $A'\ B'\ C'$, sui lati del quale si troveranno i punti $a\ b\ c$ reciproci delle rette $a'\ b'\ c'$ (poichè, ad esempio, la retta BC sarà (13.) la reciproca del punto di concorso delle rette $B'\ C'$; e siccome la a' passa per questo punto, così il punto a si troverà (13.) sulla BC), e questi punti $a\ b\ c$ saranno situati (13.) sopra la retta H reciproca del punto H'; inoltre pel §. 16. saranno retti gli angoli $AIa\ BIb\ CIc$. — Supponiamo ora, in ordine inverso, che sia dato un qualunque quadrilatero $ABab$ coi lati opposti prolungati fino ai loro punti di concorso $C\ c$, la qual figura dicesi *quadrilatero completo*, e prendiamo per centro di reciprocità il punto I, tale che sieno retti gli angoli $AIa\ BIb$: colla derivazione di reciprocità saremo ricondotti al triangolo $A'B'C'$ ed alle perpendicolari $a'\ b'$; ma in questo la retta c' condotta pel punto H', e per l'intersezione delle $A'\ B'$, è perpendicolare alla C': dunque nell'altra figura sarà retto anche l'angolo CIc, e così sarà dimostrato che «in ogni quadrilatero completo i circoli che hanno per diametri »le tre diagonali $Aa\ Bb\ Cc$ s'incontrano tutti e tre in un punto I.»

§. 19. *Derivazione polare-parabolica.* Questo è un altro caso particolare della derivazione polare; esso ha luogo quando i fasci polari OAB..., OMN... (12) sono tagliati da due piani tra loro perpendicolari (X) (P). Le intersezioni di questi piani col piano ad ambedue perpendicolare condotto pel centro di projezione O si diranno *assi di derivazione.* Noi supporremo inoltre che i due piani (X) (P) sieno egualmente lontani dal centro O, e che le due figure sieno trasportate in un particolar modo sopra un unico piano, gli assi di derivazione cadendo l'uno sull'altro: ammesse tali supposizioni, potremo derivare una figura dall'altra col mezzo della seguente facile costruzione. — Sia KL (Fig. 3.) l'asse di derivazione comune alle due figure; ad esso si tiri la parallela $m\alpha$; per ogni punto A della figura AB... si abbassi la perpendicolare Ama sull'asse, e sulla parallela a questo si prenda la lunghezza $m\alpha$ eguale alla distanza Aa: la retta $a\alpha$ sarà la *derivata-polare-parabolica* del punto A. Similmente per una retta AB della figura primitiva, se essa incontri l'asse in p, e la sua parallela in q, tirata la perpendicolare pr, e presa su di essa la porzione pP' eguale a qr, sarà P' il punto *derivato-polare* della AB. Si osservi che il verso in cui si prende questa distanza pP' è opposto, relativamente al verso di rq, a quello in cui da prima si prese aA rispetto ad $m\alpha$.

§. 20. Risulta dalla precedente costruzione, che le figure derivate-polari-paraboliche, oltre avere la generale proprietà data al §. 13., hanno eziandio la

seguente mutua dipendenza. « Due punti posti ad eguale distanza, e dalla me-
» desima parte dell'asse di derivazione, sono derivati-polari di due rette paral-
» lele. » — « Due rette perpendicolari sono sempre derivate-polari di due punti
» A B, situati a parti opposte dall'asse KL; ed a tali distanze, che il loro pro-
» dotto $Aa.Bb$ è $= \overline{am}^2$.

§. 21. La retta, che, come dicemmo al §. 10., può supporsi contenere tutti i punti posti a distanza infinita, ha per derivato-polare un unico punto; il che può dimostrarsi con un ragionamento analogo a quello del §. 10., ed applicato al §. 12.: e così si scorge pure, che nel caso del §. 15. tal punto derivato-polare della *retta all'infinito* è il centro di reciprocità; e che nel caso del §. 19. esso è l'estremità dell'asse di derivazione indefinitamente prolungato, ossia il *punto all'infinito* di questo asse.

§. 22. Comechè la derivazione polare-parabolica sia di poco uso, noi l'abbiamo accennata per render palese con un maggior numero di esempii lo spirito dei metodi di derivazione; per lo stesso motivo ne indicheremo ora una semplicissima applicazione. Vogliasi dimostrare il teorema, di cui ci siamo precedentemente serviti (18.), che in ogni triangolo ABC (Fig. 4.) le perpendicolari AP BQ CR s'incontrano in un solo punto; io prendo il lato AB per asse di derivazione, e tirate perpendicolarmente all'asse le $BQ' = \overline{CR}^2 : AR$, $AP' = \overline{CR}^2 : BR$, le rette BQ AP, perpendicolari ai lati AC BC, avranno (19. 20.) per derivati i punti Q' P'. Ora i valori delle parallele AP' BQ' mostrano che la $P'Q'$ incontra l'asse nel punto R; dunque il punto R', derivato (19.) della perpendicolare, è in linea retta coi due P' Q', e perciò (13.) le rette AP BQ CR passano per uno stesso punto, ch'è il derivato della retta $P'R'Q'$.

Derivazioni delle figure a tre dimensioni.

§. 23. L'oggetto principale di questa Memoria essendo la considerazione delle figure piane, noi ci limiteremo, in riguardo alle figure a tre dimensioni, a pochi cenni. Della projezione di queste figure abbiamo parlato ai §§. 3. e 4. In quanto alla derivazione polare ne indicheremo soltanto un caso particolare, che, analogamente al §. 15., denomineremo *reciprocità*. — Da un punto preso per centro di reciprocità si abbassino tutte le perpendicolari sui piani e sulle rette di una figura; sulla prolungazione di queste perpendicolari si prendano, partendo dal centro, altrettante lunghezze inversamente proporzionali alle perpendicolari medesime; e le estremità di queste lunghezze o daranno i *punti reciproci* dei piani, o per esse passeranno le *rette reciproche delle rette*,

ognuna delle quali dev'essere inoltre perpendicolare al piano che passa per la sua reciproca e pel centro di reciprocità.

§. 24. Merita d'esser considerata anche la dipendenza tra una figura piana ed un *fascio* (12.) di raggi e di piani, i quali passano rispettivamente pei punti e per le rette di quella figura. Noi diremo collo Steiner, che i predetti PIANO e *fascio* sono tra loro *prospettivi*, e chiameremo PIANO il complesso di tutti i punti e di tutte le linee compresi nella figura piana. S'intende facilmente, che alcune proprietà del PIANO (e tra queste tutte le proprietà grafiche) potranno trasportarsi al fascio, e viceversa. — Vedremo ben presto che da un doppio uso della predetta dipendenza fra un PIANO ed un fascio nasce la derivazione tra una figura piana ed una sua projezione, ed anche tra due figure piane derivate-polari; giacchè, rispetto a due fasci *polari* (12.), è noto che l'angolo formato da due raggi di un fascio è uguale o supplemento del *diedro* compreso fra i due piani corrispondenti del fascio polare, ec.

§. 25. Prima di passare a maggiori sviluppi delle derivazioni fin qui brevemente abbozzate, facciamo parola di un altro principio molto frequentemente adoperato nella Geometria derivata: esso è la *legge di continuità*, per la quale i teoremi di Geometria ricevono estensione e generalità maggiori di quelle che avrebbero se si ponesse mente soltanto al modo con cui si sono dimostrati. La legge di continuità arreca alla Geometria vantaggi analoghi a quelli che si hanno nell'Algebra dalla considerazione delle quantità infinite e delle immaginarie: così, per esempio, due rette poste in un piano sono considerate come aventi un punto comune; e se le rette sono parallele, quel punto è a distanza infinita; due circoli hanno una corda comune anche quando non si tagliano, cioè quando sono immaginarie le loro intersezioni. Questo argomento sarà meglio spiegato quando considereremo le proprietà delle curve.

II. *Proprietà projettive metriche.*

§. 26. Noi cercheremo ora di rendere famigliari le applicazioni dei metodi di derivazione, e dei principii secondarii che ne risultano. In quanto ai teoremi particolari, essi non possono entrare nel compendioso quadro che ci siamo proposto di tracciare, e molti di essi sono così immediati ed evidenti corollarii di quei principii che appena meritano di essere notati.

§. 27. Vediamo da prima quali sieno le proprietà metriche projettive (2). È un problema non ancora compiutamente risoluto (Poncelet, §. 8.) la determi-

nazione di tutte le proprietà metriche, le quali si mantengono le stesse in tutte le projezioni di una figura, dipendentemente dalla sussistenza di alcune proprietà grafiche stabilite; ma nella Geometria derivata basta considerare una classe di queste proprietà metriche, la quale, sebbene particolare, è feconda di estesissime applicazioni, ed ha il grande vantaggio di essere facilissima a riconoscersi. Le proprietà di questa classe sussistono anche nel caso della projezione *in rilievo* (3.), purchè tutte le rette che fanno parte di una figura abbiano rettilinee le loro projezioni nell'altra figura. — Sia O (Fig. 5.) il centro di projezione, rispetto a cui le figure, piane o no, $ABCDE$ $A'B'C'D'E'$ sono projezioni l'una dell'altra; e supponiamo data una relazione metrica fra le distanze AB, BC, AE, ec. È chiaro, che se sostituendo in questa relazione una qualche espressione di tali distanze, essa si riducesse a contenere i soli angoli AOB, BOC, ec. (cioè esprimesse una proprietà del fascio OAB...), noi saremmo certi che la medesima relazione ha luogo anche rispetto alla figura $A'B'$..., poichè gli angoli predetti sono gli stessi angoli $A'OB'$, $B'OC'$, ec. Ora chiamando p, q,... le distanze del centro O dalle rette AB, BC,... è noto che $AB = \frac{OA.\ OB}{p}$ sen AOB, $BC = \frac{OB.\ OC}{q}$ sen BOC, $AE = \frac{OA.\ OE}{p}$ sen AOE, ec. Da ciò facilmente risulta, che ridotta la data relazione ad una equazione, di cui ciascun termine sia un prodotto di rette diviso per un prodotto di altrettante rette, dopo fatte le sostituzioni spariranno tutte le OA, OB,..., p, q,... se nel numeratore e nel denominatore di ciaschedun termine vi sieno le stesse lettere, ed inoltre le stesse direzioni di rette: in questo caso l'equazione sussisterà in ogni projezione $A'B'C'$..., perchè ciascun suo termine riducendosi funzione dei seni di AOB, BOC, ec., conserverà un valor costante. Gli esempii ci renderanno famigliare il significato della precedente proposizione, la cui facilità permette di scorgerne a colpo d'occhio le applicazioni.

§. 28. Quando da una projezione all'altra non solo tutte le rette si mantengono rette, ma eziandio tutti i piani sono projezioni di altri piani, si possono riferire le proprietà projettive metriche anche alle aree, ed ai seni degli angoli. Ecco la formula pel secondo caso, dalla quale può facilmente ricavarsi quella pel primo: sen $ABC = \frac{p.\ q}{d.\ OB}$ sen β, d è la distanza del centro O dal piano ABC, e β è il *diedro* formato dai due piani OBA OBC. La formula è projettiva, quando fatte le sostituzioni di questo §. e del precedente, spariscono tutte le OA, OB, p, q, d, ec. Si vede che anche in questo caso ogni

proprietà projettiva della figura ABC... conduce ad una proprietà del fascio $OABC$... prospettivo (24.) con quella figura.

§. 29. Per un'applicazione del canone stabilito al §. 27. consideriamo (Fig. 6.) quattro punti in linea retta $A\ b\ a\ B$; i valori di $\frac{Ab.aB}{AB.ab}$, $\frac{Aa.bB}{AB.ab}$ si mantengono gli stessi in ogni projezione $A'b'a'B'$, perchè tanto i numeratori quanto i denominatori contengono le quattro lettere $A\ B\ a\ b$, e due volte la direzione della stessa unica retta. Per vedere se vi sia qualche relazione fra que' due valori ricorriamo ad un caso più semplice; e, per esempio, a quello in cui la retta $A'b'$ sia parallela al raggio projettante SBB', sicchè il punto B' sia il *punto all'infinito* della retta $A'b'a'$: allora i rapporti $a'B':A'B'$, $b'B':A'B'$ diventano eguali all'unità, e rimangono perciò i valori $\frac{A'b'}{a'b'}\ \frac{A'a'}{a'b'}$, i quali hanno d'altronde la relazione $\frac{A'b'}{b'a'} + 1 = \frac{A'a'}{b'a'}$; perciò anche nella figura primitiva sarà sempre vero, che per quattro punti in linea retta si ha $\frac{Ab.aB}{AB.ab} - 1 = \frac{Aa.Bb}{AB.ab}$. Qui si dee avvertire, che ho mutato il segno nel cangiare ba in ab, perchè suppongo che le distanze sieno prese partendo dalla prima lettera, e terminando alla seconda; e considero come negative quelle che sono rivolte in verso opposto a quelle riguardate come positive. Tale osservazione dee sempre aversi presente al pensiero, onde evitare parecchi sbagli.

§. 30. Nel caso particolare, che $Ab.aB = -AB.ab$, i quattro punti $A\ b\ a\ B$ si dicono *armonici*, e $b\ B$ si chiamano *conjugati armonici* rispetto alla retta Aa, cui essi *tagliano armonicamente*. In questo caso il teorema precedente dà $Aa.bB = 2.Ab.aB$. — Quando uno dei quattro punti armonici, per esempio B, è all'infinito, il suo conjugato b divide per metà la retta Aa. Così l'eguaglianza $Ab = ba$, la quale non è una proprietà projettiva, si riduce suscettibile della derivazione projettiva, quando la si considera come un caso particolare della proprietà dei punti armonici.

§. 31. Nella precedente figura il punto b dicesi anche il *centro armonico* dei due punti $A\ a$ rispetto all'origine B. La teoria dei centri armonici può estendersi anche ad un maggior numero di punti P, A, B, C,... posti sopra una sola retta; e, per esempio, il centro armonico Q dei tre punti $A\ B\ C$, rispetto al punto di origine P, è determinato col mezzo della equazione $\frac{1}{PA} + \frac{1}{PB} + \frac{1}{PC} = \frac{3}{PR}$, la quale dà anche $\frac{QA}{PA} + \frac{QB}{PB} + \frac{QC}{PC} = 0$. La me-

desima teoria può ulteriormente generalizzarsi, attribuendo ai punti coefficienti differenti; così per due punti A B si può supporre $\frac{m}{PA} + \frac{n}{PB} = \frac{m+n}{PQ}$, ossia $m\frac{QA}{PA} + n\frac{QB}{PB} = 0$: noi prendendo ad imprestito una denominazione dalla Meccanica, diremo che Q è, *rispetto all'origine* P, il centro armonico delle *masse* m n, situate nei punti A B.

§. 32. Collo stesso ragionamento usato nel §. 29. si vede che per sei punti in linea retta il valore di $Ac.Ba.Cb:Ab.Ca.Bc$ è costante in ogni projezione; ed anzi, per la costanza di questo rapporto, basta che sieno in linea retta i tre punti A c B, così pure i tre B a C, ed i tre C b A; cioè che A B C sieno i vertici di un triangolo, su' cui lati opposti si trovino i punti a b c. — Quando il predetto valor costante sia l'unità positiva, noi diremo che i sei punti formano l'*involuzione positiva* $AcBaCb$; e quando esso sia $= -1$, diremo che questa *involuzione è negativa.*

§. 33. Teorema. « Se i lati di un triangolo ABC sono tagliati da una retta » qualunque ac, le loro intersezioni alternate fra i vertici formano una involu- » zione positiva. » In fatti, se projettiamo l'intera figura sopra una sola retta $A'a'B'C'$ (Fig. 7.), prendendo per centro di projezione un punto qualunque S della retta abc, vediamo che nella figura derivata i tre punti a' b' c' coincidono in uno solo, e perciò $A'c'.B'a'.C'b':A'b'.C'a'.B'c' = 1$; ma il valore di $Ac.Ba.Cb:Ab.Ca.Bc$ è costante: dunque, ec.

§. 34. Se la predetta figura $ABCabc$, ch'è (18.) un quadrilatero completo, la projettiamo sur una retta, prendendo il centro di projezione in un punto qualunque del piano della figura, noi abbiamo sei punti in linea retta, formanti una involuzione positiva; e viceversa questi potranno sempre dare per projezione un quadrilatero completo. Ora nel quadrilatero completo può considerarsi il triangolo Abc tagliato dalla retta BCa; dal che risulta l'involuzione positiva $ACbacB$. Lo stesso dicasi delle involuzioni $BCabcA$ $CBacbA$. Dunque per sei punti in linea retta se uno dei rapporti $Ac.Ba.Cb:Ab.Ca.Bc$, $AC.ba.cB:AB.ca.bC$, $BC.ab.cA:BA.cb.aC$, $CB.ac.bA:CA.bc.aB$ è uguale all'unità positiva, lo sono pure tutti gli altri.

§. 35. Ai §§. 29. 33. 34. abbiamo dati esempii di tre differenti usi della derivazione projettiva. Nel §. 29. prendemmo per figura derivata una figura più semplice, in quanto che un punto ne passò a distanza infinita. Nel §. 33. un quadrilatero completo si ridusse ad una sola retta, facendone inoltre coinci-

dere insieme le projezioni di tre vertici. Nel §. 34. ci riuscì vantaggioso di passare da una figura semplice ad una più complicata per iscoprire quelle relazioni che appariscono facilmente nel quadrilatero completo, ma che rimangono confuse quando esso riducesi ad una sola retta.

§. 36. Per corollario del §. 33. noteremo, che se si prende per centro di projezione il punto comune alle due diagonali Bb Cc (Fig. 7.), e si projetta l'intera figura sulla terza diagonale Aa, le projezioni di B b coincidono insieme in P, e quelle di C c in Q, e si ha perciò $AQ.Pa.QP:AP.Qa.PQ=1$, cioè $AQ.aP:AP.aQ=-1$: dunque (30.) « Ogni diagonale di un quadrila» tero completo è tagliata armonicamente dalle altre due diagonali. » Se $AcCa$ fosse un trapezio coi lati Aa Cc paralleli, la Bb dividerebbe essi lati per metà (30.).

§. 37. Teor. « Se dai vertici di un triangolo si tirano tre rette che s'incon» trano in un solo punto, esse tagliano i lati opposti in punti che, alternati coi » vertici, formano una involuzione negativa. » Prendendo il punto S (Fig. 8.) comune alle tre rette Aa Bb Cc per centro di projezione, e projettando il triangolo sopra una sola retta, coincidono insieme le projezioni dei punti A a, nonchè quelle di B b, e quelle dei C c; perciò il valore di $Ac.Ba.Cb:Ab.Ca.Bc$ è -1, perchè tale esso è evidentemente nella figura derivata.

§. 38. Estendendo la definizione data nel §. 32., diremo che i vertici del quadrilatero $ABCD$ (Fig. 9.) formano una involuzione positiva coi punti L M N P dei lati, quando sia $AL.BM.CN.DP=AP.DN.CM.BL$. Ciò si verifica in primo luogo se i punti L M N P sono in linea retta. Questo teorema projettivo, che si estende ad ogni poligono, può dimostrarsi tanto col metodo del §. 33., quanto con un altro processo di derivazione, che consiste nel prendere per projezione una figura, nella quale la retta $LMNP$ sia (10.) tutta posta a distanza infinita; in questa figura derivata sussiste la precedente equazione, perchè i rapporti $AL:BL$, $BM:CM$, $CN:DN$, $DP:AP$ sono eguali all'unità. — Questo non è per altro il solo caso, in cui abbia luogo l'involuzione positiva degli otto punti. Infatti, se colla projezione da un piano ad un altro facciamo andare all'infinito i due punti E F (cioè se supponiamo che il piano della figura derivata sia parallelo al piano che passa per EF e pel centro di projezione), sicchè la figura derivata sia un parallelogrammo $A'B'C'D'$, è evidente che in questo è soddisfatta la predetta equazione, se la retta $L'N'$ è parallela ai lati $B'C'$ $A'D'$, e la $P'M'$ lo è ai due $A'B'$ $C'D'$; perciò nella figura primitiva ha luogo l'involuzione anche se le rette LN MP passano rispetti-

vamente pei punti F E, nei quali concorrono i lati opposti. — Finalmente per trovare il caso più generale, in cui ha luogo l'involuzione positiva, supponiamo scelti ad arbitrio i due punti L M, e prendiamo per figura derivata un quadrilatero, la cui diagonale $A'C'$ sia parallela alla retta $L'M'$ (cioè sia passata all'infinito l'intersezione I): noi vediamo facilmente, che nella figura derivata non può sussistere l'equazione, se non sia anche $P'N'$ parallela ad $A'C'$. Dunque finalmente nella figura primitiva « è condizione necessaria e sufficiente per » l'involuzione positiva che le rette LM PN s'incontrino in qualche punto » della diagonale AC. »

§. 39. In quest'ultimo caso generale dev'essere compreso il caso particolare precedentemente considerato; perciò se EPM FNL sono due rette, le LM AC PN deggiono concorrere in un medesimo punto I. — Il teorema grafico così ricavato suol enunciarsi in modi apparentemente differentissimi: così dicesi che l'esagono $ENPFML$, i cui vertici sono posti alternativamente sulle due rette EM FL, ha i punti di concorso C I A dei lati opposti situati in linea retta; oppure che l'esagono $ALNCMP$, di cui tre lati alternativi concorrono in E e tre in F, ha le tre diagonali che s'incontrano in un unico punto I; ec. Analogamente al §. 6. ci pare che sarà più facile l'applicazione di questo teorema enunciandolo come segue: « saremo sempre sicuri che 9 punti » si trovano a 3 a 3 sopra 9 rette le quali s'incontrano a 3 a 3 nei detti pun- » ti, quantunque non ci sia noto che abbia luogo una delle condizioni di tre » punti in linea retta, o di tre rette concorrenti in un punto. » Anche questo teorema o qualche suo caso particolare si possono vedere nelle Opere succitate. Plücker, §§. 70. 73. 76. 283. 424. 466.; Steiner, §. 23. III.

III. *Dualismo della projezione e delle proprietà projettive.*

§. 40. La derivazione delle proprietà di una figura da quelle di una sua projezione prende, come vedemmo (2. 27. 24.), la sua origine dalla dipendenza tra una figura AB... (Fig. 5.) posta in un solo od in più piani, ed un *fascio di* raggi che partono da un centro comune O, e vanno ai punti di quella figura. Se in questa dipendenza noi cangiamo i punti in piani, e viceversa (appunto com'è indicato al §. 23.), noi siamo condotti a ricercare se abbia luogo una qualche analoga dipendenza tra un sistema di raggi che s'incontrano in un solo od in più punti, ed un PIANO che taglia quel raggio; dalla qual dipendenza noi potremo dedurre una derivazione dalle proprietà di uno di tali si-

stemi a quelle di un altro, purchè sieno talmente disposti, che i loro raggi corrispondenti si taglino sempre in qualche punto di un piano fisso. Senza occuparci di questo problema generale ci basterà considerarne un caso particolare.

§. 41. Supponendo che le figure, nonchè il centro di projezione, sieno comprese in un solo piano, le formule del §. 27. ci mostrano che le proprietà projettive, cioè comuni a tutte le projezioni, sono tali ch'esse danno analoghe proprietà degli angoli compresi fra i raggi projettanti condotti pel punto S (Fig. 6. 7. 8.). A questo sistema di raggi passanti per un punto e situati in un piano, noi daremo d'ora innanzi il nome di *stella* (ebene Strahlbüschel, Steiner). — Le relazioni fra le distanze dei punti da noi precedentemente considerate possono adunque applicarsi ai seni degli angoli (27.) compresi fra i raggi di una stella; così, per esempio, in ogni stella di quattro raggi noi avremo (29.) (Fig. 6.) sen ASb. sen aSB — sen ASB. sen aSb = sen ASa. sen bSB; e la stella si dirà armonica (30.), se sia sen ASb. sen aSB = — sen aSb. sen ASB; ec.

§. 42. Se nella dipendenza accennata nel §. precedente noi cangiamo (11.) i punti in rette, e viceversa, siamo condotti a ricercare se abbia luogo una qualche analoga dipendenza tra una figura piana ABC... (Fig. 1.) ed i punti, in cui le sue rette sono tagliate da una *trasversale* TU; la qual dipendenza ci darà poi una derivazione di proprietà dall'una all'altra delle figure ABC..., $A'B'C'$..., le cui rette corrispondenti s'incontrano nei punti della medesima trasversale. È facile ritrovare, che chiamata α la distanza del punto A dalla trasversale TU, si ha sen $BAC = \frac{\text{sen } VTA. \text{ sen } VUA}{\alpha}. TU$; le relazioni simili a questa ci fanno conoscere, analogamente al §. 27., che se rispetto alla figura AB... si abbiano due prodotti di seni di angoli tali, che ciascun prodotto contenga in complesso gli stessi vertici di angoli e le stesse direzioni di rette, il rapporto di questi due prodotti avrà lo stesso valore in tutte le figure AB..., $A'B'$..., le cui rette corrispondenti si tagliano nei varii punti di una retta fissa TU. — Ad un sistema di punti situati in linea retta noi daremo d'ora innanzi il nome di RETTA (Gerade, Steiner).

§. 43. Passiamo a considerare la derivazione polare delle proprietà metriche. In un piano sia tracciata una figura rettilinea (X); da un centro di projezione O, esterno a quel piano, sia condotto il fascio (F) di raggi e di piani, che vadano a tutti i punti e rette della figura (X); dal medesimo centro O parta un fascio (f), il quale sia (12.) polare del fascio (F); e si tagli questo

fascio (f) con un secondo piano (p). — Per le formule dei §§. 27. 28. le proprietà projettive, che si riferiscono alle lunghezze ed ai seni degli angoli della figura (X), daranno analoghe proprietà relative ai seni degli angoli e dei diedri del fascio (F); d'altronde è cosa notissima (24.) che gli angoli e i diedri del fascio (F) sono rispettivamente uguali ai diedri ed agli angoli del fascio polare (f): dunque avremo anche una proprietà relativa ai seni dei diedri e degli angoli del fascio (f), e questa ci darà (28. 27.) finalmente una proprietà relativa ai seni degli angoli ed alle lunghezze della figura piana (p) derivata-polare della (X).

§. 44. Supponiamo ora che nel piano della figura (X) sia tracciata anche una stella S, i cui raggi passino pei punti della figura (X): per trovare la derivata-polare di questa stella condurremo pel centro di projezione la retta OS, nonchè i piani che passano pei raggi della stella, ed otterremo così un fascio di piani, i quali avendo la comune intersezione OS, prendono il nome di *piani di una ruota* (Ebenenbüschel, Steiner); il fascio polare di questa ruota è evidentemente una stella posta nel piano Otv, perpendicolare ad OS; questa stella sarà poi tagliata dal piano (p) in una retta tv, i cui punti saranno posti sulle rette della figura (p), che sono derivate-polari dei punti della figura (X), pei quali passano i raggi della stella S. Ora se la proprietà projettiva della figura (X) si riferisce soltanto alle distanze de' suoi punti, si vede facilmente che la medesima proprietà ha luogo anche rispetto ai seni degli angoli della stella S, ed anche rispetto ai seni degli angoli compresi fra le rette della figura (p); e finalmente anche rispetto alle distanze dei punti, nei quali queste rette tagliano una qualunque trasversale rettilinea tv.

§. 45. La distanza del punto A dalla retta BC si trova (27. 28.) eguale a $\frac{q}{d} OA.$ sen i, essendo q d le distanze del centro di projezione O dalla retta BC e dal piano ABC, ed i l'inclinazione del raggio OA sul piano OBC. Quindi se sia data una equazione binomia formata da alquanti prodotti di tali distanze di qualche punto A da qualche retta BC, in modo che ciascun termine contenga in complesso i medesimi punti e le medesime rette, essa esprimerà una proprietà projettiva, e perciò se ne potrà dedurre un'analoga proprietà del fascio (F), una simile del fascio (f), e finalmente una della figura derivata-polare della proposta.

§. 46. Due esempii renderanno più chiaro il modo di adoperare i principii ora stabiliti. Nel §. 33. vedemmo che i sei vertici di ogni quadrilatero com-

pleto danno luogo a quattro involuzioni positive; la figura derivata-polare di un quadrilatero completo è (13.) un sistema di 4 punti, pei quali passano 6 rette; sistema che noi diremo *tetragono completo:* dunque pel §. 44. «i 6 lati di ogni »tetragono completo tagliano qualunque trasversale in 6 punti in involuzione po- »sitiva; » perciò si dirà che quei lati formano una involuzione positiva. — Risulta dal §. 38., che se le rette LM PN AC (Fig. 9.) s'incontrano in un unico punto I, lo stesso avviene delle tre LP MN BD, e gli 8 punti $ALBMCNDP$ formano una involuzione positiva. Si conosce poi facilmente, che unendo a questi 8 punti i punti I H, si ha un sistema di 10 punti disposti nel modo indicato al §. 6.; dunque per la derivazione polare (44.) « se nel medesimo sistema di »10 rette (6.) si trascurano due rette le quali non s'incontrino in uno dei 10 »punti della figura, le altre 8 rette formano una involuzione positiva, e ta- »gliano in tal modo una qualunque retta trasversale.»

IV. *Figure collineari, affini, simili, omologhe ed omotetiche.*

§. 47. Dato un sistema di punti, se si abbiano altrettanti punti corrispondenti ai primi, talmente disposti che quando tre punti di una delle figure sono in linea retta, lo sieno pure i tre punti corrispondenti dell'altra figura; e se inoltre una tale proprietà sussista per tutti i punti, che possano determinarsi tanto in una figura che nell'altra col mezzo di qualsivoglia *rete* di linee rette, questi due sistemi di punti si diranno *collineari* (Möbius e Magnus). Nelle figure collineari le RETTE (42.) fra loro corrispondenti si dicono esse pure tra loro *collineari.* — È cosa palese, che due PIANI prospettivi (24.) ad un medesimo fascio, cioè tali che uno sia projezione dell'altro, sono tra loro *collineari:* in simil modo sono collineari due RETTE prospettive ad una medesima stella. — Anche due fasci prospettivi ad un medesimo PIANO sono tra loro collineari. Due stelle prospettive ad una medesima RETTA sono collineari, e lo sono pure due stelle prospettive ad una medesima ruota (44.), cioè due stelle i cui raggi corrispondenti si trovano a due a due nei piani di una ruota.

§. 48. In due figure piane collineari esistono sempre due RETTE corrispondenti, tali ch'esse si possono sovrapporre in modo, che i punti corrispondenti coincidano insieme; le direzioni di queste RETTE si dicono gli *assi di collineazione.* Esistono pure due stelle corrispondenti ed uguali, ed altre due stelle corrispondenti, che divengono sovrapponibili quando se ne rovescia una; i centri di queste stelle sono i *centri di collineazione* (Collineationspunkte, Magnus). — Noi non ci arresteremo a dimostrare tali cose, che abbiamo esposte

soltanto per dare una più compiuta idea della collineazione; e senza nemmeno dimostrare che due figure collineari sono sempre projettive, passeremo ad esaminare le figure piane collineari nella loro posizione di projezione. — Sieno (Fig. 10.) TA TA' le sezioni dei piani delle due figure fatte da un piano a loro perpendicolare, e comprendente il centro di projezione O. È facile vedere che gli assi di collineazione delle due figure coincidono insieme nell'intersezione T dei loro piani. Il raggio projettante SOS', egualmente inclinato sui due piani, determina i centri di collineazione SS'; in simil modo si hanno gli altri due centri di collineazione s s'. I piani OE OE', rispettivamente paralleli ai piani TS TS', determinano le rette E E' (Gegenachsen, Magnus), ognuna delle quali corrisponde alla retta all'infinito (10.) dell'altra figura. Si ha evidentemente $SE = Es = E'T$, $ET = S'E' = E's'$. Inoltre $EA.E'A' = ET.E'T$; dunque le distanze dei punti corrispondenti A A' dalle rette E E' sono inversamente proporzionali. Posto $\frac{TE}{TE'} = m$, si trova pure che per due, quali si vogliano, punti corrispondenti si ha $\frac{TA}{SA} + m\frac{TA'}{S'A'} = 0$, $\frac{TA}{sA} - m\frac{TA'}{s'A'} = 0$.

§. 49. Due figure collineari possono situarsi sopra un medesimo piano in modo che coincidano insieme i loro assi, e due dei loro centri di collineazione: ciò si vede eseguito nella figura 11., rispetto ai centri di collineazione S S' della figura 10. In tal caso le figure si dicono *omologhe* (collineari e collinearmente poste, Magnus). Ne viene, che alle figure omologhe già considerate (5.) competono le proprietà indicate nel §. precedente. Si dimostra eziandio, che $\frac{UA}{SA} + m\frac{UA'}{SA'} = 0$, il coefficiente m avendo il valore determinato nel §. 48., ed indipendente dalla posizione del punto A; dunque «i centri armonici (31.) »delle masse costanti 1 m, poste in due punti omologhi, si trovano tutti sul»l'asse di omologia quando si prende per origine (31.) il centro di omologia.»

§. 50. Merita speciale considerazione il caso, che nella figura 10. il centro di projezione O sia egualmente distante dai due piani TA TA': allora se si sovrappongono i due centri S S' nella figura 11., le rette E E' coincidono in una sola egualmente distante dal centro e dall'asse di omologia. In questo caso si ha $m = 1$, e l'omologia dicesi *armonica*, perchè ogni retta che unisce due punti omologhi è tagliata armonicamente dal centro e dall'asse di omologia (30.).

§. 51. Nel predetto caso di O (Fig. 10.), egualmente distante dai piani TA TA', gli altri due centri di collineazione s s' coincidono insieme in un punto

dell'asse; quindi se le due figure si pongono in uno stesso piano in modo che ne coincidano gli assi di collineazione, e i centri S S' cadano da parti opposte del medesimo, le due figure avranno il centro di omologia posto sull'asse di omologia.

§. 52. La collineazione ammette due importantissimi casi particolari: l'uno è quello della *similitudine*, su cui noi non ci arresteremo, giacchè tutti conoscono le proprietà delle figure simili. Nella figura 10. ha luogo la similitudine, se i piani TA TA' sono paralleli; perciò gli assi di collineazione sono nel presente caso le rette all'infinito. Più non esistono centri di collineazione; ma se le due figure si descrivono sopra un medesimo piano in modo che tutte le rette corrispondenti sieno parallele, il punto in cui coincidono due punti corrispondenti assume tutte le proprietà del centro d'omologia, e si dice *centro di similitudine;* le figure si chiamano *omotetiche* (simili e similmente poste, Poncelet; ähnlichen, Plücker), ed *omotetiche* anche le loro parti corrispondenti.

§. 53. Una relazione tra due figure più generale della similitudine, e meno generale della collineazione, è l'*affinità*. — Nelle figure tra loro *affini* le aree conservano le stesse proporzioni; inoltre se due rette di una figura sono parallele, tali sono pure le loro affini, e il rapporto delle prime è uguale al rapporto delle ultime. Una figura è affine ad ogni sua projezione fatta col mezzo di raggi projettanti paralleli (cioè col centro di projezione a distanza infinita).

§. 54. Considerando separatamente due figure affini, non si possono distinguere assi di collineazione; ma se prendiamo ad arbitrio due RETTE corrispondenti, e mutiamo la grandezza di una delle figure in modo che tali RETTE divengano eguali, noi le potremo situare l'una sull'altra, e dare alle due figure la posizione dell'omologia, quella RETTA essendone l'asse, e il centro d'omologia essendo a distanza infinita. — L'asse di *affinità* taglia proporzionalmente tutti i raggi che uniscono due punti *affini*.

§. 55. Due RETTE, ossia due serie di punti in linea retta, sono *simili* quando le distanze fra i punti corrispondenti sono proporzionali. — L'*affinità* delle RETTE non è niente più generale della loro similitudine. — A due RETTE collineari sono comuni tutte le proprietà projettive; così, per esempio, il rapporto $AB.CD:AD.BC$ ha lo stesso valore in ambedue le RETTE: ne viene, che date tre paja di punti corrispondenti, le due RETTE collineari sono interamente determinate, cioè ad ogni punto di una corrisponde un solo punto dell'altra. Se due RETTE sono situate in modo, che coincidano insieme due punti corrispondenti A A', le due rette BB' CC' s'incontrano in un punto S, ch'è il

centro della stella prospettiva a ciascheduna delle RETTE: queste in tal caso si dicono *omologhe* (perspectivisch liegende, Steiner). — Anche nelle RETTE collineari esistono i punti E E' rispettivamente omologhi dei punti all'infinito; e se M M' sono due punti corrispondenti, il prodotto $EM.E'M'$ ha un valore costante. Che se A A' sono due punti corrispondenti fissi, le distanze AM $A'M'$ dipendono tra loro col mezzo di una equazione della forma $AM.A'M' = a.AM + a'.A'M'$, cioè le inverse $1:AM$, $1:A'M'$ dipendono l'una dall'altra col mezzo di una equazione del primo grado.

§. 56. Se in due stelle gli angoli formati dai raggi corrispondenti sono eguali, esse sono non solamente *simili*, ma anche *uguali*. — Le proprietà projettive, che sono comuni alle stelle collineari, si riferiscono ai seni degli angoli formati dai loro raggi. Una stella collineare ad un'altra è interamente determinata, quando se ne conoscono tre raggi. Se due stelle collineari sono situate in modo che due raggi corrispondenti cadano l'uno sull'altro, esse sono *omologhe*, cioè le intersezioni di tutti i raggi corrispondenti appartengono ad una linea retta, ch'è l'asse di omologia. — Se a a' sono due raggi corrispondenti e fissi di due stelle collineari, ed m m' due raggi corrispondenti e variabili delle medesime, le cotangenti degli angoli compresi da a ed m, e da a' ed m', dipendono fra loro col mezzo d'una equazione del primo grado.

§. 57. Le figure a tre dimensioni hanno relazioni analoghe a quelle già indicate per le figure piane; così nelle figure collineari le RETTE, le stelle, le ruote, i PIANI ed i fasci corrispondenti sono tra loro collineari. In due figure collineari si distinguono due PIANI e due fasci tra loro rispettivamente uguali e corrispondenti; essi danno i *piani* ed i *centri di collineazione;* quando questi piani e centri sono sovrapposti, le figure si dicono *omologhe:* sono paralleli al piano d'omologia i due piani omologhi dei piani all'infinito; se essi coincidono in uno solo, l'omologia dicesi *armonica*, ec. — Se il centro d'omologia è situato a distanza infinita, le due figure sono *affini;* allora i volumi corrispondenti hanno un rapporto costante, ec. — Se invece è posto a distanza infinita il piano d'omologia, le figure sono *omotetiche*, cioè simili e similmente poste.

V. *Proprietà projettive di una conica, dedotte da quelle del circolo. — Teoria dei poli e delle polari. — Uso dell'affinità.*

§. 58. Col mezzo degli stabiliti principii ricerchiamo ora le proprietà di quelle curve, ch'essendo collineari del circolo, possono riguardarsi come sue projezioni. Un fascio di raggi passanti pei punti di un circolo forma un *cono;* perciò ogni projezione del circolo è una *sezione conica:* noi la diremo più brevemente una *conica.*

§. 59. Se il fascio che serve a projettare un circolo forma un cono di rivoluzione tale, è pure il suo fascio polare (12.), e perciò anche ogni sezione di questo è una *conica;* di qui risulta il teorema: « La curva derivata-polare (Polar-Curve, Plücker) di una conica è essa pure una conica; inoltre un punto » di una delle coniche e la corrispondente tangente hanno per derivati-polari » una tangente dell'altra conica e il suo punto di contatto. »

§. 60. Le tre specie di coniche si definiscono dicendo, che l'ellisse non ha alcun punto a distanza infinita, l'iperbola ne ha due, e la parabola uno solo, al quale spetta una tangente ch'è tutta a distanza infinita: infatti la sezione del cono è parabolica quando il suo piano è parallelo ad uno dei piani che toccano il cono.

§. 61. Partendo dalle note proprietà del circolo, ricerchiamo quelle delle coniche, le quali sono e projezioni (58.) e derivate-polari (59.) di quello. In primo luogo derivano immediatamente dalle proprietà grafiche del circolo le seguenti: « Una linea retta ed una conica o non hanno alcun punto comune, » o si toccano in un solo punto, o si tagliano in due. » Si osservi che un'iperbola è toccata da un suo assintoto in un solo punto, poichè le due opposte estremità dell'assintoto indefinitamente prolungato si considerano come formare un solo punto; chè infatti esse dipendono da un solo raggio projettante. Ogni diametro della parabola, oltre tagliarla in un punto visibile, la taglia anche nel suo punto posto a distanza infinita, poichè tutte le estremità dei diametri infinitamente prolungati si deggiono considerare come appartenenti ad un solo punto. — Si ha pure il teorema derivato-polare del precedente: « Da un punto » di una conica si può ad essa tirare una sola tangente, e da ogni altro punto » o due, o nessuna. » Nel caso della parabola e di un punto posto a distanza infinita una tangente è visibile; l'altra è la retta, posta tutta a distanza infinita. — Si notino le seguenti denominazioni: rispetto ad una conica, una retta secondo-

chè la taglia o no prende il nome di *secante reale* o *ideale:* così pure un punto lo dirò *apice reale*, se da esso si possono condurre due tangenti alla conica; ed *apice ideale*, se le due tangenti sono impossibili.

§. 62. Se un circolo è tagliato da tutti i lati di un poligono qualunque ABC (Fig. 12.), ha luogo, com'è facile riconoscere, l'equazione

$$AR.AR'.BP.BP'.CQ.CQ' = AQ.AQ'.CP.CP'.BR.BR';$$

ma essa esprime (27.) una proprietà projettiva: dunque essa appartiene ad ogni conica.

§. 63. Il predetto teorema relativo al triangolo, ed al caso particolare che un vertice di questo sia a distanza infinita, dà immediatamente le più generali proprietà delle coniche, e tra le altre l'equazione fra l'ascissa e l'ordinata relative a due diametri conjugati; ma noi non ci arresteremo su tali applicazioni, che possiamo supporre di già conosciute. Se AB è un diametro (Fig. 13.) della conica AMB, e parallelamente al suo diametro conjugato è condotta l'ordinata PM, è noto che $\overline{PM}^2 = m.AP.PB$, essendo m un numero costante per tutta l'estensione del diametro AB. Risulta da ciò, che le condizioni necessarie perchè due coniche abbiano i due punti comuni M N sono, che i diametri conjugati colla direzione della retta MN la incontrino in uno stesso punto P, e che inoltre sia $m.AP.PB = m'.A'P.PB'$. Ora queste due condizioni possono realizzarsi rispetto alla retta TU anche nella figura 14., nella quale quei due prodotti essendo negativi, rendono immaginaria la ordinata PM; e ad onta di quest'ultima circostanza la retta TU conserverà nella figura 14. molte proprietà di cui essa godeva nella figura 13.: diviene perciò opportuno d'indicare tal retta con un nome che ricordi la sua origine puramente grafica apparente dalla figura 13. Con questo scopo il Poncelet chiamandola *secante-comune* nella figura 13., la disse poi *secante-comune ideale* nel caso della figura 14., indicando coll'epiteto *ideale* che sono immaginarii i punti M N, nei quali la retta TU è supposta tagliare ambedue le coniche.

§. 64. La suddetta denominazione di *secante-comune* (Chordale, Plücker; Collineationsachse, Magnus), propria tanto alla TU della figura 13., quanto a quella della figura 14., riesce vantaggiosa permettendo di comprendere in un solo enunciato quei teoremi analoghi che si riferiscono l'uno al caso della secante reale, l'altro a quello della secante ideale; anzi nella Geometria derivata si ritiene che basti dimostrare un teorema per uno di questi casi, e che la legge di continuità autorizzi ad estenderlo anche all'altro caso. Così, per esempio, se tre circoli presi a due a due hanno le secanti-comuni reali, si dimostra fa-

cilmente che queste secanti si tagliano in un unico punto: da ciò si conchiude, che anche nel caso che qualche secante-comune sia ideale, esse passeranno sempre tutte e tre per un punto, che dicesi il *centro radicale* (Chordal-Punct, Plücher) dei tre circoli.

§. 65. Se i piani di due sezioni fatte in uno stesso cono si tagliano dentro del cono, è evidente che la loro intersezione è una secante comune reale delle due coniche; quindi per la legge di continuità se invece tale intersezione non incontra il cono, essa sarà una secante-comune ideale delle due coniche descritte nei due piani secanti: tal cosa può del resto verificarsi con metodo più rigoroso.

§. 66. Se il cono OAB (Fig. 15.) ha la corda reale $M'N'$, ogni sezione parallela al piano $OM'N'$ è un'iperbola con due diametri conjugati paralleli e proporzionali ad OP' PM'. Si dimostra eziandio, che se in vece MN sia una secante ideale del cono, ogni sezione parallela al piano OMN è una ellisse ab con due diametri conjugati paralleli e proporzionali ad OP e PM, essendo $PM\sqrt{-1}$ l'ordinata immaginaria che appartiene (63.) alla MN secante-comune ideale di tutte (65.) le sezioni AB fatte nel cono da piani passanti per la retta MN: in particolare la sezione ab sarà un circolo ogniqualvolta OP PM sieno tra loro eguali e perpendicolari. — Si osservi ora che, rispetto al centro di projezione O, il circolo ab è la projezione della conica AB, e che la projezione della MN è la retta posta a distanza infinita sul piano del circolo (poichè questo piano è parallelo ad OMN); sicchè data una conica AB, ed una qualunque sua secante ideale MN, si potrà sempre considerare derivata-projettiva della proposta una figura in cui la conica sia divenuta un circolo, e la secante sia passata all'infinito. Si osservi eziandio, che due o più coniche aventi una medesima secante-comune ideale potranno cangiarsi colla projezione in altrettanti circoli, la loro secante-comune essendo allora la retta posta a distanza infinita.

§. 67. Applichiamo il trovato principio alla dimostrazione del celebre teorema del Pascal. Dato un esagono inscritto in una conica, se due paja di lati opposti concorrono rispettivamente nei punti G H (Fig. 16.), supponendo che la retta GH sia una secante ideale della conica, noi possiamo immaginare che col mezzo della projezione essa vada all'infinito nello stesso tempo che la conica diventa un circolo: in tal modo la figura derivata è un circolo con un esagono inscritto, del quale due paja di lati opposti sono paralleli; e la Geometria elementare c'insegna che paralleli sono pure gli altri due lati opposti,

cioè essi concorrono in un punto della retta all'infinito, la quale è projezione della retta GH: dunque nella figura primitiva gli altri due lati opposti s'incontreranno in un punto I della retta GH. Questo teorema unitamente al suo derivato-polare possono esporsi così: « Le tre punti di concorso dei lati / diagonali che uniscono i vertici opposti di un esagono inscritto in / circoscritto ad una conica sono situati sopra una / s'incontrano in un sola retta / o punto. »

Anche il teorema inferiore, ch'è dovuto al Brianchon, potrebbe dedursi dal caso dell'esagono circoscritto al circolo, che ha le diagonali passanti pel centro di questo; poscia i due teoremi servirebbero a togliere ogni dubbio sulla natura della curva derivata-polare di una conica (59.). Ma in questa Memoria non ci siamo proposti di dare rigorose dimostrazioni, bensì di presentare uno schizzo dei varii principii della Geometria derivata, e del modo di adoperarli.

§. 68. Il teorema di Pascal c'insegna che per cinque punti $A\ B\ C\ D\ E$, dei quali nessuni tre in linea retta, può sempre passare una ed una sola unica, e ci offre anche un modo di descriverla per punti adoperando la sola riga: basta supporre che le rette $AI\ EH\ GHI$ girino rispettivamente intorno ai punti $A\ E\ G$, e che i punti $H\ I$ si trovino sempre sulle rette $BC\ CD$; e l'intersezione delle due rette $AI\ EH$ descriverà la conica.

§. 69. Dimostriamo ora una importantissima proprietà delle coniche. Se da ciascun punto M (Fig. 17.) di un circolo tiriamo due rette a' suoi due punti fissi $A\ B$, queste rette o raggi indefiniti formano intorno ai punti $A\ B$ due stelle, le quali a motivo della costanza dell'angolo AMB sono tra loro eguali, e quindi sono anche tra loro collineari. Ora projettando l'intera figura in modo che il circolo diventi una conica qualunque, le due stelle rimarranno tra loro collineari, giacchè la collineazione è una proprietà projettiva: in tal modo è facile riconoscere, che operando sopra una conica qualunque, come abbiamo fatto pel circolo, otterremo sempre due stelle tra loro collineari. Dico inoltre, che viceversa due stelle collineari, ma non omologhe (56.), $A\ B$ generano colla intersezione dei loro raggi corrispondenti una conica che passa pei punti $A\ B$. Infatti considerando tre coppie di raggi corrispondenti, si hanno tre punti $M\ M'\ M''$, i quali se non sono in linea retta, determinano insieme coi punti $A\ B$ una conica (68.); e gli altri punti di questa conica daranno altri raggi corrispondenti delle due medesime stelle, perchè due stelle collineari sono sempre determinate (56.) col mezzo di tre coppie di raggi.

§. 70. Il precedente teorema dà col mezzo della derivazione polare l'altro teorema: « Se su due tangenti di una conica si considerano come fra loro corrispondenti i punti in cui esse sono tagliate da un'altra qualsivoglia tangente della conica, si hanno due RETTE fra loro collineari; e viceversa tutti i raggi che uniscono i punti corrispondenti di due RETTE collineari o si tagliano in un solo punto (il quale in tal caso è il centro d'omologia delle due RETTE), o inviluppano una conica. »

§. 71. Nel caso che la conica in tal modo generata sia una parabola, siccome questa ha una tangente tutta a distanza infinita, così il punto all'infinito di una delle RETTE corrisponde al punto all'infinito dell'altra, e perciò le due RETTE sono simili. — I teoremi di questi tre paragrafi (gli ultimi dei quali sono implicitamente contenuti nei §§. 216. 224. dell'Opera del Poncelet) formano uno dei principali fondamenti della elegantissima teoria contenuta nel tomo I. dell'Opera dello Steiner. — Il §. 69., combinato coll'ultimo periodo del §. 56., dà un teorema esposto dall'egregio mio amico Prof. Mainardi nelle sue Memorie pubblicate fin dal 1831.

§. 72. I predetti teoremi, e la considerazione delle RETTE e delle stelle collineari riescono utili in moltissimi casi, come si può vedere ampiamente sviluppato nell'Opera dello Steiner. Due esempii potranno dare qualche idea del metodo ivi impiegato. — Teorema. Se un poligono $ABCDEF$ (Fig. 18.) si muova in modo che il vertice A scorra sulla retta AT, i due vertici B C sulla BT', e il vertice E sulla ET''; che il lato AB tocchi una conica tangente alle due rette AT BT'; che il lato BC sia di lunghezza costante, e costante pur sia la grandezza dell'angolo D; e che finalmente i lati AF CD DE girino intorno ai loro punti S S' S'', ed il lato EF si mantenga parallelo ad una direzione costante; dico che il vertice F descriverà una conica, alla quale apparterrà il punto S, nonchè il punto S''' posto a distanza infinita sulla direzione del lato EF. — Infatti tutte le successive posizioni del lato EF formano intorno al punto S una stella, alla quale è prospettiva la RETTA AT, formata da tutte le successive posizioni del punto A; a questa RETTA è collineare, pel §. 70., la RETTA formata da tutti i punti B, alla quale a motivo della costante lunghezza di BC è uguale la RETTA formata dalle successive posizioni del punto C; a quest'ultima RETTA è prospettiva la stella S', a cui è uguale la stella S'' (poichè i raggi corrispondenti formano tra loro l'angolo costante D), la quale è prospettiva alla RETTA dei punti E, ed a questa è prospettiva la stella formata dai raggi paralleli EF: dunque finalmente quest'ultima stella è colli-

neare colla prima stella, che ha il centro in S; ed esse generano, in forza del §. 69., una conica. Si eccettui il caso, che le due predette stelle fossero omologhe, cioè che si corrispondessero (56.) i due raggi insieme coincidenti sulla SS'''; poichè allora in vece di una conica si avrebbe una linea retta, che non passerebbe nè per S, nè per S'''.

§. 73. Problema. Descrivere un poligono $ABCDEF$, il quale, oltre soddisfare a tutte le suespresse condizioni, abbia eziandio il vertice F situato sopra una data retta XX'. — Si potranno determinare, dipendentemente dalle prime condizioni, tre posizioni del vertice F, poscia trovare l'intersezione della data retta XX' colla conica, che passa per quei tre punti e per S ed S'''. — Oppure, preso ad arbitrio un punto X della retta XX', e colle condizioni date nel §. 72. descritto il poligono $XS\ldots$, l'ultimo lato di questo taglierà la retta XX' in un punto X', il quale se coincidesse con X darebbe una soluzione del problema; altrimenti si ripeta la stessa operazione per altri due punti Y Z, e rimarrà da trovare nelle due RETTE collineari XYZ $X'Y'Z'$, sovrapposte l'una all'altra, il punto F, che corrisponde a sè medesimo. A tal effetto sia descritto un circolo od una conica qualunque s_0ss', e da un punto s_0 di essa si tirino i raggi s_0X s_0Y s_0Z di una stella prospettiva colla RETTA XYZ; prolungati questi raggi fino ad incontrare la conica in x y z, poscia da un altro punto s della conica tirati i raggi sx sy sz, si avrà una stella s collineare (69.) colla s_0; in simil modo formeremo la stella $s_0X'Y'Z'$ prospettiva colla RETTA $X'Y'Z'$, e la stella $s'x'y'z'$ collineare colla $s_0X'Y'Z'$, e perciò anche colla $sxyz$. Che se i punti s s' sieno stati presi rispettivamente in x' ed x, le due stelle s s' avendo il raggio ss' corrispondente a sè medesimo, saranno (56.) omologhe; onde se il loro asse d'omologia tagli la conica in f, dall'essere corrispondenti i raggi sf $s'f$ ne viene che il raggio s_0f, considerato come appartenente alle due stelle s_0XYZ $s_0X'Y'Z'$, sarà corrispondente di sè medesimo, e perciò esso raggio taglierà la retta XX' nel punto ricercato F (1).

(1) Questo metodo della tripla falsa posizione può servire a risolvere parecchi altri problemi di secondo grado. Si voglia, esempigrazia, condurre per un dato punto S (Fig. 8.) una retta, la quale insieme con due rette date AB AC formi un triangolo di area data: si possono costruire infiniti quadrilateri $ABSC$, i quali comprendano un'area eguale alla data, ed abbiano un vertice in S; ed è palese che tutte le posizioni dei punti B formeranno una RETTA simile a quella formata dai punti C: perciò il problema è ridotto a ricercare nelle due stelle collineari $SB\ldots$, $SC\ldots$ i raggi corrispondenti, che hanno una medesima direzione; il che si eseguisce con tutta facilità (73.) col mezzo di una conica qualunque, che passi pel punto S.

Gioverà considerare anche i sistemi di punti situati sulla periferia di una conica. Noi li chiameremo CONICHE; e due di tali sistemi posti sopra una medesima periferia li diremo

§. 74. La legge di derivazione projettiva tra le coniche ed il circolo, stabilita al §. 66., serve a trovare molto facilmente la teoria dei *poli* e delle *polari* rispetto ad una conica. Una conica qualunque AB (Fig. 19.) ed una sua secante ideale TU possono considerarsi (66.) derivate-projettive di un circolo ab, e della retta all'infinito del piano di questo: ora il punto P della figura primitiva, che ha per projezione il centro p del circolo derivato, dicesi il *polo* della retta TU, e questa dicesi la *polare* del punto P. È poi noto che nel circolo ogni corda ab, che passa pel centro, è divisa per metà in p; — le tangenti alle sue estremità sono parallele, cioè concorrono in un punto della retta all'infinito, ec.; — ed il circolo è omotetico (52.) di sè medesimo rispetto al centro di similitudine p: perciò nella figura primitiva ogni corda AB che passa pel polo P, è tagliata armonicamente (30.) da questo e dalla sua polare TU; — le tangenti in A B concorrono in qualche punto della TU, ossia, in una parola, « la conica è omologa armonica (50.) di sè medesima rispetto a qualunque punto » ed alla sua polare, presi come centro ed asse d'omologia. »

§. 75. Quantunque una conica non possa giammai divenire un circolo nello stesso tempo che va all'infinito una sua secante reale, nondimeno per la legge di continuità si potrebbe estendere il precedente teorema, e dire che eziandio ogni secante reale ha un punto dotato delle suespresse proprietà. Ma si potrà ottenere una dimostrazione speciale a questo caso considerando nella figura precedente il punto Q e la secante reale AB, i quali hanno per projezioni il punto q posto a distanza infinita, ed il diametro ab. In questo modo si vede che quando la polare AB è una secante reale, il polo è l'apice reale (61.), in

CONICHE *collineari*, se saranno collineari le stelle a loro prospettive che hanno i centri sulla stessa periferia. Se le rette xx', yy', zz', ec. (Fig. 18.) concorrono in un solo punto, le due CONICHE $xyz..$, $x'y'z'..$ sono collineari, come si rende palese nel caso che la periferia xzx' sia circolare, e che il predetto punto di concorso ne sia il centro. Si dimostra pure, che quando le CONICHE $xyz..$ $x'y'z'..$ sono collineari, le rette xx', yy', zz', ... od hanno un punto comune, od inviluppano una conica, la quale tocca in due punti la conica xzx'; ognuno di questi punti di contatto (se è reale), considerato come appartenente alle due CONICHE, corrisponde a sè medesimo.

Problema. Inscrivere nell'ellisse xzx' un triangolo, di cui due lati passino rispettivamente pei punti P P', ed il terzo tocchi una data ellisse omotetica e concentrica alla xzx'. Preso ad arbitrio sulla periferia della prima ellisse il punto x, condurremo le corde $xPx1$, $x1P'x2$, e la $x2x'$ tangente alla seconda conica: se x' coincidesse con x, si avrebbe una soluzione del problema; nel caso opposto si opererà in modo simile rispetto ad altri due punti y z, poscia si osserverà che le CONICHE $xyz...$, $x1y1z1..$, $x2y2z2..$ sono collineari, e che lo sono pure le $x2y2z2..$, $x'y'z'..$, perchè due ellissi omotetiche e concentriche hanno (86.) un doppio contatto immaginario: dunque saranno collineari anche le $xyz..$, $x'y'z'..$, ed il primo vertice f del cercato triangolo si otterrà (73.) tagliando l'ellisse colla retta che passa pei punti d'incontro delle due rette xy' $x'y$, delle due xz' $x'z$, e delle due yz' $y'z$.

cui s'incontrano le tangenti corrispondenti alle intersezioni A B di essa secante colla conica.

§. 76. Non è difficile riconoscere che le polari ed i poli presi rispetto ad un circolo sono identiche colle rette e coi punti reciproci considerati nel §. 15.; quindi la projezione c'insegna che le polari ed i poli presi rispetto ad una conica qualunque appartengono alla generale derivazione polare del §. 12.; perciò anche col mezzo di una conica *ausiliaria* si possono costruire le figure tra loro derivate polari, le quali hanno le proprietà date nei §§. 13. 43. 44. 45.

Usi della similitudine e dell'affinità.

§. 77. Lo spirito del metodo di derivazione può rendersi palese anche adoperando semplicissimi esempii, dipendenti da leggi di derivazione meno generali di quella di projezione, ossia di collineazione (47.). — Sembra che di nessun uso possa riuscire il passaggio da una figura ad una sua *simile*, giacchè le figure simili hanno precisamente le medesime proprietà; nulladimeno la derivazione di similitudine potrà riuscir vantaggiosa nella soluzione di qualche problema: se, per esempio, si debba inscrivere un quadrato in un dato triangolo, si potrà invece circoscrivere ad un quadrato un triangolo simile al dato, poscia passare dalla figura costruita alla ricercata.

§. 78. Vediamo in qual modo l'affinità (53.) serva ad applicare all'ellisse (e per la legge di continuità anche altre coniche) alcune proprietà del circolo. È noto che nel circolo la retta condotta dal centro O (Fig. 20.) ad un qualunque apice reale Q, divide per metà la corda MN polare di Q, cioè si ha $MP = PN$; e questa eguaglianza tra due rette della medesima direzione essendo di quelle considerate al §. 53., ne viene che il predetto teorema sussiste anche se il circolo diventa un'ellisse. — Nel circolo il prodotto $OP.OQ$ ha un valor costante; anche questa proprietà scritta sotto l'aspetto $OP:OA = OA:OQ$ si mostra compresa in quelle indicate nel §. 53., e quindi appartiene ad ogni ellisse. — L'area del circolo ha il rapporto $2\pi:1$ con quella del triangolo OAB compreso tra i raggi OA OB, ognuno dei quali è la polare del punto posto a distanza infinita sulla prolungazione dell'altro: dunque lo stesso rapporto (53.) esiste tra l'area di una ellisse ed uno dei triangoli formati da due semidiametri conjugati, e perciò questi triangoli sono tutti equivalenti. — Così pure è sempre $(OAM)^2 + (OMB)^2 = (OAB)^2$.

§. 79. Nel circolo tutte le corde uguali alla AM inviluppano un circolo concentrico col primo. Per estendere questo teorema all'ellisse bisogna esporre

la prima condizione in un modo suscettibile della derivazione indicata al §. 53. A tal effetto si tiri il raggio OL parallelo alla corda AM, e sarà costante il rapporto di queste rette parallele OL AM: dunque nell'ellisse tutte le corde che hanno un rapporto costante coi diametri ad esse rispettivamente paralleli, inviluppano una ellisse omotetica e concentrica colla proposta. — Si vede che nel circolo, e per conseguenza (53.) anche nell'ellisse, è costante l'area del segmento AM. — Quest'ultimo teorema fu dato dal Nieuport, ed il dotto mio amico Prof. Minich dimostrò nel tomo VI. degli *Annali* ec. di Padova il teorema analogo relativo alle superficie di secondo grado. Se coi calcoli unicamente fondati sul metodo delle coordinate di quest'ultimo geometra si confrontino i raziocinii analoghi ai precedenti, quali risultano dalla condizione che gli ellissoidi omotetici sono affini alle sfere, si avrà occasione di notare la preferenza che in tali questioni dee darsi alla Geometria derivata.

VI. *Omologia delle coniche, loro secanti, ed apici comuni.*

§. 80. Due coniche essendo due figure collineari, esse possono (48.) situarsi in un medesimo piano in modo che sieno tra loro omologhe. Ma qui vi è questo d'osservabile, che quando si riguardano le coniche in complesso, senza individuarne i punti che debbono tra loro corrispondersi, esse sono omologhe in infinite maniere; sicchè due coniche, poste comunque in un piano, possono sempre considerarsi come omologhe. Noi non possiamo arrestarci a dimostrare rigorosamente l'esistenza delle varie relazioni di posizione di queste coniche; ci limiteremo perciò ad indicarle, rimandando pel resto all'Opera del Poncelet.

§. 81. Se due coniche hanno una secante comune ideale, possiamo (65.) colla projezione convertirle in due circoli nello stesso tempo che quella secante passa a distanza infinita. Ora due circoli (Fig. 21. 22. 23.) sono omotetici rispetto ad uno o all'altro dei due centri di similitudine (52.) S S' (Symetral-Puncte, Plücher; Aehnlichkeitspunkte, Magnus). Dunque due coniche, poste comunque sopra un piano, sono sempre omologhe; una loro secante-comune ideale, od anche, per la legge di continuità, reale, ne è l'asse d'omologia; ed il centro d'omologia si trova nell'uno o nell'altro dei due punti S S', i quali nei casi analoghi alla figura 21., ed alla figura 23. rispetto ad S, sono *apici-comuni* reali delle due curve (chiamandosi *apici-comuni* (homologe Puncte, Plücker) i punti di concorso delle tangenti comuni); e nei casi analoghi alla figura 22., ed alla figura 23. rispetto ad S', si diranno *apici-comuni ideali.* —

È un caso particolare di questo teorema, che due circoli (Fig. 21. 22. 23.), oltr'essere omotetici, sono anche omologhi rispetto all'asse d'omologia $T'T'$, ch'è la loro secante-comune reale (Fig. 23.), od ideale (Fig. 21. 22.), e rispetto all'uno od all'altro degli apici-comuni S S', che sono nello stesso tempo centri di similitudine e centri d'omologia. — Risulta da questa duplice relazione di due circoli, che conducendo, esempigrazia, per S una qualunque secante $SABA'B'$, non solo le tangenti ai circoli nei punti *omotetici* (52.) A A' sono parallele, ma ancora le tangenti nei punti *omologhi* A B' s'incontrano in qualche punto della secante-comune $T'T'$; tirata una seconda secante $SCDC'D'$, le rette omotetiche AC $A'C'$ saranno parallele, e le omologhe AC $B'D'$ s'incontreranno in un punto del suddetto asse $T'T'$; ec. (Vegg. i §§. 5. 49. 52.)

§. 82. Il caso più compiuto degli assi e dei centri d'omologia di due coniche è quello, ch'esse abbiano 4 punti reali e 4 tangenti comuni. Noi lo abbiamo rappresentato nella figura 24., supponendo che il quadrilatero inscritto $ABCD$ si riduca un parallelogrammo nello stesso tempo che una delle coniche diventa un circolo; sicchè $ABCD$ diviene un rettangolo, e l'altra conica è concentrica al circolo. — Le due coniche hanno 6 secanti-comuni e 6 apici-comuni: le due secanti-comuni T T', che insieme contengono tutti quattro i punti comuni A B C D, si diranno *complementari* (conjuguées, Poncelet; Chordal-System, Plücker); se le prendiamo per assi d'omologia, *corrispondono* ad esse come centri d'omologia i due apici-comuni tra loro *complementari* (zusammengehörige, zusammenordnender, Plücker) S S'; così l'omologia delle due coniche può prendersi in quattro differenti maniere, cioè rispetto ad S e T, oppure ad S e T', oppure ad S' e T, oppure ad S' e T'. Dicansi le stesse cose rispetto agli altri due sistemi $S1$ $S1'$ $T1$ $T1'$, $S2$ $S2'$ $T2$ $T2'$. In complesso si hanno adunque dodici maniere di prendere l'omologia delle due coniche. Io ricercai quali sieno i valori del coefficiente m menzionato nei §§. 48. 49., relativi a queste omologie, e trovai: 1.° che nelle omologie comprese in ciaschedun sistema tal coefficiente ha un egual valore; coll'avvertenza, che se gli si dà il segno $+$ nel caso dell'omologia fra S e T, esso avrà il segno $-$ nei due casi S T', S' T, ed il segno $+$ nel caso S' T'; 2.° che i tre coefficienti relativi ai tre sistemi (quando questi sussistano come nella figura 24.) hanno il prodotto eguale all'unità.

§. 83. Il Poncelet al §. 359. dice: *Il est aisé de voir, que quand deux sections coniques ont quatre points communs réels, elles ont nécessairement aussi quatre tangentes communes.* Un circolo ed una iperbola concen-

trici mostrano che ciò non è sempre vero: in questo caso (Fig. 25.) si hanno sei secanti-comuni, ma due sole (T T') di loro possono prendersi per assi di omologia, giacchè sono immaginarii gli apici-comuni che dovrebbero corrispondere alle altre quattro. — Questo caso è derivato-polare di quello espresso dalla figura 21., nella quale si hanno quattro apici comuni $S1$ $S'1$ $S2$ $S'2$, che per mancanza delle secanti-comuni corrispondenti non possono divenir centri di omologia. — Cinque sono adunque i casi differenti riguardo al numero degli apici e delle secanti-comuni sì reali che ideali; essi sono espressi nelle figure 24. 21. 25. 22. 23.: nella prima hanno luogo tre sistemi d'omologia, nelle altre uno solo.

§. 84. Noi chiameremo *punti cardinali* (Mittelpuncte der Chordal-Systeme, ed anche homologe Puncte zweiter ordnung, Plücker) le intersezioni K $K1$ $K2$ dei tre sistemi di secanti-comuni complementari; e diremo rette *cardinali* (homologe gerade Linien, Plücker) quelle che passano per due apici-comuni complementari. Tali punti e rette cardinali hanno le seguenti proprietà: 1.° i suddetti punti e rette formano un unico triangolo *cardinale* $KK1K2$; 2.° ogni lato di questo triangolo è tagliato armonicamente dai due apici-comuni situati sul medesimo; 3.° due rette cardinali, e le due secanti-comuni che passano per la loro intersezione, formano una stella armonica (41.); 4.° ogni vertice del triangolo cardinale è, rispetto a ciascheduna conica, il polo del lato opposto. Per dimostrare questi teoremi basta osservare la figura 24., nella quale i due punti cardinali K $K1$ sono a distanza infinita. È facile scorgere, che 1.° le rette cardinali SS' $S1S'1$ s'incontrano nel punto cardinale $K2$, intersezione delle secanti $T2$ $T'2$; 2.° essendo $SK2 = K2S'$, e $K1$ a distanza infinita, i punti $K1$ S $K2$ S' sono armonici (30.); 3.° le due secanti $T2$ $T'2$, e le due rette $S1S'1$ SS', che ne dividono per metà gli angoli, formano una stella armonica; 4.° il centro $K2$ è, rispetto a ciascuna conica, il polo della retta all'infinito $KK1$.

§. 85. Nel caso rappresentato dalla figura 23. esiste un solo punto cardinale K intersezione delle secanti-comuni: l'una T' reale; l'altra, a distanza infinita, ideale; ed una sola retta cardinale SS', ch'è la polare di K. — Nel caso della figura 22., quantunque esistano due sole secanti-comuni e due soli apici-comuni ideali, pure si hanno tutti e tre i punti cardinali, giacchè esiste una retta $K1K2$, ch'è tagliata armonicamente tanto dagli apici S S', quanto dalle secanti T T'. I punti cardinali $K1$ $K2$ si diranno in tal caso ideali (Cordal-Puncte, Plücker).

§. 86. Innumerevoli sono le applicazioni degli stabiliti principii alla ricerca ed alla dimostrazione delle proprietà delle coniche. Se volessimo darne qualche semplice ed elegante esempio, ne troveremmo ampia raccolta nel *Traité des propriétés projectives;* ma preferiamo di raccomandare ai giovani lo studio di quest'Opera classica: qui soltanto ripeteremo i canoni fondamentali, che servono alla derivazione dalle coniche ai circoli, e viceversa. — Una conica qualunque può ridursi ad un circolo nello stesso tempo che si fa andare all'infinito una retta che sia secante ideale della conica; il polo, rispetto alla conica di questa retta, diventa il centro del circolo; un punto ed una polare, rispetto alla conica, sono projezioni di un punto; e della sua polare, rispetto al circolo. — Quante si vogliano coniche sono projezioni di altrettanti circoli, quando esse hanno una medesima secante-comune ideale, la quale passa a distanza infinita; in forza della legge di continuità le proprietà dimostrate per tali coniche si applicano anche ad un sistema di coniche che abbiano una medesima secante-comune reale. — Due coniche che si toccano in due punti, hanno evidentemente due secanti-comuni complementari coincidenti nella corda dei due punti di contatto; ed inoltre hanno un apice-comune, esso pure doppio, il quale è, rispetto a ciascuna conica, il polo della secante-comune doppia: pel solito passaggio dal reale all'ideale le proprietà di tali coniche si deducono da quelle di due coniche aventi una doppia secante-comune ideale, le quali hanno per loro tipo due circoli concentrici, la cui secante-comune doppia è la retta all'infinito, ed il centro n'è l'apice-comune doppio. — Le coniche omotetiche hanno una secante-comune posta a distanza infinita; esse possono cangiarsi in circoli col mezzo della projezione con raggi paralleli; perciò un sistema di coniche omotetiche è affine ad un sistema di circoli. — Se si considera una conica come omologa di un circolo (80.), si vede che sono comuni alla conica le proprietà del circolo, che nascono dagli angoli fatti nel centro di omologia, poichè i raggi di questo centro sono omologhi di sè medesimi.

VII. *Dei punti fittizii, e dei centri armonici rispetto ad un punto d'origine.*

§. 87. Abbiamo veduto al §. 63., che il valore dell'ordinata PM (Fig. 13.), dato dall'equazione $\overline{PM}^2 = m.AP.PB$, risulta immaginario per ogni secante ideale TU (Fig. 14.); e si vede che la suddetta PM, divisa per $\sqrt{-1}$, è una lunghezza reale. Fu proposto di situarla sulla secante ideale TU da ambedue

le parti del punto P; ma si ottengono più utili applicazioni prendendola in Pm e Pn perpendicolarmente alla suddetta secante. I punti m n così costruiti io li dico *punti fittizii* della conica AB, perchè essi rappresentano le sue intersezioni immaginarie colla retta TU. I medesimi punti fittizii m n appartengono anche ad ogni altra conica $A'B'$, che ha colla prima la secante-comune ideale TU. — I punti fittizii delle curve hanno parecchie osservabili proprietà, molte delle quali sono un'estensione di quelle dei punti reali: quantunque tali proprietà non sieno projettive, pure esse hanno non poche relazioni colle teorie della Geometria derivata; sicchè spero che non dispiacerà al lettore di vederne accennata alcuna da me trovata o dimostrata col sussidio del metodo delle *equipollenze;* credo che le considerazioni sui punti fittizii sieno del tutto nuove; e forse, almeno per questo titolo, esse meritano l'attenzione dei geometri.

§. 88. In primo luogo le equazioni alle ordinarie coordinate c'insegnano che il teorema del §. 62. sussiste anche se uno o più dei lati del poligono ABC (Fig. 12.) sieno secanti ideali, e se alle intersezioni reali si sostituiscano le fittizie. Ed in particolare (63.) se da un punto qualunque D (Fig. 14.) si tirano parallelamente a due date direzioni le rette DN' DT, le quali abbiano colla conica le intersezioni M' N', m n, il rapporto $DM'.DN':Dm.Dn$ avrà un medesimo valore costante anche se una od ambedue le coppie d'intersezioni sieno fittizie.

§. 89. Nel caso del circolo il precedente rapporto è quello d'eguaglianza; perciò la distanza del punto D (Fig. 22.) da ciascuna delle intersezioni fittizie $K1$ $K2$ della retta DT col circolo AMB è uguale alla tangente DM condotta dal punto D al circolo medesimo. Dunque ogni circolo che passa pei punti fittizii $K1$ $K2$ appartenenti al circolo AMB, è a questo ortogonale; quindi i punti fittizii $K1$ $K2$ sono quelli che dal Poncelet furono detti *punti limiti.* — Osservando che $CK1 = CK2$ è media proporzionale fra CA e CB, si scorge che due punti fittizii di un circolo sono, rispetto ad esso, *conjugati-armonici* (zugeordnete Pole, Plücker), cioè ognuno di essi è situato sulla polare dell'altro. Ne risulta eziandio, che le intersezioni fittizie di due circoli sono (Fig. 21. 22.), ciò che abbiamo detto (85.), due punti cardinali ideali. Nella figura 23. due punti cardinali sono immaginarii; essi possono perciò rappresentarsi col mezzo di due punti fittizii: quando si tratta di due circoli, le loro intersezioni $k1$ $k2$ sono i due punti cardinali fittizii.

§. 90. Lemma. Se due coniche sono omologhe ed omotetiche (81.), ed S (Fig. 21.) ne sia nello stesso tempo il centro di omologia ed il centro di simi-

litudine, dico che la retta posta a distanza infinita, e considerata come appartenente alla conica $A'B'$, è omologa della retta EE, ugualmente distante fra il punto S e la sua polare, rispetto alla conica AB. — La legge di continuità ci permette di dimostrare il solo caso che la retta all'infinito sia secante reale, cioè che le coniche sieno due iperbole omotetiche: in tal caso condotti per S due raggi paralleli agli assintoti, essi incontreranno la conica AB in due punti omologhi dei punti all'infinito della conica $A'B'$; e se consideriamo la conica AB come omologa di sè medesima (74.) rispetto al centro S ed alla sua polare, i medesimi punti saranno omologhi dei punti all'infinito della conica AB; d'altronde quest'ultima omologia essendo armonica (74.), la retta EE, che passa pei predetti punti, è (50.) equidistante fra S e la sua polare: dunque ec.

§. 91. Nel caso che le coniche omotetiche sieno due circoli, noi vediamo pel lemma precedente, che se vogliasi costruire un circolo omologo del circolo AB (Fig. 21.) in guisa che la retta EE secante ideale del circolo passi a distanza infinita, ci conviene prendere per centro d'omologia un punto S, tale ch'esso e la sua polare sieno equidistanti dalla retta EE: dunque pel §. 89. S dovrà essere una delle intersezioni fittizie del circolo e della retta EE. Ora colla predetta omologia non solo il circolo AB, ma anche (86.) ogni conica che abbia con esso la secante comune-ideale EE, diventerà un circolo: dunque finalmente « data una conica qualunque AB, ed una sua secante ideale EE, » se prendiamo per centro d'omologia una delle loro intersezioni fittizie S, e » facciamo andare all'infinito la retta EE, la conica AB avrà per omologo un » circolo. » — Questo teorema può considerarsi come un caso particolare del paragrafo 66.

§. 92. Supponiamo che sulla retta EE sieno presi due punti P Q, conjugati-armonici rispetto alla conica qualunque AB (Fig. 21.) (cioè tali che la polare di uno di essi passi per l'altro): riducendo, come nel §. precedente, la conica in un circolo $A'B'$ ad essa omologo, i punti P' Q', omologhi dei P Q, saranno a distanza infinita; e dovendo inoltre essere conjugati-armonici rispetto al circolo $A'B'$, essi saranno i punti all'infinito di due diametri tra loro perpendicolari, e perciò anche l'angolo $P'SQ' = PSQ$ sarà retto: dunque « se » per un punto qualunque P si tiri la secante ideale PQ, la quale incontri » in Q la polare di P, le intersezioni fittizie della PQ e della conica saranno » situate sul circolo che ha il diametro PQ. »

§. 93. Il precedente teorema può esprimersi dicendo che il *centro armonico*, rispetto all'origine P, dei due punti fittizii S n della conica è l'interse-

zione Q della polare di P colla retta PQ, a cui spettano quei punti fittizii. Sotto questo aspetto il teorema è un'estensione ai punti fittizii di quello che sussiste pei punti reali (49. 74.). Ma prima bisogna definire che cosa debba intendersi per centro armonico rispetto ad un punto di origine, poichè il Poncelet ha bensì considerati (*Journal für die, Math.* Tom. III.) i centri armonici dei punti posti comunque nello spazio, ma soltanto rispetto ad un piano di origine: la teoria che ora accenneremo non appartiene alle proprietà projettive, come avviene per quella del Poncelet; pure, atteso la sua grande analogia con quest'ultima, merita forse d'essere osservata.

§. 94. Rispetto al punto di origine P (Figura 26.), il centro armonico delle masse m n poste nei punti A B è determinato dalla equipollenza $\frac{m}{PA}+\frac{n}{PB} \triangleq \frac{m+n}{PQ}$, la quale si trasforma nell'altra $m\frac{QA}{PA}+n\frac{QB}{PB} \triangleq 0$. Non possiamo trattenerci a dettagliare il significato di queste equipollenze; ci basterà indicare, che 1.° Se si prendano sulle rette PA PB le lunghezze ad esse inversamente proporzionali Pa Pb, poi si determini il centro di gravità q delle masse m n poste nei punti a b, la Pq cade sulla direzione della PQ, ed è la sua inversa. 2.° Se dal centro armonico Q si abbassino sulle PA PB le perpendicolari Qa' Qb', si ha $m\frac{a'A}{PA}+n\frac{b'B}{PB}=0$. Queste proprietà si estendono a qualunque numero di punti comunque posti nello spazio: nel caso di due soli punti A B, il centro armonico Q è situato sul circolo PAB, e si ha $m.QA.PB=n.PA.QB$. Quando $m=n$, il quadrilatero $PAQB$ ha il prodotto di due lati opposti eguale al prodotto degli altri due; e si hanno altre proprietà analoghe a quelle dei punti in linea retta.

§. 95. Quest'ultimo caso è quello che ha luogo, come dicemmo nel §. 93., tra le intersezioni fittizie a b (Fig. 23.) di una conica qualunque e di una secante ideale SQ, e tra due punti S Q posti su questa secante, e conjugati-armonici rispetto alla conica; poichè ogni conica è (74.) omologa armonica di sè medesima, rispetto ad un punto qualunque ed alla sua polare. — Se consideriamo più generalmente due coniche tra loro omologhe rispetto al centro S ed alla $T't$, e sieno a b a' b' le loro intersezioni fittizie, con una retta *che passi pel centro d'omologia* S, il centro armonico rispetto ad S dei punti omologhi a b', oppure b a', accompagnati dai relativi coefficienti (49.), sarà in t, nello stesso modo che se quei punti fossero reali, anzichè fittizii: dunque i circoli Sab' Sba' si taglieranno nel punto t, ec.

VIII. *Origine e proprietà dei fochi coll'omologia o colla reciprocità, ed altri usi delle leggi particolari di derivazione polare.*

§. 96. Le proprietà dei fochi delle coniche si deducono in modo facile ed elegante dalle proprietà del circolo, adoperando l'una o l'altra delle due leggi di derivazione, l'*omologia* e la *reciprocità*. — Noi osserveremo preliminarmente, che dai §§. 74. 30. 44. risulta che se si abbia una conica (A), un punto M e la retta p, la quale sia la polare del punto M rispetto alla (A), e colla omologia si ottengano la conica (A'), il punto M' e la retta p', questa sarà la polare di M' rispetto alla (A'). Similmente se la conica (a), la retta m ed il punto P sieno rispettivamente derivati-polari o reciproci (12. 15.) dei precedenti (A), M, p, sarà P il polo della m rispetto alla conica (a).

§. 97. «Preso un foco di una conica per centro d'omologia, e fatta andare »all'infinito la polare di esso foco, la curva omologa della conica è un circolo »col centro nel suddetto foco.» — Nella figura 27. F e TU sono il centro e l'asse d'omologia del circolo Nm e della conica NM, i quali hanno nel punto F quello il centro, e questa un foco; la DE, polare rispetto alla conica del punto F, è omologa della retta all'infinito, poichè questa è la polare del centro del circolo, il quale essendo il centro d'omologia, è omologo di sè medesimo.

§. 98. « La figura reciproca di una conica è un circolo ogniqualvolta il »centro di reciprocità sia un foco della conica.» — Nella figura 28. il circolo col centro in d è reciproco (rispetto al centro di reciprocità F) della conica che ha un foco in F; la retta DD polare, rispetto alla conica, di questo foco F è reciproca (96) del centro d del circolo; e la oo polare di F, rispetto al circolo, è la reciproca del centro O della conica; giacchè (21.) la reciproca del centro di reciprocità è la retta all'infinito, ed i poli di questa sono rispettivamente i centri del circolo e della conica.

§. 99. Per mostrare che ad uno stesso punto competono sempre ambedue le proprietà notate nei §§. 97. e 98., osserveremo che ciascuna di esse conduce alla seguente proprietà dei fochi: «Due rette fra loro perpendicolari, condotte »pel foco di una conica, sono rispetto a questa conjugate-armoniche, cioè una »passa pel polo dell'altra.» Nel caso del §. 97. le suddette rette essendo raggi di omologia, sono omologhe di sè medesime; ed essendo esse due diametri perpendicolari del circolo, sono rispetto a questo conjugate-armoniche: dunque (96.) lo sono anche rispetto alla conica. — Nel caso del §. 98. (Fig. 28.) due

diametri perpendicolari del circolo sono reciproci di due punti della retta DD, i quali sono adunque (96.) conjugati-armonici rispetto alla conica; e siccome F è il polo della retta DD, così anche le rette che uniscono i suddetti punti con F sono conjugate-armoniche (76. 13.); d'altronde queste rette sono (16.) perpendicolari.

§. 100. I principii stabiliti nei §§. 97. e 98. possono dare moltissime proprietà dei fochi, derivandole da quelle del circolo. Si osservi che, in quanto alle proprietà projettive di quest'ultimo, esse sono comuni a tutte le coniche, nè quindi possono dare veruna proprietà particolare ai fochi: dobbiamo adunque considerare soltanto la derivazione che risulta dalle leggi speciali della omologia, oppure della reciprocità. — Così le relazioni degli angoli che hanno il loro vertice nel foco della conica, possono desumersi dalle conosciute proprietà del circolo tanto col mezzo dell'omologia, perchè i raggi d'omologia e quindi anche gli angoli da essi formati sono comuni alle due curve, quanto col mezzo della reciprocità, servendosi dei teoremi fondamentali dati ai §§. 16. e 17. Per esempio, il teorema «In ogni conica una tangente mobile limitata »da due tangenti fisse è veduta dal foco sotto un angolo costante» dipenderà coll'omologia dallo stesso teorema relativo al circolo; e colla reciprocità (16.) dall'altro teorema, che un triangolo inscritto in un circolo, se ha due vertici fissi ed uno mobile, l'angolo di questo è costante.

§. 101. La parabola ha una tangente tutta situata all'infinito; dunque (21. 59.) la sua reciproca passerà pel centro di reciprocità: così nella figura 28. se la conica sia una parabola, il circolo passerà pel foco F. Ora se mn sia un diametro del circolo, è noto che l'angolo mFn sarà retto. Sieno LM LN le tangenti della parabola reciproche dei punti m n del circolo; esse si taglieranno (16.) ad angolo retto: e siccome mn passa pel centro d del circolo, così il punto L reciproco di mn sarà situato sulla retta DD; onde finalmente «l'apice di un angolo retto circoscritto alla parabola si trova sempre sulla po»lare del foco (*direttrice*).» — Nello stesso caso della parabola, se Fa è il diametro del circolo, ogni angolo Fma è retto, il punto reciproco della retta ma appartiene alla tangente della parabola nel vertice A; quindi pel §. 17. «i piedi delle perpendicolari abbassate dal foco su tutte le tangenti di una »parabola sono situati sulla tangente del vertice.»

§. 102. Se nella figura 28. sia ff' la secante ideale del circolo, che ha con esso la intersezione fittizia F, vedremo pel §. 92. che ogni angolo retto col vertice in F taglia la ff' in due punti conjugati-armonici rispetto al circolo;

questi due punti sono poi (16.) reciproci di due rette fra loro perpendicolari, e passanti pel punto F' reciproco della $f'f'$; e queste due rette saranno (96.) conjugate-armoniche rispetto alla conica reciproca del circolo; perciò (99.) sarà F' un altro foco della conica. — La distanza del punto fittizio F (di un circolo) dalla sua secante ideale $f'f'$ è (89.) la metà della distanza di F dalla sua polare oo: dunque in forza della reciprocità FF' è doppia di FO.

§. 103. Se una stessa retta incontra il circolo nei punti m n, e la secante ideale $f'f'$ in l, si ha (89) $\overline{lF}^2 = lm.ln$; perciò sono eguali gli angoli nFl lmF. Ora i punti m n del circolo, la loro retta lmn, ed il punto l sono reciproci delle tangenti ML NL, della loro intersezione L, e della retta $F'L$; e pei §§. 16. 17. nFl è supplemento di $F'LN$, ed lmF lo è di MLF: dunque « gli angoli $F'LN$ MLF sono tra loro eguali. »

§. 104. Senza trattenerci intorno ad analoghe applicazioni, che copiosissime si trovano nelle Opere dei Poncelet, Chasles ec., noi mostreremo la relazione che ha luogo tra le proprietà dei fochi e quelle delle secanti ideali rispetto alle loro intersezioni fittizie. — Dovendo adoperare simultaneamente l'omologia e la reciprocità, noi distingueremo i due sistemi tra loro reciproci, chiamando uno di essi *primitivo*, e l'altro *derivato*. Notiamo da prima, che date due figure tra loro omologhe, se prendiamo il loro centro d'omologia I per centro di reciprocità, noi abbiamo per sistema derivato due figure omotetiche, cioè omologhe coll'asse d'omologia reciproco di I, situato a distanza infinita. — Ciò posto, si abbia per sistema primitivo una conica (a) con una secante ideale ff rispettivamente omologhe della conica (b) e della retta all'infinito. — Preso per centro di reciprocità il centro d'omologia I delle due precedenti figure, il sistema derivato sarà composto della conica (A) e di un suo apice ideale F rispettivamente omotetici della conica (B) e del punto I. — Si supponga ora che I sia una delle intersezioni fittizie della conica (a) e della retta ff: vedremo pel §. 91. che la (b) sarà un circolo; poscia pel §. 98. la conica (B) reciproca del circolo (b) avrà un foco I, e quindi F omotetico di I sarà un foco della conica (A) omotetica della (B): dunque « una conica (a) ed una sua secante » ideale ff sono rispettivamente reciproche di una conica (A) e di un suo fo- » co F, purchè si prenda per centro di reciprocità una delle intersezioni fitti- » zie della (a) colla ff. » — Cogli stessi raziocinii, presi in ordine opposto, si vede che siccome la conica (A) ha due fochi F F'; così data una conica (a) ed un punto qualunque I, esistono due rette ff $f'f'$, ognuna delle quali ha colla (a) una intersezione fittizia I.

§. 105. Dalle proprietà dei fochi si possono adunque dedurre altre proprietà delle suddette secanti ideali ff $f'f'$. Per esempio, il teorema del §. 103. ci dà: « se una conica e le secanti ideali ff $f'f'$, che hanno con essa una mede- » sima intersezione fittizia I, sono tagliate da una retta nei punti m n l l', gli » angoli lIm $l'In$ sono eguali. » — Questo teorema potrebbe dimostrarsi anche col mezzo dell'omologia; poichè dalla proprietà caratteristica (92.) delle intersezioni fittizie risulta, che se prendiamo il punto I per centro d'omologia, la figura omologa conterrà una conica con due secanti ideali, le quali avranno ancora colla conica l'intersezione fittizia I; d'altronde (91.) se facciamo andare all'infinito una delle ff $f'f'$, la conica diventa un circolo.

§. 106. Prima di terminare questo Capitolo, destinato ad accennare i vantaggi che possono trarsi da speciali leggi di derivazione, indicherò anche la derivazione-polare-parabolica (19.), di cui si occupò il Chasles nel tomo V. della *Corresp. Math. et Phys.* Da quanto ne riferisce il *Bullet. Univ.*, Janv. 1830, parmi ch'egli abbia applicata tale derivazione solamente a teoremi, cui bastava generalizzare col mezzo della projezione, per renderli poscia suscettibili della generale derivazione polare. Al contrario gli esempii seguenti mi sembrano richiedere la derivazione polare-parabolica, cioè la derivazione polare presa (76.) rispetto ad una parabola ausiliaria. Non è difficile riconoscere che questa derivazione è soggetta alle leggi stabilite nei §§. 19. 20. 21.

§. 107. Prendiamo per figura primitiva una parabola coi diametri paralleli all'asse di derivazione: la curva derivata-polare-parabolica (curva reciproca del Monge) sarà un'altra parabola, perchè il punto all'infinito di una dà (21.) la tangente all'infinito dell'altra (60.). Ora in una parabola le tangenti fra loro perpendicolari s'incontrano (101.) nei punti di una retta perpendicolare ai diametri; dunque, passando alla figura derivata, « tutte le rette che uniscono le » coppie dei punti di una parabola, le cui distanze da un diametro determinato » hanno un prodotto costante (19. 20.), s'incontrano in un punto di quel dia- » metro. » — Questo teorema fu già trovato dal Prof. Mainardi (*Giornale di Pavia*, 1826).

§. 108. Una parabola, ed una sua secante ideale parallela alla tangente nel punto a cui appartiene il diametro che serve d'asse di derivazione, possono sempre dare per figura derivata-polare-parabolica una parabola ed il suo foco: ora in questa figura derivata, se da qualunque punto della tangente nel vertice della parabola si tira una seconda tangente, ed una retta al foco, queste sono (101.) tra loro perpendicolari; perciò nella figura primitiva « se pel punto in

» cui la parabola è tagliata dall'asse di derivazione si tiri una retta qualunque, » essa taglierà la parabola e la secante in due punti, le cui distanze dall'asse di » derivazione avranno un prodotto costante. »

§. 109. Se invece prendiamo l'asse di derivazione perpendicolare ai diametri della parabola primitiva, la conica derivata è un'iperbola, di cui un assintoto è l'asse di derivazione, l'altro è la retta derivata del vertice della parabola; ed operando come al §. precedente, vedremo che « se una retta si muove paral- » lelamente ad un assintoto, le distanze dall'altro assintoto delle intersezioni col- » l'iperbola, e con una retta condotta pel centro, hanno un prodotto costante. » — Questo teorema dà la nota equazione dell'iperbola riferita agli assintoti.

IX. *Della derivazione di trasformazione.*

§. 110. Può dirsi in qualche maniera che le derivazioni precedentemente considerate non mutano la forma delle figure, poichè non mai le rette si cangiano in curve, nè queste in quelle. Ora accennerò un'altra derivazione, la quale muta le rette in coniche: io la chiamerò per tal motivo *trasformazione.* — La trasformazione da una figura ad un'altra fu presentata dai Geometri sotto varii aspetti, cui giova conoscere, se non fosse per altro, per convincersi della identità delle risultanze. Noi accenneremo qui brevemente quelle leggi di trasformazione che s'appoggiano a sole considerazioni geometriche, riserbando ad un'apposita nota l'esame dei metodi algebraici.

§. 111. Nel piano, in cui è posta una data figura, sieno presi ad arbitrio tre punti $I\ K\ L$ (Fig. 29.), e per ogni punto M della figura ne sia determinato un altro M', facendo l'angolo IKM' eguale all'angolo MKL, e l'angolo $ILM' = MLK$. Tutti i punti così determinati formeranno una seconda figura, che si dirà *trasformata* della prima; così pure il punto M' si dirà il *trasformato* di M (réciproque, Poncelet): e si vede che viceversa M è il punto trasformato di M'. Nelle precedenti ipotesi si trova (46.) che sono eguali anche gli angoli KIM' MIL. — I tre punti $I\ K\ L$ io li dirò i punti *cardinali* della trasformazione (Cardinalpunkte, Magnus); e dirò pure triangolo *cardinale* il triangolo da loro formato (Hauptdreieck, Steiner).

§. 112. Tutte le rette o raggi analoghi a KM formano intorno al punto K una stella ch'è evidentemente uguale alla stella formata dai raggi corrispondenti KM'. Dicasi la stessa cosa delle due stelle formate in simil modo intorno a ciascheduno degli altri due punti cardinali. Supponiamo adesso che il punto

M si muova lungo una retta; i raggi KM LM formeranno due stelle collineari (56.), e saranno pure tra loro collineari le stelle formate dai raggi corrispondenti KM' LM': dunque (69.) il punto M' descriverà una conica che passerà pei punti K L, e per le stesse ragioni passerà anche per I. Risulta da ciò, che la *trasformata* di una retta è una conica che passa pei tre punti cardinali. — Fanno eccezione i seguenti casi: 1.° se la retta passa per uno dei punti cardinali, la sua trasformata è un'altra retta di quel medesimo punto cardinale, ed i loro punti corrispondenti formano due RETTE collineari; 2.° se la retta sia un lato del triangolo cardinale, tutti i suoi punti hanno per unico trasformato il punto cardinale opposto a quel lato. Per questo motivo la retta che passa per un punto cardinale ha per trasformata, oltre la retta accennata nel primo caso, anche la retta che unisce gli altri due punti cardinali, ed un lato del triangolo cardinale può supporsi avere per trasformato anche il sistema degli altri due lati.

§. 113. Sono pure canoni della trasformazione i seguenti: la trasformata di ogni conica che passa per tre punti cardinali, — o per due soltanto, — o per uno, — o per nessuno, è una retta, — una conica che passa pei medesimi due punti cardinali, — una curva del 3.° ordine che ha in quel punto cardinale un punto doppio, — una curva di 4.° ordine che ha un punto doppio in ciascuno dei punti cardinali. — Se due linee hanno un contatto dell'ordine n.esimo in un punto non situato sui lati del triangolo cardinale, simile contatto ha luogo tra le loro trasformate.

§. 114. Nel modo di trasformazione descritto al §. 111. la retta posta a distanza infinita ha per trasformata il circolo circoscritto al triangolo cardinale; ma possono immaginarsi altri modi, coi quali la trasformata della retta all'infinita non sia un circolo. Infatti i canoni dei §§. 112. 113. sussistono anche se la stella formata dai raggi KM' non è uguale, ma soltanto collineare con quella formata dai raggi KM (purchè però i raggi KL KI sieno tra loro corrispondenti), e una simile relazione abbia luogo tra le due stelle LM'... KI, LM... IK, e tra le due IM'... LK, IM... KL.

§. 115. Supponiamo per un caso particolare che i due angoli MKM' MLM' (Fig. 30.) sieno costantemente retti: le due stelle KM... KM'... saranno tra loro uguali, e così pure lo saranno le due LM... LM'... Il terzo punto cardinale I è a distanza infinita; la retta all'infinito è trasformata di sè medesima; la trasformata di una retta qualunque è un'iperbola con un assintoto parallelo ai lati KI, LI, ed uno perpendicolare alla retta proposta; ec.

§. 116. I due punti trasformati $M\ M'$ (Fig. 30.) sono diametralmente opposti sopra un circolo (C) che passa pei punti fissi $K\ L$: ora sia descritto un circolo (D), a cui appartengano i due punti fittizii $K\ L$; questo circolo sarà (89.) tagliato ortogonalmente dal circolo (C), il quale inoltre passerà per le intersezioni (che supponiamo fittizie) del diametro $M\ M'$ col circolo (D); perciò (92.) i punti $M\ M'$ sono conjugati-armonici rispetto al circolo (D). Così adunque noi possiamo definire i punti trasformati $M\ M'$, dicendoli conjugati-armonici rispetto a ciascheduno dei circoli che hanno i due punti fittizii $K\ L$.

§. 117. Si osservi che la generale trasformazione definita al §. 114. si appoggia soltanto a proprietà projettive, sicchè essa è suscettibile di tutte le derivazioni considerate nei precedenti Capitoli. Ora nel §. 116. noi avevamo una serie di circoli ausiliarii (D), aventi tutti una secante-comune ideale; colla projezione noi possiamo mutarli in una serie di coniche aventi due secanti-comuni ideali, e per ogni punto ne esisterà un altro che sarà, rispetto a ciascuna conica, conjugato-armonico di quello, e che potremo considerare come il suo trasformato. — Si noti che nel sistema di circoli ausiliarii, e quindi anche nel sistema di coniche, i punti $K\ I\ L$ sono quelli che abbiamo già detti cardinali nel §. 84., e che nelle figure 21... 25 abbiamo disegnati colle lettere $K\ K_1\ K_2$.

§. 118. Per la legge di continuità possiamo supporre che tutte le coniche ausiliarie abbiano due secanti-comuni, l'una reale, l'altra ideale; ma allora due punti cardinali divengono fittizii (Fig. 23.), e perciò tutte le coniche trasformate delle rette hanno un punto ed una secante ideale comuni. — Se invece supponiamo che ambedue le secanti-comuni delle coniche ausiliarie sieno reali (Fig. 24.), noi giungiamo al caso che due punti trasformati sieno conjugati-armonici rispetto a qualunque conica circoscritta al quadrilatero $ABCD$, e quindi anche rispetto ad ognuno dei tre sistemi di due linee rette $KA\ KB$, $K_1B\ K_1C$, $K_2A\ K_2B$.

§. 119. La trasformazione fu esposta dallo Steiner in un altro modo, che per la sua eleganza merita esser conosciuto. Se da tutti i punti di una figura piana tiriamo altrettanti raggi ad un centro comune, questo fascio di raggi è tagliato da un altro piano in una figura ch'è una projezione (2.) della prima; ma se i raggi invece di concorrere in un punto taglino due rette poste in piani differenti, la seconda figura sarà una trasformata della prima. — Due punti cardinali di ciascuna figura sono le intersezioni del piano di questa colle due rette predette; il terzo è l'intersezione dei due piani, e della retta che

unisce i due primi punti cardinali dell'altra figura. Così se $I'KL$ $IK'L'$ sono due rette non poste in un medesimo piano, e se ogni raggio MM', che unisce due punti trasformati, incontra ambedue le rette KK' LL', IKL $I'K'L'$ saranno i triangoli cardinali delle due figure, i cui piani hanno la intersezione II'.

§. 120. Date in un piano due figure tra loro trasformate, si può col mezzo della derivazione polare dedurne due altre, le quali dipendano fra loro secondo una nuova legge, che potrà dirsi *polotrasformazione*. La *polotrasformata* di una retta sarà un'altra retta, ed un punto avrà per polotrasformata una conica toccante tre *rette cardinali*, ec. — Lo Steiner ha sviluppato questo argomento, ed ha pure dettagliate le relazioni che hanno luogo tra due fasci prospettivi a due figure trasformate, oppure polotrasformate, ec.; ma credo inutile l'occuparci di queste derivazioni composte, essendo più comodo adoperare successivamente le derivazioni semplici. Vediamone qualche esempio.

§. 121. Si domanda quante parabole possano inscriversi in un dato quadrilatero. — La parabola è la conica che tocca la retta posta a distanza infinita; onde colla projezione potremo passare alla questione più generale: quante coniche possono toccare cinque rette date? — Ora adoperando la derivazione polare, faremo dipendere la precedente questione dall'altra: quante coniche possono passare per cinque punti dati I K L A B? — Finalmente colla trasformazione, rispetto ai tre punti cardinali I K L, saremo ridotti alla questione: quante rette possono passare per due punti A' B'? — Quindi la risposta a tutte le questioni sarà: — Una.

§. 122. Quanti coni di 2.° grado possono esistere, i quali tocchino un piano, ed un altro cono di 2.° grado col vertice su quel piano, e comprendano tre rette, due delle quali appartengano al cono dato, e la terza passi pel suo vertice? — Tagliando tutto il fascio con un piano, noi siamo condotti all'altra questione: quante coniche toccano una retta ed una conica, e passano per tre punti I K L, due dei quali situati in questa conica? — E per la trasformazione: quante rette toccano due coniche, l'una delle quali passa per tre punti I K L, e l'altra per due soli? — Finalmente la derivazione polare riduce la questione alla seguente: quanti punti possono appartenere a due coniche? — Tutto al più quattro.

§. 123. Quante coniche possono passare per tre punti, e avere in due di questi date tangenti? — Prendiamo pei punti cardinali K L due punti infinitamente vicini (sicchè essi determinino un punto delle coniche e la tangente nel medesimo); il terzo punto cardinale I sia quello pel quale non si conosce

la tangente: così si cercheranno le coniche che passano pei tre punti cardinali, ed inoltre toccano una retta in un punto dato; quindi colla trasformazione ci ridurremo alla ricerca: quante rette toccano una conica in un dato punto? — Una.

§. 124. Si può supporre eziandio che i tre punti cardinali coincidano insieme; allora tutte le coniche trasformate delle rette si osculano nel punto cardinale triplo. — Questo caso di trasformazione si potrà ottenere nel modo che indicherò nel §. 127., prendendo il punto cardinale I sulla conica ausiliaria.

§. 125. La trasformazione potrebbe servire ad estendere alle coniche moltissimi teoremi relativi alle rette; ma per la complicazione dei nuovi teoremi è inutile farne parola, e piuttosto si adopererà la trasformazione per ridurre alle rette le ricerche che si presentassero relativamente alle coniche che passano per tre punti cardinali, o toccano tre rette cardinali. — Non dee peraltro trascurarsi la ricerca delle speciali leggi di trasformazione, le quali possono condurre a risultanze che inutilmente si ricercherebbero col mezzo della legge più generale, appunto come abbiamo veduto accadere riguardo alla derivazione polare.

§. 126. Descritto un circolo ausiliario col centro I, per qualunque punto M del suo piano se ne determini un altro M' in modo ch'essi taglino armonicamente il diametro che passa pei medesimi: facilmente si riconosce che la figura formata da tutti i punti M' è *inversa* di quella dei punti M, e che d'altronde (vedi la mia Memoria inserita negli *Annali ec.* Padova 1836) le rette sono *inverse* dei circoli che passano pel centro d'inversione I. Questi circoli sono nel primo caso considerato nel §. 118., e perciò l'inversione è un caso particolare della trasformazione; I è un punto cardinale, e gli altri due sono le intersezioni immaginarie dei circoli colla loro secante-comune posta a distanza infinita.

§. 127. La projezione e la legge di continuità ci autorizzano a generalizzare la trasformazione indicata nel §. precedente, mutando il circolo ausiliario in una conica, e prendendo ad arbitrio il punto I; gli altri due punti cardinali K L saranno le intersezioni della conica colla polare di I. Per qualunque punto M si condurrà la retta IM, la quale sarà tagliata dalla conica nei punti P Q, ed il punto M' armonico coi tre P M Q sarà il punto trasformato di M. Si osservi che anche la figura trasformata ha i medesimi punti cardinali I K L, ma che il K di una figura corrisponde coll'L dell'altra, e viceversa; invece I corrisponde a sè medesimo.

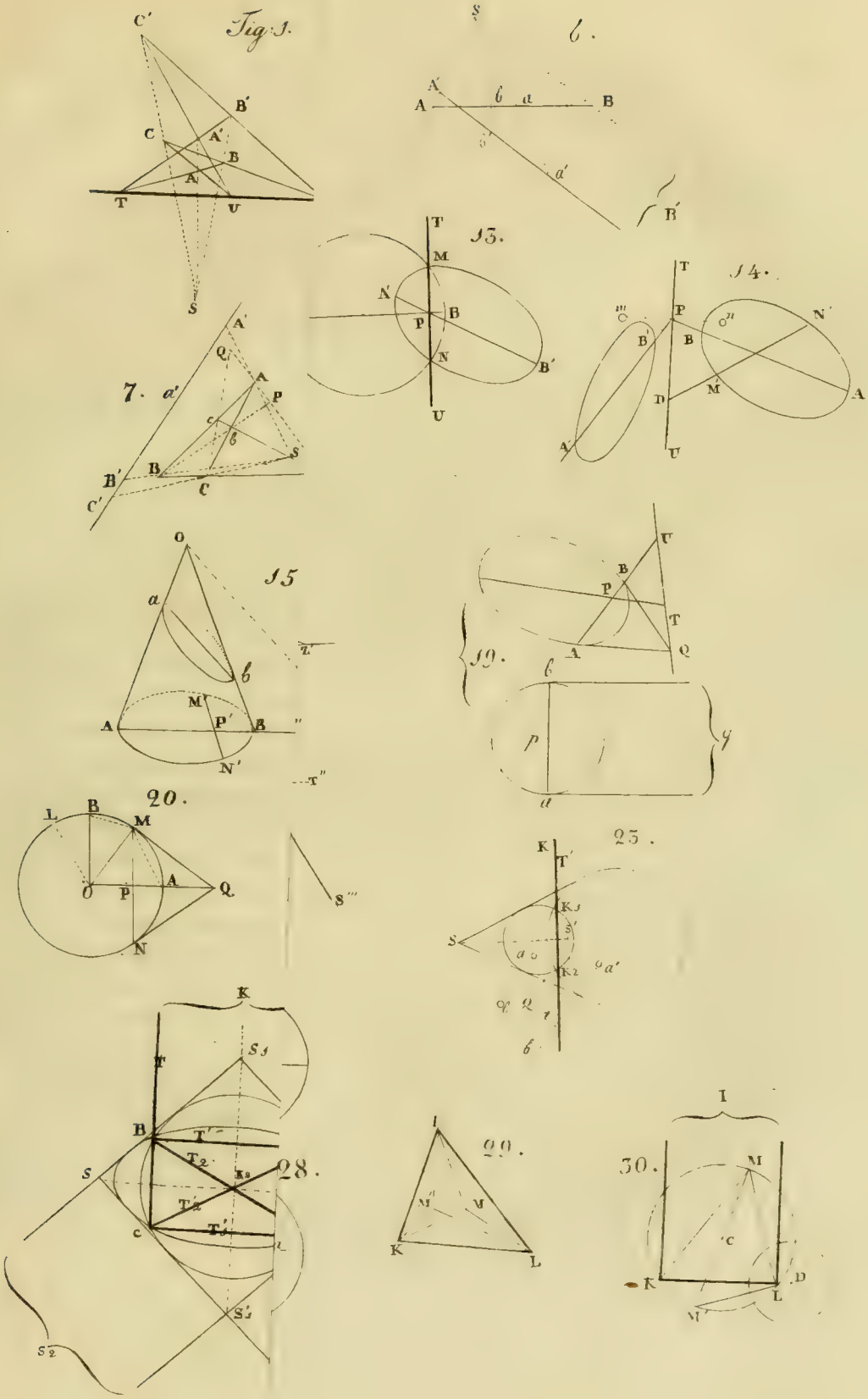
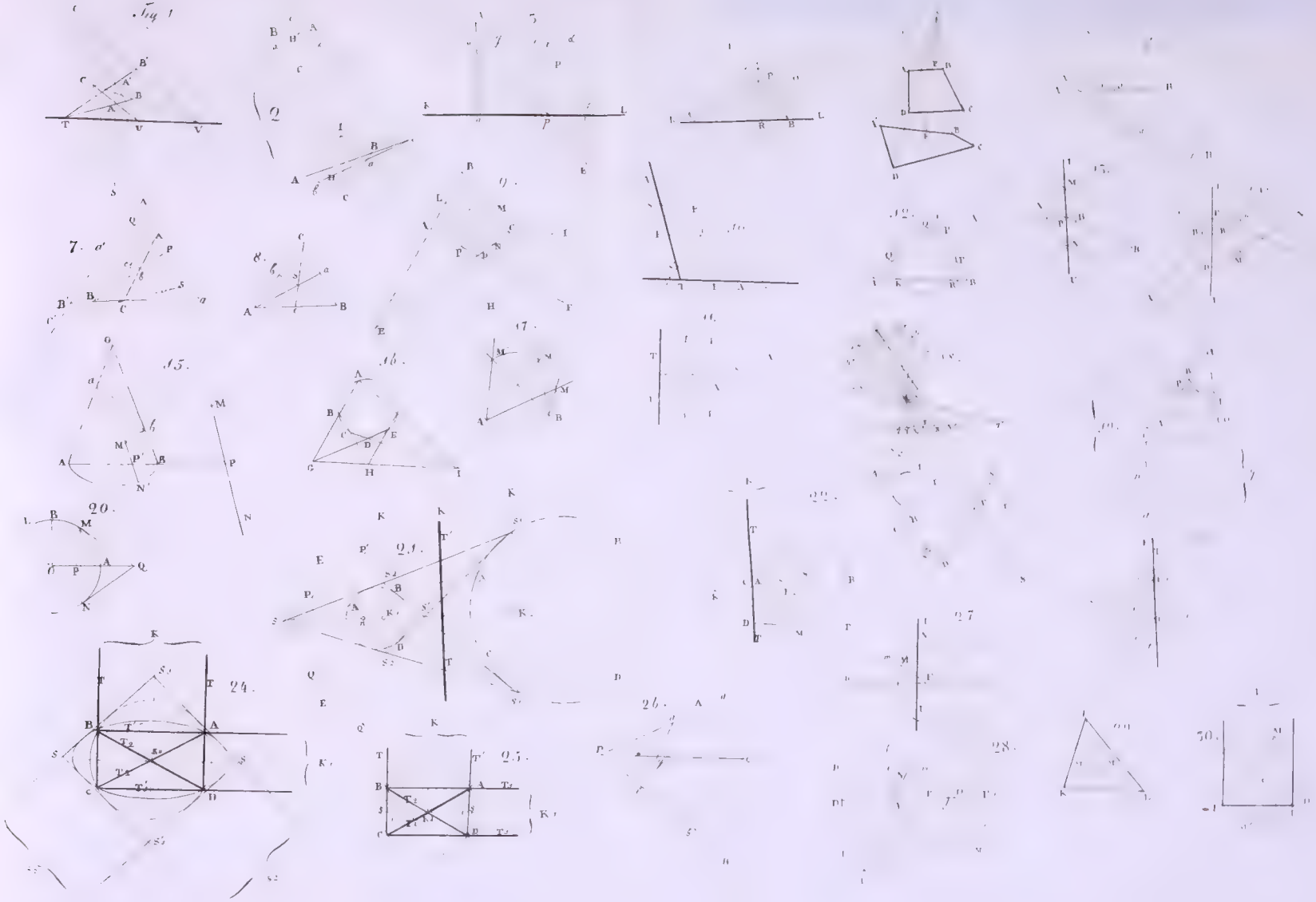


Fig. 1.
6.
13.
14.
7.
15
19.
20.
23.
28.
29.
30.



DELL' IDEALISMO
IN MEDICINA

E DEI SEGNI TOLTI DALLA ISPEZIONE DELLA LINGUA
PER LA DIAGNOSI DELLE MALATTIE DEL CERVELLO, DEI POLMONI,
DELLO STOMACO, E DEI VASI SANGUIGNI.

MEMORIA

LETTA ALL' ACCADEMIA DI PADOVA LI III MAGGIO MDCCCXXXVI

DAL SOCIO ATTIVO

GIACOMANDREA GIACOMINI

PARTE PRIMA.

Dell' idealismo in medicina.

Nell' udire a' nostri dì ragionar di sistemi in medicina, declamare con gravità contro a' sistemi, e caldamente ammonire perchè se ne fuggano come di serpe avvelenato le insidie, ei parrebbe che noi fossimo a un tratto respinti in quelle tenebrose epoche, ove elementi che non erano elementi, ove il pneuma, gli atomi, l'archeo, la degenerazione degli umori, lo spasmo formavano base teorico-scientifica del medico edifizio. Eppure i presenti cultori dell'arte salutare, mentre serbano gelosamente quell'eredità di vere cognizioni che ci hanno lasciata i nostri maggiori, di que' fatti che perennemente si rinnovano e confermano sotto i nostri occhi abbandonarono per sempre i teoretici lor sogni. Nessuna forza varrà nemmeno a ricondurveli: poichè il variar continuo, l'avanzare, il retrocedere è proprio di ciò che riguarda le discipline del bello, e tocca i bisogni del gusto; ma non è proprio di ciò che risguarda il vero, il quale, una volta che sia raggiunto, immutabilmente sta, ed alla mente di colui che l'adocchiò più non si cela.

Il qual vero se poi siasi raggiunto, e se v'abbia umana pupilla che in fatto di medicina lo ravvisi, è domanda che corre tosto al pensiero. Ed a questa domanda risponderebbero sicuramente i censori de' sistemi, che l' immutabil vero ancora non s'è raggiunto in medicina; e ne addurrebbero forse come il più forte

argomento il non consentire tutti i medici in quello, e l'avervi anche oggidì disparate credenze in medicina, e pur tuttavia diversissimi sistemi. E qui di bel nuovo alzano il grido contro a' sistemi dominanti oggidì e succeduti agli antichi, e ricordano il perpetuo loro avvicendarsi, il dar luogo ai nuovi, finchè altri più nuovi e non men perituri occuperanno il campo. E fra le sette che tengono attualmente divisa la medica famiglia fra noi schierano innanzi i così detti polaristi, i particolaristi, i controstimolisti, i classicisti.

Ma i presenti cultori della vera medicina non appartengono (s'io non erro) ad alcuna di queste sette. Non sono polaristi, conciossiachè veggono negli insegnamenti di quella scuola un romanzo di fantastiche idee, che sembra voler confinare colla nebulosa astrologia degli antichi; e veggono quegli stessi Oltramontani, che la professano, porsi i poli e le influenze cosmiche o telluriche dietro alle spalle ogni qual volta s'affacciano a curare un malato. Non sono particolaristi, perchè non hanno il matto intendimento di occuparsi del secreto impercettibile magistero dell'impasto organico, e cercare quello che i maestri stessi del particolarismo cercando confessano e predicano essere impossibile di ritrovare. I presenti cultori della buona medicina non riguardano il controstimolo che come una delle molte serie di fatti che costituiscono lo scibile medico; e conosciutolo in ciò che veramente egli è, e non in ciò che lo dipingono alcuni che mai no 'l conobbero, ne traggon profitto nei casi che la fida esperienza loro addita. Col troppo orrevole nome di classicisti sono chiamati que' medici che pescano il sapere nei polverosi volumi dell'antica medicina, non accettando se non quello ch'ebbe sanzione dai celebrati autori, e dichiarandosi nemici ed opponenti a tutto ciò che non ha la ruggine del tempo. Di questa fatta classicisti non sono que' cultori della buona medicina che noi intendiamo, i quali non hanno dell'umano intelletto sì umiliante idea per approvare quel troppo celebre e troppo falso motto, che in fatto di scoperte nulla possa più esservi di nuovo sotto il sole. Non credono che la luce sia sempre da cercarsi fra le ombre ancorchè venerande; che i fulgentissimi avanzamenti nelle fisiche e naturali scienze, e gli efficaci mezzi di analisi e di esplorazione, e i metodi di induzione più certa e di logica più pura sian da porsi sotto a' piedi, per ascoltare come da oracoli il dettato di quegli uomini che erano bensì grandi e sapienti, ma in mezzo all'ignoranza e nell'inopia di filosofico lume. Non vogliono di un male che ponno avere sott'occhio, che ponno esplorare nella macchina stessa e vivente e dopo morte, scrutare negli elementi e distinguere nelle apparenze e gradazioni le più minute; non vogliono attignerne l'idea più giusta in ciò che

altri ne pensarono fra gli antichi, non conoscendo o mal conoscendo la costruttura, gli ordigni e le forze di questa macchina istessa. Non amano ormai d'apprendere da tempi favolosi ed incerti l'azione di que' rimedii, de' quali ognuno può da sè stesso vedere gli effetti per molteplici prove sui bruti, sull'uomo sano e nelle malattie, col soccorso altresì della chimica a sceverare i veri principii della sostanza, ed acuirne e purificarne la virtù.

Ella è adunque intempestiva e falsissima accusa ai cultori dell'odierna medicina quella d'amor di sistema, nel senso dannabile che può assumere questa parola. E se vituperevole amor di sistema ad alcuno può rinfacciarsi, egli è appunto a quelli che si oppongono al progresso degli studii, che rigettano tutto ciò che è nuovo; e avvegnachè trovato il pane, vorrebbon pure, secondo l'acerbo detto di Marco Tullio, costringerne a pascerci di ghiande.

Cessi adunque oggimai dall'intuonar questo rimprovero chi non vuol sopra sè ribadita l'onta ch'ei studiasi apporre ad altrui. Lasci a chi ha vuoto l'intelletto ricantare a pompa di oziosa rettorica cotali tritissime formole, già mille volte e fino alla nausea ripetute. Lascilo a quegli inetti che hanno bisogno di vilipendere sotto nome di sistema il sapere medico e la sublime arte di ragionare, per coprire il proprio non sapere e l'impotenza a ragionare, e mettere in onore quel tatto, quella pratica, quel privilegio occulto venuto loro non si sa per qual via. Turpe industria ch'essi usano, ad imitazione delle femminette inverso a' bamboli, d'atterrire con un fantasma i profani perchè fuggano il medico filosofo che suda a coltivare la scienza, e corran dietro a colui che l'arte lunga e difficile non acquistò collo studio, ma ebbe dall'ispirazione, dall'istinto, da sè stesso.

Domandasi ancora: è egli poi raggiunto l'immutabil vero in medicina? A ciò lascieremo ora rispondere i cultori delle odierne discipline, i seguaci della nuova medica filosofia, e diranno che raggiunta almeno è la via per iscoprirlo, quella via che fin qui non fu battuta ancora. Diranno che per incognito mare si andò lungamente errando; ed allora soltanto si pose il piede sul continente della solida dottrina, quando abbandonate le patologiche e terapeutiche entità astratte, si s'attenne al concreto, al positivo. Apparenze esterne eran tolte per vere entità, illusioni e nomi occupavano il seggio delle realità e delle essenze. Fermato ad esse il pensiero, non si ommise studio a moltiplicarle, a classificarle; non si attese giammai a verificarle. Saliva in onore chi alcuna di nuovo avesse saputo aggiungerne; deridevasi chi osasse svelarne la vanità. Comparve quindi, per esempio, la febbre; e dal primo significato, che era quello di una modifica-

zione della macchina, o di un complesso di apparenze, o di un convenzional nome, fu trasportata ad indicare un oggetto che esistesse per sè. Ebbe per ciò il corredo delle molte sue divisioni ed il lusso delle molte ipotesi a spiegarne la natura. Comparve per egual modo l'asma, l'epilessia, il tifo, la caterva aerea dei mali nervosi; comparvero sotto veste di cose mille altri idoli e concetti della mente. Costruire su tali basi un corpo di scienza hanno creduto i cultori delle nuove discipline che non fosse diverso dal creare una storia naturale, in cui si fosser compresi e generi e specie e varietà di centauri e d'ipogrifi.

Qual pietra angolare del nuovo edifizio hanno creduto doversi consecrare in patologia il solenne principio, che i sintomi e le funzioni alterate non sono morbi, ma segni ed espressioni dell'alterazione materiale degli strumenti che le eseguiscono; che non v'hanno malattie di moto, di senso, di qualità, ma lesioni di organi o di tessuti. Il qual principio se non è nuovo, nè peregrino, nuovo affatto è l'ardimento, e maravigliosa la fortuna con cui i cultori della odierna medicina nel clinico esercizio lo vanno applicando. La febbre, a cagion d'esempio, non è mai per essi più che una deviazione della funzione del circolo, che annunzia affetto l'apparato dei vasi e del cuore o primitivamente ed in sè stesso, o secondariamente, cioè per affezione maggiore d'un altro organo che propaghi a quello de' raggi d'alterazione. Fissato lo sguardo su questi veri e reali mutamenti, sian lievi o profondi, siano passaggieri o permanenti, vedesi una folla di locali alterazioni, o di alterazioni più estese d'un tessuto, poter essere capace d'indurre nell'apparato del circolo tale disturbo da manifestarsi col fenomeno febbre. Non si veggano adunque più figurare nelle nosologie le febbri remittenti, subintranti, anomale, etiche, gastriche, ec.; ma si classifichi il fenomeno febbre, il fenomeno dolore, qualunque altro fenomeno, per quelle vere materiali modificazioni degli organi o dei tessuti che lo fomentano; si riferiscano, in una parola, sempre i sintomi, le sofferenze, i sensibili disturbi, alle parti dal cui mutato meccanismo hanno nascimento.

Ma opporrebbe forse taluno, che per quanto sia bella e seducente questa idea per lo scrittore, o pel patologo che ragiona dalla cattedra, altrettanto sia per diventar sogno o chimera pel clinico che versa fra la varietà de' morbi ed in quelle tremende incertezze si aggira e da quella fitta oscurità è circondato, che intricatissimi e contradditorii fenomeni lasciano al letto dell'infermo. Or questo è il punto su cui vuol posare il nostro discorso; imperocchè tutt'affatto opposta sentenza è la nostra. Egli è appunto per istare alle estrinseche, variabili ed ingannevoli apparenze, fermarsi su quelle e dare a tutte un egual valore, che il

pratico perde di veduta il soggetto che sotto alle stesse realmente si nasconde; ed in mezzo a mille svariati ideali elementi, in mezzo alle larve, è travolto in quel caos, ove smarrisce il retto sentiero. E se v'ha pur modo ad uscire dal bujo, è quello di non arrestarsi alla corteccia dei sintomi ed al vano dell'idealismo, e condursi per essi alla fonte degli organi, dai quali procedono, ad indovinare per la più esatta induzione le accadute o presumibili modificazioni, e scorgerne il legame e la dipendenza. Se cotale ufficio non è proprio di tutti i medicanti, ma di quelli soltanto che sono al fatto dei mirabili congegni di nostra macchina, ed hanno l'abitudine ad esercitare l'analisi; ciò prova che a meritarsi il titolo di vero medico, e ad osare di metter mano nella salute e nella vita degli uomini, ci vuole qualche cosa più che una pratica cieca. Questa via d'analisi, che promette ed assicura all'umanità più profittevoli opere, ed alla scienza un fato più stabile, è quella che dee calcarsi dal medico filosofo. Gioverassi egli a scoprire la natura dei morbi dello studio delle loro cause; gioverassi della contemplazione degli stabili effetti ch'essi lasciano in colui che hanno menato a morte; gioverassi dell'osservazione intorno al vantaggio od al nocumento venuto dai mezzi curativi che si sono sperimentati: ma sopra tutto si gioverà dell'analisi fisiologica dei sintomi, per riferirli e tradurli agli organi loro. Colui che non s'è mai accinto a questa impresa non può certamente concepire qual consolante tranquillità e soddisfazion dello spirito egli troverà nel suo operare, scoprendo molte volte per questa via la recondita natura dei morbi, il vero nodo a cui si avvincolano, per quanto diversi, tutti i sensibili morbosi effetti, o scoprendo almeno in ogni caso la vera sede dell'affezione. Di ciò potrebbesi dare agevole dimostrazione col fatto, prendendo a disamina una qualunque forma di malattia col quadro dei sintomi che ne viene offerto dagli autori, per sostituire all'ideale, al generico e troppo vago nome ch'essi le danno di tisi, febbre nervosa, isterismo, e simili, il reale sconcertamento delle parti. Una tale dimostrazione io ho presentato in parte al pubblico, e compirò fra poco in altri miei studii intorno all'azione dei medicamenti. Assai spesso l'occasione mi fece incontrare di queste creazioni nosologiche, che io tentai di realizzare e ridurre al loro vero soggetto. Sarà ufficio dei pratici il giudicare s'io sia riuscito nella mia speranza di offrire più chiari e positivi concetti su ciò di cui o non se n'aveva alcuno, o se n'avevan troppi e discordanti per appigliarsi confidentemente ad uno, e prenderlo a base d'una filosofica e naturale patologia.

PARTE SECONDA.

Dei segni tolti dalla ispezione della lingua per la diagnosi delle malattie del cervello, dei polmoni, dello stomaco, e dei vasi sanguigni.

Nel contribuire (per quanto le mie forze il poteano, e consentivalo l'indole di un lavoro farmacologico (1)) a costruire l'ideato patologico edifizio io ho insistito principalmente sull'analisi dei sintomi nelle malattie, e sulla loro rispondenza cogli organi. Non mi fu però concesso uscire dalla contemplazione dei sintomi costanti ed essenziali. Sarebbe mai vero che gli accidentali, i secondarii, i consensuali fenomeni, ch'io allora ho trascurato, potessero essere d'inciampo al medico, potessero divagargli l'attenzione, e condurlo a giudicare l'affezione in luogo ove non è, e prendere, come si direbbe nel linguaggio delle scuole, per idiopatico o locale ciò che è simpatico o consensuale? Siffatto pericolo non può temersi dal vero osservatore. Per lui i sintomi secondarii e consensuali saranno anzi una nuova guida od a confermare la fatta diagnosi, o ad istituirla eziandio per essi stessi, quando i sintomi essenziali o per la gravezza del morbo o per altra circostanza qualunque fossero offuscati. A mostrare la quale verità nulla varrebbe meglio, che la via del fatto e degli esempii; e fra i molti ch'io potrei addurre ne sceglierò sol uno a suggello del mio dire, e sarà quello dei sintomi della lingua considerati come indici dell'alterazione non sua, ma d'altri visceri.

Ognun sa che le malattie proprie della lingua si fan palesi al medico per segni caratteristici ch'ei può avere sott'occhio veggendola intumidita, escoriata, ferita, indurita, cancerosa, cancrenosa. Ognun sa che dalla lingua, come strumento della parola, si hanno tutti quei sintomi che il solo malato percepisce; ma in questo luogo noi prescindiamo da ciò. Guardiam la lingua piuttosto quando essa tace, la guardiam nell'infante, ed allorchè col semplice suo mutato aspetto svela i mali di altri organi coi quali ha intimo commercio. Manda essa infatti all'encefalo le impressioni ricevute dai corpi saporosi, riceve da esso l'impulso all'agilissimo suo muoversi. Coi polmoni e colle vie aeree ha una stessa e continua copertura, e modifica ed articola i suoni che vengono formati dal meccanismo del respirare. Coll'apparato della digestione, oltre la continuità della tonaca, ha comunanza d'ufficio; poichè, sommamente faccen-

(1) Ved. *Trattato filosofico-sperimentale dei soccorsi terapeutici.* Padova 1833-36.

diera ed industre, serve a far macinare, ad impastare i cibi, a cacciarli entro il lungo canale mercè la deglutizione. Col cuore è legata pei numerosi vasellini suoi. Sarà dunque la lingua, per le mutate sue apparenze, spia fedele delle lesioni che hanno sede in questi varii organi.

In istato di salute la lingua appare molle, e continuamente irrorata da tenue muco; il suo colore è rosso, ma non vivo, e tende più o meno al bianchiccio verso la base. Gode di quella stupenda mobilità volontaria che la rende atta a prendere le più svariate forme, ed esercita fedelmente la facoltà di percepire i sapori. Scostasi la lingua da questi puri naturali caratteri nelle malattie dei vasi, de' polmoni, dello stomaco e del cervello.

Secchezza ed umidità della lingua.

I. Presenta talvolta uno stato preternaturale di secchezza. Causa di ciò è la contrazione morbosa delle sue arterie esalanti e dei vasellini escretorii, che non permettono l'uscita al liquido che deve bagnarla. Cotal contrazione, se non è per malattia locale della lingua, è sempre congiunta ad orgasmo circolatorio, a fervore interno e frequenza di polso, a que' fenomeni insomma che si designano col nome di febbre. La secchezza della lingua è quindi segno di febbre; la febbre è segno d'iperstenia vascolare. Se non v'hanno altri sintomi, l'affezione sarà nei vasi stessi materialmente rappresentata da una sub-angioite (febbre reumatica), o da una angioite vera acuta o cronica. Se l'iperstenia vascolare è procedente da altra affezione o polmonare o gastrica o d'altro organo, altri sintomi la indicheranno; ma l'iperstenia vascolare, sia primitiva, sia secondaria, sarà misurata dal grado della secchezza della lingua, anche indipendentemente dall'esplorazione del polso. E se una febbre, in cui la secchezza della lingua è moderata, non presenta timore nè pericolo, non così allorquando per l'arsura è fatta liscia, o peggio se divenne aspra e come coriacea, e peggio ancora se appare screpolata e solcata, che sono i quattro gradi di secchezza della lingua distinti dai patologi, su' quali può fondarsi il pronostico.

Deesi notare che l'aridezza di lingua è frequente sintoma delle malattie del tubo gastrico e del tubo respiratorio; ma in questo caso la lingua ha pur anco mutato il colore divenendo morbosamente rossa, e su ciò parleremo fra poco. Nella subangioite invece e nell'angioite la lingua è secca; ma conserva il suo natural colore, oppure si fa alquanto più pallida.

Un inganno però potrebbe incontrare chi traesse giudizio dalla secchezza di lingua presso colui che ha dormito colla bocca aperta. Ma qual medico, che

non sia cieco dell' intelletto, ignorerà questa eccezione, e non attenderà per decidere che la naturale esalazione abbia reso alla lingua la consueta umidità?

Colore della lingua. Rossore.

II. Devía la lingua dalle sue norme anco pel colore. Se, conservando la sua mobilità e 'l volume, acquista un rossore più intenso, è questo quasi infallibile indizio di turgor vascolare o di stato infiammatorio nel tubo digerente, o ne' bronchi e ne' polmoni. Le angine, le bronchiti e le pneumoniti acute hanno per compagno questo fenomeno; ed il rossore della lingua, anche senza gli altri sintomi di respiro difficile, tosse, dolore ec., darà avviso dello stato di crudezza dell' infiammazione; come il ripigliar la lingua il natural colore metterà speranza di pronta risoluzione del morbo. Le infiammazioni croniche delle vie aeree, e tutte quelle varie affezioni che vanno sotto il generico nome di tisi, non portano il rossore della lingua se non quando si accendono a divenire acute. Il vivo rosseggiar della lingua nella tisi avanzata è perciò segno il più delle volte tristissimo.

La rispondenza del rossor della lingua col turgore od infiammazione delle vie aeree viene dall'essere il medesimo strato quello che tappezza le vie aeree e copre la lingua; onde anche questa porzione modellasi con qualche gradazione allo stato morboso del restante della membrana.

Per questa proprietà la lingua è spia fedele delle affezioni dello stomaco e delle intestina. Rossa riscontrasi per ciò nel gastricismo, nella febbre così detta gastrica, nella dissenteria e nella diarrea infiammatoria. Ho udito de' pratici lodarsi in siffatte malattie della bella rossezza della lingua, perciocchè non conoscevano in essa altro modo d'alterarsi, che nel farsi sporca. Doveano però ben presto disdire le mal fondate speranze; poichè quel gastricismo semplice, in cui la lingua era assai rossa, menava bentosto ardita febbre; e quella febbre gastrica, che aveva lo stesso sintoma, s' incamminava a morbo grave e pericoloso. L' errore poggiasi anche qui sulla entità gastricismo o febbre gastrica, il cui soggetto si fa consistere nelle materie saburrali. Ma le materie saburrali non sono organi, e la malattia non può essere che negli organi. Se elleno infatti vengono costituite da succhi animali, la miscela de' quali sia abnorme, egli è certo che gli organi separatori degli stessi li danno viziati appunto perchè hanno perduta la loro integrità. Dunque la malattia è in essi. Se poi i succhi animali fossero iti incontro a corruttela dopo separati, oppure la colluvie delle materie si fosse introdotta dall' esterno, saran sempre le pareti del tubo dige-

rente quelle che provan l'offesa della nemica loro impressione. Ecco perchè nelle pretese febbri gastriche non basta cogli evacuanti liberare la macchina dal nemico; e vuotato pel vomito e per le purgagioni il recipiente alimentario, la malattia continua, e molte volte imperversa, e le zavorre incessantemente si rinnovano. Non a torto adunque i moderni, riferendo i sintomi agli organi, veggono nella febbre gastrica una gastroenterite, e nel gastricismo semplice una sub-gastrite. Di che hanno prova nelle cause che son sempre relative ad eccessi; nei sintomi che sono di universale iperstenia; nel metodo di cura più conducente a guarire o troncare il morbo, che è dei minorativi o sottraenti; negli esiti del morbo stesso, che uccide ognora colla cancrena, colle ulcerazioni intestinali, o colla diffusione della flogosi alle meningi, su cui diremo fra poco. Il rossore della lingua può aggiunger peso al giudizio, imperocchè annunzia che analogo e molto più acceso rossore occupa il restante del tubo. In quelle febbri gastriche o dissenterie avanzate, ove la macchina è troppo oppressa dal morbo per manifestar liberamente le sue sofferenze, ove abbiavi o costipazione di ventre con meteorismo, od evacuazioni molto elaborate e fetenti, il rossore della lingua può far decidere che si tratti di grave enterite, quand'anche manchi il locale dolore. Non è il dolore punto essenziale e nemmen frequente in siffatte flogosi, e manca sempre allorchè sono profonde o molto estese, alla guisa delle resipole; nel qual caso tien luogo di dolore quell'ansietà, quell'angoscia de' malati, ch'è il complesso di tutti i dolori, od il dolore universalizzato. Vedendo il pratico negli indicati morbi arrestarsi il profuso flusso, oppur muoversi invece il ventre da molto tempo chiuso, e dissiparsi il meteorismo, guardisi dal cantare vittoria, se prima non ha osservato sparire il rubor della lingua. E così ei temerà giustamente minacciata la cancrena, se vedrà la lingua da rossa farsi violetta o nereggiante.

Bianchezza della lingua.

L'opposta morbosa apparenza nella lingua è la bianchezza, di cui v'hanno più specie.

Pallore della lingua.

Una specie di bianchezza, e piuttosto un pallore assai distinto nella lingua, è quello che suole associarsi all'abbassata sua temperatura, fino a divenir quasi gelida. Sarebbe colpa il confondere questa con altre specie di bianchezza, imperciocchè è propria e caratteristica del cholera-morbus nel più formidabile dei

suoi stadii, cioè in quello che si disse algido. È evidente effetto di sospesa circolazione alla superficie per morbosa contrazione delle estremità delle arterie, onde la lingua come la cute esterna fassi esangue ed assiderata. E qui coll'ardore con che può infiammar la mia voce una verità sublime, una verità salvatrice di molte umane vittime, io scongiuro i pratici ad attendere a questo fenomeno del pallor della lingua ed alle sue prime gradazioni, allorchè è vagante il cholera-morbus. Se alcuno gli si presenta con lingua vivamente rossa, o sporca e calda, per quanto v'abbiano altri sintomi di vomito e diarrea, sia tranquillo che si tratta d'ordinaria malattia intestinale, e non di colera. Se invece con mite diarrea o vomito, senza veri dolori addominali, taluno offre la lingua umida, ed impallidita e men calda, sia altrettanto sicuro che il fatal morbo è minacciato e vicino a scoppiare; e metta tostamente in opera quell'unico e razional metodo, che in quell'istante applicato è valevole a porre in salvo la sua vita. Ma questo sintoma della lingua e questo morbo ebbero già da noi più pensate e più lunghe considerazioni, che si sono fatte di pubblico diritto (1).

Tenendoci adunque alle altre specie di bianchezza, che non dipendono dallo scoloramento, noi distinguiamo nella lingua la bianchezza sordida, la bianchezza villosa, e la bianchezza splendida od aponeurotica.

Bianchezza sordida.

La bianchezza sordida viene impartita alla lingua dal muco denso che si secerne da' suoi follicoli. Forma sulla sua superficie come una tela lattiginosa, facile a levarsi col raschiatojo. Non accusa questo sintoma fuorchè un'aumentata separazione di muco; ciò che ha luogo quanto al tubo gastro-enterico nel così detto gastricismo semplice (sub-gastrite), e quanto ai bronchi ed alla trachea nel catarro o reuma di petto (sub-bronchite, sub-tracheite). Codesta sordidezza od impaniamento, ch'è il più che alcuni zotici medicanti sappiano vedere di cospicuo nella lingua, svanisce assai facilmente con blandissimi mezzi, e non fa mai paventar nulla di veramente sinistro, per quanto essi se ne lascino imporre. Cangia però d'assai il significato di questo sintoma se l'intonaco lardaceo della lingua lasciasse trasparire sotto un morboso rossore, specialmente là ove l'impressione dei denti ha sgombrato il muco. In questo caso tornano in campo le indicazioni importanti della rossezza poc'anzi esaminata.

(1) Ved. *Sulla condizione essenziale del cholera-morbus. Idea del Prof. Giacomini, ec.* Ediz. II. Padova, Tip. Minerva, 1836.

Bianchezza villosa.

Chiamiamo bianchezza villosa quel colore quasi giallognolo che scopresi alla base e sul dorso della lingua sotto forma d'una lanuggine, a somiglianza della lingua del bue. Tuttochè questo carattere in alcuni sia costante, naturale ed originario, annunzia però molte volte una morbosa operosità nelle cripte mucose, per cui i loro villi sono fortemente eretti e pronunciati. E questa operosità è ordinario effetto d'una lenta flogosi delle cripte e dei follicoli stessi, sia dei bronchi o de' polmoni, sia dello stomaco o delle intestina. Ha essa sua particolare indole e forma per la qualità del tessuto ove siede. È flogosi cupa, sorda e tenace, d'ordinario non febbrile, e con fenomeni molto oscuri. È tale la condizione patologica della tosse così detta convulsiva, della grippe dopo passato lo stadio acuto, e dello stesso croup; le quali affezioni costituiscono altrettante adeno-tracheiti, adeno-bronchiti lente in diverso grado, infiammazioni cioè del tessuto glandulare della trachea e dei bronchi. In esse la villosità della lingua non suol mancare. I polmoni stessi vanno incontro a simile genere di flogosi, ed è allora che si hanno le peripneumonie croniche, le tisi scrofolose e tubercolose. A giudicare specialmente di queste ultime in concorso di altri sintomi polmonari proprii, non sarà di spregevole ajuto la villosità della lingua, ed alle volte essa sola può far pendere la bilancia del giudicio.

Riguardo al tubo alimentario molti stati morbosi hanno quasi costante relazione colla villosità della lingua, e sono le dispepsie, l'ipocondriasi, i vomiti abituali, le croniche diarree, la pellagra, le elmintiasi, ed alcune febbri lente. Presso i nosologisti queste sono entità di cui non si curano di cercare il vero soggetto. Coll'analisi dei soliti criterii, cioè delle cause, dei sintomi proprii, delle cadaveriche lesioni, e dei metodi curativi trovati giovevoli, si riferiscon tutte a lente flogosi delle cripte mucose, cioè ad adeno-gastriti, adeno-enteriti di vario grado e forma. In esse entra pure la enterite follicolare, o dotinenterite, così denominata dai Francesi. Qui non insistiamo se non per notare la pressochè costante coincidenza della villosità della lingua con questi morbi, e con tutte le flogosi glandulari lente dell'apparato digestivo, come la pancreatite, l'epatite, e la così detta tabe mesenterica. Chi non ha della flogosi che un concetto assoluto, e non sa vederla modificata e nel grado e per la diversità dei tessuti, non potrà convenir meco (e men duole) a vedere nella villosità della lingua un carattere di lenta flogosi glandulare delle sottoposte membrane, a vedere un indizio che l'affezione sarà per esser durevole ed ostinata, e che addomanderà

più propriamente gl'ipostenizzanti linfatico-glandulari, come i preparati di mercurio, di jodio, di barite, di bromo, di cloruro di calce, e la cicuta.

Codeste flogosi glandulari non combattute, o trattate sull'idea di debolezze di stomaco col mezzo di veri stimoli od iperstenizzanti, sogliono recare il tessuto affetto allo stato d'indurimento stabile e di scirro. Parlando dello stomaco, cotal esito si verifica più facilmente ai fori del cardias o del piloro, ove le cripte sono più attive, più numerose, e pel ripiegamento della membrana più addossate le une alle altre. Oltre i nuovi sintomi proprii che in questo stato ne insorgono, anche la lingua lo manifesta assumendo quell'altro genere di bianchezza di cui veniamo ora a parlare, ch'è la splendida tendinea od aponeurotica.

Bianchezza tendinea.

Si fa cioè liscia, bianca e come tendinea, e non cambia questo aspetto nè sotto i purgativi, nè sotto i riscaldanti. La vista d'una tal lingua in un malato che abbia altri segni di fortemente lesa digestione, metterà grave sospetto ch'ei sia colto da scirro al piloro, al cardias, od in qualche punto intestinale. Dissi che abbia fortemente lesa la digestione, poichè non sempre la bianchezza villosa indica infiammazion glandulare, nè la splendida indica scirro. Alcuni individui per particolare originaria costruzione hanno la lingua naturalmente bianca, e non indica in essi più di quello che indicherebbe il polso intermittente in chi l'avesse avuto fino dalla natività. E ciò io m'affretto a dichiarare, perchè le mie parole non servano di spauracchio a qualcuno che avesse per avventura e per ragion di fabbrica la notata anomalia nella lingua.

Lingua punteggiata.

Altra varietà di lingua che si osserva di frequente è la lingua punteggiata, in cui fra i villi prominenti ed il muco sono qua e là sparsi de' punti rossi. Depone anche questa in favore d'uno stato iperstenico, non però grave, della membrana intestinale ed in parte anche delle cripte. Si considera la lingua punteggiata generalmente come segnale di verminazione. Ma qui cadiamo di nuovo in una nosologica entità, il cui soggetto è falso. I vermi infatti al lume di una sana patologia non sono la vera causa dei fenomeni della febbre verminosa. Non hanno per sè armi nè qualità nocive, e ponno anche in corpo sano starsene, come assai spesso si veggono, ospiti tranquilli ed innocenti. Essi non sono il morbo stesso; chè allora uccisi e scacciati coi potentissimi mezzi che abbiamo, tutto sarebbe finito. Invece anche dopo i più efficaci antelmintici ed evacuanti

la malattia non solo continua, ma spesso s'aggrava, e la febbre verminosa dicesi diventar nervosa, e vedesi spesso riuscir mortale. I vermi coll'attual filosofia non si ponno considerare che come effetto o tutt'al più complicazione e parte del morbo, ed il morbo sta nella membrana intestinale, e l'elmintiasi in essa non isviluppasi senza la condizion morbosa, che somministra un muco intestinale alterato, e lo dà per l'iperstenia delle cripte. Ecco perchè nell'elmintiasi intestinale riscontrisi, fra gli altri fenomeni, anco la lingua o villosa o punteggiata.

Nell'apprezzare questi varii aspetti del color della lingua sarà certamente frustraneo l'avvertire, che appena masticata una sostanza la lingua s'intinge del colore di quella: per lo che sarà prima d'accertarsi che questa non sia la causa dell'insolito colore, e che il malato siasi prima bene sciacquato la bocca.

Lingua aftosa.

Non è da ommettersi un'altra apparenza della lingua, che fa ch'essa chiamisi aftosa, sia cioè ricoperta qua e là da macchie bianche come vesciche, che talora si fanno nereggianti, e talora si rompono lasciando una piccola ulcera; macchie che pur si osservano alle fauci e nel restante ambito della bocca.

Produconsi queste afte da irritazioni locali per corpi masticati, o per saliva impregnata da sostanze chimicamente acri, come avviene per l'uso del calomelano. In tal caso è affezione affatto locale, e di lieve importanza clinica.

Ma tal fenomeno appare eziandio nelle affezioni acute e febbrili dello stomaco e dei polmoni, come gastro-enteriti, bronchiti, pneumoniti e tisi. Egli è funesto indizio che la flogosi è giunta ad elevato grado, e minaccia scomposizione delle parti affette.

Mobilità della lingua.

III. Veniamo ora alla mobilità abnorme od impedita della lingua. Ogni qual volta il malato stenta a porgerla, od essa stassene morbosamente contratta od è tremola, denota sconcertata azione del nervo ipoglosso che presiede alle volontarie sue contrazioni, e quindi affezione del centro onde questo nervo dipartesi, che è l'encefalo. Questo fenomeno infatti è socio o precursore del delirio, dell'encefalite, dell'apoplessia; nella quale ultima talvolta la contrazione della lingua è d'un sol lato, per paralisi del lato opposto.

Il passare delle così dette febbri gastriche e verminose nelle febbri nervose è contraddistinto dal farsi la lingua contratta o tremola. Ma se nosologica entità senza soggetto, se vana creazione di fallace teorica ha mai esistito, ella è questa

febbre nervosa, su cui tanto disputano vagamente i trattatisti, e da cui tanto teme il volgo. La febbre nervosa non ha di vero altro che le vittime ch' essa miete allorchè per tale è giudicata dal medico, e curata colle sistematiche norme della scuola. Nervose eran chiamate, per vero amor di sistema, quelle malattie che si supposero di debolezza, e quelle che essendo oscure si attribuivano al più misterioso dei tessuti. Ma l'epoca nostra ha penetrato molto più addentro in quel mistero, non già col decidere se la forma dei nervi sia tubulare moniliforme, vescicolare od invaginata, che io reputerò sempre vana ed inconcludente ricerca; ma col determinare per esperimenti sugli animali vivi, e per osservazioni patologiche, le distinte funzioni di ciascuno. Era serbato all'odierna filosofia medica sperimentale il mostrare che non v'ha meglio una febbre nervosa, che non v'abbia una febbre ossea, una febbre cellulosa; erale serbato lo sbandir questo mostro, provando che ogni malattia ha primitiva sede nei nervi; che i nervi non si ponno isolare dagli altri tessuti, ed hanno con essi comuni le alterazioni; che i sintomi così detti nervosi, relativi cioè alle facoltà mentali, ai sensi ed ai moti, esprimono lesioni materiali e vere, fugaci o permanenti dell'encefalo a cui spettano, o delle sue dipendenze. Nessuna febbre quindi traesi dietro tali sintomi e diventa nervosa, se non pel diffondersi l'affezione all'encefalo od alle sue membrane; ciò che per lo più è colpa del medico, che non attese ad impedirlo. Le febbri gastriche, verminose e biliose presso quelli che non le riguardano come gastroenteriti, ma si scagliano colle loro armi solo contro gli effetti, cioè le zavorre e i vermi, diventano frequentemente nervose, cioè si fanno gastromeningiti, gastro-aracnoiti; e troncando la vita del malato mostrano poi le cancrene, le ulcerazioni, le pustole intestinali, coll'injezione delle meningi, spandimenti sierosi, ed altre manifestissime alterazioni entro il cranio.

Le febbri reumatiche, le sinoche, presso coloro che non voglion vederle come sub-arteriti, e s'affannano a provocare nel malato quei sudori che non ponno erompere finchè la condizione morbosa non è direttamente distrutta, assumono pur esse facilmente la maschera ed il nome di febbri nervose, cioè si fanno prima arteriti vere, e poi artero-meningiti, e conducendo i malati per lo più sul fior degli anni al sepolcro, lasciano per monumento di ciò che furono le stesse anatomiche lesioni cerebrali poc'anzi rammentate, più il rossor dell'aorta, e la formazione dei così detti polipi entro al cuore. I quali monumenti se pei pratici delle passate età eran muti o non visti perchè non esaminavan molto i cadaveri, e se in essi non fu gran colpa il credere che queste malattie, di cui non vedevano reliquie manifeste nel cadavere, potessero dipendere da puro giuo-

co di forze e chiamarsi nervose; ben imperdonabil colpa sarebbe il crederlo ai moderni, presso a' quali la fisiologia mostrò come non tutti i tessuti deono alterarsi ad un modo; ed il coltello anatomico, a chi lo sappia maneggiare, svela sempre nei cadaveri assai più di quello che si cerca.

I seguaci della medica riforma hanno fatto ancor più che sbandire dalla nosologia la febbre nervosa; essi l'hanno eziandio sbandita dai letti infermi: poichè medicando a tempo il vero stato morboso, insegnano a prevenirla; ed accaduta che fosse, insegnano a più efficacemente curarla e salvarne gl'infermi. Su questo punto io non dimorerò per ora; e rientrando nell'argomento, dico che, oltre gli altri sintomi, l'ispezion semplice delle fasi che si osservano nella lingua può in questi frangenti essere opportunissima guida a ben giudicare ed a bene operare. Quella morbosa secchezza infatti che gli avrà fatto conoscere e misurare lo stato iperstenico dei vasi, e la febbre se cresce, e collegasi alla morbosa contrazione ed al tremolare, lo avvertirà che la flogosi vuol piombar sulle meningi. Così quel rossor vivo da cui ebbe ad arguire infiammato il tubo gastroenterico, al sopravvenire il tremolío o l'impotenza a porgere la lingua, mentre il dolore di capo, la confusione della mente e qualche sussulto di tendini lo conferma, è utile ammonizione al pratico che la flogosi addominale vuole estendersi alle membrane cerebrali; e prima che ciò pienamente si effettui calcherà la mano sul metodo antiflogistico, il solo che può prevenire, o debellar quando è avvenuta, questa trasformazione nervosa delle così dette febbri gastriche e reumatiche.

I sintomi del gusto pervertito od abolito, quelli del mutato volume della lingua, e gli altri indicanti alterazioni proprie della lingua stessa, non entrano nel presente argomento, essendoci prefissi soltanto d'occuparci dei segni che offre la lingua per le malattie non sue, ma d'altri organi più nascosti; e di mostrare come la lingua, anche tacendo, sia eloquente denunziatrice d'interne e talvolta molto oscure lesioni; e come il medico filosofo da quegli stessi fenomeni secondarii e consensuali, che sembrerebbero velare e nascondere, possa trar luce a compiere il più sublime ed essenziale suo officio, che è quello di conoscere le malattie in ciò che materialmente esse sono.

Agli osservatori più attenti dell'antichità non isfuggirono alcuni dei mentovati sintomi, dai quali prenunciavano talvolta i futuri eventi dei malati. Ne trovammo in Ippocrate, in Prospero Alpino, in Baglivi, e sono registrati presso i semejologisti Landrè Beauvais e Double. Avrei potuto infiorare questo mio discorso riportandone i passi; avrei potuto mostrare com'essi coll'esperienza dei

secoli sian venuti in parte a quelle conclusioni alle quali l'analisi filosofica dei sintomi direttamente conduce; come regni però fra loro ancora molta incertezza e contraddizion di dettami; come l'analisi filosofica, rettamente adoperata, possa rendere assai più breve la via, e più profittevoli i frutti dell'esperienza e dell'osservazione. Ma io tralascio questa parte per non parere di volermi far giudice di que' sommi ch'io pur venero altamente, e dai quali mossero i primi semi d'ogni medica dottrina, e per non togliere a questo mio scritto forse l'unico pregio ch'era in poter mio di procacciargli, che è quello della brevità.

CENNI STORICI

DELL'ANTICA CITTÀ DI ESTE

E DE' SUOI PRIMI ABITATORI

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XV DICEMBRE MDCCCXXIX

DAL SOCIO ATTIVO

NICOLÒ SCARABELLO

CANONICO TEOLOGALE

Este, ov'ebbi i natali, città rinomata dell'antica Venezia, meritava uno storico che ne indagasse le origini, la condizione, il progresso; e liberandola dalle favole, che travisano le primitive storie di quasi tutte le nostre città, raccogliesse e mettesse in chiaro quelle sole memorie che conducono allo scoprimento d'una verità certa, o almeno probabile. Non le mancò questo storico nella seconda metà del secolo passato; e fu somma ventura, perchè altri, che lo precedettero, non riprodussero che gli errori delle popolari tradizioni. Geronimo cognominato Atestino dal luogo ove nacque (nè si trova che avesse altro cognome), oriondo di Sicilia, d'onde era venuto fra noi maestro Alberto suo padre, valente professore di grammatica, com'è fama, è il prototipo dei nostri storici. Costui, prete e notajo, visse nel secolo quindicesimo; fece in Este lunga dimora; e scrisse due operette in prosa, da lui dette *Cronache:* l'una latina, intorno a Padova, ad Este e Venezia, che leggesi manoscritta; l'altra volgare, stampata, per quanto pare, l'anno 1480 con questo titolo: *Cronica de la antiqua cittade di Ateste.* V'hanno di lui anche alcune latine poesie non affatto prive di sapore, com'era proprio di que' tempi, altre inedite, altre edite, nelle quali celebra o la città o le gesta degli Atestini. Quella che tratta *De laudibus oppidi atestini* va annessa alla cronica. S'ignora in qual anno nascesse; e potrebbesi dire solamente che morisse l'anno 1501, se meritasse fede una la-

pide incastrata nel muro del destro fianco della chiesa di san Rocco d'Este, che in un tetrastico ne contiene l'elogio. Ma lo Scardeone pretende che morisse in Padova l'anno 1530, e fosse sepolto nella chiesa di san Michele, dove, secondo lui, per molti anni fu Curato; e un istromento di vendita del 7 Aprile 1511 ci fa sapere che in quell'anno abitava in villa di Baldovina. Si aggiunga, narrare egli stesso nella cronica latina che la rôcca di Monselice fu presa dai Francesi e dagli Spagnuoli l'anno 1511. Dunque viveva dopo il 1501; e quindi il tetrastico di quella lapide o si riferisce ad altro celebre prete Geronimo Atestino di cui non si ha memoria, cosa non troppo credibile, o in quel tetrastico v'è un grosso errore di scarpellino, che sembra più probabile. Geronimo non è storico tale, che meriti più diligenti esami per chiarire l'anno della sua morte.

Altro storico è Ippolito Angelieri, nativo di Este, che verso il 1576 scrisse un'operetta intitolata *De antiquitate urbis atestinae*, la quale per cura del P. Burgos fu stampata in Leida dal Vander Aa, ed inserita nel tomo VII. del *Tesoro delle antichità dell' Italia* del Burmanno. In ambedue questi storici trovi povertà di critica, e credulità tanto superstiziosa rispetto all'origine e ai primi fondatori dell'antica Ateste, che ognuno vergognerebbesi ai nostri tempi di citarne l'autorità.

Nè più sicura guida in queste indagini ci sarebbe Cesare Campana, che fu maestro pubblico di belle lettere in Este sul finire del secolo decimosesto, il quale nella sua orazione *De laudibus Atestinorum*, stampata in Venezia da Giorgio Angelieri l'anno 1594, se non segue in tutto gli storici Geronimo e Ippolito, sostituisce favola a favola; lodevole in ciò solamente, che pronuncia con maggiore circospezione, e come dubitando.

Quegli che può chiamarsi, ed è in fatto, il vero ed unico storico di Este, è Isidoro Alessi, del quale abbiamo un volume in folio di 754 pagine, con ricchi Indici, stampato in Padova l'anno 1776, intitolato *Ricerche istorico-critiche delle antichità di Este, Parte prima, dalla sua origine sino all'anno* 1213 *dell'era cristiana*. Questo Atestino di nobile, onesta, ma non troppo agiata famiglia, alla cui maggiore celebrità non mancò forse che una patria più luminosa e più felici circostanze, costretto per la morte immatura de' suoi genitori ad abbandonare il collegio di sua educazione in Padova, e a vivere per qualche tempo quasi fuori dell'umano consorzio in campagna presso un suo zio imperitissimo; tornato alla casa paterna di Este, sotto la tutela di un'antica domestica; solo, in età bollente, e senza governo, come per semplice impulso di

benigna natura, seppe invogliarsi sopra ogni cosa del ritiro, dello studio, della meditazione; approfittare dell'istruzione di due sacerdoti, l'uno de' quali lo instituì nell'amena letteratura, l'altro nelle scienze; far progressi meravigliosi nelle lettere italiane, latine e greche; sentire assai avanti nello studio delle leggi; e, quel che più monta, acquistare cognizioni vaste e sicure di storia antica e di archeologia. E fa stupore come in un tempo che la critica, in fatto di storia e di antichità, era pressochè bambina, egli con ajuti scarsissimi, e in così strette fortune che non gli permettevano di recarsi a visitare musei, ad esaminare anticaglie, a conversare coi dotti delle grandi città, a procacciarsi libri di molto valore, facendo campo de' suoi studii il solo territorio atestino, o poco al di là, mercè di pazienti cure e di scrupolose indagini, dirette da un giusto discernimento, introducesse nella sua opera quella critica rigorosa e finissima, che onorerebbe anche un archeologo dei nostri dì. Non pochi materiali aveva pur anco raccolti per una seconda parte, nella quale divisava di condurre le sue *Notizie istorico-critiche* sino a questi ultimi tempi; ma certe spiacevoli circostanze, quasi sempre satelliti de' begli ingegni, e l'indebolimento della vista troncarono il corso de' suoi studii. Que' materiali che avrebbono potuto giovare, comechè scarsi e manchevoli a qualche continuatore, sono al dì d'oggi perduti o ignorati, nè v'è speranza, almeno per ora, di veder compiuta la Storia di Este. Ho voluto consacrare questa pagina al merito del mio valoroso concittadino, per dare alla sua memoria giusto tributo di lode, e per aver occasione di confessare candidamente qui sul principio, che la sostanza di questo mio scritto è tratta dall'opera sua, con quelle aggiunte peraltro o rettificazioni che domandavano le nuove indagini e scoperte, non che le opinioni ch'emersero dopo di lui. Questa mia libera confessione valga a dispensarmi dal citare ad ogni passo il suo nome.

Se la boria nazionale persuase facilmente ai Romani che discendessero dagli Eroi di Troja, era ben naturale che altre città della nostra Italia, punte d'emulazione, non volessero cedere a Roma in nobiltà di origine, e vantassero a fondatori o i compagni d'Enea, o que' Greci che, tormentati dalle burrasche e bersagliati, come credevasi, dall'ira de' Numi, nel ritorno non avevano potuto afferrare i patrii lidi. Così fu; e ce ne porge nuovo esempio l'antica Ateste. Un giovine valoroso, pieno di clemenza e di civiltà, mirabilmente versato nelle greche e latine lettere, che aveva in costume di vestir lana l'inverno, e dormir sovente colle finestre aperte la state, senza timore dell'aria fresca ed umida che cola dai monti, di statura mediocre, bello di volto, di naso aquilino, di gambe

sottili, di nome Ateste; ecco (secondo lo storico Geronimo, che sembra aver conversato con lui, tanto bene il conosce) il fondatore della città che ora chiamasi *Este*. Era egli capitano degli Eneti, fuggiasco di Troja, compagno di Antenore, marito di Flavia figliuola di lui, che Eneti e Trojani affratellando cogli Aborigeni, potè edificare città grande e possente, e instituirvi pubblici giuochi a somiglianza degli olimpici, e reggerla sino all'età di cinquant'anni, in cui morì. Questa semplice narrazione basta a mostrare l'indole e la veracità dello storico. Ma egli, che probabilmente se ne avvide, appoggiolla ad un antichissimo monumento in forma di arca, dissotterrato ed esistente non si sa dove, sul quale lesse un epigramma di sei distici latini incisi in marmo bianco, che dichiara esser quella la tomba di Ateste. E perchè la soverchia prolissità e ridondanza del componimento, tanto lontana dalla succosa semplicità degli antichi epigrafisti, non togliesse credenza al racconto, nel Capo settimo della *Cronica* produsse un altro epigramma di soli due distici, che riferisce più brevemente la stessa cosa. È inutile dire che il monumento fu veduto, l'epigramma letto solamente da lui; come a lui solo era noto che ai tempi della guerra di Troja, o poco dopo, si scriveva in versi latini colle frasi, se non col gusto, del secolo d'oro.

L'Angelieri segue l'opinione di Geronimo, e vi aggiunge del proprio: che Ateste era di schiatta regale, figlio di Licaone Trojano, e di Laotoe figlia del Re dei Lelegi; che fabbricossi la città fra l'Adige e il Brenta; che la chiamò *Ateste* dal proprio nome; come ne chiamò *Licaonio* il territorio da Licaone suo padre, ed *Enezia* la provincia degli Eneti suoi compagni. Scriveva egli queste cose verso il 1576; e per darvi colore di verità cita egli pure alcuni versi del poeta Volusio, spacciato per Padovano, tratti da quegli *Annali* che offendevano tanto le narici di Catullo, scoperti, come asserisce, non era molto, nella Biblioteca Vaticana, che narravano tutte queste particolarità. Ma i citati versi di Volusio, soggetti allo stesso destino del monumento di Ateste, non furono a cognizione che del solo Angelieri; il che vuol dire, che l'uno e gli altri meritano la stessa fede.

Cesare Campana, che nominai di sopra, più circospetto, non però disposto a combattere le narrazioni di Geronimo e dell'Angelieri, perchè scolpite, come dice, già da gran tempo nella mente di tutti, deduce l'origine di Este da Dardano, che dalla Frigia, dov'era rifuggito, recatosi nuovamente in Italia, si stabilì cogli Euganei in queste contrade dugento e settant'anni prima della venuta di Antenore co' suoi Veneti; la quale opinione ha per base, secondo lui, l'auto-

rità di scrittori diligentissimi, e degni di fede. A quali scrittori accenni, no 'l saprei indovinare; se non fosse il famoso impostore Annio da Viterbo, assai più favoleggiatore che storico, al quale nessuno vorrebbe affidarsi in tali materie. So anch'io che una tradizione antichissima, non contraddetta da' fatti, merita rispetto; e per questa ragione lo Scardeone, il Pigna, il Pignoria, l'Orsato non ebbero difficoltà di adottarla: ma se la tradizione non è rafforzata nè da monumenti, nè da scrittori autorevoli, nessuno certamente a questi nostri giorni vorrebbe farsene mallevadore. Commendatissimo fu perciò il consiglio dell'Alessi di non permettere che nella Piazza Memmia, ossia Prato della Valle di Padova, si ergesse una statua al supposto fondatore di Este, come, dopo quella di Antenore, altre se n'erano erette ai fondatori supposti d'altri paesi della provincia; chè, dove tutto è storia, non deve aver luogo nemmeno il sospetto della favola. Io nel cercare brevemente le origini della mia patria intendendo di sceverare il vero dal falso e dal puramente probabile, seguirò il metodo dell'Alessi, appoggiandomi, ove mi sia dato, a fondamenti sicuri.

Che la moderna Este sorga ivi stesso dove sorgeva l'antica Ateste, (chiara negli scritti di Plinio, di Tacito, di Tolommeo) salve le picciole mutazioni che avvengono in lunga età, sembra renderlo indubitato il concorde sentimento degli eruditi; e, quel che più monta, l'autorità irrefragabile dei monumenti. Taluno più sofistico che ragionatore prese motivo di dubitarne, perchè, nell'Itinerario attribuito all'imperatore Antonino, Ateste vien situata a 25 miglia da Patavio, ora Padova, mentre non lo è che sedici circa. Ma omettendo di osservare che lo stesso dubbio per la medesima ragione si potrebbe muovere anche intorno a Padova, risponderò: che nell'Itinerario si parla di miglia romane; che il miglio romano, com'è noto, era un quinto più corto del nostro miglio; che l'antico Patavio aveva un circuito assai più ristretto, che non ha adesso; e che per ciò, volendo stare alla fede di quello scritto, fra Patavio ed Ateste non vi sarà stata che la distanza di venti miglia moderne. Che se la misura cresce ancora di qualche miglio, ciò dee provenire o dall'inesattezza dell'Itinerario già notata in varii luoghi, o dalla qualità delle misure che non furono sempre costanti nemmeno in Roma, o da qualche più ampia curva o tortuosità che facesse la strada da Ateste a Patavio a cagione di que' bacini di acqua stagnante che dovevano formarsi dalle acque piovane discese dai colli, e probabilmente mancanti a que' tempi di pronto sfogo. Che che peraltro sia di ciò, è certo che negli scavi che si sono fatti e si fanno tuttavia nel suolo della moderna Este, tali monumenti si rinvennero e si rinvengono tutto dì così ricchi e luminosi,

da non potersi porre in dubbio ch'ivi sorgesse ai tempi di Roma la città detta *Ateste*, e che quella medesima non fosse l'antichissima ricordata dagli scrittori latini.

Tutto il terreno occupato da Este, e che le si stende intorno a qualche distanza, non eccettuate alcune falde dei colli, e in ispezialità quella porzione che, dalla piazza prolungandosi al Sud-Ovest, li costeggia, trovasi misto d'ogni maniera di vecchie rovine, cioè di mattoni, di embrici, di tegole, di sassi lavorati, di rocchi di colonne, di basi, di capitelli, d'acquedotti, di doccioni, di frammenti di statue, e non di rado di porfidi, di serpentini, e di verdi antichi. Apparvero in parecchi luoghi selciati di ampie strade, e pavimenti di mosaico a vago e variato disegno, che adornavano al certo o templi, o altri nobili edifizii; ed uno ne fu scoperto anche ultimamente nello scavare le fondamenta del nuovo teatro, di cui se n'è conservato un pezzo; e delle pietruzze bianche e nere, che si rinvennero slegate, s'è formata l'arma della Comune, che vedesi sopra la porta del Palazzo comunale. E giova osservare, che ivi presso correva la pubblica via, nella quale erano visibili le rotaje delle vetture. Pochi anni sono, lavorandosi la nuova strada da Este a Lozzo, si sono dissotterrati alcuni oggetti di antichità non dispregevoli, ch'io ho potuto vedere presso l'Ingegnere direttore di quel lavoro signor Bertolo: una bellissima coppa intatta di grosso vetro azzurro a costole, molata e pesante; una spezie di patera, con materie che mi sembravano cibi disseccati; alcune spille d'osso verdastre; alcuni oggetti d'uso domestico, lavorati al torno; moltissimi vasi di vetro di varia grandezza, forma e colore; e simili altri stromenti e utensili di casa. Fra le lucernette che conservava quel signor Ingegnere, due ve n'aveva singolari pel rilievo. Vedesi in una effigiata l'aquila che adunghia i fulmini; nell'altra due figure nude, di sesso diverso, rappresentanti la così detta dai Greci *Venere peribasia*, dai Latini *Venere pendula*, descritta tecnicamente da Petronio e da Apulejo, poeticamente indicata da Orazio e da Giuvenale. Ma più degno di osservazione è un idoletto femmina di bronzo, nudo, alto due pollici circa, mal disegnato e rozzamente eseguito, che direbbesi rappresentare *Venere vincitrice*, perchè tiene un pomo nella sinistra; la quale statuetta è da tenersi in qualche conto da chi indaga le origini d'Este, perchè è noto che Venere rappresentata in tal modo aveva culto particolare dai Frigii e dai Lidii. Ometto altre simili scoperte, che sono in assai maggior numero; bastando le fin qui riferite a mostrare che le antiche, avvalorate dalle recenti, non lasciano dubitare che dove sorge la moderna Este, ivi sorgesse l'antica Ateste.

E questa Ateste, secondo tutte le apparenze, bagnata era dall'Adige, che la chiudeva a Mezzodì, come i monti a Tramontana; situazione eccellente in guerra e in pace, per la difesa e per la prosperità del commercio. Che l'Adige nel suo antico cammino, diverso da quello che tiene oggidì, disceso dal Tirolo e da Verona si avvicinasse ad Ateste e la radesse, proseguendo quindi verso Levante per isgombrarsi nell'Adriatico, è tradizione antichissima, alla quale se non dà troppo peso l'autorità di Geronimo e dell'Angelieri, storici assai creduli, come vedemmo, ve lo può dare Andrea Nicolio e il conte Carlo Silvestri, scrittori assai giudiziosi; il primo de' quali nella sua Storia di Rovigo, ed il secondo nella Descrizione delle paludi adriane, ci narrano che questo fiume dai monti di Breno scendendo giù per Trento e Verona, portavasi a Montagnana, indi a Este, e di qua volgeva alle paludi della Brenta a formare il porto di Brondolo; opinione abbracciata anche da quel culto ed acuto ingegno che fu il conte Cammillo Silvestri. Giova avvertire, per togliere equivoco, che il succitato Nicolio all'Adige, così comunemente chiamato, dà il nome di *Atriano*. A quali antichi documenti si riferissero questi due storici per così francamente pronunciare, no 'l saprei dire; perchè Silio Italico, Plinio, Tolommeo, ed altri antichi, accennando al corso dell'Adige, non dicono che toccasse Ateste: il qual silenzio se non distrugge l'autorità della tradizione, perchè nè di tutti i luoghi per dove passava essi volevano discorrere, nè occorreva loro di nominare la città di Ateste, la lascia almeno nella prima incertezza. Ma l'Alessi, bramoso di avvalorarla coi fatti, si mise in animo d'investigare se tuttavia rimanessero vestigi di questo antico corso dell'Adige; e fattosi a rivedere i luoghi tutti pei quali dal Veronese poteva torcere verso Este, colla sua instancabile perseveranza e col suo finissimo avvedimento trovò tali tracce d'un gran fiume, cioè sabbie, rimasugli di grossi argini, letto così certo e continuo, da poter asserire con intimo convincimento essere stato questo l'antico letto dell'Adige. La diligenza di tali indagini e l'esattezza della conclusione non potendosi apprezzare se non da chi si conosce de' luoghi, io rimetto i curiosi all'opera del mio storico, e riferisco solamente com'egli ne abbia segnato il corso.

L'Adige giunto ad Albaredo, villaggio del Veronese, invece di volgersi verso Legnago, come fa adesso, passava per la Cuca, per Sabbione, per Montagnana, Saletto, Vallancone, sino ad Este; e di qua piegando ad Oriente pel Deserto, per Sant'Elena, per Solisino, giungeva alla Stanghella, dove se ne perdono affatto le tracce. In tutti questi luoghi strisce lunghissime di sabbia, poste il più delle volte fra terre fertili e di qualità ben diversa, pezzi di grosse sponde,

basse falde fiancheggiate da altre più elevate, e simili varietà di suolo, accusano il letto del fiume; e queste osservazioni dell'Alessi sono così accurate e giudiziose, che due celebri scrittori venuti dopo, il nostro ab. Gennari nella sua operetta *Dell'antico corso dei fiumi in Padova e ne' suoi contorni ec.*, e il conte Jacopo Filiasi nelle sue *Memorie storiche dei Veneti ec.* non ebbero difficoltà di convenire con lui. Non convengono per altro circa il corso d'un altro ramo dell'Adige. Correva una vecchia opinione, che l'Adige giunto in Este, o poco prima di giungervi, si partisse in due rami; che andasse coll'uno direttamente al mare per la via che ho segnata, e coll'altro entrasse nella pianura detta in antico *Eliconia*, ora *Calaona*, prolungandosi verso Tramontana alle radici dei colli, da cui si spandesse per quelle vallate che separano i monti padovani dai vicentini, senza però che se ne sapesse indicare la uscita. Di ciò mostrasi persuaso anche l'Alessi. Ma il Gennari, e spezialmente il Filiasi, avviserebbono che questo secondo ramo si staccasse dall'Adige presso a Saletto, tre miglia di sotto a Montagnana; che penetrasse bensì fra gli Euganei per la Calaona, ma che di là torcesse il suo corso fra Monte-ricco e il Monte-delle-vigne, e piegasse a Monselice; e scorrendo lungo Pernumia, Carrara, Bovolenta, si scaricasse nella laguna di Chioggia. Della quale opinione si fa il Filiasi forte sostenitore, per chiarire cosa si fosse e per dove passasse quel celebre *Togisonus* di Plinio, fiume o torrente che fu del Padovano, di cui non rimane più traccia, e il cui solo nome è soggetto di parecchie sottilissime e vane quistioni. L'Alessi per lo contrario, non trovando segno di questo torcimento dell'Adige verso Monselice, crede più verisimile che il secondo ramo inoltratosi fra i monti vicentini e gli euganei, si congiungesse colle acque del territorio di Padova nelle paludi che giacciono di là dai monti, e con esse andasse al mare. Questo antico corso dell'Adige conservato nelle tradizioni, accennato da qualche storico moderno, confermato dalle indagini dell'Alessi, riceve una pruova di fatto dalla qualità dei sedimenti che si scoprono presso e all'intorno di Este. Il nostro collega ch. prof. Catullo nella sua Memoria intitolata *Osservazioni sopra i terreni postdiluviani delle provincie austro-venete ec.*, pubblicata l'anno 1834, assicura che in una gran parte del suolo estense i sedimenti che si trovano alla profondità di pochi piedi sono sedimenti dell'Adige. « Comechè sembrino (così egli) a prima giunta simili ai sedimenti » del Brenta, si lasciano però facilmente distinguere per la maggior copia di mica » che vi si osserva frammista, e perchè assaggiati coll'acido acetico compariscono » meno calcariferi di quelli che coprono le sponde del Brenta. » Soggiugne poscia:

« Ciò che sembrerà più strano si è, che negli scavi fatti l'anno 1833 in San » Pietro Montagnone si trovò alla profondità di circa tre piedi uno strato di » argilla palustre, e sotto di questo un letto di sabbia sparsa di un'infinità di » picciole pagliette di mica, somigliante in ciò alla sabbia dell'Adige, con cui » può essere da ognuno scambiata. Dal vedere queste sabbie in San Pietro Mon- » tagnone si può formare il concetto che l'Adige in epoche lontane, giunto ad » Este, passando fra Lovertin e i monti euganei, piegasse alle Frassenelle, e » per la pianura di San Pietro Montagnone voltasse con moto retrogrado a » Monselice, e di là per la Conselvana si perdesse nella Padusa; attesochè in » tutti questi luoghi l'ingegnosissimo signor Giuseppe Japelli trovò il fondo » fluviatile dell'Adige ora a cinque, ora a sei piedi di profondità. »

Di questo moto retrogrado dell'Adige verso Monselice, che mi pare assai violento, non farò parola; e tanto più che le sabbie, non fiancheggiate da sponde, possono bensì fare testimonianza del passaggio d'un dato fiume per un dato paese, non già segnarne il corso rigorosamente; essendochè gli straripamenti e le inondazioni cagionate da piene eccessive e da rotture d'argini possono portar le sabbie, e deporle a molta distanza dall'alveo. Riconosciuto quindi coll'Alessi quel corso e quella divisione dell'Adige, che non ammette dubbio, ripeterò circa alle altre quistioni incidenti le saggie parole del Filiasi (1), che l'*indovinare il corso dei fiumi del Padovano, è quasi come volere spiegare i geroglifici dell'Egitto.* Dirò adesso come e perchè l'Adige a' tempi posteriori cangiasse corso, attenendomi anche in ciò al mio storico, che si fa forte dell'autorità di Paolo Diacono (Lib. 8. Cap. 11.)

L'anno 589 dell'era nostra, nel mese di Ottobre, piovve in Italia così stemperatamente, che tutti o quasi tutti i fiumi rigonfiati all'eccesso trariparono, allagando in ispezialità le ricche pianure dell'Insubria e della Venezia. Anche l'Adige squarciò gli argini presso alla Cuca, e inondò tutto il basso Veronese e il Padovano sino a Brondolo. Autari re dei Longobardi, signore allora di questi paesi, trascurando per fini politici di racconciarne la squarciatura, lasciò che si dilatasse per modo da rendere impossibile qualunque ristauro. Andò quindi vagando l'Adige per varii secoli in quella tenebría de' bassi tempi, sino a che si scavò nuovo letto egli stesso dove maggiore era la pendenza. Fu allora che restarono asciutti i due alvei che passavano presso Este, e che tenne il fiume per andar al mare quella via che tiene a' dì nostri. E a Dio non piaccia che

(1) *Memorie storiche dei Veneti primi e secondi.* Tom. I. pag. 265.

quello sdegnoso, cangiata omai la pacatezza di fiume in furor di torrente, non si ribelli una volta all'umana industria, che lo trattiene quasi sospeso e puntellato in aria, non trabocchi; ed avvicinandosi maggiormente alla linea retta, affretti forse col Pò un'unione, che cangerebbe in un'immensa palude la porzione più ricca e più fertile delle nostre provincie. Dall'Adige vogliono alcuni che prendesse il nome di *Ateste* la nostra città; lo negano altri, perchè negli antichi monumenti leggesi *Ateste*, e non *Atheste*, come dovrebbesi leggere se derivasse da *Athesis*. L'Alessi è di questo secondo avviso, nè sarebbe lontano dal supporre che gli Euganei scacciati dagli Eneti, e confinati sui monti, costrutta avendo alle falde questa città per sicurezza loro, le abbiano dato il nome di Ἀτέστη, da ἀτέειν, non curare; quasi volessero significare, che non curavano la patita violenza per la bella e sicura città che s'erano fabbricata. Un simile motivo diede il nome a Posilippo, e a qualche altro luogo moderno. Graziose congetture; ma chi dirà che s'appongano? Io le abbandono, e seguirò a dire esser facile anche adesso riconoscere e determinare il sito dove sorgeva l'antica città almeno ai tempi di Roma. Tutti sanno che i sepolcri per legge dovevano esser posti fuor delle mura, e che i templi al contrario e gli altri nobili edifizii stavano al di dentro. Con queste due cognizioni di fatto si rileva che Ateste giaceva, come ho accennato qui sopra, tra i monti e l'Adige; ch'era di figura bislunga; che, seguendo la direzione dei monti, prolungavasi più a Occidente che a Oriente; che due strade principali, fiancheggiate dai sepolcri, conducevano l'una verso Vicenza, l'altra verso l'Adriatico. Quali altre strade avesse, quali porte, quali ponti sull'Adige, lo narra con molta buona fede, anzi con molta vivacità d'immaginazione, l'atestino Geronimo; ma il suo bel dire non appaga chi ama storia, non poesia. E della sola storia appunto mi fo sollecito, per indagare i primi abitatori del mio suolo natale.

Tutti i paesi conosciuti dalla storia portano in fronte dei loro annali gli Aborigeni, che equivale ad Indigeni, cioè quella gente ignota che gli stranieri, abbandonando le patrie contrade per fuggir civili discordie o carestie, o per migliorar condizione, trovarono congregata in tribù o nazioni nei luoghi ove fermarono stanza. Chi fossero questi Aborigeni e d'onde venissero, è come un mistero, chè le fitte tenebre della rimotissima antichità non hanno scintilla di luce che favorisca le indagini. Virgilio (*Æneid.* Lib. 8. v. 315), parlando dei prischi abitatori del Lazio, potè dire bellamente, per esprimerne con poetica frase la ruvidezza del corpo e la stupidezza dello spirito, ch'erano ivi nati dai tronchi e dalle quercie: *Gensque virum truncis et duro robore nata;* ma chi

tra i recenti volle investigarne l'origine e la provenienza, o pose il piede in un labirinto da cui non potè uscire che a volo, o immaginò ipotesi quanto ardite, altrettanto gratuite, che troncano il nodo, non lo sciolgono. Sceverando le immaginazioni dai fatti, noi troviamo questa sola verità storica, che gli Aborigeni seminati per ogni dove non differivano dai loro ospiti forestieri che nel linguaggio, nella rozzezza, nel genere di vita rigida e semibarbara, e che sono scomparsi a mano a mano che unioni di popoli conosciuti cominciarono ad aver comune con essi la patria, il nome, la religione, gl'istituti, gli usi.

Qual poi de' popoli conosciuti che emigrarono d'uno in altro paese, a speranza di miglior condizione, fosse il primo a recarsi in qualche determinato luogo, a fermarvi dimora, a fabbricarvi città, a spargervi i primi semi d'incivilimento, è questa un'altra indagine molto astrusa e intralciata; perchè la storia uscita appena dal caos degli antichissimi tempi non potendosi sgombrare tutto in un tratto d'attorno la prisca caligine, trovasi in uno stato d'incertezza e di dubbio. Non v'è erudito che ignori le moltissime emigrazioni degli antichi, le varie e spesso discordi opinioni che portarono gli scrittori a loro riguardo, e i pochi e quasi nulli progressi che fece la storia sorretta da questi soli sussidii. Io non mi farò a ripetere quanto si disse e si esagerò sui primi abitatori delle nostre contrade, e riferirò solamente le opinioni del signor Micali, perchè Italiano, perchè versatissimo in questi studii, ai quali dedicò la maggior parte della sua vita; perchè nell'applaudita sua opera *Storia degli antichi popoli italiani*, ch'ei riprodusse in Firenze rifusa piucchè corretta l'anno 1832, potè esaminare e discutere le opinioni di quanti lo avevano preceduto.

Uno dei fatti più certi dell'antica storia, dic'egli, è la venuta e la dimora dei Greci nell'Italia meridionale. Dopo la guerra trojana, che fu la gran lotta dell'Asia coll'Europa, molti Greci fuggiaschi, qualunque ne fosse il motivo e l'epoca, pigliarono terra in Sicilia, in Cuma, nelle isole vicine; si stesero nel Continente; cacciarono gl'indigeni di razza osca, abitatori delle falde dell'Appennino, sulle montagne; e dilatandosi a mano a mano lungo le due riviere inferiori del Tirreno e dell'Adriatico, ne occuparono tutto il paese che denominarono *Magna Grecia.*

Questi Greci, più svegliati certamente e più colti degl'indigeni, divulgarono i primi le notizie di que' paesi; ma essi e i loro discendenti, caldi la fantasia, amanti del meraviglioso, abbastanza vani per dividere tutto il mondo in greco e in barbaro, e per attribuire la civiltà dell'umana spezie ed ogni cosa onorifica a loro soli, mescolarono molto di falso a poco di vero; e travisate così le

origini dei nostri popoli e delle nostre città, ridussero la storia a poema. Ogni città della Magna Grecia ebbe a fondatore un Semideo: Nestore, a cagion di esempio, Diomede, Idomeneo, Filottete, Epeo, ed altri venuti di Troja coi loro prodi. Ma queste sono fole, dice il signor Micali, come lo è il viaggio dei Licaonidi pei nostri paesi diciassette generazioni prima della guerra trojana. L'estensione geografica della Magna Grecia non è bene determinata (e fa meraviglia come il Micali avanzi questa proposizione dopo quello che ne scrissero il Romamelli, il Masocchi, e principalmente il cav. Francesco Maria Avellino (1)); ma certo è che la nostra Italia superiore, co' suoi lidi, poco era nota a que' Greci, perchè temevano di avventurarsi all'Adriatico, infestato dalle procelle e dai pirati illirii e liburni. Nulladimeno, come per vanità accomodarono i nomi dei popoli e dei luoghi da loro abitati all'analogia ed al suono della greca favella, chiamando *Tirreni* ed *Ausonii* i Ra-seni, gli Aurunci, gli Osci: così cangiarono anche i nomi dei luoghi che non avevano mai veduti o abitati; ed appellando alla loro foggia città, provincie, mari, fiumi, empirono di ellenismi tutta Italia. L'Italia superiore, secondo le più antiche tradizioni storiche riportate da Livio, fu posseduta prima dagli Euganei, poscia dagli Eneti, ossia Veneti. Cercare l'origine d'ambedue questi popoli è opera affatto perduta; chè ignoto è chi fossero, e d'onde venissero. Il nome d'*Euganei* suona greco; ma l'ebbero probabilmente dai greci scrittori venuti dopo. Secondo Livio, gli Euganei stanziarono tra le Alpi Rezie ed il mare; e se nei tempi posteriori sino all'epoca di Augusto li troviamo posti stabilmente fra l'Adige e il lago di Como, ciò fu perchè mutarono luogo scacciati dal popolo prepotente ch'ebbe il nome di *Veneti*. I colli del Padovano, che tuttora si dicono *Euganei*, non lasciano dubbio che questi popoli non vi abbiano fatta lunga dimora. È parimente incerto d'onde venissero gli Eneti, ossia Veneti, vincitori degli Euganei, discordi essendo tra loro i greci scrittori. Erodoto, il più antico che faccia menzione degli Eneti, li colloca fra gl'Illirii: stando però alle relazioni dei navigatori focesi dell'Ionia, che primi, secondo lui, scoprirono l'Adria e la Tirrenia. Furono i Greci posteriori ad Erodoto che fecero viaggiare nelle nostre terre Antenore co' suoi Trojani, e con una moltitudine di Eneti della Paflagonia. Ma qui pure c'è diversità di pareri. Se Sofocle nella presa di Troja riferisce come storia il viaggio di Antenore, Polibio dice che i tragici favoleggiarono assai intorno ai Veneti. Chi narra il fatto diversamente; chi dà una porzione della

(1) *Saggio sull'estensione della Magna Grecia ec.* Inserito nel Tom. 2. pag. 281-316 degli *Atti della Società Pontaniana di Napoli.*

Venezia a Diomede. I cronisti romani, non tenendo verun conto del figlio di Tideo, accolsero ed amplificarono la grata novella della venuta di Antenore e degli Eneti Paflagoni nel seno adriatico, dove vinti e spazzati gli Euganei, presero in comune il nome di *Veneti.* Così narrava Catone, detto da Dionigi di Alicarnasso diligentissimo ricercatore delle origini delle città italiane; ma Plinio, che ne riporta l'autorità, e Quinto Curzio e Strabone non se ne mostrano persuasi; anzi quest'ultimo ama meglio credere originati i Veneti dalla Gallia Celtica, ovvero dai Veneti dell'Armorica alle rive dell'Oceano. È noto a tutti il racconto di Livio (Lib. 1.). Il grande storico di Padova ne festeggia il fondatore Antenore, e dà tutta l'aria di verità al suo dire con questo principio: *jam primum omnium satis constat etc.;* e questo racconto, sì per la riputazione di Livio, sì per l'autorità di Catone, di Trogo Pompeo, di Polibio, di Cornelio Nipote, che sembrano avvalorarlo, si tenne, se non per certo, almeno probabilissimo, anche dall'Alessi e dall'ab. Gennari, ultimi scrittori delle cose nostre. Il signor Micali però lo reputa favoloso, asserendo che Livio abbia riprodotta questa vana pompa cittadinesca per sola storica adulazione. Quindi più ragionevole gli sembra l'ipotesi, che i Veneti fossero montanari delle Alpi Carniche, che discendessero sul piano posto fra i monti e il mare, e che, spinti verso Ponente gli Euganei, si mettessero in loro luogo. Ciò è conforme a quanto scrissero Dione Grisostomo e Polibio; il primo de' quali nell'orazione intitolata *Iliaca* dice che i Veneti dimoravano in Italia molto prima della supposta venuta di Antenore; e afferma il secondo, ch'erano popoli antichissimi. Da questo breve compendio apparisce essere, non dirò opinione, ma credenza del Micali, che l'Italia meridionale bensì, non già la settentrionale, sia stata abitata anticamente dai Greci; ch' essi poco o nulla conoscessero le nostre contrade settentrionali, comechè accomodassero per vanità nazionale al loro linguaggio i nomi delle città, dei fiumi, dei monti che per avventura venuti erano a loro cognizione; che abitatori di questi paesi sieno stati prima gli Euganei, poscia i Veneti, ambedue popoli di razza ignota, ma non già Greci; che i Veneti probabilmente siano montanari delle Alpi Carniche, lusingati a discendere dalla ubertà del nostro suolo. Così discorrendo il signor Micali fa scomparire dall'Italia tutti i greci eroi fondatori delle città italiche, e principalmente il nostro trojano Antenore. Di questo e di tutti gli altri guerrieri di Troja non mi cale gran fatto. Parmi solamente di poter asserire, contro l'opinione del celebre scrittore fiorentino, che Ateste, comechè situata nella parte settentrionale d'Italia, o fondata fosse dai Greci, od abbia avuti i Greci a primi abitatori, senza

curarmi di popoli sconosciuti che prima di loro l'avessero o fabbricata o abitata, dei quali non resta traccia. Io mi appoggio all'autorità dei monumenti, che in tanto labirinto di opinioni sola mi può porgere un qualche filo; e perchè si tratta di cose nostre, oso sperare che non vi riesca discaro udire come e dove furono rinvenuti.

L'anno 1709, scavandosi profondamente in una campagna del nobile veneto Contarini presso di Este in un luogo, secondo ogni apparenza, compreso tra l'antico corso dell'Adige e i monti, si trovò dieci piedi sotterra una gran massa di marmi di varia forma e grandezza confusamente ammucchiati, colonne rotte, basi, capitelli, cornici, teste e membra di statue, e simili altre anticaglie. Nessuno allora si diede cura di conservarne memoria, e molto meno d'indagarne l'importanza. Ma l'Alessi nato poco dopo quel tempo, posto ch'ebbe amore in questi studii, interrogò un vecchio villico operajo che fu in quello scavo, e intese da lui che que' marmi erano stati raccolti nel cortile del Nobil Uomo, i più piccioli trasferiti a Padova, i più grandi lasciati là alla rinfusa; e intese di più, che un grossissimo marmo, cui era affisso un anello di ferro, e che portava, secondo il villico, un'iscrizione, non potè estrarsi per la gran mole, comechè vi si fosse applicata la forza di più paja di bovi; tanto era pesante! E qui vi dirò di passaggio, Signori, che il ch. nostro socio cav. Galateo, ed io con lui, in tempo che facevamo dimora in Este ci recammo un giorno a investigare questa mole tanto ritrosa per iscoprirla, e poscia tentare se vi fosse prezzo dell'opera di trarla alla luce con quegl'ingegni che avrebbe saputo applicarvi il peritissimo Cavaliere Colonnello del Genio; ma circostanze non prevedute ci fecero desistere da un'impresa che forse non si tenterà mai più. Quanto ai marmi più voluminosi rimasti in Este nel cortile Contarini, si sa che di alcuni pezzi si costruirono i sei gradini dell'altar maggiore della chiesa dei PP. Minori Osservanti, e sono quelli che si vedono pure oggidì; e si tiene ancora per certo, che d'altri pezzi donati alle Monache di san Michele si costruissero i gradini del loro altare maggiore, que' medesimi che vi sono al presente. Qual uso siasi fatto degli altri è ignoto. Dei marmi trasferiti a Padova ci lasciò qualche notizia il conte Cammillo Silvestri, ma più dolorosa che lieta, perchè il pregio di due illustrati da quell'erudito ci fa sospettare perdite di sommo valore in que' che perirono. Narra il Silvestri la storia dello scavo presso a poco come narrata l'aveva il villico all'Alessi, se n'eccettui l'anno, che, secondo il Silvestri, fu il 1710; secondo l'Alessi, 1709: e quest'epoca senza dubbio dev'esser la vera. Soggiunge poi: che i pezzi di minor mole furono acquistati da un ta-

gliapietra di Padova, che abitava al Ponte di legno; che molti mesi dopo, quando colui ne aveva già guasti e difformati e posti in opera parecchi, certo amatore di antichità Carlo Torta, venutone in cognizione, comperò tutti quelli che erano ancora intatti, e potevano contribuire alla sua erudizione; che alla sua morte, avvenuta l'anno 1712, li lasciò per legato al Silvestri medesimo, che trasferilli in Rovigo sua patria. Ciò narra il Silvestri in una Dissertazione latina, colla quale illustrò il marmo più importante, pubblicata in Roma dopo la morte di lui da Giorgio Placo l'anno 1720, accompagnata da un'altra dell'ab. Biagio Garofalo napolitano, e da una terza di Gio. Maria Lancisi protomedico di Clemente XI.; tutte e tre sullo stesso soggetto. Giova adesso conoscere il marmo.

Presenta esso un basso-rilievo greco, nel quale davanti ai simulacri di Castore e Polluce sta ritto un uomo con una patera in mano, ed un porcello a' piedi. Posano sopra un'ara due grandissime anfore, all'una delle quali si accosta come per lambirne l'estremità superiore una serpe. In disparte galleggia una nave sulle acque; più addietro quattro uomini ignudi sono come giacenti sul lido; finalmente appariscono due finestre ed altri segnali d'un tempio. Nel lembo inferiore del marmo sta scritto grecamente αΡΓΕΝΙΔΑΣ ΑΡΙΣ-ΤΟΓΕΝΙΔΑΙ ΔΙΟΣΚΟΡΟΙΣ, *Argenida di Aristogenida ai Dioscori;* sotto l'uomo che offre la patera ΕΥΧΑΝ, *voto;* e sotto alle finestre la voce mezzo corrosa..... ΚΕΙΟΝ, che nella sua interezza sarà stata ΑΝΑΚΕΙΟΝ, *anaceo,* cioè tempio dei Castori, perchè a Castore ed a Polluce davasi anche il titolo di *Anaci* principi. Greco è questo monumento, nè si può dubitare che collocato fosse in un tempio dedicato a Castore e a Polluce, e che ve l'avesse posto Argenida per voto, probabilmente per aver superata una pericolosa navigazione, come sembrano indicare i quattro uomini gittati nudi sul lido. Il tempio non doveva sorgere precisamente là dove si scopersero le rovine, chè ivi non era vestigio di muraglia, ma poco più lungi; e, per quanto pare, sopra un'eminenza vicina, che forse sarà stata una sponda dell'Adige. Se la vendetta ostile, o la barbarie, o la furia del fiume l'abbia atterrato, non è a cercare. Osserverò invece: che Castore e Polluce sono divinità greche; che vestite sono alla greca, con berretti simili a gusci d'uovo; che vestito alla greca è pure Argenida, in atto di sacrificare, a capo scoperto, e con tunica senza maniche, corta, che copre appena il ginocchio, e lascia vedere la nudità delle gambe. Vestito com'è alla greca, in greco monumento, davanti a due greche divinità, dev'esser Greco egli stesso; e perchè non può essere che sua patria la città nella quale dopo la navigazione aveva sciolto il voto, ne viene per legittima induzione che Ateste

fosse città de' Greci. Il Silvestri era prima di questo avviso; ma la prevenzione che i nostri paesi sieno stati popolati dai compagni di Antenore, lo indusse poscia a credere che tali monumenti significassero lo stabilimento degli Eneti e dei Trojani. L'Alessi combatte questa opinione con forti ragioni, ch'io peraltro non riferirò alla distesa, non essendo lecito ad una Memoria entrare in esami troppo prolissi e particolari. Dirò succintamente con lui: che il vestito dei Trojani, per varii rispetti, diverso era da quello dei Greci; che Argenida è vestito alla greca, e non già alla trojana. E poi soggiungo: essere affatto inverosimile che una colonia trojana tenesse per divinità due uomini che avevano combattuta la sua capitale, e gli onorasse con templi e con sacrifizii, essi tuttora viventi, o morti di fresco.

Altro monumento greco riferisce il Silvestri nella sua Dissertazione, rinvenuto fra quelle pietre medesime, e scavato come l'altro a dieci piedi di profondità. È un marmo bianco, alto poco più d'un piede, largo più di mezzo, colla base scorniciata, e col frontispizio spezzato nell'angolo superiore; ed ha questa iscrizione: ΦΙΛΙΣΤΑ ΔΙΟΣΚΟΥΡΙΔΟΥ ΧΡΗΣΤΗ ΧΑΙΡΕ, *Filista di Dioscoride ottima addio.* Dopo la morte del Silvestri il dotto e scaltro Scipione Maffei se li procacciò questi due marmi, e ne adornò la sua collezione di Verona, ed illustrolli, senza indicare il luogo dove furono disseppelliti; come si vede a pagina 47. n.° 7., e a pag. 61. n.° 1. del *Museo veronese.* È una vera calamità letteraria che alcuni paesi o città, per una tal quale incuria che tiene del barbaro, si lascino guastare o rapire monumenti preziosi, che meritano di vivere per la storia nel luogo ove furono rizzati. Qual dispendio porta alle Comuni la conservazione di alcune lapidi in luogo decente, o quale utilità porta un sasso ad una famiglia? Il *Museo veronese* non menerebbe vanto sicuramente dei nostri marmi, se a que' tempi vivuto fosse l'Alessi, o quell'egregio Podestà di Este, che secondato da' suoi volonterosi concittadini va raccogliendo, a decoro suo e della patria, i dispersi monumenti, e dà loro ricovero opportuno e sede stabile nella sua città, e li difende così dagl'insulti dell'intemperie e dell'ignoranza. Tra i frammenti delle statue che ivi stesso si discoprirono, osservò il Silvestri un piede di Pallade colle unghie della civetta; un Giove sedente, simile (dic'egli) a quello che vedesi nelle medaglie di Domiziano, di Marc'Aurelio, di Commodo; ed altri cotali oggetti di culto religioso, i quali, colla statuetta di *Venere vincitrice* ultimamente scoperta, avvalorerebbero la opinione che Ateste fosse città di Greci, se altri popoli non ne avessero adottate le divinità. Ma, per non incorrere la taccia di troppo credulo, abbandonerò

tali oggetti di culto; e accennerò invece due altri bassi-rilievi di greca origine, in marmo bianco finissimo: l'uno scavato in Este, e conservato per molti anni nel giardino dei nobili uomini Pisani, ma trasferito poscia dalla nobil donna Chiara Pisani-Barbarigo nel suo più grandioso giardino presso di Strà, dov'è tuttora; l'altro scavato in Monselice, distante sole cinque miglia da Este, il qual marmo vedevasi ancora non ha molto presso le Sette Chiese, al principio della lunga scala che conduce alla cima del monte, ma che a questi dì fu smosso dal suo luogo, e trasferito in una casa non lontana per più cauta custodia, come dicono. Questo rappresenta un uomo adagiato nel letto discubitorio, con altre figure da presso; quello un sacrifizio. Il capo scoperto del sacrificante, secondo il rito greco, e il *pallio*, foggia di greco abito, che gl'involge il corpo ignudo, ti mostrano un Greco che sacrifica; e un berrettone di pelle, detto *cinee* dai Greci, *galero* dai Romani, che pare l'abbiano tolto da loro, altro Greco e probabilmente un Lacedemone rappresenta nell'uomo adagiato in sul letto. Per fuggire prolissità e noja, io non fo che accennare questi due marmi eruditamente illustrati dall'Alessi a pag. 44, i quali cospirano coi già descritti a dichiarare Ateste greca città.

Così però non la pensa il conte Jacopo Filiasi (Op. cit. T. I. p. 270), cui non fu ignota l'opera del nostro storico. Osserva egli: che i Greci al tempo del romano impero accorrevano da tutte parti in Italia a cercarvi sussistenza ed impiego; che pel loro ingegno gentile e svegliato venivano accolti, a preferenza di altri, ed accarezzati nelle famiglie; che nella terra ospitale ergevano essi pure monumenti e lapidi con iscrizioni ai loro cari. Avvisa quindi, che i marmi e le lapidi greche che si rinvennero pure in Este, appartenessero a Greci ivi dimoranti per caso, non già ai Greci indigeni abitatori. Io rispetto uno scrittore di quella celebrità, che fu il Filiasi, ma non adotto la sua opinione, perchè smentita dai fatti. Le cose romane costantemente si disseppellirono in Este a due o tutt'al più a tre piedi sotto la superficie del suolo; e le ultime scoperte lungo la nuova strada di Lozzo, e nello scavo delle fondamenta del nuovo teatro, si

fecero a meno di due piedi, come mi fanno fede testimonii di vista; della quale modica profondità rende ragione la condizione del suolo, che declinando dalle falde dei monti alla pianura, non riceve dalle acque piovane colmate di terra che va a sedere nei luoghi più bassi. Al contrario i due monumenti d'Argenida e di Filista giacevano dieci piedi sotterra. La diversa profondità, alla quale si trovano gli oggetti antichi nel medesimo sito, accusa sempre diversità di epoche; e per non recare inutili esempii accennerò la sola vicina Adria, dove le antichità romane si trovano alla profondità di cinque, sei, o tutt'al più sette piedi, secondo la varia elevazione del suolo, che non è sempre allo stesso livello; mentre le cose greche, che adesso voglionsi dire etrusche, sono sepolte a quattordici ed anche sedici piedi: dopo di che apparisce la sabbia di mare. Nè meglio si appone, per mio avviso, il Micali asserendo che i nostri paesi non fossero mai abitati dai Greci. Chi poteva aver eretti que' monumenti, se non persone di greca origine che vi abitavano? Il fatto stesso parla così chiaro da non potervisi muover dubbio. Ed io tengo per fermo, che se il Micali avesse conosciuta o l'opera dell'Alessi o i monumenti atestini, uomo di retto giudicare com'è, avrebbe cangiato parere. Pochi, è vero, sono questi monumenti; ma forse che sarebbero rimasti soli, se non si fossero abbandonati miseramente gli altri alla distruzione? Alla profondità in cui giacevano i monumenti di Argenida e di Filista tutto doveva esser greco; e non è visione di fantasia, ma congettura ragionevolissima, che senza quella ignoranza che presiedeva allo scavo avremmo avuta maggior luce e maggiore dovizia di cognizioni. Altro argomento a provare la dimora dei Greci in Este e nei monti adiacenti mi offrono i nomi di greco conio che portavano e portano tuttavia parecchi dei nostri colli e dei villaggi che li popolano. Oltre al nome d'*Euganei*, ch'è greco, suonano greco parimente i nomi di *Abano*, di *Rua*, di *Venda*, di *Zoon*, di *Revelone*, di *Bavone*, *Monte-ortone*, *Montagnone*; ai quali si può aggiugnere *Valle-andria*, *Cinto*, monte celebre anche nella Grecia, *Cero*, *Calaone*, ossia *Elicaone*, come lo chiama Marziale ne' suoi Epigrammi (Lib. 10. Ep. 93). Che i Greci

abitatori dell'Italia meridionale, veduti da lungi i nostri colli o avutane notizia, cangiassero nome all'intera massa, per quella vanità nazionale, come dice il Micali, di trasformare tutto il mondo in greco, non è fuor di ragione. Ma come avrebbono potuto impor nuovi nomi a certi monti e a certi siti senza vederli da presso, anzi senz'averli famigliari, e senza abitare in mezzo di loro? Questa osservazione, unita alle addotte prove, mi sembra dimostrare abbastanza che i primi noti abitatori di queste nostre contrade fossero Greci, e che per conseguenza la nostra Ateste, in origine, fosse greca città.

Ecco le poche notizie che mi fu dato raccogliere sulle origini e sui primi abitatori della mia terra natale; dopo di che la storia di Este nulla ci offre di particolare e di proprio. Sarebbe lo stesso anche di Padova, se lo spartano Cleonimo provocandola all'armi non ne avesse patita tale sconfitta da segnare un'epoca luminosissima negli annali di questa città. Ma di Ateste altro non sappiamo, se non che fu compresa a' tempi posteriori nella Venezia; e ce lo attesta lo stesso Plinio (*Hist. nat.* Lib. 3. 1. 19.) dicendo: *Brixia Cenomanorum agro; Venetorum vero Ateste.* Quindi le sue guerre e le sue vicende sono quelle dei Veneti, indipendenti affatto sinchè Roma non ebbe a lottare che co' suoi vicini; alleati dei Romani, quando questi cominciarono a dilatare l'impero; soggetti a loro, quando le vittorie sui Cartaginesi diedero loro la padronanza su tutta l'Italia. Se la dedizione della Venezia a Roma spontanea fosse o forzata, se avvenisse prima o dopo la seconda guerra punica, quali immagini d'indipendenza abbiano conservato le venete città dopo la sommessione, è tutto incerto. Questo solo è certo, che la Venezia assorbita nel gran vortice della romana dominazione, a poco a poco perdè tutto, sino al linguaggio, e non ritenne che il nome, assai scarso conforto delle sue perdite immense. Ma tornando ad Ateste farò un'ultima osservazione. Se il tempio dei Castori, e i rimasugli d'altri edifizii magnifici, e i marmi preziosi, città ragguardevole la dichiarano prima che ricovrasse sotto le possenti ale di Roma; l'Adige che la bagnava, e la grande via Emilia Altinate che le passava per mezzo, città importante e ricca

la dichiarano anche sotto i Romani a cagione del commercio e della frequenza che doveva tenerla in movimento continuo, e alimentarne la pubblica e privata prosperità. Quest'epoca ancora intralciata ed oscura meriterebbe un'altra Memoria, che toccasse la condizione di Ateste e di altre città della Venezia prima e dopo la loro sommissione alla romana repubblica; nè mi manca forse la volontà di continuare il lavoro, come non mi manca gran parte de' materiali nell'eruditissima opera dell'Alessi. Ma di molti altri sussidii avrei mestieri, che non trovo nel mio storico, per dir cose non indegne di questo illustre Consesso a cui mi onoro di appartenere, e dirle senza disonore in tempo che gli studii delle cose antiche e romane vantano tanti coltivatori e tanti progressi. Frattanto mi rallegro moltissimo che il mio dotto amico ed eruditissimo archeologo ab. Giuseppe Furlanetto in questi giorni medesimi, ch'io sto apparecchiando per la stampa il mio scritto, abbia condotto a fine la promessa illustrazione delle lapidi antiche raccolte in Este da quell'egregio Podestà nob. Vincenzo Fracanzani; dalla quale illustrazione spero di ricevere tali lumi che possano, quando che sia, in qualche parte agevolare la mia fatica.

CENNI

SULLA

ORGANOGRAFIA E FISIOLOGIA DELLE ALGHE

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA IL VI MARZO MDCCCXXXVIII

DAL SOCIO ATTIVO

DOTT. GIUSEPPE MENEGHINI

Fra tutte le classi di piante quelle, che più delle altre si presentano vaste e diffuse sono senza contrasto le due delle Alghe e dei Funghi. Segnano le Alghe le prime traccie della vegetazione: in esse gli elementi organici, collocati nelle condizioni più favorevoli alla evoluzione, conseguono l'intiero loro sviluppo e vegetano isolati ed individuati, mentre nelle piante d'ordine superiore insieme si uniscono e contrastano a costituire più complicate organizzazioni. Per il botanico poeta esse rappresentano la tavolozza su cui natura compone sue magiche tinte a tutto dipingere il gran quadro del mondo vegetale. I Funghi all'opposto segnano l'ultimo passo della vita vegetativa. In essi sono gli elementi già disciolti da organismi distrutti, che, abbandonati a sè stessi in mezzo ad opportune circostanze, sembrano nuovamente costretti a vegetare a guisa delle piante, benchè per loro natura più adattati alla vita animale. Le nevi del Polo egualmente che le più calde sorgenti minerali, gli abissi del mare e la scarsa umidità deposta dall'atmosfera s'una parete ombrosa, i laghi vastissimi ed i fiumi ed i torrenti al pari delle fosse, dei rivoli, degli stagni e perfino delle pozzanghere offrono ricetto a innumerevoli miriadi di alghe. Esse costituiscono quasi per intero la Flora delle acque, come il restante dei vegetali quella della terra e, se non fosse l'uniformità dei mari e delle grandi masse di acqua, esse soverchierebbero, nonchè nella somma degli individui, anche in numero di specie quello complessivo di tutte le altre classi di piante, come la superficie delle acque soverchia quella del terreno asciutto. Ad onta però della uniformità delle condizioni, nelle quali esse vivono, pressochè infiniti sono gli aspetti che assu-

mono, come possiamo giudicarlo da quelle, che attualmente si conoscono e ancor maggiormente dobbiamo arguirlo dal considerare, quanto ci resta a scoprire delle stesse alghe europee, e quanto di quelle che in immensa copia devono esistere nei grandi Oceani e nelle lontane regioni, alle quali i viaggiatori giammai non pervennero, o che almeno a questo oggetto non furono da alcuno per anco ricercate. Le alghe perciò, che vennero finora raccolte e studiate, non ci offrono che separate anella di quella catena, che tutte pure deve collegarle a certe leggi di organizzazione e di vita, catena, che allora pure sarebbe difficile a seguire e comprendere, quand'anche le forme tutte ci fossero palesi di questi esseri svariatissimi. Ed, essendo invece la parte minore quella che ci è dato conoscere, siamo nell'impossibilità di giudicare quali e quanto vaste lacune restino a riempiere, e per ora dobbiamo rinunciar alla speranza di farci un'idea complessiva di tutta la Classe, dalla quale venga indicata la via a discoprir la serie dei naturali rapporti. È perciò che lungi restarono dal conseguir il loro scopo tutti i tentativi fatti finora per ottenerne una metodica distribuzione. La Tassonomia delle alghe non è punto differente da quella delle altre piante, nè tampoco da quella degli animali, imperocchè la maniera di considerare gli esseri organici quanti essi sono sotto l'aspetto filosofico non è e non può essere che una sola. Si devono considerare tutti gli organi e di ciascun organo si devono studiare tutte le modificazioni. L'importanza del carattere che risulta da ciascuna di queste considerazioni dev'essere subordinata e al grado e alla natura della modificazione, e alla qualità dell'organo. Questi caratteri finalmente devono essere subordinati alle condizioni individuali dell'essere che si esamina ed ai suoi molteplici rapporti con tutti quelli che lo circondano. A queste poche parole si riducono tutti i principii di Tassonomia. E per le alghe, converrebbe che la loro struttura perfettamente si conoscesse, e giustamente si potessero valutare i mutamenti, per cui gli organi della nutrizione si conformano in frutta, onde poter dedurre dati positivi di Classificazione, attenendosi contemporaneamente ad ambedue quei cardini. Ben sentì questa verità il Duby, la professò più che non ne seguisse i dettami l'Agardh, ma troppo incomplete sono le nostre cognizioni perchè questi od altri autori vi riuscissero. Le divisioni quindi delle alghe in talassiofite (articolate e continue) e confervee (Lamouroux), in frondose e filamentose (Duby), in zoospermee e fucoidee (Agardh jun.), in iloidee, tricomati e scutoidi (Palisot de Beauv.), in diatomee, nostochine, confervoidee, ulvacee, floridee e fucoidee (Agardh), e tali altre tutte sono dirette da particolari vedute e quindi parziali ed incomplete. La-

sciando dunque ad un'epoca più matura il dettare una metodica e naturale distribuzione delle alghe, s'impieghi invece ogni sforzo a ben definire ed illustrare i singoli gruppi, ai quali riferir si devono i varii generi, che si collegano intorno a certi tipi principali. I quali generi per le medesime cagioni molte volte sono vaghi e vacillanti, di modo che, tra il pericolo di mascherare le affinità suddividendo, e l'altro non meno pregiudizievole di confondere unendo, si deve tenere quella via moderata, che più si sente di quello che si possa insegnare con parole.

PARTE PRIMA

Esame speciale delle singole Tribù.

Si comprendono dagli autori nell'Ordine delle Nostochine le alghe più semplici, costituite o da sole cellule libere ed isolate, o da cellule insieme e da un muco comune, nel quale esse stanno immerse. Le prime devono formare una tribù a parte che si potrebbe intitolare delle Protococcoidee perchè appunto il genere *Protococcus* ne è il tipo. In questo genere però si ammettono attualmente soltanto le specie altrimenti colorate che in verde, e fra queste alcune lasciano nell'animo non poca dubbiezza intorno alla vera loro natura. I primordii di alcuni funghi e di alcuni licheni, nonchè le degenerazioni loro, dovute all'influenza degli esterni agenti, all'età e forse anche a deviazioni particolari della loro vitalità paragonabili a vere malattie, offrono certamente delle forme analoghe e richiamano le più attente e scrupolose osservazioni. Ancora più ambiguo è il genere *Cryptococcus*, che appartiene a quelle sostanze, le quali, varie nella maniera di apparire, furono dagli autori diversamente denominate, come sarebbero la *Phycomater* di Fries, il *Chaos* di Bory e l'*Ulvina* di Kützing. Queste sono certamente le prime forme, nelle quali si organizzano gli elementi vegetali ed è dalla storia di tali produzioni, per lo più inavvertite o sprezzate, che deve prender le mosse lo studio dell'organogenesi.

Il genere *Clorococcum* di Greville comprende quelli fra i Protococchi di Agardh che si colorano in verde, ed i cui granelli si agglomerano in distinti acervuli. Questi pure offrono non poche difficoltà a chi voglia con sicurezza distinguerli da altri oggetti, che con essi hanno massima somiglianza. Le sporule dei muschi furono già prese per clorococchi, e quindi si disse ch'essi divengono

conferve e le conferve diventano muschi. Certamente se tutta la dottrina delle metamorfosi algologiche fosse basata su simili fatti, la si dovrebbe riguardare come sogno anzichè come espressione delle arcane produzioni della natura.

Il genere *Micraloa* fondato da Biasoletto serve come di legame fra la tribù delle Protococcoidee e quella delle vere Nostochine.

Il muco delle vere Nostochine ora è una spalmatura informe, ora invece costituisce una fronda definita, che assume forme costanti e giunge perfino a notabile solidità (*Alcyonidium*, *Nostoc pruniforme* etc.). I corpicciuoli che vi son compresi variano nei diversi generi e per la loro organizzazione e per la distribuzione, nella quale vi si trovano collocati. Sono vescichette rotondeggianti o oblunghe e perfino cilindriche, costituite da una sola membranella o da due, come lo dimostra la ripiegatura dell'interna, che poco a poco ne separa la cavità in due logge distinte (*Palmella cylindrospora* Bréb. ined.). La sostanza in esse contenuta è liquida e tutta omogenea, o granulare, o vescicolare. Irregolarmente disposte il più delle volte nel muco che le contiene, si trovano invece collocate una a capo dell'altra a guisa di fili moniliformi nei *Nostoc*. Sembra che nel maggior numero delle Nostochine un sol modo di vegetazione e mantenga in vita gli individui e conservi le specie, quello cioè dell'evoluzione. È la sostanza contenuta in ciascuna di quelle cellule, la quale si conforma in globicini, che, o restano in essa inclusi (*Microcystis*, *Haematococcus*) come dentro ad una vescichetta, o con essa passano a formare una nuova fronda mucosa pari alla prima (*Anacystis*, *Nostoc*), o finalmente avviene che quelle cellule totalmente si disciolgono in muco e solo più tardi in mezzo a questo si formano e si svolgono de' punti, i quali diverranno altrettante cellule eguali a quelle che scomparirono (*Phytoconis*). In alcuna però la riproduzione, oltrechè per evoluzione, si compie pure per divisione di parti. Così certi granelli dapprima rotondeggianti s'allungano, si strozzano nel mezzo e si dividono in due (*Chlorococcum*): così piccoli corpi cilindrici giunti che sieno a certe dimensioni si separano per metà, e ciascuno dei due continua isolatamente ad allungarsi per quindi suddividersi nuovamente: ed alle volte comincia la suddivisione innanzi che le due prime metà si sieno fra loro staccate, e così mano mano, sicchè hassi l'apparenza d'un filo articolato (1).

(1) Questo modo di propagazione si riscontra nella specie di *Palmella* superiormente annunciata col nome di *P. cylindrospora* Bréb. ined., della quale mi furono gentilmente trasmessi esemplari dal sig. Lenormand, e che poco tempo prima io avevo osservato negli stillicidii dell'acquedotto al pubblico Macello di Padova. Sembra, ch'essa debba formare il

Altri due gruppi ben distinti, benchè finora non molto numerosi di generi e di specie, stanno di mezzo fra le Nostochine e le Batracospermee: quelli cioè delle Idruree e delle Rivulariee. Le Idruree sono costituite da corpetti molto somiglianti a quelli delle Nostochine. Invece però di essere sparsi in un muco uniforme, essi sono inclusi in tubi mucosi, i quali o restano liberi, o insieme uniti formano frondi più o meno suddivise in rami, all'apice dei quali i singoli fili nuovamente si sciolgono. Due soli generi entrano in questa tribù, *Glojonema* e *Hydrurus*, ed è a quest'ultimo che appartiene quella specie, nella fronda della quale il carbonato calcare, copiosamente sciolto nell'acqua in cui alligna, si cristallizza in eleganti cubetti (*H. crystallophorus*), e che si credeva finora esclusiva del Würtemberghese, ma si trova pure nel nostro Brenta alla grotta di Oliero (1). Lo stesso fenomeno avviene pure in alcuna specie del genere *Chaetophora*, che entra nella serie delle Rivulariee (*C. endiviaefolia var. crystallophora* Ktz.).

Anche nelle Rivulariee la sostanza della fronda è mucosa, ma gli organi che in essa sono contenuti, presentano una composizione ben più complicata di quello che nelle tribù antecedenti. Sono fili radianti da un centro comune, costituiti da una membrana esterna e da sporangii occupanti l'interna loro cavità (2). Questi sporangi o hanno forma di dischi sovrapposti gli uni agli altri, o sono allungati in maniera da rappresentare gli articoli di un filo confervoideo. Questa seconda forma, che si riscontra specialmente in alcune Chetofere, le avvicina al genere *Draparnaldia*, che appartiene alle Batracospermee, e mostra perciò l'anello, che insieme unisce queste due tribù e i diversi ordini quindi cui appartengono, se si volesse far conto delle sistematiche divisioni. Così invece i fili delle Rivulariee somigliano nella struttura a quelli degli Scitonemi, coi quali facilmente si confonderebbero se non fosse la sostanza mucosa che li avvolge, e tale somiglianza manifesta una qualche affinità fra le

tipo d'un nuovo genere, che avrei volentieri chiamato *Cylindrospora* per conservare il nome appostole dal sig. Brébisson, se già non esistesse con quel nome un genere di funghi. Lo si potrebbe invece nominare *Cylindrocystis* e la specie finora unica si chiamerebbe *C. Brébissonii* in onore di quel valente algologo.

(1) N'ebbi esemplari per cura dell'amico G. Montini e del giovine Precht.

(2) Alcune specie annoverate fra le Rivulariee, in luogo che aver i fili radianti, li hanno tutti paralelli, eretti ed insieme talmente stipati da formar una fronda crostosa fortemente aderente alle pietre o ad altri corpi inondati o sommersi. Esaminata quella fronda nel senso orizzontale la si prenderebbe per una membrana cellulare.

Rivulariee e le Lingbiee. Nelle Rivulariee ciascuno sporangio può dividersi in due, ciascuno può vegetare isolatamente, e nello stesso tempo contiene de' granuli, che si possono riguardare quali sporule, perchè, giunti a maturità e sortiti dal loro carcere, riproducono la specie. Qui pure e più evidentemente che per lo innanzi riscontriamo evoluzione e divisione negli atti della vita vegetativa e riproduttiva di queste pianticine.

Molti rapporti uniscono le Batracospermee alle Idruree e molti alle Rivulariee, chè anzi si potrebbe dire concorrere gli elementi organici proprii ad ambedue quelle tribù per originare quei più complicati, che in questa si riscontrano. I fili insieme uniti per mezzo del muco che li circonda, costituiscono dei tronchi divisi e suddivisi in copiosissimi rami, sui quali regolarmente si dispongono le estremità di quei fili o in forma di verticilli (*Batrachospermum*), o in quella di pennelli (*Draparnaldia*), o in quella di serie paralelle (*Thorea*), o uniformemente su tutta la superficie (*Mesogloja*). Tali condizioni contribuiscono a vicenda nell'ornar di vaghezza le alghe di questa tribù, che tenuissime quali sono, quando si disecchino ben distese sulla carta, si prenderebbero da ognuno per accuratissime dipinture. La riproduzione di questi esseri è tuttora avvolta in molte tenebre. Le sporule contenute nelle cellule, che, poste una a capo dell'altra, costituiscono i fili elementari delle loro frondi, sembrano certamente destinate a quell'ufficio, il quale però ad esse non è punto esclusivo. Nei Batracospermi ogni ramo al suo nascere rappresenta una gemma solida e compatta, che poco a poco va svolgendosi: e quella gemma, se a caso venga a staccarsi, costituisce per sè un nuovo cespo, che rapidamente perviene alle dimensioni di quello cui originariamente apparteneva. Quest'organo, che nei Batracospermi altro evidentemente non è se non che una gemma, consegue nelle Mesogloje tale modificazione, per cui il suo ulteriore sviluppo fintantochè resta attaccato alla pianta madre è intieramente sospeso: solo se venga a liberarsene emette le sporule, che nel suo interno si organizzarono e la specie per esse si propaga. Lo stretto vincolo delle Mesogloje ai Batracospermi si manifesta nella struttura loro: le condizioni d'altronde della fruttificazione nelle prime le ravvicina alle Ceramiee. La natura poi del loro frutto, paragonata a quella dell'organo che lo rappresenta nei Batracospermi, palesa la sua significazione (1). Sono

(1) È questa una delle tante espressioni, le quali, quantunque meno che eleganti non solo, ma bandite fors'anche dal pretto stile dei cruscanti, pure sono necessarie a rappresentare con esattezza e concisione le idee, che attualmente si hanno nelle scienze: ed egli è naturale, che se per lo addietro tali idee non si aveano, non si avessero nè manco frasi ad

le Mesogloje ai Batracospermi ciò che sono i Collema ai Nostoc, i quali pure sono eguali fra di loro nell'organizzazione della fronda, e solo differiscono per la presenza degli apotecii nei primi e la loro mancanza nei secondi, per cui esseri tanto somiglianti vanno collocati in due Classi affatto distinte (1). Quanto mai sono imperfette le nostre Classificazioni! Quanti rapporti naturali vanno mascherati, e con quanta cura si cerca di porli in dimenticanza per la smania di conservare lineari ed isolate le serie sistematiche degli esseri, che Natura collegò fra loro di rapporti molteplici ed incrocicchiati! Se seguir si volesse la traccia che ci porge il legame delle Batracospermee alle Ceramiee converrebbe ommettere di parlare di alcuni altri gruppi più imperfetti ma non meno importanti, che spettano ai limiti inferiori della Classe.

E prime ci si presentano le Leptomitee. Sono fili tenuissimi, microscopici anzi per la maggior parte parassiti su alghe maggiori o su altre piante acquajuole, privi affatto di muco, ma ammassati per lo più in copia a forma di fiocco o di pennello. I generi *Hygrocrocis* e *Leptomitus* figurano quali principali in questa tribù, ma ne vanno escluse però tutte quelle specie, che vivono nelle acque distillate e negli altri preparati chimici impuri, come, per esempio, la muffa dell'inchiostro, le quali tutte, insieme forse all'intiera tribù delle fungine di Agardh, spettano ai funghi anzichè alle alghe, come lo dimostrarono i lavori di Desmazier e di Duby. In quanto però alle stesse specie, che ritener si devono di quei due generi, proprie alle acque dolci, marine e termali, pochissimo sappiamo della loro struttura ed ancor meno della loro propagazione. Sono semplici tubi affissi per una loro estremità, ed indefiniti nell'opposta, racchiudenti de' sporangi spesso collocati a regolari e costanti distanze fra loro, ma che troppo son tenui perchè si possa decidere se abbiano forma di dischi o di anelli. Hanno rapporti di organizzazione colle Lingbiee, ma molto se ne allontanano per altre condizioni. Ed in tenebre ancor più fitte sono immersi tuttora gli altri generi *Stereonema*, *Alysphaeria*, *Cochlyotrix* che sembrano doversi riferire a questa tribù.

Tre generi (*Oscillaria*, *Anabaina*, *Microcoleus*) primeggiano nella tribù delle Oscillariee, e fra questi quello, che ad essa dà il nome, non solo è il

esprimerle. A chi è a giorno dei progressi nella dottrina dell'organogenesi sì animale che vegetale, non è certamente ignoto cosa s'intenda per *significazione d'un organo*.

(1) Wallroth trovò le fruttificazioni proprie ai Collema anche nel *Nostoc comune*, del quale, unitamente a molte specie di Collema degli autori, costituì il nuovo suo genere *Trombium* fra i Licheni, lasciando però le altre specie di Nostoc fra le alghe.

più vasto, ma offre ancora maggior interesse per la complicazione della struttura e la singolarità dei fenomeni vitali. I fili di tutte le Oscillarie constano di un tubo esterno diafano ed incoloro, tutto continuo, il quale nel suo interno è suddiviso in ispazietti eguali da altrettante armille, esse pure diafane e strettamente adese all'interna parete di quel tubo medesimo. Dentro ad esso è incluso un cilindro, il quale è conformato in dischi, che a seconda delle specie ora corrispondono in ispessezza agli spazietti interarmillari, ora sono maggiori ed ora minori. In quei dischi è contenuta la sostanza verde, la quale o si mantiene uniforme e tutta continua, o dà origine ad uno o più globuli. Se il filo si spezza allora in corrispondenza ai dischi, quei globuli ne sortono, s'aggirano alcun poco nell'acqua ambiente, poi si fissano ad alcun corpo sommerso, dal quale si staccano tosto che cominciano ad allungarsi. Si convertono così in fili da prima sottilissimi, che mano a mano s'ingrossano fino a che eguaglino quelli che li hanno originati. Se invece si spezzino i fili prima che si formino quei globuli, ogni frammento di filo continua individualmente ad accrescersi, e ciò quand'anche fosse ridotto ad un solo disco. Lo spezzarsi però nel primo caso avviene spontaneamente, e tosto che ne sia giunto l'istante si vede il filo sottoposto all'osservazione frangersi successivamente in più pezzi, che restano aderenti per il lembo della membrana esterna ad angoli irregolarmente alterni: nel secondo invece la rottura accade sempre accidentalmente. Per evoluzione dunque egualmente che per estensione avviene e l'accrescimento e la propagazione delle Oscillarie. In esse oltre a ciò sono da ammirare de' singolari movimenti, i quali sembrarono ad alcuni accennare ad una natura animale anzichè vegetale. Lungi però dal presentare spontaneità alcuna, manifestano anzi quei movimenti una necessità figlia di leggi invariabili, il movente delle quali, se a noi è tuttora ignoto, non acquista perciò maggiore rischiarimento a supporlo riposto nell'astratta idea dell'animalità, chè anzi con essa è onninamente incompatibile. Ciascun filo s'aggira sul proprio asse e contemporaneamente s'avanza, come farebbe in una parola una vite nel suo incasso, e quei due movimenti sono sempre proporzionati fra loro e colla lunghezza del filo, che quanto è maggiore tanto più rapidi li consente. La direzione di quel movimento progressivo è costantemente determinata dalla luce, ma l'aggirarsi da destra a sinistra o a rovescio non sembra essere minimamente costante per alcuna specie. Altrettanto singolare è l'azione, che l'uno sull'altro esercitano que' fili quando sieno giunti a piccola distanza fra loro. Manifestano essi allora un'evidente attrazione reciproca in tutta la loro estensione, per cui l'uno sull'altro cadono e si fanno

contigui quando s'incontrino ad angolo acuto, ma s'incrocicchiano e restano in bilico se ad angolo retto. Da questa azione ne ha origine il distribuirsi in istelle, ch'è la parte più sorprendente del fenomeno. La rapidità con cui avviene quella distribuzione, e la sua eleganza offrono un vero spettacolo (1). Finalmente dalla combinazione del doppio movimento di ciascun filo, colla reciproca azione ch'essi esercitano l'uno sull'altro ne ha origine l'attortigliamento di due fili, o delle due metà di un solo in forma di cordone. Ciò poi che maggiormente sorprende è di vedere que' due fili, quando vengano a liberarsi, conservare quella stessa inflessione spirale ed in essa continuare a vegetare. Egli è veramente ammirabile vedere in una goccia d'acqua sottoposta al microscopio migliaja di fili, che spesso hanno appena un milionesimo di metro di diametro, attortigliati a guisa di cordoni, o flessi come cavastracci, muoversi rapidamente ed agitarsi in tutti i sensi con tutta la stranezza dei movimenti che dalle loro azioni, dalla loro elasticità ch'è ragguardevole, e dal loro affastellamento necessariamente provengono (2).

Le Anabaine non hanno un'organizzazione così complicata come le Oscillarie. Si prenderebbero a prima giunta per fili di Nostoc, se non che ciascuna serie moniliforme di cellule è inclusa in un tubo continuo. La divisione delle cellule, che per metà si partiscono in due distinte è ancora più evidente nelle Anabaine che nelle Oscillarie, e il restante della loro vita somiglia affatto a ciò che in quelle ha luogo. Solo i movimenti ne sono diversi, di gran lunga meno decisi ed evidenti, anzi molte volte dubbiosi.

I Microcolei si distinguono per tubi membranosi, che invaginano un gran numero di fili somiglianti assai a quelli delle Oscillarie, ma pur diversi e perchè sembrano in essi mancare le armille e perchè i dischi ne sono sempre più lunghi del diametro. I loro movimenti sono molto vivaci, ma sembrano piutto-

(1) La causa che determina tali movimenti è intieramente fisica: essa appartiene alla serie dei fenomeni capillari, e segue le leggi invariabili che regolano le azioni reciproche dei fluidi e delle superficie dei corpi solidi, che vi sono a contatto qualunque sia la loro natura.

(2) La teoria di questi movimenti, come pure molte altre particolarità relative alla struttura e alla vita delle Oscillarie e delle altre alghe d'acqua dolce, saranno sviluppate nel lavoro sulle alghe Euganee, che spero di poter fra poco dar alla luce, alcun saggio del quale comunicai già all'Accademia nella tornata del 10 Gennajo 1837, e presentai poscia alla riunione dei naturalisti Alemanni, ch'ebbe luogo nell'anno stesso in Praga, sotto il titolo di *Conspectus Algologiae Euganeae.*

sto dovuti all'elasticità di quello che ad un'azione loro propria, non manifestandosi se non che nell'istante, in cui, rotta la vagina, i fili sortono impetuosamente all'esterno. Si vuole che ciascun filo si cambi più tardi in una vagina gravida di nuovi fili, ma tale condizione non è ancora abbastanza dimostrata. Lo scarso numero delle specie di questo genere è aumentato da una che si rinviene serpeggiante fra i muschi nei nostri Colli, e da quella abitante delle acque termali Euganee, già denominata dal Pollini *Meryzomiria aponina.*

All'esterna apparenza molto somigliano le Lingbiee alle Oscillariee, ma mentre in queste i fili sono essenzialmente liberi e forniti quindi di definite estremità, in quelle invece sono affissi e decisamente confervoidei. Sono singolari gli anelli, nei quali è conformata l'interna loro sostanza, ciascuno de' quali può estendersi e suddividersi formando un nuovo filo, ovvero dar esito alle sporule che contiene. Oltre a questi due modi di propagazione però, i quali altro non sono se non che gli ordinarii processi della vegetazione, comincia in alcuna delle alghe di questo gruppo ad effettuarsene un terzo, che si può riguardare come distinto dagli atti proprii a quella. Gli anelli cioè subiscono in date circostanze tali modificazioni, per cui più non possono servire alla nutrizione dell'individuo, nel quale si formarono, ma da esso invece tendono a liberarsi, e, sortiti che ne sieno, propagano la specie. Ciò avviene negli Scitonemi, e lo si può solamente sospettare nelle Callotrici, Lingbie e Stigonemi. La stessa vita vegetativa nel genere *Scytonema* offre campo ad importanti riflessioni. Alcune specie vivono sul suolo inondato, e la loro vegetazione, in luogo che progredire continua ed uniforme, è di tratto in tratto interrotta e ripigliata a seconda della scarsezza o della copia dell'acqua, che in quel sito si sofferma. E perchè la vita di queste pianticine a lungo si protrae, il tubo esterno dei fili va successivamente ingrossandosi, e da ogni nuovo periodo di vegetazione forma un nuovo strato esteriormente ai già preesistenti, che si manifestano come altrettante zone concentriche nella sezione trasversale. Il nostro *Scytonema thermale var. intextum*, che copre gran parte del Montiron di Abano, offre questo fatto in tutta la sua evidenza.

Intermedio alle Lingbiee e alle Confervee sta un piccolo gruppo non ancora indicato dagli autori e scarso nel numero dei generi come in quello delle specie. Lo costituiscono i tre generi *Sphaeroplea*, *Cadmus* e *Ulothrix.* Il primo comprende la sola *Conferva annulina* di Roth, il secondo è fondato da Bory e deve comprendere alcuna specie dell'altro suo genere *Tiresias*, come pure la *Conferva punctalis* di Dillwyn; il terzo finalmente fu eretto da Küt-

zing, ma ne vanno escluse molte delle specie da esso riferitevi, perchè non indicò il vero carattere che lo distingue delle conferve e lo fa in pari tempo appartenere a questa tribù. Questo carattere sta nella forma anullare dei sporangii che occupano gli articoli dei fili, del resto affatto somiglianti a quelli delle Conferve. Quegli anelli si convertono poscia in sfericine (*Sphaeroplea* e *Cadmus*) o in zone (*Ulothrix*) che sortono con apparenza di moto spontaneo e riproducono la specie. Il nome più adattato per indicare questa tribù sarebbe quello di *Annulline*, ma perchè si potrebbe allora confondere con quella delle Lingbiee, torna meglio intitolarla delle Cadmee.

Nelle Confervee si verificano i tre modi di propagazione già avvertiti nelle Lingbiee, ma mentre i due primi a tutte le specie sono comuni, il terzo invece si riscontra solamente in alcune. Quando ciò avvenga però è sempre la sola sostanza interna dei fili che si conforma in un seminulo, senza che l'esterno tubo ne consegua altra modificazione che quella meccanica di distendimento e conseguente accorciamento, che in alcuni casi vi è di necessità collegata. Importa osservare questo seminulo nell'atto del suo germinare. Alle volte esso si estende perdendo la forma rotondeggiante per assumer quella di cilindro, che allungandosi poco a poco, passa a costituire un nuovo filo; altre volte invece se ne lacerano le pareti dando uscita a numerose sporule, ciascuna delle quali germina separatamente. Sono dunque comuni anche al seminulo, come a qualunque altra parte dell'individuo che lo generò, i due modi di accrescimento per evoluzione e per estensione. Il genere Conferva benchè ristretto, a paragone di ciò che anticamente egli era, è pur tuttora vastissimo, nè riuscirono i ripetuti tentativi degli algologhi a smembrarlo: imperocchè i tipi distinti in esso compresi sono insieme collegati da forme intermedie tanto graduate, che incerti restano i limiti dei varii generi che si vorrebbero con essi erigere. Oltre il genere *Conferva* vanno compresi nella stessa tribù gli altri due: *Nodularia* ancora molto oscuro, e *Protonema*, nel quale furono erroneamente annoverate alcune specie, che non solo non appartengono a questo luogo, ma nè anco alla Classe delle Alghe. Le sporule dei Muschi e, al pari delle sporule, qualunque cellula di qualunque lor parte, quando isolatamente dalle compagne si estenda e si sdoppi, costituisce un filo confervoideo, e tali fili, allungandosi indefinitamente e ramificandosi irregolarmente, simulano distinte specie di quel genere. I lavori di J. F. Nees de Esembek, di Hornschuk, di Agardh, di Brébisson e del nostro Socio A. Zigno mostrarono quali ne siano le specie, che riconoscono quest'origine paradossa e quali si debbano ritenere come vere alghe.

L'evoluzione delle interne parti è rimarchevole in due generi abitanti delle acque dolci, che per mancanza di analogie con altri finora conosciuti costituiscono due tribù distinte, nelle quali essi figurano soli: tali sono le Lemanie e gli Idrodittii. Si presentano le Lemaniee sotto l'aspetto di lunghi e grossi fili di colori oscuri ed opachi, interrotti da grossi nodi, ognuno de' quali è turgido per grandissima copia di minimi cordoncini moniliformi in esso contenuti: il nodo si spezza giunto che sia ad un determinato sviluppo, ed i piccoli monili che ne hanno uscita crescendo rapidamente costituiscono in breve altrettanti fili simili ai primi.

Nè meno singolare è la propagazione delle Idroditiee. Sono esse conformate in lunga borsa a larghe maglie per lo più pentagone di sorprendente regolarità. Ognuno dei lati di quei pentagoni costituisce un articolo contenente la materia verde che lo colora. Questa materia dapprima tutta continua si dispone dappoi in minime sporule anulari, le quali, l'una contro l'altra stipandosi lungo l'interna parete dell'articolo medesimo, prendono forma angolare e finiscono per costituire un sacco cieco, che in minime dimensioni rappresenta quel primo, e, lacerato l'involucro, sorte e cresce gradatamente finchè lo eguagli.

L'apparato della futtificazione invece rendesi distinto nella tribù delle Ceramiee, tribù vastissima, propria per la maggior parte delle acque marine e racchiudente forme molto svariate, le quali più si collegano per l'analogia della fruttificazione medesima, di quello che per la somiglianza di struttura. Tale analogia però è ben lungi dall'essere completa, che anzi ne variano i modi non solo di genere in genere e fra le specie attinenti ad un solo di essi, ma perfino in una medesima pianta. I più comuni sono i tre distinti dagli autori coi nomi di Stichidii, Favelle e Capsule. Indicano col primo le agglomerazioni di grossi globuli colorati nelle estremità gonfiate dei piccoli rami, col secondo alcune specie di clave pedicellate visibili anche ad occhio nudo, col terzo finalmente alcuni concettacoli piccolissimi, sferici, che contengono entro ad una membrana trasparente da uno a tre gongili fortemente colorati. Gli stichidii non sono che modificazioni dell'interna sostanza, mentre le favelle e le capsule sono modificazioni di quell'intera porzione di fronda che ne è interessata. Con tutto ciò J. G. Agardh vide chiaramente germinare i granelli contenuti negli stichidii e non altrimenti quelli delle altre due specie di frutti. Quella germinazione è tutta estensiva poichè i granelli perdendo la forma rotondeggiante si allungano dapprima in una o in ambedue le estremità produ-

cendo fili primordiali, che fanno funzione di radice e quindi s'allungano dal lato opposto, e l'interna loro cavità si divide e suddivide fino a che formi un filo di vera ceramiea. La fronda è pressochè in tutte filiforme e cilindrica, solo nelle Ritiflee è compressa; rosea nella maggior parte, rosso-oscura e pressochè nera in alcune. La contestura di questi fili, più o meno ramosi o semplici che sieno, offre a primo aspetto grande diversità, presentandosi in alcune costituita da un solo ordine di cellule poste a capo una dell'altra (*Ectocarpus* sp., *Callithamnium*, *Chantransia* etc.), in altre da ordini molteplici di esse, distribuite però in maniera simmetrica onde l'apparenza di articolazioni è conservata. Fra quegli ordini di cellule ora le centrali sono più ampie delle periferiche (*Champia*, *Naccaria* etc.), ora una serie sola posta nêll'asse tutte le altre soverchia, sicchè sembra un filo articolato rivestito di una membrana cellulosa (*Ceramium rubrum*): ora quella serie centrale s'accresce preponderantemente nel progresso della vegetazione, sicchè occupa tutto lo spessore del filo negli articoli, e solo nelle articolazioni si riscontrano le periferiche, che dapprima e nei rami giovani si trovano tuttora uniformemente distribuite (*Ceramium diaphanum*): ora finalmente tutti quegli ordini di cellule sono fra loro uniformi, ma perchè tutte di eguale lunghezza, il filo ne consegue apparenza di articolazioni. In questo ultimo caso come sarebbe, per esempio, nelle Polisifonie, nelle Baillouviane, nelle Sfacelarie, nel Dasiclado, nei Cladostefi e nelle Digenee si direbbe che i tronchi principali risultano da un fascio di fili articolati, strettamente fra loro uniti dalla membranella esterna, che li riveste, e dalla quale si liberano o all'estremità dei rami, o lungo il loro decorso in forma di penicilli. E quivi si scorge chiaramente il legame superiormente indicato fra le Batracospermee e le Ceramiee costituto dal genere Mesogloja, che a quelle si ascrive, anzichè a queste, solo per la natura evidentemente mucosa della sua fronda. Nè perciò si possono separare dalle vere Ceramiee quelle poc'anzi annoverate, poichè quelle modificazioni di struttura avvengono successivamente nelle medesime frondi, e solo resta ad istudiare come nascano nel progresso della vegetazione mutamenti di tanto rilievo. Così pure riguardo alla tribù delle Ectocarpee già distinta dall'Agardh sembra doversi seguire piuttosto il Duby che le unì alle Ceramiee, e ciò tanto più che i generi in essa compresi (*Ectocarpus*, *Sphacelaria*, *Cladostephus*, *Myrionema*, *Dacycladus*), si riscontrano allontanati fra loro per le considerazioni antecedenti, nonchè per la natura delle fruttificazioni.

Analoga alla struttura delle Ceramiee è quella pure delle *Corallinee*, e

molto somigliante n'è del pari la fruttificazione: solo che l'una e l'altra sono mascherate da un deposito calcare, il quale costantemente si forma sulla loro superficie e consolidandosi, quando sieno estratte dall'acqua, dà loro l'apparenza di piccoli Polipaj. Per tali di fatti esse furono prese, e per tali pure tuttora si hanno da molti: ma basta liberarle da quell'intonaco mediante un qualche acido, non tanto attivo però da scomporne la delicata organizzazione; ed è forza concluderne, che se alghe sono i Ceramii, alghe sono pure le Coralline, le Janie, le Galaxaure, le Cimopolie, le Amfiroe. Solo che in esse non sempre si riscontra chiaramente distinta alcuna delle distribuzioni cellulari superiormente descritte, ma sembrano invece insieme accoppiare ambedue que' modi. Così nelle Galaxaure l'interna sostanza dei fili è formata di serie paralelle, di cellule allungate come lo sarebbe una Polisifonia o una Digenea, e all'esterno la ricopre uno strato di cellule simili a quelle dei Ceramii. Questa condizione ravvicina le Corallinee alle Alimede le quali d'altronde per altri e più importanti rapporti vanno riferite alle Sifonee insieme alle Acetabularie, alle Polifise ed altre, che somigliano alle Corallinee soltanto per l'incrostazione calcare di cui al pari di esse sono fornite.

Il molteplice incrocicchiamento dei rapporti dei varii gruppi fra loro ci obbliga nuovamente ad abbandonare la serie delle affinità, a cui conduce l'esame delle Ceramiee, per occuparci invece di una tribù, che a quella delle Confervee molto si avvicina per la struttura e per la fruttificazione, la tribù delle Zignemee. Sono le Zignemee costituite da fili costantemente semplici, formati di una membrana esterna anista, racchiudente utricoli o sporangii che si vogliano dire, nei quali sta in forme determinate distribuita la sostanza globulinare. Quella sostanza non è tutta uniforme, chè presenta alcuni globuli maggiori, la cui collocazione è varia nelle differenti specie, ma costante per ciascuna di essi. Giunta che sia l'epoca della fruttificazione quei fili si avvicinano fra loro a due a due, e allora o si piegano a cubito, e negli apici degli angoli si connettono (*Mongeotia*) o producono, ciascuno dal suo lato, dei tubi trasversali che s'imboccano. Sia nell'un modo o nell'altro l'interna cavità dei loro articoli entra in diretta comunicazione, e la sostanza verde, che vi stava distribuita o in elegantissime spire (*Spirogyra*), o in istelle (*Zygnema*), o in fascie (*Mongeotia*), o in linee paralelle (*Zygnema linearis* Suhr), passa da questo in quel filo, o da quello in questo nei differenti articoli, ed in ciascuno di essi si raccoglie in un unico ma grosso seminulo restando vuoto il compagno dell'opposto filo. Quel seminulo vegeta a seconda delle circostanze, o per

estensione o per evoluzione, nè finora si potè precisare quali determinino l'uno piuttosto che l'altro processo.

Solo in alcune Desmidiee e particolarmente nei Closterii si ripete quel fenomeno ed è perciò che questa tribù segue nell'ordine delle affinità quella delle Zignemee, mentre per i caratteri della struttura essa avvicina i gruppi antecedenti alle Ulvee. Sono meraviglie, di cui non si può godere che coll'uso del microscopio, onde vieppiù sorprendenti esse riescono. La costanza delle loro forme, non che la regolarità e la simmetria di tutte le loro parti tanto rendono differenti questi esseri dagli altri vegetali tutti, che naturalisti di gran peso credettero doverli annoverare fra gli animali, perchè in questi la simmetria stessa è più palese ed universale. Sono cellule, per lo più di forme angolose o cilindriche o fusiformi o piegate a mezza luna, le quali o stanno isolate, costituendo altrettanti individui distinti (il che le avvicina alla Protococcoidee), o si uniscono in certo ordine rappresentando in minime dimensioni ed in forme definite, ciò che in grande e con incertezza di limiti avviene nelle Ulvee. Formano serie lineari nei Scenedesmi, fili prismatici o cilindrici nei Desmidii, globuli echinati negli Staurastri, stelle elegantissime nei Cosmarii e nelle Micrasterie, corpi sferici divisi e suddivisi in segmenti nei Pleurococchi. L'unione loro avviene per mezzo di una membranella anista, che spesso sfugge allo sguardo e rappresenta o una lamina piana, o un tubo, o una vescichetta chiusa da tutti i lati. Ciascuna di quelle cellule si sdoppia ed ogni sua parte dà origine ad un nuovo individuo: la sostanza in esse contenuta, se maggiormente si sviluppi e ne sorta in forma di propaguli, le riproduce, ed essa stessa finalmente soggiace, per l'accoppiamento di due individui, a tali modificazioni, che si conforma in veri seminuli simili a quelli delle Zignemee.

Ancor più strettamente s'avvicina alle Ulvee la tribù delle Sifonee. Sono tali piante proprie in parte del mare ed in parte delle acque dolci. Risultano formate di tubi continui racchiudenti la sostanza verde, che ora è liquida (*Bryopsis*), ora è granulare (*Vaucheria*), ma sempre è scarsa a paragone della cavità che la comprende e lascia quindi vuota porzione di quei tubi. Alcune sono rimarchevoli per la vivezza del verde metallico che le adorna (*Bryopsis*), benchè le pareti stesse dei tubi sieno sempre diafane ed incolore; non che per la regolare distribuzione delle loro ramosità, che sono più volte pennate. In quelle d'acqua dolce (*Vaucheria*), i tubi restano semplici, oppure si ramificano a lunghi ed incostanti intervalli per ripetute dicotomie. In altre, tutte però marine, quei fili si uniscono e si affastellano insieme formando delle

frondi a guisa di ventaglio (*Flabellaria, Udotea, Anadyomene*), di borsa (*Codium Bursa*), di fungo (*Acetabularia*), di fico d'India (*Halymeda*), di pennello (*Polyphysa, Nesea*), o finalmente di grossi cilindri che regolarmente ramificandosi si estendono a notabile lunghezza, donde ne venne il nome dato ad essi dai pescatori napolitani di maccheroni di mare (*Codium tomentosum*). Anche in alcune Sifonee abbiamo dunque molti fili stretti insieme in forma di fusto, come nelle Idruree, nelle Batracospermee e forse nel gruppo superiormente indicato di Ceramiee: ma, a differenza di quelle, i fili, in luogo di essere articolati, sono o semplicemente tubolosi o solo strozzati di quando a quando, regolarmente in alcune specie (*Anadyomeme, Acetabularia* etc.), con somma irregolarità in altre. E, perchè la membrana costituente quei tubi è diafana, incolora e anista, se ne induce da alcuno appartenere queste alghe ad uno degli ordini più imperfetti. Ciascun filo di fatti altro non presenta, che una sola cellula eminentemente sviluppata, mentre i fili articolati risultano di una o più serie di cellule distinte. La reale differenza però in ciò solo consiste, che ciascuna cellula, anzichè sdoppiarsi in un numero indefinito di secondarie, continuò a svilupparsi equabilmente in tutta la sua estensione. Diedero motivo a discorso di animalità le Vaucherie per i movimenti apparentemente spontanei dei grossi seminuli, ch'esse portano o sessili o sopra peduncoli più o meno composti e terminati d'ordinario all'apice in uncino ritorto spiralmente. Si credeva tale fruttificazione esclusiva delle Vaucherie, ma io la trovai anche nelle Valonie e nelle Briopsidi per cui più stretta si manifesta l'affinità di quei tre generi. Solo vi si rifiuta una specie annoverata dagli autori fra le Valonie col nome di *V. intricata*, e i cui frutti differiscono intieramente da quelli non solo delle congeneri, ma pur anco di tutte le altre alghe, come fece vedere il Consigliere Martens nella sua Memoria su tale argomento. Se non che il Professor Costa di Napoli, in compagnia del quale raccolsi esemplari di quell'essere singolare, mi fece osservare, col microscopio, i movimenti di quei pretesi frutti, che allungando le loro braccia si manifestavano per veri polipi, e sotto ai miei occhi ne fece elegantissimo disegno. Resta però singolare l'analogia del tubo, che li sostiene, con quello delle Valonie, analogia non soltanto di apparenza ma ben anche di organizzazione e di fisiche proprietà, come avvertì il sullodato signor Consigliere Martens (1). Indipendentemente però dai Seminuli in quelle fra le Sifonee che ne sono fornite, al pari che nelle altre tutte, i granelli dell'interna

(1) A questo insigne algologo io vo debitore di benevola assistenza, di consigli, d'istruzione e di doni preziosi.

sostanza sortono dal tubo che li conteneva, e fanno l'ufficio di vere sporule riproducendo le specie cui appartengono. La loro uscita dal tubo avviene come nelle Conferve per un foro che spontaneamente si effettua nella parete, e che in queste ultime ha sempre una posizione costante, trovandosi invariabilmente presso ad una delle estremità delle cellule matricali. Anche quelle fra le Sifonee, che in istato di diseccazione si trovano incrostate di deposito calcare, si ebbero e si hanno da molti per esseri di natura animale. Sembra però che la perfezione a cui si recarono ormai i microscopii, non permetta di supporre cellule polipifere ove non si vedono, e perciò non resterebbe altro rifugio ai sostenitori dell'animalità se non che il movimento dei globuli, nei quali si agglomera la sostanza verde contenuta nei tubi delle Alimede e delle Acetabularie, nel qual caso non queste sole, ma tutte le Alghe o la maggior parte almeno di esse riguardar si dovrebbero come dottate di natura animale.

Maggior varietà di forme e di tinte si riscontrano nelle vere Ulvee, sempre conformate in membrana decisamente cellulare, ma ora avvolta a guisa di tubo semplice o ramoso, apparentemente articolato o prolifero, ora invece estesa in lamina piana o increspata di forme non mai precisamente definite, ma alle volte allungate a guisa di nastro o lanceolate, altre volte invece dilatate per ogni lato finchè trovano ostacoli esterni al loro accrescimento: ora finalmente rappresentano una vescica più o meno sferica, ed è ancora ad avvertire che queste forme successivamente l'una nell'altra si commutano. Sono abitanti delle acque dolci, delle termali e delle marine, e perfino del nudo terreno e dei tetti di paglia dei poveri abituri. Ora si vestono del verde più intenso e più brillante, ora di roseo o di rosso vinato (*Porphyra*). Le cellule che costituiscono la membrana delle Ulvee, sono tutte fra loro uniformi e di pareti alle volte così tenui e diafane, che difficilmente si possono scorgere anche coi più acuti microscopii, per cui soltanto si discernono le sporule, che dentro ad esse sono collocate ed affettano per lo più forme e disposizioni regolari. Sono d'ordinario due a due nelle Porfirie, quattro a quattro nelle Tetraspore e in areole regolarissime divise da varii ordini di ambulacri, prima più angusti e poi mano mano sempre maggiori nelle Prasiole. Quelle sporule sortite che sieno dalle cellule matricali, e alle volte anche prima di escirne (*Tetraspora*), godono di certa trepidazione e movimenti vorticosi molto somiglianti a quelli di alcuni infusorii.

È coll'intermedio delle Caulerpee che si avvicinano le Ulvee alle Gastrocarpee, e quindi alle Floridee. Versatilità pressochè infinita di forme si riscontra in esse, benchè tutte comprese finora in un sol genere. Esse simulano fun-

ghi (*C. peltata*), muschi (*C. hypnoides, flexilis* etc.), licopodii (*C. Selago*), felci (*C. prolifera*), gramigne (*C. paspaloides* e *phleoides*), e piante crasse (*C. sedoides, cactoides* etc.), ed eriche (*C. ericifolia*), e cipressi (*C. cupressoides*), per tacer di tante altre. È fra esse che si annovera quella specie che Humboldt trovò presso le isole Canarie, a trentadue braccia di profondità, ove certamente non poteva risentire l'influenza della luce, e pure va fornita di vivissimo color verde (*C. vitifolia*). E d'un verde lucente sono pure ornate per la maggior parte anche le altre specie nella porzione della fronda, che si erige dal surcolo a tutte comune, che serpeggia per la sabbia mandando produzioni radiciformi perpendicolari. Del loro frutto nulla ancora fu scoperto, benchè se ne conoscano ben ventitrè specie, che d'altronde si uniscono in un genere naturale per l'abito e per i caratteri desunti dagli organi della nutrizione.

Le sole due specie che finora si hanno del genere *Thaumasia* tanto sono singolari nella loro struttura, e tanto poco sono conosciute per la loro rarità che si dovette, per necessità e quasi in modo provvisionale, instituire l'ordine delle Taumasiee, i rapporti del quale non potrebbero essere appalesati che da ulteriori scoperte.

Le Gastrocarpee andavano per lo innanzi confuse alle Floridee, dalle quali ben si distinguono per la maniera di loro fruttificazione. In esse nessuna porzione di fronda si converte in tal organo che chiamar si possa frutto, ma solo nella sostanza della fronda medesima si determinano alcuni punti ove le sporule conseguono uno sviluppo preponderante e insieme si agglomerano in acervuli più o meno estesi, che il più delle volte non producono alcun rilievo alla superficie, solo la colorano in tinta più o meno carica ed oscura, se tenue e diafana sia la fronda; chè se essa è più densa ed opaca bisogna guardarla a luce trasmessa per discernerli. Il genere *Iridea* stabilito da Bory si compone di Alimenie e di Sferococchi di Agardh, e a vero dire molto poco differisce da quello costituito dal restante delle Alimenie, che hanno fronda piana e membranosa più o meno regolarmente dicotoma o pennata, mentre nelle Iridee è reniforme, prolifera o palmata. Più distinto è il genere *Dumontia* in cui la fronda è cava e porta sull'interna parete le fruttificazioni, simili del resto a quelle dei generi antecedenti. Finalmente è rimarchevole per l'abito suo particolare il genere *Catenella* la cui fruttificazione è tuttora ignota.

L'eleganza delle forme in nessun'altra tribù si spiega così, come in quella delle Floridee, ch'è di tutte anche la più ricca in numero dei generi. Basterebbe per tutte citare la Claudea di Lamouroux, qualora la si potesse con parole

esattamente descrivere. S'immagini una fronda cornea e trasparente, intagliata in numerosi segmenti a forma di piuma, tutti traforati e paragonabili ad altrettanti merletti, montati lateralmente s'un filo solido e ricurvo: numerosi concettacoli membranosi allungati in forma di fuso, rossi come corallo, sono posti trasversalmente l'un dopo l'altro ed attaccati per le estremità alle nervature paralelle dei segmenti. Una tal alga si merita bene il nome di elegante (*Clandea elegans*), e perchè realmente essa è cosa elegantissima, e perchè in eleganza porta il vanto sopra tutte le altre alghe. Gareggia con essa il genere *Delesseria*, chè se quella ti simula una piuma tu trovi nelle varie specie di questa simulate le forme delle foglie più vaghe. Il genere *Plocamium*, che a ragione si divide da quello benchè scarso in ispecie, presenta nella principale di esse tante varietà di forme, che il più esperto algologo potrebbe, a prima giunta, averle per ispecie distinte, se non che le forme intermedie mostrano manifestamente il passaggio dall'una all'altra: tanto è necessario in algologia estendere l'esame a grandissimo numero di esemplari e tutte studiarne le modificazioni. I generi *Sphaerococcus* e *Chondria* erano stati dall'Agardh formati sopra molti altri già anteriormente distinti, e che i recenti ristabilirono. Fra questi le Laurencie ed i Condri meritano certamente particolare menzione. Le loro forme tanto sono svariate ed eleganti, che solo la cedono a quelle dei generi poc'anzi nominati. Se ne distinguono per più solida tessitura; e per le loro tinte pure si giudicherebbero dapprima molto a quelli inferiori, se non che la vaghezza se ne appalesa colla luce trasmessa, meglio che colla diretta, guardandole cioè in trasparenza. Fra gli altri generi di questa tribù si distinguono per numero e per bellezza di specie i Nitofilli, le Rodomenie, le Condrie e per più solida tessitura, nonchè per tinte più cariche le Amansie, le Dictiomenie e le Rodomele. Alla maggior parte delle Floridee è comune il color rosso con tutte le gradazioni che lo distinguono dal roseo all'arancio; solo nell'invecchiare inverdiscono e più tardi imbiancano. Doppia si riscontra la loro fruttificazione, capsule cioè distinte sessili o pedicellate che sieno, nude e contornate di appendici, e glomeruli di sporule immerse nella fronda. Questo secondo modo è quello che si riscontra pure, ma solo, nelle Gastrocarpee, onde, richiamando alla memoria ciò che anteriormente si rimarcò sulla significazione degli organi rappresentanti il frutto, si potrebbe dire che le Floridee altro non sono se non che Gastrocarpee maggiormente sviluppate.

Un solo genere costituisce la tribù delle Spongiocarpee, uno solo quella delle Furcellariee, e ambedue contengono una sola specie ben determinata.

Si aggiunga, che queste due alghe si somigliano non poco nell'esterno aspetto, ma totalmente differiscono riguardo alla fruttificazione. Nelle Furcellarie le estremità stesse dei rami si cangiano in concettacoli; nelle Pollidi invece le fruttificazioni sono laterali ed immerse in una sostanza spugnosa (onde è desunto il nome della tribù) percorsa poi orizzontalmente da fibre, che sono in continuazione colle serie trasversali di cellule, che costituiscono la fronda.

Anche le Cordariee e le Sporochnoidee si sogliono dagli autori annoverare in posto così elevato nella serie delle affinità. Il mio amico dottor G. Zanardini invece pensava che si dovessero avvicinare alle Batracospermee, e al gruppo superiormente menzionato di Ceramiee cui si riunirebbero le Idruree da un lato e le Sifonee dall'altro, perchè anche in alcune di esse i fusti si potrebbero considerare come altrettanti fasci di quei semplici fili, che si mostrano liberi ed isolati nelle ultime ramificazioni, ovvero nei pennicilli laterali o termali, o finalmente nella pelurie, che uniformemente ne riveste la superficie. È per lo stesso motivo che Duby annovera fra le Ceramiee il suo genere *Arthrocladia*, che altro non è se non che lo *Sporochnus villosus* di Agardh. Le varie specie di Cordaria, il genere *Chorda* ed il *Nemalion* di Targioni, che costituiscono la tribù delle *Cordariee*, hanno una forma filiforme cartilaginea, semplice, dicotoma o elegantemente pennata, la quale presenta una superficie densamente ricoperta da fili clavati, articolati. Questa superficie è l'esterna nelle Cordarie o nel Nemalion, che sono solidi, l'interna invece nelle Corde che sono tubolose. Il genere *Chorda* differisce quindi da quello di *Chordaria* come le Dumonzie dalle Alimenie (1). Singolare poi è la contestura di quelle frondi tubulose, che sembrano originariamente formate da una fettuccia spiralmente contorta, che si può tutta sviluppare staccandone i margini col mezzo della macerazione. Quei fili clavati ed articolati che vedemmo proprii a tutte le Cordariee, sembrano rappresentarne le fruttificazioni, perchè nulla si ha oltre ad essi che far ne possa le veci.

Fra i tre generi (*Desmarestia*, *Dichloria*, *Sporochnus*) compresi nella tribù delle Sporocnoidee, solo quello che le dà il nome porta frutti, se pur tali si possono chiamare, mentre altro non sono, se non che fili clavati ed articolati, i quali invece di trovarsi uniformemente collocati su tutta la superficie, come nelle Cordariee si riscontrano solo, o in glomeruli laterali, o radianti in

(1) Mi sembra perciò, che separar non si possa il genere *Chorda* dalla tribù delle Cordarie, tanto più che nessuna affinità lo lega alle Dictiotee, alle quali si vorrebbe dagli autori ascrivere.

rigonfiamenti ovali coronati da altrettanti fascetti di eleganti pennelli. Le Desmarestie presentano nella prima loro età quei pennelli, che più tardi cadono e si dileguano lasciando in luogo di ognuno di essi una piccola spina, ma non hanno nè i glomeruli laterali, nè i rigonfiamenti ovali: e l'unica Dicloria, che finora si conosca manca anche dei pennelli, onde è solo per l'abito esterno e perchè a nessun altro ordine la si può riferire, che la si ascrive a quello delle Sporocnoidee.

Insieme alle Laminariee e alle tribù or ora annoverate riempiono le Dittiotee la grande distanza che separa le Floridee dalle Fucee. Le Zonarie di Agardh costituiscono di per sè sole la maggior parte di essa tribù, ma vi figurano smembrate in più generi distinti, come lo erano prima di quella riunione. Ammirabili sono fra gli altri i due *Dictyota* e *Padina*, il primo per le eleganti incisioni delle frondi, il secondo per le belle forme di ventaglio spesso variopinte di strani colori e tutte svariate e tutte bellissime. Gli Asperococchi, le Stilofore, le Punctarie, la Striaria, il Dittiosifone, la Cutleria e le *Halyseris* al pari dei due generi poc'anzi nominati, tutte in una parola le Dittiotee analoga hanno la struttura della fronda, struttura, che offre per carattere costante e comune quello di risultare di cellule quadrangolari più o meno allungate in forma di paralellogrami. Solo ne varia la disposizione; che ora è in serie rette e paralelle, ora invece in zone concentriche, ed ora finalmente presenta un tale aspetto da ricodare in minime dimensioni ciò che in grande si vede nella struttura delle Musacee, offrendosi al microscopio sotto forma di grandi areole rettangolari, ciascuna delle quali è suddivisa in un gran numero di minori (*Dictyota*). In quanto alla fruttificazione somigliano le Dittiotee alle Cordariee, imperocchè in esse pure si riscontrano de' glomeruli di piccole clave, che negli Asperococchi sono sostenute da pedicelli articolati: ma queste clave contengono sporule o seminuli più solidi e più fortemente colorati, sicchè costituiscono macchiuzze di tinte oscure che si vedono anche ad occhio nudo. E perchè tutta regolare è la tessitura della fronda, è ben naturale che regolari pure risultino le collocazioni di que' sori, che affettano o zone o fascie o quincunce o linee longitudinali e paralelle.

Meravigliose sono le Laminarie e le Macrocistidi, che insieme alle Durvillee e agli Agari primeggiano nella tribù delle Laminariee. Tale meraviglia però si deve non tanto all'eleganza, quanto alla stranezza e alla taglia gigantesca delle forme. Si pretende che giunga fino a mille e cinquecento piedi la lunghezza della *Macrocystis pyrifera*, individui della quale di due a tre cento

piedi sono ricordati dalla maggior parte de' viaggiatori col nome di *Fucus giganteus;* e lo stesso Guaudichaud, benchè non ne abbia misurato che di quarantacinque a cinquanta piedi, fu obbligato ad assentire trovarsene esemplari di centocinquanta piedi e più. Si vuole esagerato il computo degli autori, i quali dopo aver misurato l'estensione della porzione nuotante, vi aggiungono quella approssimativa, calcolata sulla presunzione che il piede della pianta sorga sempre dal fondo del mare, mentre sembra più probabile che fatta libera dal suo attacco e tutta in eguali condizioni rispetto al peso specifico, per un qualche tratto peschi verticalmente, come farebbe il capo d'una lunga corda galeggiante. Sono tronchi cilindrici che raramente oltrepassano la grossezza d'una ordinaria penna da scrivere e si suddividono per replicate dicotomie, portando ampie vesciche piriformi o rotonde, che servono come di peziolo a produzioni fogliacee anguste od estese a seconda delle specie, che arrivano a quattro e più piedi di lunghezza, tutte percorse per lo lungo da vene anastomizzanti, dovute solo all'increspamento della lamina, non già a particolare modificazione della sua struttura. Le vere Macrocistidi, quali sono la *pyrifera* e la *pomifera* nonchè le altre: *latifrons, angustifrons* e *integrifrons* di Bory, che da alcuni si hanno per varietà della prima, ci sono ancora intieramente ignote dal lato della fruttificazione: mentre invece nella *comosa* esso è costituito da tubercoli sferici immersi nelle frondi, comunicanti all'esterno per un poro, e racchiudenti molti seminuli insieme a granelli oblunghi, de' quali non si conosce nè la significazione, nè l'ufficio. È probabile che la *M. Menziesii*, la quale per tutti gli altri caratteri somiglia assai alla *comosa*, porti anch'essa simili frutti, benchè finora non si sieno trovati, ed è perciò che gli autori propendono a separare queste due specie in un genere a parte distinto dalle Macrocistidi, alle quali frattanto vengono dubitativamente riferite.

Che se non giungono a dimensioni tanto esagerate, pure sono rimarchevoli per molti altri rapporti le Durvillee e le Laminarie non che i generi *Ecklonia, Lessonia, Agarum, Alaria, Costaria*, che, moltiplicando forse troppo le divisioni, separarono i recenti dalle Laminarie (1). È da ammirarsi la particolare consistenza delle loro frondi, le quali diseccate che sieno sembrano grosse e consistenti lamine di sostanza cornea o cartilaginea. Ed è appunto questa consistenza che secche, le accomoda ad una folla di usi domestici, e fresche le co-

(1) Tanto in questa rapida esposizione, quanto nel Cospetto dei generi che segue, ho adottato la maggior parte degli smembramenti proposti dagli autori francesi ed inglesi, al solo oggetto di non imbrogliarne maggiormente la sinonimia.

stituisce un grato e nutriente cibo nei mari vicini alla zona polare dell'uno e dell'altro emisfero, nei quali del pari esse abbondano. Ivi esse crescono socialmente, ed erigendosi verticali dal suolo colle loro frondi digitate, che, larghe più o meno a seconda delle specie, giungono in alcune a venticinque in trenta piedi di lunghezza, rappresentano all'occhio incantato dello spettatore l'immagine di quelle selve di palme che formano il più stupendo ornamento delle regioni tropicali. Hanno tutte uno stipite fissato al suolo col mezzo di molte fibre radicali, il cui ammasso forma alle volte un rigonfiamento a guisa di bulbo (*L. bulbosa*), e da quello stipite si espande una lamina prima tutta intiera, che più tardi comincia a fendersi longitudinalmente od orizzontalmente, terminando per conseguire forma palmata o pennata. Essa lamina è costituita di due lamelle, che nelle parti sterili sono fra di loro unite soltanto da un lasso tessuto intermedio, onde staccandosi con facilità, nella lamina non solo ma ben anche nello stipite, che ha la medesima struttura benchè più compatta, danno luogo a cavità che simulano sifoni e bicchieri. La fruttificazione loro si riscontra appunto fra quelle due lamelle ed è costituita da corpuscoli piriformi perpendicolari alla superficie ed immersi in uno straterello mucoso. Il colore delle Laminariee è olivaceo verde nella maggior parte, rosso intenso ed opaco solo in alcune.

Le due uniche specie del genere *Lichina*, che attualmente si conoscono, costituiscono di per loro la tribù delle Lichinee. È una meraviglia veder ripetersi nelle minutissime dimensioni di questi esseri l'organizzazione dei giganti, che si riscontrano nelle tribù vicine. La loro fronda è cartilaginea, elegantemente dicotoma, olivaceo-oscura finchè son vive, nera come le più decise fucee quando son secche: essa non supera una linea nella *confinis*, non un mezzo pollice nella *pygmaea*. La loro fruttificazione è costituita da capsule terminali provvedute d'un poro alla sommità, e ripiene di seminuli disposti in linee radianti dentro ad una sostanza mucosa ed omogenea.

Sono le Fucee fra tutte le alghe quelle di più complicata organizzazione. In alcune di esse si riscontrano non già i soli assi, ma ben anche organi o appendici laterali (*Sargassum* e *Cystoseira*). Simulano questi vere foglie, e se non fosse che risultano di solo tessuto cellulare tutto uniforme, si potrebbero realmente prendere per tali. I tronchi delle fucee sono solidi, fibrosi e quasi legnosi: e perchè sono perennanti risultano di più zone concentriche, che simulano quelle della corteccia e del legno; onde alcuni ne vollero dedurre qualche analogia coi tronchi delle dicotiledoni. Ma ora che ci è noto andar forniti di strati regolari anche quelli delle monocotiledoni, quando differenti periodi

di vegetazione l'uno all'altro si succedano, e che vedemmo vestirsi di nuovi strati anche i fili delle alghe inferiori, quando prolunghino la vita attraverso una serie di vicendevoli sospensioni e ricominciamenti del processo vegetativo, sappiamo a che attribuire quella apparente analogia, nè più ci sorprende un così strano ravvicinamento. La base di quei tronchi è fornita di fibrille, o di una specie di tallo, o di uno scudo, o di callosità, per mezzo delle quali sta attaccata agli scogli profondamente sommersi. D'ivi s'innalzano fino alla superficie dell'onde colle loro ramosità, che estendendosi indefinitamente provengono a sorprendenti dimensioni. In varie loro parti si sviluppano alcune vesciche alle volte anche abbastanza voluminose, benchè non quanto quelle delle Macrocistidi, ma al pari di esse sono paragonabili alle lacune delle altre piante acquajuole, perchè contenendo dell'aria rendono meno pesante tutta la fronda e le consentono di sostenersi a galla. Quelle vesciche sono, il più delle volte, modificazioni delle appendici laterali, che dicemmo somigliar a vere foglie, e nelle quali sempre si riscontrano le due lamine che nell'allontanarsi lacerano il tessuto intermedio. Come rimansugli di quel tessuto si possono riguardare alcuni fili confervoidei e fra loro anastomizzati, che costantemente si riscontrano nella cavità delle vesciche. E modificazioni pure delle stesse appendici laterali sembrano in alcune Fucee gli apparati della fruttificazione, per cui le frondi sterili molto differiscono dalle fruttifere (*Cystoseira*). In altre solo gli apici delle frondi si modificano in organi riproduttori (*Fucus*), in altre finalmente essi si presentano tanto complicati da far sospettare che più organi laterali vi sieno interessati, come nelle piante d'ordine superiore (*Sargassum*). Sono grossi tubercoli formati dall'unione di molti concettacoli, ciascuno de' quali comprende più elittri o sporidii, che racchiudono in mezzo ad un muco particolare ed a peli articolati, simili alle parafisi dei muschi, le sporule o seminuli. Si pretese, che quel muco operasse una decisa fecondazione e non vale alcun argomento nè a comprovare nè ad abbattere quella opinione: mentre affatto insussistente era quella di altri, che volevano trovar rappresentanza dei fiori maschili nelle vescichette superiormente descritte, o in alcuni fasci di peli, che solamente in poche specie si riscontrano.

CONSPECTUS GENERUM.

PROTOCOCCOIDEAE.

CRYPTOCOCCUS Kützing — *Chaos* sp. Bory S.t Vincent non Linn.

PROTOCOCCUS Meneghini — *Protococci* sp. Endlicher — *Protococcus ?cinereo-sulphureus, nebulosus, byssoides, coeruleus, rubens, sulphureus, lacteus* Ktz., *nivalis* Agardh et Ktz. non Greville nec Corda — *Coccophysium* ? Link — ? *Aerophyton* Meyen — *Zoogalactina* Sette — *Coccochloris nivalis* Sprengel (ex parte) — *Globulina sulphurea, rubens, coerulea* et *lactea* Turpin — *Leprariae, Pulverariae, Lichenis, Leprae* et *Lecideae* sp. Acharius, Floerke, Hoffmann, Ehrhart

CHLOROCOCCUM Grev. — *Chlorococci* sp. Endl. — *Protosphaeria* Turp. — *Sphaerella* Sommerfelt — *Olivia* Gray non Bertoloni — *Micraloa olivacea* Ktz. — *Globulina botryoides* Turp. excl. syn. — *Lepraria infusionum* Schrank — *Protococcus rupestris* Corda, — *monas* et *glomeratus* Ag., *viridis* Ag. et Ktz.

MICRALOA Biasoletto — *Micraloae* sp. Ktz. — *Palmella Ictyolabe* Kunze — *Protococci* sp. Ag. — *Chlorococci* sp. Endl.

NOSTOCHINEAE.

?PHYCOMATER Fries — *Chaos* sp. Bry.

HAEMATOCOCCUS Ag. Icon. — *Palmella ?sanguinea* Ag. Syst., *nivalis* Hooker — *Protococcus nivalis* Grev. et Corda non Ag., *violaceus* Corda — *Coccochloris nivalis* Spr. (ex parte) — *Uredo nivalis* Bauer — *Microcystis Noltii, Grevillii, sanguinea, umbrina, violacea* Ktz.

MICROCYSTIS Mengh. — *Microcystis angulosa, atrovirens, rupestris, atra* Ktz. — *Protococcus angulosus* et *atrovirens* Corda — *Coccochloris rupestris* Spr. — *Bichatia vesiculinosa* et *Globulina atra* Turp. — *Palmella rupestris.* Lyngbye et Ag., *bullosa* Ktz. — *Palmellae* sp. Auct.

ANACYSTIS Mengh. — *Palmella botryoides* Ag. Icon. et Grev. — *Nostoc botryoides* Ag. Syn. — *Monilia viridis* Spr. Flor. Hal. non Pollini — *Coccochloris radicata* Spr. Syst. (ex parte) — *Tre-*

mella botryoides Schreber — *Byssus botryoides* L. et Auct. ex parte — *Leprae, Leprariae, Lichenis* sp. Auct.

PHYTOCONIS: Frons mucosa, tenuissima, colorata, globulis hyalinis farta, in mucosam substantiam serius omnino conversis: puncta in ejusdem frondis muco primum vix conspicua novos globulos tandem constituentia. — *Phytoconis purpurea* et *Chaos* sp. Bry. — *Coccochloris cruenta* et *alpicola* Spr., *sanguinea* et *aurantia* Wallroth — *Coccodea sanguinea* Palisot de Beauvois — *Globulina cruenta* et *sanguinea* Turp. — *Tremella cruenta* Engl. Botan. — *Telephora sanguinea* Persoon non Swartz — *Byssus purpurea* Lamarck — *Ulva montana* Lightfoot non Swartz — *Palmellae* sp. *aurantiae* et *rubrae* Ktz. — *Protococci* sp. Endl.

ONCOBYRSA Ag. — *Stereococcus* Ktz.

SCLEROTHRIX Ktz.

?HYDROCOCCUS Ktz. non Lk.

COCCOCHLORIS Ktz. — *Coccochloridis* sp. Spr. — *Hydrocalymena* Targioni Tozzetti Msc. et Herb. — *Ulva protuberans* E. B. — *Palmellae* sp. Lyngb. et Ag.

ALCYONIDIUM Ag. — *Alcyonidii* sp. Lamouroux — *Alcyonii* sp. L., Baster et Ellis — *Ulvae* sp. Auct.

NOSTOC Vaucher — *Undina* Fr. — *Muda* Adanson — *Hydrococcus* Lk. Handb. non Ktz. — *Nostochium* Lk. olim. — *Conferva Pisum* Flor. Danic. (ex parte) — *Ulvae* et *Tremellae* sp. L. et Auct. — *Linckiae* sp. Roth et Auct.

CYLINDROCYSTIS: Corpuscula cylindrica, serius dimidiata, substantia granulari, in qua sporulae evolvuntur farta, in muco indefinito nidulata. — *Palmella cylindrospora* Brébisson inedit.

HYDRUREAE.

GLOIONEMA Ag. Syst. — *Gloeonema* Ktz. — *Bangia paradoxa* Lyngb.

HYDRURUS Ag. Syst. — *Cluzella* Bry. et Duby — *Corradorus* Gry. — *Gloionema foetidum* Ag. Syn. — *Palmella Myosurus* Lyngb. — *Coccochloris Myosurus* Spr. — *Conferva Myurus* Broussonet, *foetida* Dillwyn — *Tremella Myosurus* Fl. D. — *Ulva foetida* Vauch., *intestinalis* Girod-Chantrans non L. — *Rivularia confervoides* Rth. — *Rivulariae* sp. De Candolle, Mougeot et Nestler — *Batrachospermi* sp. DC. et Ducluzeau

RIVULARIEAE.

CORYNEPHORA Ag. Syst. — *Leathesia* Gry. — *Clavatella* Bry. — *Chaetophora marina* Lyngb. — *Rivularia tuberiformis* E. B. — *Nostoc marinum* Ag. Syn., *mesentericum* Dub. non Ag. — *Tremella difformis* L.

RIVULARIA Ag. non Bonnemaison — *Rivulariae* sp. Rth. — *Gaillardotella* Bry. — *Stylobasis* Schwabe — *Stypnion* Rafinesque — *Radiella* Nees von Esenbeck — *Linkia* Bonnem. — *Linckiae* sp. Spr. et Lyngb. — *Tremella hemisphaerica* L., *natans* Hedwig, *utriculata* Hudson — *Batrachospermum hemisphaericum* DC. — *Ulva pruniformis* E. B. non L., nec Gunner

LINCKIA Lenormand in litteris — *Linckia punctiformis* et *bullata* Lyngb. — *Rivularia punctiformis* Steudel — *Myrionema punctiforme* Harv. Engl. Fl. — *Nostoc bullatum* Dub. — *Ulva bullata* DC. — *Alcyonidium bullatum* Lamx. — *Clavatella viridissima* Bry.

?LISTIA Meyn. — (An *Rivularia* quaedam *Oscillariae* filis immixta?)

CHAETOPHORA Ag., Lyngb. et Bry. non Hornschuch — *Myriodactylon* Desvaux — *Rivularia* Bonnem. non alior. — *Rivulariae* sp. Rth., E. B. et Fl. D. — *Ulva incrassata* Huds. — *Riccia fluitans* Fl. D. non L. — *Batrachospermi* sp. Vauch. et DC. — *Tremellae* sp. L. et Auct. — *Confervae* sp. Auct.

HYDROCORYNE Schwb. et Spr.

?SCYTHYMENIA Ag. — *Ulva rupestris* E. B.

BATRACHOSPERMAE.

?MYXONEMA Fr. Plant. Homon. — *Nematrix* Fr. Msc. — *Myxotrix* Fr. Stirp. fems. — ?*Conferva ornata* Ag.

DRAPARNALDIA Bry. et Ag. — *Drapania* Desv. — *Ulva lubrica* Mohr non Rth. — *Batrachospermi* sp. Vauch. — *Charospermi* sp. Lk. — *Charae* sp. Rth. non alior. — *Confervae* sp. Auct.

BATRACHOSPERMUM Rth. — *Draparnaldina*, *Monilina*, *Thorina*, *Lemanina*, *Batrachospermae* et *Lemaneae* sp. Bry. — *Gelatinaria* Roussel — *Torularia* Bonnem. — ?*Aegira* Fr. — *Apona* Adans. — *Chordaria vaga* Wallr. — *Chantransiae* sp. DC. — *Charospermi* sp. Lk. — *Charae* sp. Weis et Rth. non alior. — *Confervae* sp. Auct.

THOREA Bry. — *Polycoma* Pal. d. B. — *Chordaria Thoreana* Wall. — *Batrachospermi* sp. DC. et Wall. — *Confervae* sp. Auct.

MESOGLOIA Crouan — *Mesogloiae* sp. Ag. et Lyngb. — *Helminthora* Fr. — *Chordaria multifida* Lyngb. et Wallr. — *Batrachospermae* sp. Bry. — *Alcyonidii* et *Dumontiae* sp. Lamx. — *Chaetophora multifida* Hook. — *Dudresnayae* sp. Bonnem. — *Rivulariae* sp. Rth. et E. B.

DUDRESNAYA Crouan — *Dudresnaya coccinea* Bonnem. — *Mesogloia coccinea* Ag. Syst. — *Batrachospermum verticillatum* Ag. Syn. — *Batrachosperma rivularioides* Bry. — *Rivularia verticillata* E. B. — *Ulva coccinea* Poiret secundum Ag. non Huds. nec Dict. Botan.

LEPTOMITEAE.

HYGROCROCIS Mengh. — *Hygrocrocidis* sp. Ag. Flora 1827. non Syst. nec Biasol. — *Conferva alba* Vandelli — *Oscillatoria alba* Ag. Syst. pro parte excl. synon. non Vauch. — *Barégine* Longchamp (ex parte) — *Sulfuraire* Fontan

LEPTOMITUS Mengh. — *Leptomiti* sp. (*a.* vegetabilibus exortae non *b.* animalibus exortae) Ag. non Biasol. — *Confervae* sp. Auct.

?BYSSOCLADIUM Ag. Syst. — *Byssocladium fenestrale* Lk. — *Sporotrichum* Ditmar et Sturm non Lk. — *Dematium olivaceum* Schumacher — *Confervae* sp. Ag. Syn. et Auct.

?ALYSPHAERIA Ktz.

?COCHLYOTHRIX Corda

?STEREONEMA Ktz. et Mengh.

OSCILLARIEAE.

OSCILLARIA Bosc — *Oscillaria* Endl. (ex parte) — *Oscillatoria* Vauch. — *Trichophorus* Pal. d. B. et Desv. — *Trichophora* Bonnem. — *Spirogyra* N. v. Es. et Lk. Diar. Botan. Schrad. 1809. non Entw. e. phys. Pflz. Syst. 1824., nec aliorum — *Spirulina* Turp. et Ktz. — *Loten* Adans. (ex parte) — *Vaucheria infusionum* DC. — *Chaetophora lobata* et *Lepra infusionum* Schrank — *Scytonema Bangii* Fl. D. et Lyngb. non Ag. — *Coccodea viridis* Pal. d. B. — *Anabaina thermalis*, *Phytoconidis* et *Chaos* sp. Bry. — *Confervae*, *Ulvae*, *Tremellae*, etc. sp. Auct.

MICROCOLEUS Desmaziéres — *Vaginaria* Bonnem. Bry. et Ktz. — *Me-*

rizomyria Pollin. Bibliot. Ital. — *Conferva aponina* Pollin. Flor. Veron. non Ktz. — *Scytonema Chthonoplastes* et *Vaucheria aponina* Spr. — *Oscillatoria Chthonoplastes* Hofmann=Bang et Lyngb. non Fl. D. — *Oscillatoriae* sp. Vauch. et Ag. — *Rhizomorphae* sp. DC.

ANABAINA Bry. (exclus. *Anabaina thermali*) — *Sphaerozyga* Ag. Flora 1827. et Icon. — *Conferva Vandelli* Beggiato, *mucoroides* Ag. Act. Holm. 1814. — *Syncollesia mucoroides* N. v. Es. et Ag. Syst. — *Synaphia mucoroides* N. v. Es. — *Oscillatoria flexuosa* Ag. Syst. — *Chaetophora unicocca* Wallr. — *Monilia viridis* Pollin. non Spr. — *Byssus flos-aquae* L. — *Nostoc flos-aquae* Lyngb. — *Oscillaria* et *Anabaina* Endl. (ex parte)

?ANHALTIA Schwb. — *Chaetophora* Endl. (ex parte) — (Differt ab *Anabaina* filis ramosis).

??INODERMA Ktz. — (Secundum auctoris descriptionem huc spectat, sed ex siccorum speciminum inspectione *Diatomeis* et *Oscillariae*, *Anabainae* atque *Vaucheriae* filis videtur constare).

LYNGBYEAE.

LYNGBYA Ag. Syst. — *Cyclosperma* Bonnem. — *Dillwynella* Bry. — *Humida* Gry. — *Byssus velutina* Gir.-Chantr. non L. nec Bry. — *Oscillatoriae* sp. Ag. Syn. — *Oscillatoriae* et *Confervae* sp. Auct.

CALOTHRIX Ag. Syst. (exclus. *Cal. confervicola*) — *Elisa* Gry. — *Ceramium pulvinatum* Jürgens — *Leptomitus investiens* et *Desmarestellae* sp. Bry. — *Oscillatoriae* sp. Ag. Syn. — *Tricophori* sp. Desv. — *Hempeliae* sp. Meyn. — *Oscillatoriae* et *Confervae* sp. Auct.

SCYTONEMA Ag. — *Mastigonema* Schwb. — *Dichonema* ?N. v. Es. — ?*Percursaria* Bonnem. — *Gaillonellae* sp. Bry. — *Conferva intexta* Pollin., *muscosa* Begg. — *Bangia aeruginosa* ?Spr. — *Byssus coriaceus* et *hemisphaericus thermalis* Vand. — *Oscillatoria byssoidea* Andrejewskiy, *subulata* Corda — *Collematis*, *Parmeliae*, *Lichenis*, *Cornicularia*e sp. Achar. et Wahlenberg — *Confervae*, *Byssi* et *Oscillatoriae* sp. Auct.

STIGONEMA Ag. Syst. — *Scytonema atrovirens* Ag. Syn. — *Bangia mamillosa* et *atrovirens* Lyngb. — *Lemanea pluvialis* Bry. —

Conferva atrovirens Dillw. — *Cornicularia pubescens* Achar. — *Lichenis* sp. L. et Auct.

CADMEAE.

SPHAEROPLEA: Fila tenuissima, articulata, sporangiis pluribus annularibus in quoque articulo, tandem in sporulas numerosas sphaericas collapsis. — *Sphaeroplea annulina* Ag. — *Sphaeroplethia* Dub. — *Sphaerogona* Lk. — *Conferva annulina* Rth. — *Bangia annulina* Spr.

CADMUS: Fila tenuissima, articulata, sporangio in quoque articulo annulari, tandem in sporulam sphaericam unicam vel duplicem collapso. — *Cadmi* et *Tiresias* sp. Bry. — *Sphaeroplea sericea* Ag. — *Conferva punctalis* Dillw. non aliorum — *Confervae* sp. Auct.

ULOTHRIX: Fila tenuissima articulata, sporangio in quoque articulo annulari, tandem in fascias collapso. — *Ulothricis* sp. Ktz. — *Chantransiae* sp. Bry. — *Confervae* sp. Auct.

CONFERVAE.

?NODULARIA Mertens — *Nodularia spumigena* Lyngb. — *Gongycladum nodulosum* Lk. — *Chantransia spumigena* Steud.

CONFERVA Ag. — *Confervae* sp. L. et Auct. — *Chloronitum* Gaillon — *Oedogonium* Lk. Hor. Phys. — *Prolifera*, *Annulina* et *Autarcites* Léon Le Clerc — *Merasperma* et *Oxytrema* Rafin. — *Enarthrum* Necker — *Lamourouxella*, *Chantransiae*, *Tiresias*, *Ceramii*, *Monilinae* sp., Bry. — *Vaucheria* Bry. non DC. — *Prolifera* et *Polysperma glomerata* Vauch. — *Batrachospermum inflatum* Wallr. ? — *Hempeliae* sp. Meyn. — *Trichogoni* sp. Pal. d. B. — *Ulothricis* sp. Ktz. — *Chantransiae* et *Ceramii* sp. DC. — *Ceramii* sp. Rth. — *Annulinae* et *Agari* sp. Lk. olim — *Godal* sp. Adans. — *Byssi* sp. Auct.

PROTONEMA Ag. (exclus. Muscorum primordiis *Protonemata* referentibus) — *Confervae* sp. Auct.

LEMANIEAE.

LEMANIA Ag. — *Lemaneae* sp. Bry. — *Vertebraria* Rouss. — *Nodularia fluviatilis* Lyngb. — *Polysperma fluviatilis* Vauch. — *Gongycladi* sp. Lk. — *Trichogoni* sp. Pal. d. B. — *Chantransiae* sp. DC. — *Aponae* sp. Adans. — *Confervae* sp. L. et Auct.

HYDRODICTYEAE.

HYDRODICTYON Rth. — *Reticulina* Bry. — ? *Dictylema* Rafin. — *Godal* sp. Adans. — *Confervae* sp. L. et Auct.

? DICTIONEMA Kunth et Ag. — *Hydrodictyon excentricum* Spr.

CERAMIEAE.

LEIBLEINIA Endl. — *Desmarestella confervicola* Bry. et Dub. — *Oscillatoria confervicola* Ag. Syn. — *Calothrix confervicola* Ag. Syst. — *Linkia ceramicola* Lyngb. — *Conferva confervicola* Dillw.

BULBOCHAETE Ag. — *Conferva setigera* Rth., *vivipara* Dillw.

CHANTRANSIA Fr. Desv., Moug. et Nestl. non DC. nec Bry. — *Auduinella* Dub. — *Genicularia* Rouss. — *Trentepohlia pulchella* Ag. Syst. — *Lemanea pulchella* Wallr. — *Audouinella chalybaea* Bry. — *Ectocarpus chalybaeus* Lyngb. — *Ceramium pulchellum* et *chalybaeum* Ag. Disp. — *Conferva chalybaea* et *Hermanni* Rth., *corymbifera* E. B., *nana* E. B. non Dillw.

ELACHISTEA Dub. et Endl. — *Conferva scutulata* E. B. — *Sphacelaria* ? *scutulata* Ag. Syst.

CALLITHAMNION Ag. Spec. — *Callithamnii* sp. Lyngb. — *Lamourouxia* Bonnem. Msc. non Ag. nec Humbolt, Bonpland et Kunth — *Mertensia tripinnata* Grateloup — *Ceramii* sp. Ag. Syst., Bonnem. Ess. Journ. Phys. et Dub. — *Confervae* sp. Auct.

CERAMIUM Ag. Spec. (exclus. *Ceram. filamentoso*) non Blume — *Ceramii* sp. Rth. et DC. — *Boryna* Gratel., Gaill. et Bry. — *Amesperma* et *Emisperma* Rafin. — *Catenaria* Rouss. — ? *Gaillionia* Rudolphi — *Dictiderma* et *Gaillonae* sp. Bonnem. — *Godal* sp. Adans. — *Confervae* sp. Auct.

GRIFFITSIA Ag. Spec. — *Dillwynia* Gratel. — *Plumaria* Lk. Hor. Phys. — *Polychroma* Bonnem. — *Callithamnium corallinum* Lyngb. — *Agarum corallinum* Lk. olim. — *Cladostephus australis* Ag. Syst. — *Ceramii* sp. DC. et Dub. — *Confervae* sp. Auct.

WRANGELIA Ag. Spec. — *Griffitsia penicillata* Ag. Syst. — *Dasya spinella* Dub. (ex parte), excl. synon. non Ag.

BAILLOUVIANA Griselini, Adans. et Nardo — *Ellisius* Gry. (secund. Endl.) — *Ellidium* Gry. (secund. Ag.) — *Asperocaulon* Grev. — *Rhodonema* Martens — *Stichocarpus* Ag. Flora 1827. —

Grateloupia Bonnem. Journ. Phys. non Ag. — *Dasya* Ag. Syst. et Spec. Vol. II. Pars. I. — *Hutchinsia ocellata* Ag. Syst., *coccinea* Ag. Syn. et Hook. — *Sphaerococcus pedicellatus* Ag. Spec. Vol. I. Pars. II. — *Callithamninm coccineum* Lyngb. — *Chondria pedicellata* Spr. — *Fucus coccineus* Poir. non Huds. — *Fucus Baillouviana* Gmel. et Steud. (exclus. syn.) — *Gaillonae* sp. Bonnem. Mém. Mus. — *Ceramii* et *Confervae* sp. Auct.

CHAMPIA Lamx., Desv. et Ag. — *Mertensia lumbricalis* Rth. exclus. syn. — *Ulva rugosa* Thunberg non L.

NACCARIA Endl. — *Chaetospora* Ag. non Robert Brown — *Cladostephus Wigghii* Spr. — *Hypnea Wigghii* Lamx. et Dub. — *Chordaria Wigghii* Wallr. — *Fucus Wigghii* Turner

GRAMMITA Lenorm. in litter. — *Grammita rigida* Bonnem. — *Polysiphonia rigida* Grev. — *Hutchinsia rigida* Ag.

POLYSIPHONIA — *Polysiphoniae* sp. Grev., Dub. et Spr. — *Hutchintia* Bry. Voyag. Duperrey — *Hutchinsia, Dicarpella, Brongniartella* et *Grateloupella* Bry. Dict. Class. — *Corradoria* Martius — *Vertebrata* Gry. — *Broussonetia* Gratel. non Ventenat nec Ortega — *Grammita* Desmaz. — *Hutchinsiae* sp. Ag. — *Lamourouxiae* et *Grammitae* sp. Bonnem. — *Gongycladi* sp. Lk. — *Borynae* sp. Gratel. — *Ceramii* sp. Rth. et Auct. — *Lophyros* sp. Targ. — *Fuci* et *Confervae* sp. Auct.

SPIRYDIA Harw. Engl. fl. et Suhr in litt. — *Hutchinsia filamentosa* Ag. Syst. exclus. nonnul. syn. — *Sphaerococcus friabilis* Ag. Disp. — *Ceramium filamentosum* Dub. et Ag. Spec., *vagabundum* Rth. — *Polysiphonia filamentosa* Spr. Syst. — *Conferva fibrosa* Spr. Berl. Magaz., *pallescens* Bry., *Griffitsiana* E. B. — *Fucus friabilis* Clemente, *filamentosus* Wulf.

DIGENEA Ag. — *Conferva simplex* Wulf. et Rth. — *Fucus lycopodioides* Wulf. non L.

RYTIPHLOEA Ag. — *Moestingia* Schousb. — *Sphaerococcus Maximiliani* Martius — *Conferva plana* Forskahl — *Ectocarpus purpureus* et *complanatus* Spr. — *Lophyros* sp. Targ. — *Fuci* sp. Auct.

ECTOCARPUS Ag. Sp. — *Ectocarpi* sp. Lyngb. et Spr. — *Opospermum* et *Calospermum* Rafin. — *Macrocarpus* Bonnem. — *Capsi-*

carpella, Pilayella et *Audouinella funiformis* Bry. — *Sphacellaria Mertensii* Ag. Syst. — *Lyngbyae* sp. Gaill. — *Ceramii* sp. Rth., Fl. D. et Ag. Syn. — *Confervae* sp. L., E. B., Ligthf., Dillw., Rth. et Lyngb.

SPHACELLARIA Lyngb. et Ag. Sp. — *Delisella* et *Lyngbyella* Bry. — *Fucus rudis* Esper — *Ceramii* sp. Rth., Fl. D., DC., Gratel. et Hook. — *Confervae* sp. L. et Auct.

MYRIONEMA Grev. non Harw.

DASYCLADUS Ag. Spec. — *Botrydion* sp. Targ. — *Myrsidium clavatum* Rafin. — *Cladostephus clavaeformis* Lyngb., Dub., Ag. Syst. et Spr. Syst. — *Conferva clavaeformis* Rth. et Spr. Berl. Magaz. 1809. — *Fucus vermicularis* Bertol. — *Spongia vermicularis* Scopoli

CLADOSTEPHUS Ag. Spec. — *Cladostephi* sp. Lyngb. — *Dasytricha* Lamx. — *Dasytrichia* Bonnem. — *Pericomos* Targ. — *Ceramii* sp. DC. — *Fuci* et *Confervae* sp. Auct.

CORALLINEAE.

GALAXAURA Lamx. — *Corallinae* sp. L., Solander et Ellis — *Tubulariae* sp. Gmelin et Esper — *Dichotomariae* sp. Lamk. — *Alysium Perrini* Spr.

JANIA Lamx. — *Corallinae* sp. Auct.

CORALLINA Lamx. — *Corallinae* sp. L. et Auct. — *Nodolara* Imperato secund. Nardo — *Titanephlium* Nardo

?CYMOPOLIA Lamx. — *Corallinae* sp. Auct.

?AMPHIROA Lamx. — *Corallinae* sp. Auct.

ZYGNEMEAE.

SPIROGYRA Lk. Entw. e. phys. Pflz. Syst. 1824. non Diar. Botan. Schrad. 1809. nec N. v. Es. — *Choaspis* Gry. — *Salmacis* Bry. — *Conjugatae* Sect. I. Vauch. — *Zygnematis* sp. (β. spiris notatae) Ag. — *Zygnematis* Sect. *c.* (Spirogyra) Endl. — *Confervae* sp. Auct.

ZYGNEMA — *Zygnematis* sp. (α. bipunctatae) Ag. — *Zygnematis* Sect. *b.* (Stellulina) Endl. — *Stellulina* Lk. Handb. — *Globulina* Lk. Hor. Phys. non Turp. — *Lucernaria* Rouss. — *Agardhia* Gry. non Cabrera nec nob. — *Diadena* Pal. d. B. — *Tendaridea* et *Ledae* sp. Bry. — *Conjugatae* Sect. II. Vauch. — *Confervae* sp. Auct.

MOUGEOTIA Ag. Syst. et Brébiss. — *Serpentinaria* Gry. — *Genuflexa* Lk. Handb. — *Conjugata* Lk. Hor. Phys. — *Ledae* sp. et *Zygnema* Bry. non Ag. — *Zygnema genuflexum* et *compressum* Lyngb. — *Conjugata genuflexa* Ag. Disp. — *Conjugatae* Sect. III. Vauch. — *Hempeliae* sp. Meyn. — *Zygnematis* Sect. *a* (Serpentinaria) Endl. — *Confervae* sp. Auct.

DESMIDIEAE.

TROCHISCIA Ktz. — *Tessarthronia* et *Heterocarpellae* sp. Turp.

CLOSTERIUM Nitzsch — *Lunulina* et *Naviculae* sp. Bry. — *Vibrionis* sp. Müller

COSMARIUM — *Cosmarium* et *Colpopelta* Corda — *Heterocarpella* et *Pandurellae* sp. Ktz. — *Ursinellae* et *Heterocarpellae* sp. Turp. — *Cymbellae* sp. Ag.

STAURASTRUM Meyn. — *Binatella* Brébiss. — *Micrasterias* sp. Ktz.

SPHAERASTRUM Meyn. — *Gomphosphaeria* et *Micrasterias* sp. Ktz.

MICRASTERIAS Ag. Flora 1827. — *Pediastrum* Meyn. et Corda — *Helierella* Bry. — *Potarcus* Rafin. — *Crucigenia* Morren — *Selenaea* Ntzsch. — *Heliactis* Ktz. — *Euastrum* et *Stauridium* Corda — *Echinellae* sp. Lyngb. et Ag. Consp. non Achar. nec Dub.

SCENEDESMUS Meyn., Ktz. et Brébiss. — *Achnanthis* sp. Bry. et Turp.

BIDDULPHIA Gry. — *Diatomatis* et *Isthmiae* sp. Ag. — *Conferva Biddulphiana* E. B.

SPHAERODESMUS Corda (exclus. *S. spirillo* qui videtur *Anabainae* spec.).

PLEUROCOCCUS Mengh.

DESMIDIUM Ag. Syst., Ktz. et Brébiss. — *Diatoma Swartzii* Lyngb. et Ag. Disp. et in Swensk Botan. — *Conferva dissiliens*. E. B. non Dillw.

ECHINELLA Achar. Ktz. et Ag. Syst. (ex parte) non Lyngb. nec Ag. Consp. nec Dub. — *Rivularia articulata* E. B.

GEMINELLA Turp. et Ktz.

SIPHONEAE.

BOTRYDIUM Wallr. — *Rhizococcum* Desmaz. — *Hydrogastrum* Desv. et Dub. — *Coccochloris radicata* Spr. (ex parte) — *Conferva multicapsularis* Dillw. ? — *Ulva granulata* L., *radicata* Retz — *Vaucheriae* sp. Ag. et Lyngb. — *Tremellae* et *Linckiae* sp. Auct.

VAUCHERIA DC. (exclus. *Vauch. infusionum*), Lyngb. et Ag. non Bry. — *Ectosperma* Vauch. et Bry. — *Ectosperma* et *Vaucheria* N. v. Es. — *Byssus velutina* Bry. non L. nec Gir.-Chantr. — *Riccia arachnoidea* Fl. D. — *Ceramii* sp. Rth. — *Godal* sp. Adans. — *Confervae* sp. Auct.

BRYOPSIS Lamx. et Ag. — *Ulva plumosa* L. et Huds. — *Fucus arbuscula* DC. et Poir. — *Conferva tenax* Rth.

ALYSIUM Ag. — *Ulva Holtingii* Mert.

?COCCODERMA Kunze

VALONIA Ag. — *Gastridium ovale* Lyngb. non Grev. — *Ulva cellulosa* Mert., *intricata* Clement. ? — *Physidrum aggregatum* Delle Chiaje — *Confervae* sp. Wulf. et Rth.

CODIUM Stackhouse Praefat. — *Codii* sp. Ag., Spr. et Endl. — *Lamarckia* Olivi (exc. *simpliciuscula*) et Stackh. Ner. Britan. Edit. 2.ª non Moench — *Spongodium* Lamx., Lenorm. et Dub. — *Vermilara* Imper. — *Alcyonium Bursa* L. — *Agardhiae* sp. Cabrera — *Myrsidii* sp. Rafin. — *Fuci* et *Ulvae* sp. Auct.

FLABELLARIA Lamx., Gaill. et Dub. non Lamk. nec Cavanilles — *Flabellariae* sp. Delle Ch. — *Codii* sp. Ag., Spr. et Endl. — *Agardhiae* sp. Cabrer. — *Ulvae*, *Fuci* et *Confervae* sp. Auct.

ANADYOMENE Lamx. et Ag. — *Ulva stellata* Wulf. — *Flabellaria anadyomena* Delle Ch.

ACETABULARIA Lamx. — *Acetabulum* Tournefort, Michelli et Lamk. — *Olivia* Bertol. non Gry. — *Androsace* Mathioli et Donati — *Androsaces* Lob., Park. et Camer. — *Callopilos* Targ. — *Corallinae* sp. Pallas — *Tubulariae* sp. Gmelin et Esper

?POLYPHYSA Lamx. et Ag. Syst. — *Caulerpa peniculus* Ag. Disp. — *Fucus peniculus* Turn.

UDOTEA Lamx. — *Flabellariae* sp. Lamk. — *Corallinae* sp. Auct.

HALIMEDA Lamx. — *Sertolara* Imper. et Nardo — *Hormisus* Targ. — *Opuntia* Park., Ginanni et Naccari non Tournef. nec Miller. — *Opuntioides* Mich. — *Codium Opuntia* Schousb. et Spr. — *Flabellariae* sp. Lamk. et Delle Ch. — *Corallinae*, *Ulvae* et *Fuci* sp. Auct.

?NESEA Lamx. et Blainville — *Penicillus* Lamk. et Schweigger — *Corallinae* sp. Auct.

CAULERPEAE.

CAULERPA Lamx. et Ag. Syst. — *Caulerpa* et *Chauvinia* Bry. — *Codium simplicusculum* Ag. Disp. — *Lamarckia simpliciuscula* Olivi — *Fuci* et *Ulvae* sp. Auct.

ULVEAE.

ULVA Lamx. — *Ulvae* sp. L. et Auct. — *Ulva* Trib. II. Ag. Spec. — *Ulvae* sp. (*a.* marinae et *b.* paludosae) Ag. Syst. — *Ramularia* Rouss. — *Phyllona, Trepposa* et *Zonariae* sp. Lk. — *Halitridax* Targ. — *Ulvastri* sp. DC. — *Phascon* et *Splachon* sp. Adans.

PORPHYRA Ag. Syst. — *Phyllona purpurea* Wiggers — *Ulvastri* sp. DC. — *Ulvae* Trib. I. (Porphyra) Ag. Spec. — *Ulvae* sp. Auct.

ILEA Fr. et Gaill. — *Hydrosolen* Martius — *Tubularia* Rouss. — *Fistularia* Grev. — *Solenia* Ag. Syst. (exclus. *Sol. crinita*) non Hoffm. — *Ulva* Trib. V. (Solenia) Ag. Sp. — *Soleniae* sp. Spr. — *Enteromorphae* sp. Lk. — *Scytosiphonis* sp. Lyngb. — *Splachnon* et *Phascon* sp. Adans. — *Ulvae* et *Confervae* sp. Auct.

TETRASPORA Lk. et Ag. Syst. — *Tetraspora minima* et *gelatinosa* Desv. — *Pexisperma* Rafin. — *Gastridium cylindricum* et *lubricum* Lyngb. — *Conferva lubrica* Rth. — *Linckia Conferva* Spr. Anleit. — *Linckia turbinata, Solenia lubrica* et *cylindrica* Spr. Syst. — *Ulva bullosa* Spr. et Ag. Syst. (ex parte) non Rth. — *Ulva turbinata* Pollin. — *Ulva gelatinosa* et *Ulvae* Trib. III. (Tetraspora) Ag. Spec. — *Ulva gelatinosa* et *minima* Vauch. — *Ulvae* et *Tremellae* sp. Auct.

PRASIOLA — ? *Priestleya* Meyn. — *Tetraspora terrestris* Desv. et DC. — *Tremella crispa* Schreb. — *Bangia callophylla* Carmichael in Grev. Scot. — *Ulva callophylla* Spr. et Grev. Alg. Britan., *crispa* Ligthf., *furfuracea* Fl. D., *aureola* Ag. Icon., *terrestris* Rth. — *Ulvae* Trib. IV. (Prasiola) Ag. Spec. — *Ulvae* sp. (*c.* terrestres) Ag. Syst.

BANGIA Ag. Syst. — *Bangiae* sp. Lyngb. — *Spermogonia* Bonnem. — *Byssus rubra* DC. — *Oscillatoria fuscopurpurea* et *atropurpurea* Ag. Synop. — *Confervae* sp. Auct.

GASTROCARPEAE.

IRIDEA Grev. non Stackh. — *Irideae* sp. Bry. — *Halymeniae* sp. Lamx. Gaill. et Dub. — *Halymeniae* et *Sphaerococci* sp. Ag. — *Ulvae* et *Fuci* sp. Auct.

HALYMENIA Grev. — *Scinaia* Bivona — *Dawsonia* Lamx. non R. Br. — *Dumontiae* sp. Lamx. — *Chondria Usnea* et *Halymeniae* sp. Ag. — *Gastridii* sp. Lyngb. — *Soleniae* sp. Spr. — *Ulvae* et *Fuci* sp. Auct.

DUMONTIA Grev. Alg. Britan. et Crouan — *Dumontiae* sp. Lamx. — *Solenia filiformis* Spr. — *Chordaria filiformis* Wallr. — *Gastridium filiforme* Lyngb. exclus. plerisq. synon. — *Conferva filiformis* et *Ulva incrassata* Fl. D. — *Ulva contorta* DC., — *rubra* Huds. — *Mesogloia Hudsoni* Ag. — *Halymeniae* sp. Ag., Grev. Scot. et Endl. — *Fuci* sp. Auct.

CATENELLA Grev. — *Halymenia* ? *Opuntia* Ag. Spec. — *Chondria Opuntia* Ag. Syn. — *Chordaria Opuntia* Spr. — *Gigartina Opuntia, pygmaea* et *pilosa* Lamx. Ess. excl. syn. secund. Dub. — *Kaliformia Opuntia* Stackh. — *Rivularia Opuntia* E. B. — *Lomentaria Opuntia* et *pygmaea* Gaill. et Dub. — *Ulva articulata* β. Huds. — *Fucus Opuntia* L., Turn. et Stackh., — *repens* Lightf.

FLORIDEAE.

CLAUDEA Lamx. — *Lamaurouxia* Ag. Syn. non Bonnem. nec Humb., Bonpl. et Kunth — *Oneillia* Ag. Spec. — *Fucus Claudei* Turn.

AMANSIA Lamx. — *Amansiae* sp. Ag. Spec. — *Rytiphlaea* ? *lineata* Ag. Disp. — *Thamnophorae* sp. Ag. — *Fuci* sp. Auct.

DELESSERIA Grev. Alg. Britan. — *Delesseriae* sp. Lamx., Grev. Scot. et Ag. — *Amansia fraxinifolia* Ag. Spec. — *Hypophyllae, Hymenophyllae* et *Hydrophyllae* sp. Stackh. — *Wormskioldiae* sp. Spr. — *Fuci* sp. Auct.

NITOPHYLLUM Grev. Alg. Britan. — *Delesseriae* sp. Lamx., Ag. et Grev. Scot. — *Womskioldiae* sp. Spr. — *Halymeniae* sp. Lamx. et Dub. — *Chondri* sp. Lyngb. — *Hymenophyllae* sp. Stackh. — *Dawsonia Gmelini* Lamx. — *Fuci* et *Ulvae* sp. Auct.

HYMENEMA Grev. — *Delesseria venosa* Lamx. et Ag. Spec. — *Sphaerococcus venosus* Ag. Disp. — *Wormskioldia venosa* Spr. — *Fucus venosus* L. et Turn.

RHODOMENIA Grev. — *Sphaerococci* sp., *Halymenia* ? *sobolifera* et *palmata* Ag. — *Halymeniae* sp. Lamx., Delle Ch., Dub. et Gaill. — *Delesseriae* sp. Lamx. — *Gigartinae* sp. Lyngb., Lamx. et

Dub. — *Irideae* sp. Bry. — *Sarcophyllae* sp. Stackh. — *Mastocarpi* et *Lomatii* sp. Targ. — *Plocamium cristatum* Lamx. et Dub. — *Ceramii* sp. Rth. — *Ulvae* et *Fuci* sp. Auct.

BOTRYOCARPA Grev. — *Delesseria botryocarpa* Lamx. et Ag. — *Wormskioldia botryocarpa* Spr. — *Fucus botryocarpus* Merts. et Turn., *ovifrons* Mohr

THAMNOPHORA Grev. — *Thamnophorae* sp. et *Sphaerococcus cornutus* Ag. — *Fuci* sp. Auct.

PLOCAMIUM Bry. — *Plocamia* Stackh. — *Plocamium vulgare* et *maxillosum* Lamx., *coccineum* Lyngb. — *Plocas* Targ. — *Delesseria Plocamium* Ag. Spec., *coccinea* Ag. Syn. — *Wormskioldia Plocamium* Spr. — *Ceramium Plocamium* Rth. — *Conferva mollis* Draparnauld — *Fucus Plocamium* Gmel., — *coccineus* Huds., — *maxillosus* Poir.

MICROCLADIA Grev. — *Delesseria glandulosa* Ag. — *Wormskioldia glandulosa* Spr. — *Halymenia implexa* Dub. — *Gigartina glandulosa* Lamx. — *Fucus implexus* DC., — *glandulosus* Turn.

ODONTHALIA Lyngb. — *Atomaria* Stackh. — *Delesseria dentata* Lamx. — *Sphaerococcus dentatus* Ehrh. — *Fucus pinnatifidus* Fl. D. non Huds., — *dentatus* L. et Auct. — *Rhodomela dentata* Ag. — *Rhodomelae* sp. Endl.

DICTYOMENIA Grev. — *Euspiros* Targ. — *Volubilaria* Lamx. Dict. Class. et Dub. — *Dictyopteridis* et *Delesseriae* sp. Lamx. Ess. — *Rhodomelae* sp. Ag. — *Fuci* sp. Auct.

RHODOMELA Grev. — *Rhodomelae* sp. Ag. Spec. — *Scorpiura* Stackh. — *Lophyros* sp. Targ. — *Chondria amphibia* Ag. Disp. — *Ceramii* sp. Rth. et DC. — *Plocamium amphibium* Lamx. — *Gigartinae* sp. Lyngb. et Lamx. — *Fuci* sp. Auct.

ALSIDIUM Ag.

BONNEMAISONIA Ag. Syst. — *Sphaerococcus asparagoides* Ag. Disp. — *Capillaria asparagoides* Stackh. — *Delisea elegans* Lamx. Dict. Class. — *Plocamium asparagoides* Lamx. Ess. — *Ceramium asparagoides* Rth. — *Fucus asparagoides* Woodward et Turn., *pilularia* Gmel. ex parte.

LAURENCIA Lamx. et Grev. — *Sphaerococcus corymbiferus* Ag. Disp. — *Gelidium pinnatifidum* Lyngb. — *Polymorpha corymbifera*, *Capil-*

lariae, Dasyphyllae, Kaliformiae sp. et *Pinnatifida* Stackh. — *Polyodus, Lemnisci, Lasii* et *Botrydion* sp. Targ. — *Gigartinae* sp. Lamx. et Bry. — *Chondriae* sp. Ag. — *Fuci* sp. Auct.

CHONDRIA — *Chondriae* sp. Ag. — *Gastridium* Grev. non Pal. d. B. — *Gastrophycus* Lk. — *Lomentaria* Lyngb., Gaill. et Dub. (exclus. *L. Opuntia* et *pygmaea*) — *Gastridii* sp. Lyngb. — *Dasyphylla articulata* Stackh. — *Ceramii* sp. Rth. — *Ulva articulata* Huds. — *Physidrum uvarium* Delle Ch. — *Gigartinae* sp. Lamx. — *Laurencia pyramidalis* Bry. secund. Dub. — *Confervae* et *Fuci* sp. Auct.

CORALLOPSIS Grev. — *Gigartina chondroides* Bry. — *Sphaerococcus Salicornia* Ag. — *Fucus Salicornia* Merts.

ACANTHOPHORA Lamx. — *Chondriae* sp. Ag. — *Gastridii* sp. Lyngb. — *Fuci* sp. Auct.

GRACILARIA Grev. — *Tubercularia* et *Verrucaria* Stackh. non alior. — *Ceramianthemum* Donati — *Ceramion* Adans. — *Ceramium longissimum* Rth. non Schumach. — *Chondriae* et *Sphaerococci* sp. Ag. — *Gigartinae* sp. Bry., Lamx. et Dub. — *Lasii* et *Mastocarpi* sp. Targ. — *Fuci* sp. Auct.

CHONDRUS Grev. — *Nereidea, Polymorphae* et *Chondri* sp. Stackh. — *Nereidea, Erinaceae, Delesseriae* et *Gelidii* sp. Lamx. — *Chondri* sp. Lamx., Dub. et Gaill. — *Lomatii* sp. et *Cypellon* Targ. — *Halymeniae* sp. Lamx. et Dub. — *Ulvae* et *Sphaerococci* sp. Lyngb. et Ag. — *Ulvae* et *Fuci* sp. Auct.

PHYLLOPHORA Grev. — *Lomatii, Cylichni* sp. et *Phyllogenes* Targ. — *Epiphyllae* et *Polymorphae* sp. Stackh. — *Sphaerococci* sp. Ag. — *Chondri* sp. Lyngb. — *Delesseriae* et *Dawsoniae* sp. Lamx. — *Halymeniae* sp. Delle Ch. et Dub. — *Fuci* sp. Auct.

SPHAEROCOCCUS Grev. — *Sphaerococci* sp Ag. — *Sphaerococci* sp. et *Coronopifolia* Stackh. — *Desmia Hornemanni* Lyngb. — *Gelidii* sp. Lamx. et Dub. — *Cylichnos ramosa* Targ. — *Fuci* sp. Auct.

BOWIESIA Grev. — *Erinaceae* sp. Lamx.

GELIDIUM Grev. Alg. Britan. — *Gelidii* sp. Lamx. et Dub. — *Kaliformia pusilla* et *Clavaria* Stackh. non alior. — *Sphaerococci* sp. Ag. et Bonnem. — *Desmiae* sp. Lyngb. — *Loncharii* et *Amphorisci* sp. Targ. — *Chondria pusilla* Hook. et Grev. Sc. — *Fuci* sp. Auct.

GIGARTINA Stackh. — *Gigartinae* sp. Lamx. — *Scytosiphon Hippuroides* Lyngb. — *Ceramium plicatum* Rth. — *Sphaerococci* sp. Ag. — *Nodulariae* et *Mastocarpos* sp. Targ. — *Polyides* sp. Gaill. et Dub. — *Fuci* sp. Auct.

GRATELOUPIA Ag. Syst. non Bonnem. — *Phoracis* Rafin. — *Palmaria rigida, Delesseria filicina* et *erinacea* Lamx. Ess. — *Halymenia filicina* Lamx. Dict. Class. et Dub. — *Sphaerococcus erinaceus* et *filicinus* Ag. Disp. — *Fucus ornatus* L., *erinaceus* Turn., *filicinus* Wulf. et Turn.

HYPNEA Grev. — *Hypnea musciformis, spinulosa, charoides* et *hamulosa* Lamx. — *Chondria charoides* Steud., — *hamulosa* et *Sphaerococcus musciformis* Ag. — *Lasii* sp. Targ. — *Fuci* sp. Auct.

PTILOTA Ag. — *Delesseria flaccida, Plocamium asplenioides* et *plumosum* Lamx. — *Ceramium plumosum* Rth. — *Fuci* sp. Auct.

LIAGORA Lamx. et Ag. Spec. — *Euscepes* Targ. — *Sphaerococcus viscidus* et *distentus* Ag. Disp. — *Tubulariae* sp. Gmel. et Esp. — *Dichotomariae* sp. Lamk. — *Fuci* sp. Auct.

? THAUMASIEAE.

THAUMASIA Ag. Syst. — *Rhodomela ?flava* Ag. Spec. — *Fucus flavus* L. non Clement., *spongiosus* König

SPONGIOCARPEAE.

POLYIDES Ag. Spec. — *Spongiocarpus* Grev. — *Chordaria rotunda* Ag. Syn. — *Gigartina rotunda* Lamx. — *Sphaerococcus rotundus* Lk. — *Furcellaria rotunda* Lyngb. — *Fastigiaria rotunda, radiata, angulata* et *filiformis* Stackh. — *Fuci* sp. Auct.

FURCELLARIEAE.

FURCELLARIA Lamx. et Ag. — *Fastigiaria lumbricalis* Stackh. — *Sphaerococcus fastigiatus* Lk. — *Fuci* sp. Auct.

CHORDARIEAE.

CHORDA Stackh. Ner. Brit. Edit. 1.ª, Lamx. et Lyngb. — *Tendinarius* Rouss. — *Chordaria Filum* Lk., Wallr. et Ag. Synop. — *Flagellaria Filum* et *thrix* Stackh. Ner. Brit. Edit. 2.ª — *Scytosiphon filum* Ag. Spec., — *fistulosum* Ag. Disp. et Lyngb. — *Ceramium filum* et *Conferva fistulosa* Rth. — *Fucus Filum* L. non Esp., — *Tendo* Esp. non L. — *Ulva filum* Gouan, — *lumbricalis* Lamk., — *fistulosa* Huds. et Dub., — *simplicissima* Clement.

CHORDARIA Ag. Syst. (exclus. *Chord.* ?*Nemalion*) — *Chordaria divaricata, flagelliformis* et *Chaetophora nodulosa* Ag. Syn. — *Chordaria flagelliformis* et *tuberculosa* Lyngb. — *Thorea ramosissima* Spr. ex parte non Bry. — *Flagellaria flagelliformis* Stackh. — *Gigartina flagelliformis* Lamx. et Dub. — *Scytosiphon tomentosus* Fl. D et Lyngb. exclus. omnib. synon. — *Ceramium tuberculosum* et *Conferva dichotoma* Fl. D. non L. — *Fucus flagelliformis* Fl. D., Ag. Decad. et Stackh. Ner. Brit. Ed. 2.ª, — *longissimus* Stackh. Ner. Brit. Ed. 1.ª non Gmel.

NEMALION Targ. et Dub. — *Chordaria* ?*Nemalion* Ag. — *Fucus Nemalion* Bertol.

SPOROCHNOIDEAE.

DESMARESTIA Lamx. (exclus. *Desm. viridi*) — *Spinularia* Rouss. — *Trinitaria* Bry. — *Hippurina* et *Herbacea* Stackh. — *Phymatium* ?Lk. — *Desmia aculeata, ligulata* et *Ectocarpus densus* Lyngb. exclus. omnib. synon. — *Sphaerococcus aculeatus* Lk. — *Laminaria herbacea* et *ligulata* Ag. Syn. — *Sporochnus medius, herbaceus, aculeatus, ligulatus* Ag. Spec. — *Fuci* sp. Auct.

DICHLORIA Grev. — *Iridea* Stackh. non Bry. — *Sporochnus viridis* Ag. Spec. — *Chordaria viridis* Ag. Syn. — *Gigartina viridis* Lyngb. — *Desmarestia viridis* Lamx. — *Polymorpha viridis* Stackh. — *Fucus viridis* Fl. D.

SPOROCHNUS Grev. — *Sporochni* et *Chordariae* sp. Ag., Lyngb. et Wallr. — *Arthrocladia* Dub. — *Gigartinae* sp. Lamx. — *Scytosiphonis* sp. Fl. D. — *Fuci* et *Confervae* sp. Auct.

DICTYOTEAE.

ASPEROCOCCUS Lamx., Ag. Syn. et Grev. Alg. Britan. — *Encoelium* Spr. et Grev. Scot. — *Encoelium echinatum* et *bullosum* Ag. Sp. et Syst. — *Gastridium Opuntia* Lyngb. — *Enteromorpha echinata* Lk. — *Conferva echinata* Merts. — *Ulva rugosa* DC. exclus. synon. non L., — *Turneri* E. B. — *Scytosiphonis* sp. Lyngb. et Ag. secundum Grev.

STILOPHORA — *Stilophora sinuosa* et *clathrata* Ag. Flora 1827. — ?*Hydroclathrus* Bry. Dict. Class. et Dub. — *Encoelium sinuosum* et *clathratum* Ag. Spec. et Syst. — *Zonaria sinuosa* Ag. Synop. — *Ulva sinuosa* Rth. et Spr. — *Tremella rugosula* et *cerina*

Clement. — *Fucus clathratus* Bry. Msc., — *tremelloides* Bertol. — *Alcyonidium ?tremelloides* Ag., — *Nostoc* Lamx. — *Ulva Nostoc* Dict. Bot., — *mesenterica* Bonnem. — *Nostoc mesentericum* Ag. et Delle Ch. — *Rysso physalis* Targ. — *Striaria* Endl. (ex parte).

STRIARIA Grev. Alg. Britan. — *Charmichaelia* Grev. Scot. non R. Brow. — *Stilophora crinita* Ag. Flora 1827. — *Solenia crinita* Ag. Syst. exclus. synon. — *Zonaria Naccariana* Ag. Msc. secundum Naccari exclus. synon. — *Striaria* Endl. (ex parte).

PUNCTARIA Grev. — *Zonaria ?plantaginea* et *?tenuissima* Ag. — *Ulvae* sp. Auct.

DICTYOSIPHON Grev. — *Scytosiphon foeniculaceus* Ag. Disp., Fl. Dan. et Dub. — *Halymenia foeniculacea* Ag. Syn. — *Fucus subtilis* Turn. — *Ceramium fibrosum* Rth. ? — *Conferva foeniculacea* Huds. non Draparn.

DICTYOTA Grev. — *Dictyotae* sp. Lamx. — *Myxodes* et *Evyphes* Targ. — *Zonariae* sp. Ag. — *Fuci* et *Ulvae* sp. L. et Auct.

?CUTLERIA Grev. — *Zonaria multifida* Ag. non Draparn. — *Dictyota laciniata* Lamx. et Dub., — *penicillata* Lamx. — *Sporochnus multifidus* Spr. — *Ulva multifida* E. B. et Turn., — *cornea* Poir.

PADINA Adans. et Lamx. — *Pterigospermum* Don. — *Rhipidion, Pterigospermum* et *Spyris* Targ. — *Flabellaria Squamaria* Delle Ch. — *Stifftia* Nardo — *Corallina Pavonia* Pall. et Ell. — *Zonariae* sp. Ag. — *Fuci* et *Ulvae* sp. Auct.

HALISERIS Targ. et Ag. — *Nevrocarpon* Weber et Mohr — *Dictyopteris* Lamx. — *Halydris membranacea* Stackh. — *Ulva polypodioides* DC. — *Zonaria* Endl. (ex parte) — *Ulvae* et *Fuci* sp. Auct.

AGARDHIA: Frondes indefinitae, crassae, sinuosae, convolutae, incrustatae e cellulis elongatis in seriebus verticalibus paralelliter stipatis constitutae, poribus pertusae, in quibus fructus degunt. — *Agardhia* nob. non Gry. nec Cabrera — *Agardhina* Nardo — *Nullipora* Lamx. et Bertol. — *Millepora polymorpha* et *coriacea* L. et Esp., — *byssoides* et *informis* Lamk., — *agariciformis* Pall., — *lichenoides* Ell., — *Fucorum* Esp., — *calcarea* Gmel.

HILDENBRANTIA: Frondes orbiculares, adnatae, confluentes e cellulis elongatis in seriebus verticalibus paralelliter stipatis constitutae,

poribus conspersae, in quibus fructus nidulantur. — *Hildenbrantia* Nardo — *Zonaria deusta* Ag. — *Padina* ? *deusta* Grev. — *Fucus fungiformis* Gunn., — *fungularis* Fl. D. non Zannich.

LAMINARIEAE.

DURVILLAEA Bry. et Suhr. — *Laminaria* Endl. (ex parte).

LESSONIA Bry. — *Laminaria* Endl. (ex parte).

MACROCYSTIS Ag. — *Laminaria pyrifera* et *pomifera* Lamx. — *Fucus pyriferus* L., — *Humboldti* Humb. et Bonpl., — *giganteus* Auct., — *Menziesii* et *comosus* Turn. et Ag. Syn., — *orgyalis* Poir.

LAMINARIA Bry. et Grev. — *Laminastrum* Dub. — *Laminariae* sp. Lamx. et Ag. — *Palmaria* Lk. — *Gigantea* Stackh. — *Fasciata* Gry. — *Phasgonon* Walk. — *Fuci* et *Ulvae* sp. Auct.

AGARUM Grev. non Lk. — *Agarum cribrosum* Bry. — *Laminaria agarum* et *clathrus* Ag. — *Fucus agarum* Turn., — *clathrus* Gmel.

ALARIA Grev. — *Orgya* Stackh. et Bry. — *Agarum Delisii, esculentum, Pylaii* Bry. — *Laminaria esculenta* Lamx. et Ag. — *Fuci* sp. Auct.

COSTARIA Grev. — *Laminaria costata* Ag. — *Fucus costatus* Turn.

ECKLONIA Hornemann — *Marginaria* A. Rich. — *Laminaria buccinalis* Lamx. et Ag. — *Fucus buccinalis* L. et Turn., — *maximus* Osbek

LICHINEAE.

LICHINA Ag. — *Pygmaea* Stackh. — *Chondrus* ? *pygmaeus* Lamx. et Dub. — *Gelidium pygmaeum* Lyngb. exclus. nonnul. syn. — *Lichen confinis* Fl. D. — *Stereocaulon confine* Achar. — *Fuci* sp. Auct.

FUCOIDEAE.

SARGASSUM Grev. — *Sargassi* sp. Ag. — *Sargassi* Sect. *c.* (Baccalaria) Endl. — *Baccalaria* Gry. — *Acinaria* Imper., Don. et Targ. (ex parte) — *Fuci* sp. L. et Auct.

TURBINARIA Lamx. et Bry. — *Sargassi* Sect. *b.* (Turbinaria) Endl. — *Sargassum turbinatum* Ag. — *Fucus turbinatus* L. et Turn., — *conoides* Forsk.

CARPOPHYLLUM Grev. — *Sargassi* Sect. *a.* (Carpophyllum) Endl. — *Sargassum phyllanthum* et *maschalocarpum* Ag. — *Fucus phyllanthus* et *maschalocarpus* Turn.

CYSTOSEIRA Grev. — *Cystoseirae* sp. Ag. — *Cystoseirae* Sect. *g.* (Acinaria) Endl. — *Machaia* Gry. — *Catenaria* Rafin. — *Acinaria* Targ.

non Imp. — *Gongolara* Imp. — *Ficotoma* et *Onichia* Don. — *Phryganella* et *Fistulariae* sp. Stackh. — *Fuci* sp. Auct.

HALIDRYS Lyngb. non Stackh. — *Siliquaria* Stackh. — *Cystoseira siliquosa* Ag. Spec. — *Fucus siliquosus* L., Ag. Synop. et Dub. — *Cystoseirae* Sect. *f.* (Halidrys) Endl.

CARPODESMIA Grev. — *Cystoseirae* Sect. *e.* (Carpodesmia) Endl. — *Cystoseira zosteroides* Ag. — *Fucus zosteroides* Turn.

SEIROCOCCUS. Grev. — *Cystoseirae* Sect. *d.* (Seirococcus) Endl. — *Cystoseira axillaris* Ag. — *Fucus axillaris* Turn.

SCYTOTHALIA Grev. — *Stackhousia* Lamx. — *Cystoseirae* Sect. *c.* (Scytothalia) Endl. — *Cystoseira dorycarpa* Ag. — *Fucus dorycarpus* Turn.

COCCOPHORA Grev. — *Cystoseirae* Sect. *b.* (Coccophora) Endl. — *Cystoseira Tilesii* Ag. Spec. — *Fucus Langsdorfii* Turn., — *Tilesii* Ag. Decad.

FUCUS Grev. — *Fuci* sp. L., Ag. et Auct. — *Fucastrum* DC. — *Virsoon* Adans. — *Virsoides* Don. — *Cervina* Gry. — *Carpoblepta* et *Fistulariae* sp. Stackh. — *Halidrys* sp. Stackh. et Lyngb.

HIMANTHALIA Lyngb. et Bry. — *Lorea* Stackh. — *Fucus elongatus* et *loreus* L. et Auct. — *Ulva pruniformis* Gunn. non L. — *Tremella pruniformis* Gmel. et Huds. non Wigg. et Rth.

HORMOSIRA — *Monilia* A. Rich. non Pers. nec Hill. — *Moniliformia* Lamx. et Bry. — *Cystoseirae* Sect. *a.* (Hormosira) Endl. — *Cystoseira Banksii* Ag. — *Fucus Banksii* Turn., — *moniliformis* Labillardiere.

SPLACHNIDIUM Grev. — *Fucus rugosus* Turn. et Ag. — *Ulva rugosa* L. — *Scytosiphon rugosus* Spr.

POLYPHACUM Ag. — *Osmundaria* Lamx. — *Sargassum proliferum* Spr.

SCABEIRA Grev. — *Polyphacum ?verrucosum* Grev. et Ag. Msc.

DUBIA AUT MINUS NOTA

ADENPHORA Pal. d. B.

CHLEDIPOLA Rafin.

COENOGONIUM Ehrenberg et Kunth — *Mougeotia Linckii* Ag. Syst. — *Conferva radians* Ag. Msc. — *Peziza controversa* Spr.

DAWSONIA Pal. d. B.

LUMBRICARIA Pal. d. B.

LUTARIA Pal. d. B.
MERETTIA Gry. — *Palmellae* sp. Endl.
PENICILLUM Pal. d. B.
PHYSIDRUM ovale Delle Ch.
PHYSOTRIS Rafin.
PUSILLINA Bry.
TRENTEPOHLIA aeruginosa Ag.

CONSULTO OMITTUNTUR

ACHLYA Nees v. Esenb.
ANTHOPHYSIS Bry. — *Volvox vegetans* Müller
AMPHIBOLIS Ag. — *Ruppia antarctica* Labill. — *Caulinia antarctica* R. Brw. — *Posidonia antarctica* Spr.
BADIAGA Schwb. et Spr. — *Spongia* L.
CHAMOENEMA Ktz.
CHARACEAE Rich. — *Chara* et *Nitella* Ag.
CHROOLEPUS Ag.
DIATOMEAE (A.) *Diatomaceae* Ktz. — Ord. *Diatomaceae* Trib. *Frustulineae* (exclus. *Oncobyrsa*) et Trib. *Hydrolineae* (exclus. *Hydruro*) Endl. — *Bacillarieae* Bry.
HYDRONEMA Carus.
HYGROCROCIS Ag. Syst. non Flor. 1827. et Biasolet. non Mengh.
INOCONIA M.lle Libert
LEPTOMITUS (sp. *b. animalibus exortae*) Ag. Syst. non Flor. 1827. et Biasolet. non Ktz. nec Mengh.
MYCINEMA Ag.
MYCODERMA Pers., Desmaz., Dub. et Vallot
?NEMATOCOCCUS Ktz.
PALMELLA ROSEA Lyngb. — *Microcystis rosea* Ktz. — *Protococcus roseus* Corda. — *Haematococcus roseus* Mengh.
PHYTHIUM N. v. Es.
SYNCOLLESIA ?N. v. Es. et Ag. (exclus. *S. mucoroide*).
SYNAPHIA N. v. Es. non R. Br.
SAPROLEGNIA N. v. Es.
TRENTEPOHLIA purpurea et aurea Ag.
ULVINA Ktz.

PARTE II.

Considerazioni generali.

L'incertezza che tuttora regna sulla vera struttura di molte alghe e sulla natura delle modificazioni, cui essa struttura è soggetta nelle varie loro parti, fa sì, che sommamente imperfetta sia ancora questa parte di organografia vegetale. Taluno potrebbe muovere la questione se nelle alghe esista vera fruttificazione: imperocchè non i soli corpetti, che soglionsi chiamar seminuli, ma qualunque porzione della fronda, qualunque sua cellula può dar origine ad un nuovo individuo. E quel seminulo stesso non vegeta già soltanto per evoluzione, ma per evoluzione del pari e per estensione a seconda delle condizioni, nelle quali è collocato. Per evitare tale questione non resta, nello stato attuale della scienza, altro partito, che quello di riguardare nelle alghe come corrispondenti al frutto delle altre piante quelle modificazioni dei comuni organi di vegetazione, le quali, rendendoli inetti all'ulteriore nutrizione dell'individuo cui appartengono, li costituiscono invece capaci di separarsene e vegetare da per sè. Con tale scorta più facilmente si riconoscono essi frutti, e si evitano fallaci confronti cogli organi più complicati delle piante d'ordine superiore. È appunto a questo scopo che nuovi nomi furono dati alle varie specie di fruttificazione propria alle alghe, come di nuovi ne furono inventati per le altre classi di Crittogame. Ma perchè queste parti e variano nella stessa pianta e si sottraggono ai rapporti di somiglianza, nonchè nei singoli gruppi e tribù, persino nelle specie appartenenti ad un medesimo genere d'altronde naturalissimo, vago perciò risulta il valore delle proposte espressioni. Così le voci: *tubercoli*, *concettacoli*, *elittri*, *sporidii*, *stichidii*, *favelle*, *caselle*, *anteridii*, *seminuli*, *propaguli* ec., sono ben lontane dall'avere determinati ed invariabili significati. L'organografia dunque della fruttificazione nelle alghe, ad onta dei tentativi di tanti esimii osservatori, versa tuttora in gravissime dubbiezze.

Che se si consideri fisiologicamente la riproduzione delle alghe si scorge a prima giunta quali importanti questioni si abbiano a trattare. La direzione della forza vitale, per cui si effettua la trasformazione degli organi nutritivi in riproduttori, ha essa analogia alcuna con ciò che avviene nelle piante d'ordine superiore e che si suol chiamare fecondazione? Molte fucee offrono buoni argomenti a sostenerlo, e nulla potrebbe contraddirlo nel maggior numero delle alghe. L'accoppiamento poi dei fili delle Conjugate (*Zygnemeae*) ne offre un

esempio così brillante, che, nelle apparenze almeno del fenomeno, nulla lascia a desiderare. E questa trasformazione di organi è dessa essenziale, mentre necessaria certamente non è a riprodur le specie, perchè qualunque lor parte può fungere egualmente un tal uffizio?

E questa facilità di propagarsi e riprodursi non potrebbe indur nella mente il sospetto che molte delle forme costanti di organizzazione, da noi ammesse quali specie distinte di alghe, altro non fossero che determinate combinazioni di elementi organici, effettuatesi ovunque le condizioni degli esterni agenti le favoriscono? Le due opposte teorie della Panspermia e della generazione spontanea in qual Classe di esseri possono mai trovare argomenti più speciosi a discuterle e sostenerle?

Nè meno importanti sono le questioni relative alla vegetazione. E prima d'ogni altra ci si presenta quella, tanto combattuta e tanto acremente sostenuta, della metamorfosi delle specie. Avemmo più volte occasione nell'esame delle singole tribù di rimarcare, che le alghe di un dato gruppo rappresentano in certo modo quelle di un altro ad esso vicino ma più avanzato nell'organizzazione. Questi rapporti organografici non sono già esclusivi delle alghe, chè sempre essi si riscontrano, qualunque sia la serie degli esseri animali o vegetali che s'imprenda ad esaminare; solo che nei più semplici quei passaggi riescono più manifesti e graduati. Alcune alghe si direbbero eguali a certe altre finchè sono nella prima loro età, ma mentre quelle s'arrestano ad un determinato grado di sviluppo e in quello si riproducono, queste invece crescendo acquistano sempre più complicata struttura, e solo dopo averla tale conseguita divengono atte alla riproduzione. Insorge però alle volte nuova circostanza a render più complicati quei rapporti. Queste alghe cioè, benchè destinate a sviluppare più decise ed elevate le loro forme, pure anche in quelle inferiori possono riprodursi, nè più ci resta allora il carattere per cui le distinguevamo dalle prime. Se non che quella riproduzione è ben diversa dall'altra, che solo più tardi si effettua: la prima non è che l'evoluzione o l'estensione di una delle parti inservienti alla vegetazione; la seconda invece è dovuta all'estensione o all'evoluzione di una bensì delle parti medesime, ma che ha anteriormente conseguito tale organica modificazione, per cui nè serve più alla vegetazione dell'individuo cui appartiene, nè gli è concesso ulteriore sviluppo finchè resta dipendente da esso. Furono dunque giuste ed assennate le osservazioni, che, primo fra tutti, l'italiano Carradori sul finire del passato secolo, e fin dal principiar del presente tanti alemanni naturalisti fecero e fanno tutto dì sulle metamorfosi delle

forme inferiori di alghe in più complicate; ma non sempre ne furono ragionevoli le deduzioni. Le operazioni tutte della natura sono insieme collegate di nesso necessario ed indissolubile, chè se il più delle volte non giungiamo a ravvisarlo, ella è colpa della nostra imperfezione e dell'elevatezza del velo, nel quale la natura stessa asconde i suoi misteri. Di essere in essere, dal meno complicato a quello che lo è maggiormente sempre progressìva è la marcia della natura, e ad ogni passo come timorosa s'arresta quella creatrice e quasi ad esperimento tenta di conservare e riprodurre il nuovo suo parto. Certamente quegli esseri non differiscono fra loro, nè in essenza, nè in natura, solo il grado di sviluppo l'uno dall'altro li distingue: in realtà non esistono che individui e tutte le divisioni e suddivisioni sistematiche sono creazioni dell'uomo e non di natura. Ma se ad esse si volesse rinunciare, rinunciare si dovrebbe in pari tempo a più intenderci, perchè tolto ci avremmo il linguaggio. Tutte le piante, quante esse sono, si ridurrebbero per noi ad una vescichetta vegetale, e le varie fasi del di lei sviluppo tutte inghiottirebbero in poche espressioni le sessantamila specie annoverate dai botanici. Chiaro risulta perciò quanto sia necessario adottare nello studio degli esseri naturali quella parte di sistematica artificialità, ch'è fatale ma necessario sussidio alla limitazione della nostra mente, e tutti i nostri sforzi devono solo mirare a servirci di tale artifizio per avanzare quanto più possiamo il dominio delle nostre cognizioni, vigili sempre a non confondere il mezzo pericoloso, di cui siamo obbligati a servirci coll'espressione vera e naturale dei fatti. Per ispecie dunque, in algologia al pari che in qualunque altra Classe di esseri viventi, nell'attuale stato della scienza, si deve ammettere qualunque forma è da per sè capace a riprodursi. Negli inferiori questa riproduzione avviene per mezzo d'uno dei comuni organi della vegetazione: nei superiori invece, oltrechè in quel modo, essa si compie ancora per mezzo di un organo, che non può più servire alla vita dell'individuo, che lo generò, e che se ne è reso affatto indipendente. Ma sì negli uni che negli altri la riproduzione impronta il valore della specie. La questione potrà sussistere parziale e relativa ad un dato essere, ma essa è intieramente distrutta rispetto al concetto generale, e quel caso stesso particolare potrà essere e sarà rischiarato da ulteriori osservazioni.

La nutrizione offre in paragone minori difficoltà, ma anche su questo argomento siamo ben lungi dall'avere complete cognizioni. Semplice ed omogeneo tessuto cellulare costituisce la tessitura di tutte le alghe. È a causa di questa omogeneità che si dà il nome di fronda a tutta la loro massa, e solo per

evitare una circonlocuzione si parla, con linguaggio figurato, di radici, di tronchi e di foglie. Tutte le parti della fronda sono dotate di eguali funzioni nutritive, di modo che qualora se ne immerga una porzione nell'acqua, restandone l'altra emersa, la prima continua a vegetare, mentre la seconda si disecca e perisce, o, se la fronda era già diseccata anteriormente, la prima si gonfia ed inturgidisce, mentre non avviene alcun cangiamento nella seconda. Ciò può dipendere, o dalla niuna trasmissione di fluidi da una parte all'altra, o più verosimilmente dalla insufficienza di essa a paragone della evaporazione, che rapida avviene nelle parti esposte all'aria.

Molte alghe specialmente delle maggiori stanno attaccate a qualche corpo sommerso, o mercè un impastamento della lor base, o uno scudo paragonabile al talo dei Licheni (*Fucus, Cystoseira* etc.), o mercè uncini particolari più o meno allungati, semplici o ramosi, le cui estremità fortemente s'abbarbicano (*Laminaria*), o mercè vere produzioni radiciformi (*Caulerpa*), o mercè fibre e fulcri particolari (*Codium, Dictyota* etc.), o finalmente mercè fili tubulosi continui ed incolori (*Confervеae, Ceramieae* etc.). La loro base è conformata alle volte a guisa di emisfero o di cilindro cavo, ed attaccata per mezzo di mammeloni che ne guarniscono la estremità (*Laminaria*). Quelle di un genere soltanto immediatamente sopra gli uncini radiciformi sono provvedute di un disco che simula l'organo, chiamato cotiledone nelle felci (*Himanthalia*).

Solo in alcune alghe marine si può distinguere una parte, che rappresenti in qualche maniera il tronco. Essa è formata dall'unione in fascio di cellule allungate, delle quali pure risultano le nervature, che alle volte percorrono le frondi ramificandosi pennatamente o a forma di palma come nelle vere foglie. Quel tronco non è altro quindi che la porzione inferiore della fronda, le cui parti membranose laterali si sono obliterate tanto maggiormente quanto più pronunciate sono le biforcazioni. Il restante delle frondi medesime è formato da cellule più o meno rotondate, le quali o si dispongono s'un unico piano in forma di lamina, o si collocano a capo una dall'altra in fili, che si sogliono chiamare articolati. Quell'apparenza di articolazioni è prodotta, o dal contatto delle estremità di un sol ordine di cellule, o dalla coesistenza di più ordini di cellule tutte fra loro eguali, o dall'alternare di più lunghe ed altre più brevi.

Due sono i modi di sviluppo successivo. Ciascuna cellula si allunga e si dilata e quindi si sdoppia; ovvero i granelli che costituiscono la sostanza amilacea contenuta in ciascuna cellula, crescono a poco a poco e divengono essi stessi altrettante cellule. Nel primo caso comincia dal manifestarsi uno strozza-

mento trasversale, per cui risulta nell'interna cavità un collare, che crescendo gradatamente verso il centro termina per costituire un vero diafragma (*Confervae*): ovvero tale partizione si fa replicatamante per lo lungo e la cellula primitiva si converte in un fascio di cellule allungate paralelle ed eguali (*Polysiphonia* etc.). Nel secondo caso invece le nuove cellule formate in seno alla primitiva o restano da essa comprese, o la lacerano facendosi strada all'esterno. La scoperta di questa maniera di sviluppo si deve originariamente a *Turpin*, e la sola obbiezione che contro essa si elevava nell'organogenesi vegetale, quella cioè di non trovarsi i resti della cellula primitiva, è pienamente abbattuta dal fatto di un gran numero di alghe (*Microcystis*, *Haematococcus* etc.). In altri casi all'epoca in cui appariscono le nuove cellule le pareti dell'antica, nel cui seno esse si svilupparono, più non si discernono, perchè intieramente convertite in muco simile a quello che le contorna, come osservò per il primo Morren nella *Palmella alpicola* (*Phytoconis*). Estensione dunque ed evoluzione moltiplicano le cellule nelle frondi delle alghe, per estensione del pari che per evoluzione ne germinano le sporule.

In questi atti vegetativi ciascuna cellula si nutre da per sè assorbendo l'acqua che la circonda, sia l'esterna se essa vi è a contatto, sia quella che vi è giunta per i meati intercellulari: essa la elabora e ne secerne particolari principii. Le verdi, sotto l'influenza dei raggi solari, decompongono il gas acido carbonico disciolto nell'acqua, e ne sviluppano l'ossigeno, ma conviene perchè ciò avvenga, che ogni cellula vi sia ad immediato contatto, e tali alghe sono perciò sempre costituite da fili o da sottili membrane.

Il suolo, sul quale nascono, ha certamente una qualche influenza sulla loro nutrizione perchè, quantunque il maggior numero delle specie nasca indifferentemente su qualunque corpo sommerso, alcune però sono esclusive degli scogli calcarei, altre dei granitici o dei basaltici. Le Laminarie e le Corde prediligono i fondi sabbiosi al pari delle Caulerpe. Alcune specie di Callitamnii nascono unicamente sui scogli, altre sono esclusivamente parassite della Furcellaria; come la *Polysiphonia fastigiata* non si riscontra altrove che sulle frondi del fuco nodoso. E fra le alghe stesse d'acqua dolce alcune amano i terreni argillosi (*Botrydium*), altre i calcarei (*Hydrurus*), e molte sono parassite di altre specie determinate o almeno di certi generi. La natura delle acque e le loro condizioni di calore, di moto, di quantità, di purità o di principii estranei in esse contenuti influiscono del pari molto evidentemente nel determinare l'abitazione delle specie non solo, ma per anco d'interi generi e tribù. Poche sol-

'anto sono comuni al mare e alle acque dolci, poche alle acque fredde e termali; ve n'ha per altro anche di comuni alle acque termali e marine. Ma quando avvenga che le stesse specie si trovino in condizioni diverse, esse presentano sempre nel loro aspetto un carattere affatto particolare. Così la differenza rimarchevolissima tra la vegetazione marina delle coste della Norvegia e quella del Baltico è dovuta, secondo I. G. Agardh al differente grado di salsedine di quei due mari (1). Alcune solo nell'acqua stagnante si propagano, altre soltanto nelle correnti; ve n'ha di solamente inondate, e altre invece trovansi sempre a ragguardevole profondità sott'acqua. Così nello stesso mare alcune si riscontrano solo presso alla superficie, altre invece ne abitano costantemente gli abissi, e sono appunto quelle che, meno risentendo l'influenza del clima e della regione geografica, sono comuni a pressochè tutti i mari. Il signor D'Orbigny instituì sull'abitazione delle alghe del golfo di Gascona tanto esatte osservazioni, che giunse a distinguere ed indicare i differenti livelli, ai quali vegetano più o meno rigogliose le differenti specie. Egli vide, che quelle, le quali nascono verso la metà della regione loro propria, relativa alla profondità, riuniscono tutti gli elementi necessarii al loro sviluppo, e mostrano attivissima vegetazione; mentre quelle che nascono verso i limiti o fuori di quella regione, ad un livello cioè troppo elevato o troppo basso, sono languenti, fruttificano incompletamente, sono quasi sempre coperte di animali marini, che le distruggono, e non vivono che poco tempo in paragone alle congeneri convenevolmente collocate. Cento piedi sotto alla superficie del mare raramente si riscontrano alghe viventi, solo ve n'ha di attaccate a massi accidentalmente staccati dagli scogli superiori, e le quali tosto periscono. Il numero delle specie diminuisce discendendo nelle profondità dei mari, come s'accresce invece quello dei polipaj. Oltre a quaranta piedi della superficie raramente si riscontrano delle Ulvee; oltrepassati i sessanta, non vi hanno più Ceramiee, oltre i cento non vi hanno più neppure Fucoidee, e l'impero vegetale cessa per lasciar più libero il campo all'animale che in quegli abissi sembra spiegarsi con ricchezza maggiore di forme e di tinte.

Anche relativamente alla posizione geografica, certe forme predominano in determinate zone tanto rapporto ai generi che alle specie, e gradatamente scompajono presso ai confini di quelle per cedere il luogo ad altre egualmente ca-

(1) È fatto universalmente conosciuto dai chimici, che per lo stesso motivo le alghe del Baltico contengono una proporzione minore di jodio, in confronto a quelle dei mari dotati di salsedine maggiore.

ratteristiche. Alcune sono esclusive di certi mari, altre invece si potrebbero dire cosmopolite. Molte delle così dette, alghe articolate, le Ulvee e le Sifonee, fra le quali specialmente il genere Codium, si riscontrano in tutte le parti del mondo. Il *Codium tomentosum* si trova nell'Atlantico, dalle coste d'Inghilterra e di Scozia fino al Capo-di-buona-speranza: nel Pacifico, dallo stretto di Nootka fino alla costa meridionale della Nuova Olanda: abbonda nel Mediterraneo sulle spiaggie d'Italia, di Francia, di Spagna e su quelle dell'Africa: è comune nell'Adriatico: ma cresce sempre solitario e sparpagliato. Strettamente sociali invece sono le Ulvee, perchè indipendentemente dalla zona e dal clima esse crescono rigogliose ovunque si combinino favorevoli condizioni locali. Esse sopportano le più alte temperature, ed egualmente si riscontrano agli ultimi confini, cui per anco si giungesse nell'Oceano artico. Le Dittiotee si aumentano progressivamente in quantità ed in numero di specie, di mano in mano che si avvicinano all'equatore. Le Fucoidee, prese in senso esteso, abbondano bensì nei mari settentrionali ma crescono nella varietà delle specie allontanandosi dalla zona polare. I *Fucus* lussureggiano fra il 55.° ed il 44.° di latitudine; ed assicura Lamouroux che raramente si vedono avvicinati all'equatore oltre il 36.° Le Cistoseire si trovano fra il 50.° ed il 25.° di latitudine, crescendo di mano in mano che i *Fucus* diminuiscono. Predomina esclusivamente nella Nuova Olanda un distinto gruppo di circa venti specie di Cistoseire, appunto tanto singolare quanto quello delle Acacie afilli. Il genere *Sargassum*, il più esteso fra le fucee, perchè comprende circa settanta specie ben distinte, è limitato fra i due tropici e solo di rado oltrepassa il 42.° nell'emisfero più caldo. Le poche specie che se ne raccolgono nell'Adriatico vi sono accidentalmente portate dalle onde in istato di deperimento. Il mar Rosso all'incontro ne è pieno, onde a ragione diceva Plinio « *refertus est sylvis.* » Le prodigiose accumulazioni di Sargassi nell'Atlantico spaventarono i navigatori portoghesi che n'ebbero ritardato il corso dei loro vascelli. Colombo e Leiro le paragonavano a sterminate praterie. Queste accumulazioni avvengono presso all'equatore nell'Atlantico egualmente, nel Pacifico e nell'Oceano Indiano, ma quello che i Portoghesi chiamano particolarmente *Mar do Sargasso*, si estende dal 18.° al 22.° paralello di latitudine settentrionale e dal 25.° al 40.° meridiano di longitudine occidentale. Un gruppo distinto di sette specie di Sargassi (*fulvellum, microceratium, macrocarpum, sisymbrioides, Horneri, pallidum, hemiphyllum*), è tutto particolare dei mari della China e del Giappone. Le Macrocistidi, che a ragione si dicono i giganti della flora marina, si trovano dal-

l'equatore fino al 45.° di latitudine meridionale. Le Laminarie predominano fra il 40.° ed il 65.° di latitudine. La vastissima tribù delle Floridee, a testimonianza di Lamouroux, abbonda nelle zone temperate, ma appunto la sua vastità implica molte eccezioni. Il genere *Amansia* è esclusivamente tropicale: gli altri *Hypnea* e *Acanthophora* sono essi pure più frequenti nella zona tropicale, che nelle vicine. Comparativamente poi la zona temperata meridionale è più ricca di Floridee di quello che la settentrionale. Sono le Floridee quelle fra le alghe marine che più risentono l'influenza del differente grado di salsedine delle acque. Così il loro numero sulle coste Svedesi non giunge a metà della cifra cui ascendono su quelle di Norvegia, nè si riscontrano punto in doppia quantità sulle coste Inglesi, come lo sarebbero in quella proporzione se la differenza fosse solo dovuta alla zona ed al clima. In generale il numero delle specie è maggiore nelle Floridee, che nelle Fucee, cui seguono in ordine di ricchezza le Ulvee e a queste le Dittiotee per tacere delle tribù meno numerose. Secondo Lamouroux il numero presumibile di tutte le specie ascende a cinque o seimila, secondo Duby a diecimila, e ne conosciamo finora poco più di mille!

Anche il mondo primitivo ebbe le sue alghe; ed oltrechè è presumibile, che un gran numero ve ne avesse di quelle più tenui, delle quali non è più possibile trovar traccia, ve ne hanno molte le cui forme si conservarono per impressione nei terreni di transizione, ed esse imitano e superano alle volte per istranezza e dimensioni le specie attualmente viventi (v. *Brongniart* Hist. végét. foss. 1828. Fucoides fossiles Mém. de la S. d'Hist. N. I. 301.).

L'analisi chimica rinvenne finora come materiali mediati delle alghe, carbonati, solfati, fosfati, muriati ed idrojodati di calce, soda, potassa e magnesia, bromo, ammoniaca, silice, ferro e manganese. Ma pochi ed incompleti sono i lavori su questo argomento: e difficile tuttora riesce il decidere quali di tali sostanze entrino come elemento del tessuto, e quali vi sieno chimicamente deposte nella cavità delle cellule o nei meati intercellulari o solo all'esterno delle frondi medesime. Per ciò che spetta ai principii immediati si annoverano dai Chimici: mucilagine, gelatina, albumina, materia vegeto animale, fibra vegetale, bassorina, olii empireumatici, fissi e grassi, resina, zucchero analogo a quello della manna, acido acetico e perfino prussico, sostanze estrattive e sostanze coloranti. I quali principii però variano a seconda dei processi usati per ottenerli; onde nasce il dubbio che non tutti fossero realmente contenuti nelle alghe sottoposte all'esame, ma alcuni si debbano piuttosto ai reagenti e alla chi-

mica operazione. Molto certamente resta a fare, come in tutte le altre parti della Chimica organica, così pure nell'algologica. Ed oltre l'incertezza dei risultamenti, or ora sommariamente riferiti, ne fanno fede i tanti fenomeni, che anche agli esterni sensi si appalesano, e dei quali tuttora si desidera la spiegazione. Sono di tal novero, per esempio, le efflorescenze zuccherine, che già avvertite da *Wauquelin*, *Gualther* e *Claubry* nella *Laminaria saccharina* e nella *Halidrys siliquosa*, e da *Whitehorne* nella *Rhodomenia palmata*, furono dal dott. G. D. Nardo riscontrate in un gran numero di altre fucee e floridee. Avvertì egli del pari altre efflorescenze diverse dalle zuccherine nelle Ulvee. E analoga a quelle efflorescenze è l'incrostazione delle Acetabularie, delle Polifise, delle Alimede e di altre a quelle affini, incrostazione che si forma al contatto dell'aria e sotto la sferza del sole, mentre molte volte non ne presentavano alcuna traccia all'esterno fintantochè viveano nel seno delle acque. Anche Plinio sembra voler parlare di tale fenomeno relativo ad alghe del mare Indiano vedute dai soldati di Alessandro quando dice: « *Qui navigavere in Indos* » *Alexandri milites frondem marinarum arborum tradidere in aquam viri-* » *dem fuisse, exemptam sole protinus in salem arescentem* (L. XIV. c. XXV.). » Molte volte quell'incrostazione calcare si deposita in tanta copia alla superficie di frondi tenuissime, che ne maschera perfino la natura assomigliandole a veri polipaj (*Corallineae* etc.). Si crede da alcuni che la tessitura stessa della fronda resti imbevuta della sostanza calcare, ma sono indotto a crederla solamente esterna dal fatto, che scioltala mercè un qualche acido, la fronda non solo si rinviene intatta, ma alle volte anche coperta di Diatomee parassite, che prima non si vedevano, perchè comprese esse pure dall'incrostazione medesima (così riscontrai in esemplari fruttiferi della *Galaxaura rugosa* Lamx. da me raccolti nel Golfo di Napoli).

Appartiene alle proprietà fisiche del tessuto quella osservata dal Consiglier Martens nei tubi, per esempio, di Valonia, che posti nell'acqua dolce scoppiano con violenza, emettendo il fluido contenuto forse per l'impeto con cui se ne effettua l'esosmosi. E quella pure fattami avvertire dall'amico Zanardini nella *Palmella crassa* Nacc., la quale molle e gelatinosa, mentre sta nell'acqua marina, se la si ponga invece nell'acqua dolce divien tanto rigida e fragile che al più piccolo tocco tutta si rompe, e dopo pochi istanti spontaneamente si spezza in minimi frammenti. Così anche se sia diseccata, rinviene alle forme e alla consistenza primitiva, quando se la immerga nuovamente nell'acqua salsa, s'inturgidisce, ma solo per frangersi in cento pezzi se vien posta nell'acqua dolce.

E qui cade in acconcio di avvertire, come da molti si asserisca che anche dopo lunga diseccazione le alghe tutte ritornino a vita rimesse che siano a molle. Sostengono i più non essere già le frondi che rivivano, ma solo le sporule, che conservano assai lungamente la facoltà germinativa, per cui poste in opportune condizioni vegetano tanto rapidamente da far apparir rediviva la fronda che le portava. Sembra probabile che ciò avvenga realmente nella maggior parte dei casi; ma è d'altronde verissimo, che alcune, anche dopo molti anni di diseccazione, assolutamente rivivono, e tali sono, per esempio, molte specie di Oscillarie, le quali e riprendono i loro naturali movimenti e vegetano come prima di diseccarsi. Per quelli che ammettono come carattere di animalità l'impossibilità di far rivivere un essere in cui le manifestazioni tutte della vita furono per lungo tempo sospese, è questo un nuovo criterio a riconoscere la natura vegetale delle Oscillarie. Ma, e quella impossibilità relativamente agli animali è tuttora ben lungi dall'essere dimostrata, e la natura delle Oscillarie per ben molti altri caratteri è bastantemente manifesta; solo desta maraviglia, che chi è sostenitore di quella sia fra i più acri oppugnatori di questa.

È pure da ammirarsi, come fenomeno di chimica organica, la copia dei principii coloranti che le alghe contengono, la colorazione delle loro frondi nei varii loro stati di vita e di deperimento, nonchè lo sviluppo di quei principii medesimi nel processo della decomposizione. Parlarono già gli antichi delle tinte rosse, purpuree e gialle che se ne possono ottenere o colla semplice macerazione, o digerendole con orina e con muria. Sembra probabile che il Jodio sia l'elemento primo e più efficace della colorazione nelle alghe marine, ma quali sieno i composti ch'esso formi, e come questi sieno subordinati alla natura particolare delle singole specie, sono questioni delle quali non si può sperare di trovar per ora la soluzione. Il dott. Nardo studiò lo sviluppo di quei principii coloranti, e lo chiamò stadio di pigmentazione. Distinse egli la pigmentazione purpurea propria alle Floridee, alcune Fucee, una sola Ulvea (*Porphyra*) ed una Nostochina (*Palmella crassa*): la giallo bruna ed olivastra propria alle Fucee e la verdognola alle Ulvee. Soventi volte accade che un'alga di colore oscuro mentre è viva, acquisti diseccandosi la splendida e vivissima tinta del Carmino (*Delesseria, Plocamium, Nitophyllum* etc.). Altre invece si scolorano colla diseccazione o acquistano tinte più cariche ed opache (*Polysiphonia, Chondrus, Laurencia*), mentre le Fucee, per esempio, verdi finchè sono viventi anneriscono tosto che muojano, quand'anche restino immerse nelle onde. La Porfiria, quand'anche secca, cangia sorprendentemente di colore restando

lungamente esposta all'aria e alla luce. Ed anche le alghe d'acqua dolce, e specialmente quelle delle acque termali, sono interessanti sotto questo rapporto. Fu già osservato che le rosette di Oscillarie galleggianti, quando invecchino si colorano colle più vive tinte dell'iride. Quei colori sono dovuti a specie parassite di Oscillarie o di generi affini, che si sviluppano sulle maggiori quando ne principia la decomposizione. Molte Oscillarie termali, quando sieno diseccate e s'immergano nell'acqua tanto dolce che termale, la colorano dell'azzurro il più vivo. Altre specie d'acqua dolce nelle stesse condizioni la colorano in giallognolo, ed altre in roseo o in rosso (*Oscillaria Pharaonis* etc.).

Anche l'odore varia nelle differenti specie. Così, p. e., rimarcò il dott. Nardo, odor di cocomero nella *Dictyota dichotoma*, di raffano rusticano nel *Fucus spiralis*, ed uno affatto particolare nell'*Ulva latissima*. La *Rhodomenia palmata*, che dagli Scozzesi si conserva, dappoichè fu diseccata al sole, chiusa in sacchi per sette e più anni, spira odor soave di viole quando se la rammollisce nell'acqua. Fra le alghe d'acqua dolce è generalmente conosciuto il puzzo che mandano tutte le Oscillarie nel decomporsi, e molte anche nello stato di vita. Quello degli *Hydrurus* è tanto rimarchevole che Vaucher chiamò *Ulva foetida* la specie da lui illustrata. Ed affatto particolare è l'odore di aglio che mandano nel diseccarsi tutte in generale le Vaucherie, ma specialmente la *dichotoma*.

Tanta copia di principii e di chimiche proprietà non poteva a meno di rendere le alghe utili in una folla di applicazioni, e la pratica supplì in questo alla mancanza di perfette cognizioni analitiche. Molte alghe furono trovate commestibili. La *Rhodomenia palmata* è consumata in grande quantità col nome di *Dulse* o *Dulesh* in Iscozia, con quello di *Dilesk* o *Delisk* in Irlanda, e di *fuco saccarino* in Islanda. La *Iridea edulis* è molto usata in Iscozia e nel Sud-Ovest dell'Inghilterra. La bellissima *Alaria esculenta* forma parte del semplice nutrimento delle classi povere in Irlanda, Scozia, Islanda, Danimarca e nelle isole di Faröer. La *Porphyra umbillicata*, *laciniata* e *vulgaris*, condite con aceto e burro, sono portate sulle tavole inglesi come una ghiottoneria col nome di *Laver*, ed in mancanza di quelle si adopera l'*Ulva latissima* che forma il *green Laver*. Anche l'*Ulva lactuca* si conserva dagli Inglesi condita col sale, e si mangia poi bollita nell'acqua con oglio e succo di limone; e sulle coste occidentali della Scozia la si raccoglie in Marzo e, contusa e cotta, la si mangia a guisa d'insalata con pepe, sale ed aceto, o in forma di zuppa con cipolla ed aglio. Insieme ad altre Ulvee e alla *Halyseris* si macera nell'aceto anche dai pescatori toscani. Gridano per le strade di Edimburgo a chi vuole *Pepper-*

Dulse e *Tangle*, che altro non sono se non che *Laurencia pinnatifida* la prima, distinta per il suo sapore acre e piccante, e giovani frondi di *Laminaria digitata* la seconda. La *Laminaria saccharina*, oltrechè somministra lo zucchero di cui esclusivamente si fa uso in Islanda, ivi pure si mangia col butirro, o solamente abbrustolita al fuoco o cotta nel latte. Gl'Inglesi stessi la mangiano cotta ad uso delle piante oleracee. Gli isolani di Timor e generalmente quelli di tutte le Molucche, che pur possedono la maggior parte dei vegetali nutritivi delle regioni equatoriali, ricercano per cibo molti fuchi. I feroci naturali delle isole Rawak, Bony e Vaigion ne impiegano in grande quantità e fanno provvisione specialmente dei *Sargassum vulgare*, *pyriforme* e *acanthicarpum*, che Guaudichaud vide appesi in gran quantità nell'interno delle loro case. Gli abitanti delle isole Marianne e di quelle dell'Arcipelago delle Caroline, fra le molte alghe che mangiano, hanno sopra tutte per più gradite la *Vaucheria fastigiata* e l'*Ilea clathrata*, che chiamano *Laumont*, e condiscono con sale ed aceto. La *Ilea compressa* è mangiata dagli isolani di Sandwich, nè a tutti, nè sempre si accorda, ch'è riservato alle donne dei capi attaccati alla corte di Rihoriho, apparecchiarla unitamente allo *Sphaerococcus concinnus* ed ai Sargassi *cuneifolium* ed *aquifolium*, colla carne di echini tagliata e pesta, formandone un manicaretto che i viaggiatori assicurano saporitissimo. Su tutte le coste ove abbondano le Laminarie esse sono usate qual cibo, ed insieme ad altre alghe fucoidee, come, per esempio, la *Durvillaea utilis*, formano un'importante risorsa per le povere popolazioni delle coste occidentali dell'America meridionale. L'uso della *Laminaria saccharina* fu dalle Indie recato anche in Francia. Così il *Sargassum vulgare* si mangia preparato con aceto nelle Indie del pari, che nei mari del Sud ed in varie parti della Spagna, e si assicura che il suo sapore emula quello del finocchio marino (*Crithmum maritimum*). Nella China e Cochinchina si fa molto commercio di una specie di tavolette apparecchiate colla *Conferva Laureiro*, le quali mescolate allo zucchero riescono nutrienti e rinfrescanti. Alcune specie di *Gelidium* sono adoperate anche in Asia, ove certo non è scarsezza di altri condimenti, a render i cibi più acri e piccanti, e l'*Agarum Clathrus* vi è mangiato a preferenza delle Rape dolci di cui ricorda il sapore. È pure di una specie di *Gelidium*, che sono fabbricati i tanto famosi nidi mangiabili di Rondine (1). Costituisce un cibo ricercato al

(1) Tre sono le specie di Rondine che fabbricano di tali nidi, ma due, vivendo a qualche distanza dal mare, non adoperano i fuchi che come cemento, mentre la terza ne costituisce per intero il suo nido, che perciò è il più ricercato.

Ceilan la *Gracilaria lichenoides* e Griffiths cercò d'introdurre come cibo anche in Inghilterra la *Gracilaria compressa*, che a quella è affine. Molte alghe finalmente diseccate e polverizzate si usano nei paesi settentrionali, unite alla farina per farne pane. E non sono da tacersi i tentativi del bravo dott. Nardo di render commestibili alcune delle alghe nostrali. Ne ottenne egli gradevoli fritturette, salse e gelati. Propone poi di trarre utile partito da alcune delle più comuni nei tempi di carestia.

Anche gli animali domestici gradiscono come cibo molte alghe. La *Rhodomenia palmata* è tanto appetita dalle capre e pecore, che il Vescovo Gunner la chiamava *Fucus ovinus*. Nell'Islanda cavalli, bovi e pecore sono mantenuti col *Fucus vesiculosus* nei mesi d'inverno, e nel Gothland lo si dà anche ai porci. La *Laminaria saccharina* si dà nella Finmarchia ai giumenti ed ai bovi, che ne conseguono una carne pingue ma nauseosa. Il *Fucus serratus* e la *Chorda Filum* costituiscono un importante articolo di foraggio per le pecore. Nella Nordlandia si mescolano molte specie di alghe marine crude o cotte alla farina, ed in molti altri paesi ai comuni foraggi per somministrarle ai bestiami.

E non solo a nutrimento, ma ad uso pur anche di Medicina furono convertite le alghe. Il Jodio non si trova che nelle alghe marine, e tutte più o meno sembrano contenerne, alcune però in quantità molto maggiore delle altre, ed è perciò decantata la *Gigartina helminthochorton* o *musco di Corsica*, che nelle farmacie trovasi sempre impura di numerosissime altre specie e specialmente di *Hypnea musciformis*, che costituisce per intero la Corallina di Levante. Le alghe delle coste della Francia contengono secondo Davy maggior quantità di Jodio che quelle delle inglesi, e secondo Eklond la *Laminaria buccinalis* (*Ecklonia*) del Capo-di-buona-speranza ne contiene più di qualunque alga Europea. Nell'America meridionale è già in uso antichissimo una specie di *Laminaria*, che si chiama nella lingua di quel paese *Palo-coto*, ch'è quanto dire *sciolgi-gozzo*. Anche la *Corallina officinalis* si conserva nelle farmacie agli usi di dissolvente ed antielmintico, ma a causa dell'incrostazione calcare, che ne costituisce la parte maggiore, essa gode di minor efficacia in paragone a pressochè tutte le altre alghe. Molte delle nostrali si usano con grandissimo vantaggio, non solo per i loro principii salini, ma ancora per la molta mucilaggine che contengono (*Gracilaria confervoides*), in sostituzione al *Chondrus crispus* che col nome di *fuco carageo* o *fuco perlato* si usa da gran tempo in Inghilterra. In Iscozia si fa gran uso specialmente per cibo mattutino

della *Rhodomenia palmata* per combattere lo scorbuto, l'elmintiasi ed in generale l'alito fetente, qualunque ne sia la cagione. Ivi pure si attribuisce virtù anodina all'*Ulva lactuca* che si applica alla fronte e alle tempie nelle febbri e nei dolori di capo per conciliare il sonno. Nell'isola di Skie si pretende eccitare il sudore e contemporaneamente purgare colla *Laminaria saccharina* bollita nell'acqua col butirro. Il *Fucus vesiculosus*, ossia la *quercia marina* delle farmacie, è già fin dall'antichità usato in medicina sotto molte forme, e specialmente carbonizzato (*Etiope vegetale*), ovvero ridotto intieramente a cenere. Furono pure attribuite alle alghe altre proprietà forse favolose, come quelle che formano nelle farmacopee l'apologia d'un gran numero di rimedii, e si vantarono come utili nelle malattie nefritiche e vescicali (1), e contro le febbri intermittenti, e come diaforetiche, diuretiche, antiscorbutiche, e persino come atte a facilitare il parto. Così fu vantato il *Nostoc* contro i dolori prodotti dai cancri e dalle fistole, e Nicandro amministrava alcune alghe macerate nel vino contro il morso de' serpenti. E dalla proprietà di consolidare le ossa fratte, ebbero il loro nome le Conferve (*a conferruminando*), perchè Plinio asserì che nessun mezzo meglio consegue quello scopo. La loro virtù poi antipodagrosa, specialmente per uso esterno, quando sieno pestate con acqua marina in forma di empiastro, non solo fu decantata dagli antichi, ma è anche riconosciuta dai recenti.

Anche le arti posero a profitto i ricchi materiali contenuti nelle alghe. La *Gracilaria tenax* somministra ai Chinesi un glutine ed una vernice. Ventisettemila libbre di quest'alga sono in termine medio annualmente recate in commercio a Canton. Numerosissime manifatture hanno il loro materiale in tale sostanza, che entra come principale ingrediente nella gomma chiamata *Chin-chou* e *Haitsai* o *Hait-chai* nella China e nel Giappone. Sulle coste meridionali e occidentali dell'Irlanda si fa un'eccellente colla col *Chondrus crispus*, e la si adopera anche dai cuochi in sostituzione dell'ittiocolla nella costruzione dei loro *Blanc-mangè*, che ne riescono più grati al palato. Servivano i fuchi agli antichi per colorire le vesti che perciò appunto diceansi fucate: Plinio ne fa testimonianza e troppo chiaramente è indicata la specie di cui egli intende parlare (*Rhodomela tinctoria*), perchè la si possa confondere, come alcuno vorrebbe, con un lichene (*Rocella tinctoria*), che in alcun modo non

(1) La gente di mare conosce per antichissima tradizione questa proprietà di tutte in generale le alghe marine, ma specialmente delle varie specie di Sargasso, e ne forma il primo rimedio nelle malattie delle vie orinarie.

si può dire fornito di foglie crespe. E altrove lo stesso Plinio asserisce adoperarsi anche la quercia marina (*Fucus vesiculosus*) per tingere le lane, per tacere delle testimonianze di Orazio, di Luciano e di Tibullo. Di fuchi si servivano gli antichi per fabbricar belletto ad ornamento femminile, come ce ne fanno fede Giulio Polluce e Luciano, onde ne venne il detto *fucum facere*, per ingannare. Le fanciulle di Kamtchatka prepararono de' fuchi con grasso di pesce e ne fregano il volto per farlo rubicondo, e, senza ricorrere agli ultimi confini dell'Asia, anche sulle spiaggie del Mediterraneo conoscono le donne l'arte di macerar convenientemente più specie di fuchi per tingerne le gote.

Oltre che per uso di medicina, anche per vantaggio delle arti si estrae dai fuchi jodio e bromo. Ma l'articolo più importante per il commercio è la soda, che dalle alghe fucoidee si ottiene migliore ed in maggior copia di quello che da qualunque altra classe di piante. Solo nelle Orcadi vi sono impiegati più di 20,000 individui, e due fra gli imprenditori di tale speculazione nelle Ebridi emettono annualmente per 16,000 sterline, di soda. Si può asserire senza tema di punto esagerare, che questo ramo d'industria forma la risorsa d'intere popolazioni, la cui condizione fu per esso intieramente mutata, specialmente dopo che appresero a coltivare le Fucoidee più adattate a quell'uso (*Fucus vesiculosus*, *nodosus* e *serratus*, *Laminaria digitata* e *bulbosa*, *Himanthalia lorea* etc.), col semplice artifizio di collocar larghe pietre nelle baje sabbiose, che appunto perchè tali non poteano dar ricetto a quelle specie, che tutte abbisognano di solido sostegno.

L'agricoltura stessa trae gran vantaggio dalle alghe, macerandole unitamente ai frantumi di altri vegetali, che vi si trovano frammisti sulle spiaggie. Incenerite esse costituiscono un ammendamento per i terreni, che riesce tanto più prezioso in quanto che si può abbondantemente ottenere ove mancano quelli di altra natura. Oltre a ciò l'industre agricoltore trova nelle alghe il mezzo di estendere le sue possessioni. Così gli abitanti delle Ebridi e delle Orcadi trassero profitto dal rapido accrescimento di alcune specie gigantesche di alghe, favorendone la vegetazione per ridurre a terreno coltivabile i nudi scogli.

Le alghe rigettate dal mare, secche che sieno, servono anche di combustibile ove si ha scarsezza di migliore.

Finalmente anche le fisiche proprietà di molte specie le rendono giovevoli negli usi domestici. Laminarie e fuchi sono adoperati dagli Svedesi per coprire le povere lor case. La *Chorda Filum*, che perviene a quaranta piedi di lunghezza, rassomiglia ad un'immensa corda a violone, e perciò appunto dicesi

Sea-catgut dagli abitanti delle Orcadi che ne fanno reti per pescare (1). I Chinesi ne fanno ottime stuoje e robustissime corde. Vasi, comodissimi per bere e per attinger acqua, vengono somministrati agli abitanti della Nuova Olanda dalla *Laminaria potatorum.* I naviganti trovano presso al Capo-di-buona-speranza comodi sifoni per estrar l'acqua dalle loro stive nella *Ecklonia buccinalis*, che chiamano appunto perciò *trombetta di Nettuno*. Molte alghe si prestano agli imballaggi di merci fragili, appunto come l'Aliga (*Zosterae* sp., *Posidonia* etc.), alla quale vanno mescolate sulle spiaggie. E al pari di essa somministrano le Conferve un tomento per materassi, economico del pari ed utilissimo per la proprietà di allontanare gli insetti. È nelle frondi di *Rhodomenia palmata* che sono avvolti i pani di zucchero provenienti dall'Oceano meridionale, e molte altre merci si avvolgono in più paesi in sostituzione alla carta con quella o con altre alghe egualmente dotate di somma flessibilità ed elasticità. Apparecchiate diligentemente molte specie fra le più dilicate e gentili potrebbero formare oggetto di lusso e galanteria. Le eminenti loro proprietà igrometriche suggerirono a Thore di costruirne igrometri che riuscirono sensibilissimi: ed è a crederlo se Morren ci assicura che una fronda secca di *Laminaria saccharina* si allunga di sei pollici quando la si immerga nell'acqua (2). E forse meriterebbe esser richiamata dall'obblivione, come già tentò Schaeffer, la scoperta di Strange che costruì ottima carta colla *Conferva rivularis* ed altre consimili. Riferisce Lightfoot adoperarsi in Iscozia in luogo di ovate la di lui *Conferva bullosa*, e averne veduto fatta carta e tela ottenuta colla filatura.

I quali usi dietetici, medici, agricoli ed industriali fanno presentire di quanta utilità possano divenire le alghe, quando meglio si conoscano, e quando si estendano le scoperte ai vastissimi campi che se ne hanno a mietere. E da queste scoperte molto si attende tuttora la scienza. L'organografia e la fisiologia delle alghe non vagheranno sempre così incerte, chè molte volte un solo fatto, per lo innanzi ignorato, basta ad illuminare la mente, facendole scorgere il legame fra quei tanti, che prima sembravano isolati ed indipendenti. La tassonomia ne sarà allora fondata su solide basi, nè più avrà ad invidiare alle altre Classi di piante quelle analogie e quei rapporti, che valgono al metodo di loro distribuzione il nome di naturale.

La storia dell'Algologia deve in ciò servire di utilissimo ammaestramento, poichè è sempre nel progresso delle cognizioni s'un dato ramo dell'umano sa-

(1) Nella Zelanda chiamasi *Lucky Minny's Lines*, ed in Inghilterra *Sea-lace*.

(2) Egli ommise di avvertire qual fosse la lunghezza della fronda.

pere, che, rendendosi palesi e le veritiere scoperte e le ingannevoli supposizioni, resta a caratteri indelebili tracciata la via che conduce al vero e quella che mena all'errore. Certo non si deve accagionare Linneo di aver confuso esseri disparatissimi nei quattro suoi generi *Fucus*, *Conferva*, *Ulva*, *Tremella*, fra i quali comprese tutte le alghe acquatiche, se queste non giungeano a que' tempi, che circa a cento specie. Da quell'epoca però fino alle più recenti lentissimi furono i progressi nella parte sistematica della scienza. Walker (Advers. 1771) divise le alghe in quattordici generi, Roth (Catal. 1797) ne aumentò considerevolmente il numero, e molti ne aggiunse Stackhouse (Nereis br. 1801). Ma questi non erano che parziali ed incompleti tentativi. Era riservato a Lamouroux il fondare i principii della tassonomia algologica (Essai sur les Thalass. Annales du Mus. XX.). Il suo lavoro però non comprendeva che una porzione delle alghe marine, ed egli stesso non si dissimulò quanto di artificiale ineriva alle proposte divisioni. Così pure ad una parte soltanto delle alghe d'acqua dolce fu limitato il classico lavoro di Vaucher (Conferves 1808), il quale merita nella scienza lo stesso rango che Lamouroux. Quegli però che tutte le comprese ed istudiò, costruendo con più estesi materiali un edifizio vasto del pari e solido, fu certamente l'Agardh nelle varie sue opere, ma specialmente nel suo *Systema algarum* (1824). I lavori sistematici a quello posteriori lo arricchirono bensì di nuove divisioni e di rettificazioni moltissime, ma punto non ne alterarono l'essenza: e basti per tutti nominar quello di Lyngbye (Tent. Hydrophyt. Dan. 1819), che, quantunque ricchissimo di preziose osservazioni e corredato di magnifiche tavole, non potè essere adottato nella parte sistematica, perchè intieramente artificiale. Molto maggiormente servì ai progressi della scienza il Greville nelle due grandi sue opere (Scott. cryptog. Flor. 1825 e Algae Britan. 1830), chè intese ad illustrare molti generi più che per lo innanzi fatto non si avesse, onde ne risultarono anche distinte e ben circoscritte alcune tribù che prima insieme si confondevano. Per tacere poi di tanti altri, che sotto l'aspetto della Classificazione illustrarono qualche genere o qualche tribù, o solamente qualche paese con parziali algologie, diremo solo dei molti che somministrarono materiali a più estesi lavori con particolari osservazioni, che quasi innumerevoli essi furono, e fra essi meritano particolare menzione Gmelin (Hist. Fucor. 1768), Esper (Icon. Fuc. 1797), Hornemann (Fl. Dan.), Smith e Sowerby (Engl. Bot.) e Turner (Hist. Fuc. 1807).

Ma la parte più importante di questa Storia, quella che veramente gioverebbe svelando i pericoli, nei quali incorre chi osserva, ed additando i lumi che

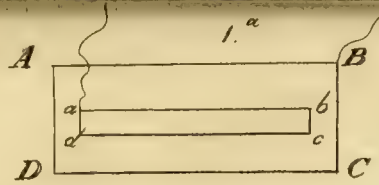
l'esperienza dei tempi andati e la filosofia dei presenti devono a gara recare sui nostri studii, è senza contrasto quella della organografia e fisiologia delle alghe. Queste indagini, benchè intraprese soltanto pochi anni addietro, diedero materia ad innumerevoli lavori, dei quali tutti importerebbe che tracciato venisse un critico esame da chi avesse egli stesso tutte ripetute le osservazioni, confermate le verità, svelate le apparenze, confutati gli errori.

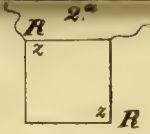
E perchè anche nelle Scienze ciò che riguarda la nostra Patria, deve più di ogni altra cosa interessarci, chiuderemo questi brevi cenni coll'indicare i nomi di quelli che illustrarono l'Algologia Italiana e furono molti:

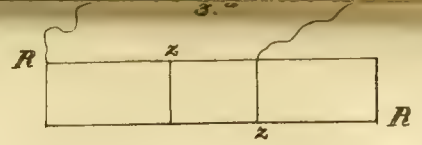
1599. Ferrante Imperato (Dell'hist. nat. Nap.).
1729. P. A. Micheli (Nov. pl. gen. Flor.).
1750. V. Donati (Della St. nat. dell'Adr. Ven.).
1755. G. Ginnani (Op. post. Ven.).
1758. D. Vandelli (Diss. de Ap. therm. Pat.).
1774. B. Corti (Sulla Tremella. Lucca).
1775. Fontana (Sulla Tremella. Firenze).
1776. Spallanzani (Op. di Fisica. Mod.).
1785. Zannicheli (Istoria delle piante ec. Ven.).
1789. S. Mandruzzato (Dei Bagni di Ab. Pad.).
1797. Carradori (Sulla trasformaz. del Nostoc. Prato).
1808. Raddi (Crypt. Fl. Firenze).
1816. C. Pollini (Sulle alghe delle terme Eug.).
1818. Ruchinger (Fl. dei lidi Ven. Ven.).
1819. A. Bertoloni (Opl. Scient. Bologna. T. 2.° Amoenit. Ital. e Hist. Fue. maris. lig. Bon.).
1822. C. Pollini (Fl. Veronese. Ver.).
1826. T. Targioni Tozzetti (Cat. Veg. mar. Flor.).
—— F. Naccari (Fl. Ven. Ven.).
1827. ———— (Notiz. sui Ceram. Pad.).
—— Agardh (Flora o Allg. B. Z.).
1828. F. Naccari (Algol. Adr. Bologna).
—— G. Martens (Reise nach Venedig).
1829. Delle Chiaje (Hydrophytologiae Regni Neap. Icon. Neap.).
—— G. Moris (Stirp. Sard. Taur.).
1831. Andrejewsky (De therm. Ap. Berol.).
1832. Biasoletto (Di alcune alghe micr. Trieste).

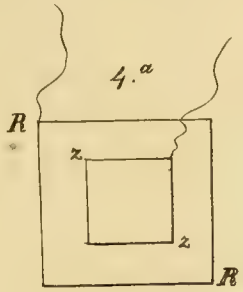
1833. F. Comelli (Intorno alle alghe microscopiche del dott. B. Biasoletto. Ud.).
—— Amici (Di una Oscillaria. Fir.).
—— Beggiato (Sulle terme Eug. Pad.).
1834. Zanardini (Sopra un'alga. Ven.).
—— Nardo (Isis Fasc. VI. e VII. p. 671. 59.).
1835. —— (Delle Alghe e dei loro usi ec. Ven.).
—— F. Comelli (Intorno alle alghe di acqua dolce. Ud.).
1837. Meneghini (Conspectus Alg. Eug. Pat.).

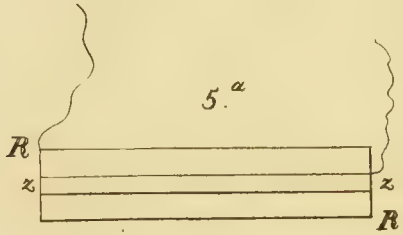
BRITISH MUSEUM

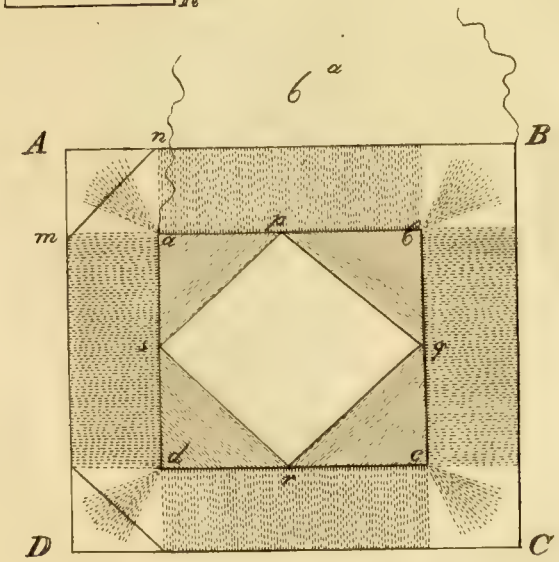

1.a
A
B
a
b
a
c
D
C

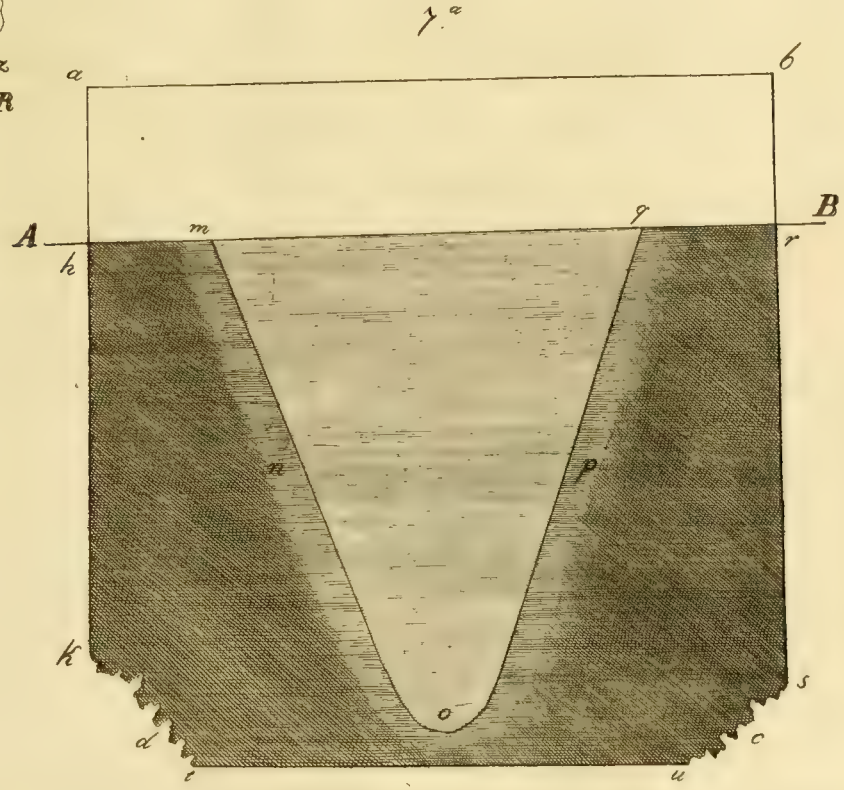

2.a
R
z
z
R


3.a
R
z
z
R


4.a
R
z
z
R


5.a
R
z
z
R


6.a
A
n
B
m
a
x
b
s
y
d
c
r
D
C


7.a
a
b
A
m
q
B
h
r
n
p
k
o
s
d
c
t
u

SOPRA

LE PROPRIETÀ DEI PERIMETRI

DEI DUE METALLI

COSTITUENTI GLI ELEMENTI VOLTIANI

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XXVI GIUGNO MDCCCXXXVIII

DAL SOCIO ATTIVO

AB. SALVATORE DAL NEGRO

Il lavoro che presento ai saggi riflessi di questo illustre consesso, rimane diviso in tre parti.

La prima accenna brevemente le nuove proprietà dei perimetri, che ho reso note al pubblico.

La seconda comprende l'ultime sperienze che feci per confermare le proprietà dei medesimi.

La terza fa conoscere per quali vie sia giunto a scoprire la vera ragione per cui la reciproca distanza dei perimetri dei due metalli abbia una così decisa, e costante influenza sull'efficacia delle correnti idro-elettriche.

Chiuderò questa memoria col porvi sott'occhio un fatto in cui la natura stessa manifesta i risultamenti delle arcane sue operazioni col mezzo di simboli geometrici. Il fatto di cui si tratta è un lavoro elettrochimico eseguito in diversi anni successivi da una corrente elettrica, e che conferma in un modo veramente solenne, e sorprendente tutte le mie congetture sulle proprietà dei perimetri.

PARTE PRIMA.

1. Correva l'anno 1831 allorchè mi venne in mente di porre a profitto le forze attraenti, e repellenti delle calamite temporarie, e fino da quell'epoca ho immaginato, e posto in esecuzione varii modi di applicare queste forze alla meccanica (1), e nel mese di Marzo 1834 holli di più descritti, e pubblicati (2).

2. Contento di aver arricchito tanto la fisica, quanto la meccanica di un nuovo motore, ho tosto pensato al modo di eccitare, e mantenere il moto colla minore possibile spesa.

A tale oggetto ho instituito una serie di esperimenti, che mi condussero a scoprire, che il più piccolo elemento produce l'effetto più utile, cioè il massimo relativo.

In conseguenza di che consigliai i fisici ad abbandonare gli elementi ad ampie lamine, e sostituire ai medesimi più elementi a piccole lamine, ed in modi diversi a norma delle circostanze (3).

3. In seguito mosso dal vivo desiderio di scoprire la causa di un fatto così importante, ho costruito una famiglia di elettromotori elementari, in ciascuno dei quali, rimanendo il rame costante, le superficie delle lamine di zinco stavano fra loro : : 1: 2: 3: 4: 8: 12: 16, e tenendo conto, col mio Dinamo-magnetometro dell'efficacia di ciascuno dei detti elettromotori, osservai non senza mia sorpresa, che in cinque diversi casi, in cui le piastre di zinco stavano fra loro : : 3: 4, gli effetti erano eguali.

4. Presi tosto in esame così fatti risultamenti, e dopo lunghe e replicate meditazioni, mi sono finalmente accorto, che nei cinque testè accennati casi, le lamine di zinco erano isoperimetre. In conseguenza di che non esitai stabilire, che l'efficacia degli elettromotori è proporzionale ai perimetri, e non già alle superficie.

5. Stabilito questo principio, l'ignota causa che cercava si manifestò da sè stessa. Difatti il più piccolo elemento produce l'effetto più utile per la ragione che la sua superficie, in confronto di quella degli altri elementi, è circoscritta dal massimo perimetro.

6. Collo stesso principio si spiega facilmente come la metà di un elemento produca costantemente un effetto maggiore della metà di quello, che si ottiene

(1) *Annali delle scienze del Regno Lombardo-Veneto* 1831. — I. R. Accademia delle scienze di Padova Vol. III. *dei Nuovi Saggi.*

(2) *Annali delle scienze del Regno Lombardo-Veneto.*

(3) *Bibl. Univ.* an. 1833. T. 52 pag. 319.

dall'elemento intero. Difatti prendete una piastra di zinco di qualunque figura, dividetela in due parti eguali, e troverete costantemente, che il perimetro che racchiude la metà della superficie è maggiore della metà di quello che racchiude la lamina intera.

7. Finalmente dalla stessa proprietà dei perimetri ne consegue, che colla stessa lamina di zinco si può ottenere un maggior effetto, cangiando la sua figura in modo, che riesca circoscritta da un perimetro maggiore.

8. In conseguenza della somma prevalenza degli spigoli in confronto delle superficie, ho creduto di poter aumentare gli effetti coll' accrescere soltanto la lunghezza di un filo di zinco entro la solita cassetta di rame, ma ben presto mi avviddi che non si poteva aumentare il detto filo a piacere fra le superficie del rame, giacchè rimanendo costante la distanza fra le superficie dei due metalli eterogenei, gli effetti variavano col variare della distanza fra il filo, ed il perimetro del rame.

Ho dunque stabilito l'ipotesi che oltre la lunghezza dei perimetri, influisca, sull'efficacia degli elettromotori, anco la reciproca distanza dei perimetri dei due metalli, rimanendo tutte le altre cose eguali.

Per verificare la mia ipotesi sono ricorso all'esperienza nel seguente modo.

Ho costrutto un elemento voltiano con lamine disuguali, come scorgesi nella fig. I. in cui $ABCD$ è una lamina rettangolare di rame, ed $abcd$ una simile di zinco collocata nel mezzo di quella, e tenuta da essa discosta e paralella mediante dei prismetti di legno. Queste due lamine sono munite delle solite appendici di filo di rame Ar, bz, che si fanno pescare in due vasellini di vetro contenenti del mercurio, col quale comunicano l'estremità del filo metallico, che passa sopra l'ago magnetico e con direzione paralella all'asse del medesimo nella posizione di equilibrio. Con sì fatto elemento ho eseguito i tre seguenti esperimenti.

1. Posto l'elemento in una ciotola di vetro contenente dell'acqua acidulata con $\frac{1}{60}$ di acido zolforico, ed $\frac{1}{60}$ di acido nitrico, e poste le appendici in comunicazione col galvanometro, stando lo zinco nella posizione simmetrica indicata dalla fig. I.; la declinazione media di cinque esperimenti riuscì $= 11^{0}, 10$.

2. Movendo lo zinco in modo che il lato ad dello zinco cada nel mezzo sopra il lato AD del rame, e fattane esperienza, la declinazione media risultò $= 10^{0}, 20$.

3. Ponendo il lato ab dello zinco nel mezzo sopra il lato AB del rame, la media declinazione, ad indice fisso, come nei due altri esperimenti, fu $= 9^{0}, 35$.

Questi esperimenti ripetuti più volte (1), e con lamine di varie ampiezze, e di figure diverse ci assicurano:

1.° Che la posizione simmetrica è la più utile.

2.° Che la reciproca distanza dei perimetri dei due metalli ha una decisa influenza sull'efficacia degli elettromotori.

Di più dalle molte e svariate esperienze che ho pubblicato su tale proposito risulta, che dato un elemento a lamine disuguali siamo in grado di predire in qual posizione, dopo la simmetrica, che dà il maximum, in qual posizione, dissi, si otterrà l'effetto medio, ed in quale altra il minimo.

Di questa singolare proprietà dei perimetri affatto indipendente dalle chimiche azioni, m'ingegnerò di rendere ragione nella terza parte di questa memoria.

Quanto lessi sin qui contiene la storia delle più importanti esperienze ed osservazioni, che ho già rese note al pubblico, sulle proprietà dei perimetri, e sono al termine della prima parte del mio accademico penso.

PARTE SECONDA.

I.

Le nuove proprietà dei perimetri trassero seco l'attenzione e gli studii di tutti quei fisici, che si occupano particolarmente di questo importante ramo di fisica.

Difatto essendo essi abituati a credere che gli effetti degli elettromotori fossero proporzionali alle superficie dei metalli, che li costituiscono, rimasero sorpresi allorchè intesero dai miei nuovi esperimenti, che i detti effetti sono invece proporzionali agli spigoli delle lamine metalliche.

Il valente fisico Marianini si era accorto sino dall'anno 1825, che gli effetti degli elettromotori non erano proporzionali alle superficie, specialmente confrontando un piccolo elemento con un grande; ma avendo congetturato (2) che la causa dipendesse dall'essere il filo congiuntivo insufficiente a tradurre tutta la corrente elettrica eccitata dalle grandi piastre, non si fermò su tali confronti, anco per la ragione che un suo esperimento descritto a pag. 17, 18 del suo saggio, non eseguito con la solita sua avvedutezza, sembrava confermasse la sua congettura.

(1) Ved. *Journal de la Société des Sciences physiques, chimiques, et arts agricoles et industriels de France.* 4.e Année. Paris 1836. — (2) *Saggio di esperienze elettrometriche*, p. 17.

Difatti se il Prof. Marianini avesse esaminata con un ago magnetico anco l'efficacia del fluido elettrico, che scorreva pel filo eccitatore, si sarebbe accorto che quando promoveva la corrente col filo congiuntivo, scemava quella, che scorreva pel filo da esso chiamato eccitatore. Di più allorchè pose in comunicazione le piastre col secondo filo eccitatore, la corrente del primo avrebbe sofferto un indebolimento ancor maggiore, giacchè in questo caso la corrente si sarebbe divisa in due correnti pressochè eguali, il cui effetto totale sarebbe stato eguale a quello di un solo filo avente le debite dimensioni. La corrente poi del filo congiuntivo nel secondo caso risultò piccolissima, ed anco nulla, per la ragione che l'elettrico trovando tre vie aperte, si suddivise in tre correnti simultanee, ciascuna delle quali riuscì direttamente proporzionale alla sezione del filo, e reciprocamente alla sua lunghezza. L'accennato esperimento dunque non conferma l'ipotesi del Marianini.

Al presente quei risultamenti non proporzionali alle superficie, osservati dal Prof. Marianini, si spiegano col principio dei perimetri.

Ma siccome un altro mio amico, e dottissimo fisico mi fece sapere, che pur esso porta opinione, che una piastra di zinco produca un effetto di poco superiore a quello che si ottiene da uno strettissimo telajo di ugual perimetro, per la ragione indicata dal Marianini, così mi sono proposto di eseguire alcuni esperimenti per dimostrare che sì fatto ed interessante fenomeno dipende dalle proprietà dei perimetri, e non dal filo di rame, che si reputa insufficiente a tradurre tutto il fluido, che sviluppasi dalle grandi lamine di zinco.

II.

Esperimenti.

1.° Una piastra di zinco lunga pollici parigini 8, alta pollici 2, la cui superficie risulta per conseguenza di pollici quadrati 16, posta in una cassetta di rame ripiena della solita acqua acidulata, comunicò alla calamita temporaria del mio dinamo-magnetometro una forza = Kil. 6. 10.

2.° Un telajo dello stesso zinco, lungo pollici 8, alto pollici 2, largo linee 2 la cui superficie risulta pollici quadrati 1. 88, immerso nella stessa cassetta di rame produsse un effetto = Kil. 5. 40.

3.° Un telajo lungo pollici 13 linee 9, alto pollici 4 e linee 2, largo linee 2, la cui superficie risulta pollici quadrati 6 — 4 linee quadrate, munito dell'identico filo di rame che serviva di appendice alla lamina del primo espe-

rimento, ed immerso nella stessa cassetta ripiena della medesima acqua acidulata, produsse un effetto = Kil. 9. 13, cioè una volta e mezzo quello che si ottenne dal primo esperimento.

4. L'identico filo di zinco saldato a lamine di zinco maggiori, potè lasciar trascorrere delle correnti atte a produrre degli effetti 3, 4, e sino 10 volte maggiori. Come mai dopo questi esperimenti si potrà supporre, che la piccola differenza che passa fra i risultamenti di un telajo, e quelli ottenuti da una piastra circoscritta da un perimetro eguale, dipenda dalla insufficienza del conduttore?

Ormai dunque possiamo franeamente stabilire, che l'efficacia degli elettromotori è proporzionale ai perimetri, o spigoli delle lamine metalliche costituenti i medesimi.

A tale proposito però non posso dispensarmi dal fare una osservazione sopra una conclusione del celebre Prof. A. de la Rive, il quale nelle sue veramente ingegnose ed interessanti indagini sulla causa dell'elettricità voltiana (1) dice che, poste tutte le altre cose eguali, la quantità di elettricità, che si sviluppa in un dato tempo, e che per conseguenza viene trasportata dal filo congiuntivo, è tanto più grande, quanto più estesa si è la superficie attaccata.

Questa conclusione sarebbe vera se la superficie dello zinco immersa nell'acqua acidulata fosse egualmente attaccata in tutti i suoi punti; ma siccome il maggior attacco succede al perimetro, e da questo l'azione chimica va sempre diminuendo fino al centro della superficie, così se la proposizione del lodato fisico ginevrino non è assolutamente falsa, riesce certo equivoca per non essere rigorosamente espressa, e potrebbe anco indurre in errore tutti coloro che non conoscono i miei lavori sul proposito.

PARTE TERZA.

Nei primi esperimenti, che ho eseguito per convalidare le scoperte proprietà dei perimetri, mi sono servito di elettromotori foggiati alla Wollaston, e non senza ragione.

Difatti siccome una data lamina di zinco combinata col rame secondo il metodo dell'accennato fisico inglese, o del nostro Novelluci, produce un effetto maggiore di quello che si ottiene costruendo gli elementi a lamine eguali, così

(1) *Recherches sur la cause de l'electricitè voltaique.* Genève 1836.

era ben naturale che volendo rinvenire l'ampiezza dello zinco, che mi desse l'effetto più utile, dovea esperimentarlo alla maniera di Wollaston.

Quantunque così fatti esperimenti mi abbiano condotto a scoprire la combinazione più utile dei metalli costituenti gli elettromotori a lamine disuguali, tuttavolta trovaimi nella necessità di continuare l'esperienze con maggior impegno di prima per la ragione, che il principio che ho già stabilito su tale proposito, e pubblicato sino dall'anno 1834, rende benissimo ragione della prevalenza dei perimetri in confronto delle superficie, ed assegna la figura e la posizione della parte dello zinco che rimane poco o nulla attaccata, ma non rende ragione dell'influenza della reciproca distanza dei perimetri dei due metalli, nè della costante proprietà della simmetrica posizione, che sopra vi ho accennato.

Prima però di dar mano a nuove indagini ho voluto tener conto degli effetti di molti elettromotori di varie forme, e grandezze, tanto col galvanometro a indice fisso, quanto col mio dinamo-magnetometro (1) ed holli trovati costantemente di accordo nelle loro indicazioni, anco adoperando l'acqua ora più, ed ora meno acidulata.

Con sì fatti esperimenti ho potuto assicurarmi che il mio metodo di misurare gli effetti delle correnti elettro-magnetiche tanto allo sbocco, quanto a corrente già stabilita, è da preferirsi a quello del galvanometro per la ragione ch'è assai più sollecito, meno incerto, e di un uso molto più esteso.

Ed in vero le correnti allo sbocco non si possono misurare col galvanometro che per approssimazione, e con molta difficoltà, giacchè l'escursioni essendo istantanee, è assai difficile di colpire nel segno in guisa da misurarne la precisa ampiezza. Per l'opposto col mio dinamo-magnetometro si misura colla stessa facilità tanto l'effetto allo sbocco, quanto quello a corrente già stabilita.

Per accertarvi poi che il mio misuratore è più spedito dell'ago magnetico, basti il sapere che nel tempo che s'impiega a fare un'osservazione col galvanometro, col mio strumento se ne fanno più di dieci, la quale speditezza è sommamente pregievole giacchè somministra al fisico il modo di moltiplicare facilmente gli esperimenti e di ripeterli in brevissimo tempo tante volte da ottenere dei risultamenti medii di tutta quella precisione che si può mai desiderare in così difficili esperimenti.

(1) T. XXI. *delle Memorie della società italiana delle scienze residente in Modena*, anno 1837.

I.

Esperienze dirette a scoprire la ragione per cui la reciproca distanza dei perimetri influisca sulla efficacia delle correnti.

1. Ho costrutto un elemento voltiano con due lamine quadrate eguali (fig. 2) l'una cioè di rame, e di zinco l'altra, ed avente ciascuna due pollici di lato. Esaminata l'efficacia della corrente prodotta da così fatto elemento col mio dinamo-magnetometro, la forza media acquistata dalla calamita temporaria riuscì = Kil. 4. 37.

Questo effetto ci servirà di unità di misura.

2. Combinai un secondo elemento ritenendo costante lo zinco, e ponendolo sopra una lamina di rame avente una superficie quattro volte maggiore, e sotto la figura di un rettangolo di due pollici di altezza, ed otto di base. La lamina di zinco *z z* (Fig. 3) è collocata nel mezzo come posizione più utile, per le cose dette di sopra. Fattane esperienza, questo secondo elemento comunicò alla stessa calamita una forza di Kil. 7. 25. L'aumento dunque del solo rame produsse un effetto quasi doppio, rimanendo costanti tutte le altre cose.

A tale proposito dirò che prima della scoperta dei perimetri il Prof. Marianini avea fatto degli esperimenti di tale importanza sopra gli elettromotori, che lo resero benemerito di questo ramo di fisica più di ogni altro. Difatti fu il primo ad accorgersi che rimanendo costante lo zinco, basta aumentare la superficie del rame perchè l'elettromotore divenga più attivo.

Avrei già fatto al detto Prof. la giustizia che meritava, sino dal momento che pubblicai la scoperta dei perimetri; ma siccome ho percorso una via affatto diversa dalla sua, così all'occasione, che le mie nuove indagini mi condussero al punto di rendere quadruplo il rame nell'elemento alla Wollaston, avendo trovato che l'effetto anzichè aumentare, diminuiva, ho preso il partito di tacere piuttosto che impegnarmi in nuove indagini per scoprire la causa di tali differenze, il che mi avrebbe condotto fuori dell'intrapreso cammino.

Ma torniamo al nostro secondo esperimento, in cui il maggior effetto che si ottiene aumentando il rame, dipende più dall'aumento del perimetro, che da quello della superficie, come risulta dalle sperienze che ho pubblicato.

Per togliere poi ogni dubbio su tale proposito, basta costruire gli elementi del primo, e del secondo esperimento in guisa, che riducendo quadrupla la superficie del rame, l'aumento del perimetro riesca assai piccolo, ed in tal caso

si troverà che piccola in proporzione riuscirà la differenza fra gli effetti dei due testè accennati esperimenti.

E qui conviene non iscordarsi che questi esperimenti sono diretti a scoprire per qual ragione cangiando lo zinco di posizione, varii anco l'azione della corrente elettromagnetica.

A buon conto è indubitato che collocando lo zinco nel mezzo si ottiene il massimo effetto. Che se rimovo lo zinco in guisa che un terzo lato cada sopra l'uguale, e corrispondente del sottoposto rame, l'effetto diminuisce.

Questa diminuzione non può dipendere che dall'avvicinamento dell'uno dei due lati, o dall'allontanamento dell'altro. Supponiamo che la causa dipenda dall'allontanamento, e verifichiamo questa ipotesi combinando le stesse superficie in guisa, che tutti quattro i lati dello zinco rimangano discosti dai corrispondenti del rame, giacchè se si perde allontanandone uno dei lati, allontanandoli tutti quattro la perdita sarà maggiore. Se ne faccia l'esperienza come segue.

3. Riducasi la lamina di rame ad un quadrato di quattro pollici di lato, e si ponga nel mezzo la stessa lamina di zinco come scorgesi nella fig. 4. In questo caso le superficie sono le stesse, e solo il perimetro del rame è diminuito di quattro pollici, la qual diminuzione, per le cose dette, sarà cagione di perdita.

Ora assoggettato alla sperienza questo elemento, l'effetto che ottenni fu di Kil. 9. 45. Dunque l'allontanamento anzichè dannoso è utile in modo che ci ha compensati anco della perdita dovuta alla diminuzione del perimetro del rame.

Se dunque l'allontanamento è utile in guisa che per aver discostato solo quattro pollici del perimetro dello zinco si guadagnò una forza di Kil. 2. 25 all'incirca, se allontaneremo 16 pollici del perimetro dello stesso zinco, il guadagno sarà molto più sensibile. Se ne faccia l'esperienza.

4. Per fare questo esperimento adoperai la stessa lamina di rame sotto la figura del secondo, e ridussi una lamina dello stesso zinco ad un rettangolo di otto pollici di base, e sei linee di altezza, e collocatolo nel mezzo della lastra di rame, come scorgesi nella fig. 5, e fattane esperienza, l'effetto riuscì di Kil. 20, 90, cioè triplo del secondo esperimento, più che doppio dell'effetto del terzo, e più che quintuplo della nostra unità di misura, impiegando lo stesso zinco.

Non sempre però si ottengono differenze così imponenti, giacchè le diverse qualità dello zinco cagionano delle calcolabili differenze in parità di circostanze.

Si aggiunga che anco adoperando degli elementi presi dalle stesse lastre di zinco, e di rame, s'incontrano delle differenze per la ragione ch'è realmente impossibile di porre due volte un elemento in circostanze perfettamente uguali sotto tutti i rapporti.

Concludiamo dunque essere cosa utile che i perimetri dei due metalli rimangano tra loro discosti. I limiti poi di tali distanze non sono di facile determinazione.

Ma i miei lettori diranno, e per qual ragione la detta distanza influisce tanto sull'aumento dell'efficacia degli elettromotori, rimanendo tutte le altre cose eguali?

Per rispondere a questa dimanda dirò che il fatto ci assicura che la corrente che circola in un elettromotore è sempre diretta in modo che dal metallo più ossidabile passa mediante un conduttore di secondo ordine al metallo meno ossidabile.

Ora siccome l'elettrico scappa più facilmente per i corpi acuminati, che per quelli che sono smussati, così la corrente elettrica dee naturalmente sortire per gli spigoli dello zinco, e rientrare, attraversando l'acqua acidulata, per quelli del rame cosicchè di tutto il fluido in gioco la massima parte sorte, ed entra per gli spigoli dei due metalli.

Questa sola considerazione dovea, fino dalle prime esperienze sugli elettromotori, dovea dissi fermare l'attenzione dei fisici sulla prevalenza degli spigoli in confronto delle superficie dei due metalli.

Di più se l'elettrico che sorte pei perimetri dello zinco riesce più celere, e più abbondante di quello, che parte da un egual numero di punti presi fuori del perimetro, è certo che i punti angolari dello stesso zinco dovranno somministrare dei zampilli o fiocchi elettrici più abbondanti di qual si voglia altro punto del perimetro, dal che ne siegue la necessità che il rame presenti a questi angoli un perimetro lungo quanto è possibile per somministrare una via più facile all'elettrico che si presenta divergente verso lo stesso.

Da ciò ne consegue:

1.° Che gli elementi a lamine eguali sono i meno utili.

2.° Che negli elettromotori la piastra di zinco dee essere minore di quella di rame, e che tutto il perimetro di quello dee trovarsi discosto dal perimetro di questo.

Ora quantunque dal secondo corollario risulti che la posizione simmetrica dee essere necessariamente la più utile, tuttavolta è così singolare, ed im-

portante l'effetto di detta posizione, che merita se ne faccia conoscere la causa in guisa che non rimanga dubbio sul proposito.

II.

Rappresenti la fig. 6. un elettromotore formato con due lamine quadrate disuguali, e sia *ABCD* la lamina di rame, ed *abcd* la piastra di zinco minore di quella di rame, e collocata colle solite avvertenze, nella simmetrica posizione, come scorgesi nell'accennata figura.

Ora per fissare l'idee supponiamo che l'elemento sia in attività, e che il fluido elettrico che dallo zinco ritorna al rame sorta pel perimetro *abcd* suddiviso in tanti raggi paralelli fra loro, e perpendicolari al perimetro *ABCD* del rame come scorgesi nella figura 6., in cui le linee paralelle punteggiate indicano l'emanazioni elettriche di tutti i punti del perimetro, meno quelli che sortono divergenti pei quattro punti angolari *a, b, c, d.*

Ora è facile comprendere che l'elettrico il quale sorte in gran copia dai detti punti si scarica sopra un gran numero di punti costituenti l'opposto perimetro del rame. Per esempio il punto angolare *a* dello zinco, da cui scappano molti raggi divergenti di elettrico, si scaricano sulla parte opposta *mAn* del perimetro di rame, la cui projezione è la retta *nm*, e lo stesso dicasi degli altri punti angolari, i quali tutti trovano una sufficiente serie di punti costituenti il perimetro elettro negativo, sopra i quali possono facilmente scaricarsi, e superare la difficoltà che l'elettrico incontra nel passare dall'acqua al rame.

Eccovi dunque la vera causa della prevalenza della posizione simmetrica, dalla quale ne consegue il perchè nell'altre due accennate posizioni l'effetto debba riuscir minore.

Nello stabilire la teoria che pubblicai su tale proposito, congetturai che l'azion chimica cominciasse efficacissima da ciascun spigolo della lamina di zinco, e che andasse diminuendo verso il centro della figura, cosicchè in allora supposi tacitamente, che tutti i punti del perimetro fossero egualmente attaccati, il che non è assolutamente vero, giacchè i quattro punti angolari devono essere attaccati più efficacemente di tutti gli altri.

Le ultime mie indagini, dirette a scoprire la causa della prevalenza della simmetrica posizione, mi avvertirono di una così importante ommissione.

Ora giacchè il maggior attacco comincia dai punti angolari, le direttrici delle decrescenti azioni chimiche saranno le diagonali della lamina di zinco, e la superficie di zinco la meno attaccata, sarà inscritta nella superficie dell'in-

tera lamina, come scorgesi nella fig. 6, in cui il quadrilatero *pqrs* indica l'accennata superficie, che è quasi interamente perduta in così fatte esperienze.

Qui, Signori, terminava il mio penso accademico, trovandomi contento di aver scoperta la causa, per cui la reciproca distanza dei perimetri ha tanta influenza sull'accrescere o diminuire l'efficacia degli elettromotori, ch'era lo scopo principale di questo mio lavoro.

Quando alla fine dello scorso mese mi nacque il pensiero di costruire una batteria elettro-magnetica, impiegando elementi combinati a lamine disuguali, in quella proporzione che le replicate mie esperienze mi assicurano essere i più utili ad un tempo, ed i più efficaci.

Per mandare ad effetto il mio divisamento il più presto che sia possibile, ed anco per economia prendo il partito di scomporre una batteria di 48 elementi combinati alla Wollaston per servirmi dello stesso apparato, e del rame, giacchè avendola costrutta fino dall'anno 1826, e adoperata in varie occasioni (specialmente per far conoscere alla studiosa gioventù gli effetti della medesima pel corso di sette anni successivi) avea perduta in gran parte la sua vigoria, ed era posta fuori di uso.

Si dà mano allo disfacimento di detta batteria, e nel separare una lamina di zinco da quelle di rame, osservo, con somma mia sorpresa, ed estraordinaria compiacenza, che quella lamina era ossidata colla legge precisamente indicata dalle mie congetture.

Ne prendo in mano delle altre, mi ajutano in questa operazione l'assistente e il macchinista, e le troviamo tutte più o meno ossidate nello stesso modo, cioè tutte soprassegnate dalla figura contenente la superficie dello zinco meno ossidata, ma con tale precisione che sembra tracciata colla riga e col compasso.

Ma non vi ho ancora detto tutto, e la vostra meraviglia diverrà ancor più grande, quando saprete tutto quello che osservai in questa per me fortunatissima occasione.

All'epoca che stava costruendo la testè accennata batteria, ordinava a Murano i vasi di vetro con date dimensioni, e con l'avvertenza che i fondi dovessero riuscire piani. Questi vasi per negligenza furono costrutti coi fondi conici, in conseguenza di che gli spigoli superiori delle lamine di zinco rimasero fuori dell'acqua acidulata. Da così fatta combinazione ne nacque una nuova, ed imponente conferma dell'efficacia dei perimetri.

Difatti non potendo lo spigolo superiore essere attaccato dall'acqua acidulata, la lamina di zinco dal centro di figura alla superficie di livello, rimase

pochissimo ossidata, e le metà corrispondenti delle superficie iscritte, che doveano essere l'effetto specialmente dei punti angolari superiori, mancano affatto in tutti gli elementi.

Eccovi, dotti accademici, le lamine di zinco tali quali trovaile nel testè accennato elettromotore composto. Esaminate le traccie rettilinee segnate dalla chimica azione sopra le metalliche superficie, e poi giudicate voi stessi se le mie congetture potevano ottenere una conferma più solenne e luminosa di quella che risulta dal fatto che vi presento.

Descrizione delle lamine di zinco costituenti gli elementi dell'elettromotore composto, che presentai all'Accademia.

abcd (Fig. 7.) è una lamina quadrata di zinco: *AB* è la linea di livello dell'acqua acidula; *obrh* è la porzione dello zinco fuori dell'acqua; *mnopq* è la parte della superficie meno attaccata avente la figura prossimamente della metà di un paralellogrammo. *Kdt, uts* sono gli angoli della detta lamina immersi nell'acqua più o meno distrutti dall'azion chimica. La lamina di cui si tratta è ridotta simile ad un cuneo il di cui tagliente è il perimetro inferiore, rimanendo però più acuto verso i punti angolari da cui comincia il massimo attacco, e va scemando verso il centro nelle direzioni delle diagonali.

Ma sopra le singolarità degli effetti prodotti dalle azioni elettro-chimiche sullo zinco, come pure della figura, del vario colore che scorgesi alla superficie del medesimo, e del maggior o minor numero delle molecole distrutte, che vengono manifestate dalle sezioni eseguite perpendicolarmente alla lamina, e sotto varie direzioni, parlerò in altra occasione.

DELL' INTEGRAZIONE
DELLE EQUAZIONI LINEARI
A COEFFICIENTI COSTANTI
FRA DUE VARIABILI

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA IL GIORNO XVIII APRILE MDCCCXXXVII

DAL SOCIO ATTIVO

SERAFINO RAFFAELE MINICH

Oltre l'integrazione delle equazioni differenziali lineari del 1.° ordine dovuta a Leibnitz (1), e quella delle equazioni lineari a differenze finite pur di primo ordine data da Lagrange (2); non sappiamo in generale esprimere, cioè ridurre alle quadrature, l'integrale finito delle equazioni lineari d'ordine più elevato, che per due forme di equazioni differenziali, l'una a coefficienti costanti trattata dall'Eulero e dal D'Alembert (3), l'altra osservata dall'Eulero e da Lagrange (4), e del pari per due forme di equazioni a differenze finite, l'una a coefficienti costanti esibita da Lagrange (2), l'altra proposta da Laplace (5). Di alcune altre forme speciali che possono attualmente integrarsi mi riservo di fare un cenno in separata Memoria.

Vero è che mediante il Teorema Lagrangiano (6) esteso da Condorcet (7) e da Laplace (5) alle equazioni lineari a differenze finite, la forma generale delle equazioni lineari si rende più semplice collo spogliarla del termine che contiene la sola variabile indipendente: e quanto alle equazioni a differenze finite è a ricordarsi che il Brunacci ha offerto l'espressione dell'integrale del-

l'equazioni lineari a differenze finite di second'ordine per mezzo d'una funzione inesplicabile (8), e recentemente il Libri ha mostrato coll'uso delle funzioni discontinue (9) che si ponno sempre assegnare le operazioni mercè le quali si integra in particolare una data equazione lineare alle differenze, benchè non si sappia esprimerne l'integrale con una formola generale. La questione poi di ridurre l'integrazione delle equazioni, in cui la differenza della variabile indipendente è qualunque, all'ipotesi di questa differenza costante, è stata risolta dal Paoli (10).

Ora ristringendoci alle equazioni lineari a coefficienti costanti, poichè l'altre due forme di cui sappiamo eseguire l'integrazione mercè le quadrature vi si riducono con facile trasformazione; è noto che l'integrazione loro dipende dalla risoluzione d'una equazione algebrica che ha gli stessi coefficienti della proposta e un grado eguale all'ordine della medesima, e che se questa equazione non ha tutte le radici diseguali l'espressione dell'integrale finito sviluppata in integrali semplici riesce manchevole.

Per sopperire a questo difetto propose il D'Alembert (11) di riguardare di mano in mano due delle radici che divengono eguali siccome differenti fra loro d'una quantità che si fa evanescente, dopo di avere eseguito gli sviluppi relativi e mutato le costanti arbitrarie. Ma questo metodo semplice e diretto non è abbastanza sicuro, potendo indurre in errore riguardo a' termini da sopprimersi; ed infatti ne furono illusi gli stessi Eulero e Lagrange (12) e il primo più d'una volta come ei medesimo generosamente confessa. Cercarono perciò gli Analisti di arguire la legge secondo la quale si modifica l'integrale di cui si tratta nel caso ribelle delle radici eguali, ma i primi loro tentativi parve che tornassero vani, giacchè il Lexell giunse a dubitare della possibilità di ottenere formole abbastanza semplici pel caso suddetto (13). Se non che l'Eulero determinò per induzione le eleganti formole che servono all'uopo (14), e non ha guari il Plana ne ha dato una compiuta dimostrazione (15).

Intento alla ricerca non mai finora intrapresa delle formole corrispondenti per le equazioni alle differenze finite, io mi valgo a questo fine d'un ovvio procedimento egualmente opportuno per le equazioni differenziali, e per quelle alle differenze. Il metodo, con cui vengo a trattare la teorica delle equazioni lineari, è quello immaginato dal D'Alembert per dimostrare il Teorema Lagrangiano (16), metodo giustamente rimesso in onore dal Libri (17), poichè per eleganza e prontezza non inferiore a' più divulgati (18), e di tutti il più analitico per iscuoprire le proprietà delle equazioni lineari.

SEZIONE PRIMA

Equazioni differenziali lineari.

I.

Sia l'equazione lineare generale

$$(A)\quad A_0 \frac{d^n y}{d x^n} + A_1 \frac{d^{n-1} y}{d x^{n-1}} + A_2 \frac{d^{n-2} y}{d x^{n-2}} + \ldots\ldots + A_n y = X.$$

Si faccia $y = y_1 \alpha$, e poichè è noto essere (19)

$$\frac{d^m y}{d x^m} = y_1 \frac{d^m \alpha}{d x_m} + m \frac{d y_1}{d x} \frac{d^{m-1} \alpha}{d x^{m-1}} + \frac{m(m-1)}{2} \frac{d^2 y_1}{d x^2} \frac{d^{m-2} \alpha}{d x^{m-2}} + \ldots + \alpha \frac{d^m y_1}{d x^m},$$

si avrà la trasformata

$$A_0 y_1 \frac{d^n \alpha}{d x^n} + \left(n A_0 \frac{d y_1}{d x} + A_1 y_1\right) \frac{d^{n-1} \alpha}{d x^{n-1}} + \ldots.$$

$$+ \left(n A_0 \frac{d^{n-1} y_1}{d x^{n-1}} + (n-1) A_1 \frac{d^{n-2} y_1}{d x^{n-2}} + \ldots + A_{n-1} y_1\right) \frac{d \alpha}{d x} + \left(A_0 \frac{d^n y_1}{d x^n} + \ldots + A_n y_1\right) \alpha = X.$$

Rappresentando con $B_0, B_1, \ldots. B_n$ i rispettivi coefficienti di $\frac{d^n \alpha}{d x^n}, \ldots\ldots \alpha$, e supponendo che y_1 sia un valore particolare di y soddisfacente alla (A) quando $X = 0$, si avrà identicamente $B_n = 0$, cosicchè posto $\frac{d \alpha}{d x} = \beta$ donde si trae $y = y_1 \int \beta \, dx$ la trasformata diviene

$$(B)\quad B_0 \frac{d^{n-1} \beta}{d x^{n-1}} + B_1 \frac{d^{n-2} \beta}{d x^{n-2}} + \ldots. + B_{n-1} \beta = X.$$

Se conosciamo del pari un valore β_1 di β che soddisfaccia a questa equazione quando $X = 0$, e assumiamo $\beta = \beta_1 \int \gamma \, dx$ si perverrà alla ridotta d'ordine $n-2$

$$C_0 \frac{d^{n-2} \gamma}{d x^{n-2}} + C_1 \frac{d^{n-3} \gamma}{d x^{n-3}} + \ldots. + C_{n-2} \gamma = X,$$

nella quale $C_0, C_1, C_2 \ldots C_{n-2}$ si deducono da $B_0, B_1, \ldots B_{n-1}$, come questi coefficienti da $A_0, A_1 \ldots A_n$, mutando y_1 in β_1 ed n in $n-1$. Ma in luogo di determinare β_1 soddisfacendo alla (B) nella supposizione di $X = 0$, possiamo desumerlo da un altro integrale particolare $y = y_2$ della (A) nella medesima ipotesi, poichè allora la relazione $y = y_1 \int \beta \, dx$ ci dà $\beta_1 = \frac{d \frac{y_2}{y_1}}{d x}$.

Similmente denotando con γ_1 un valore di γ soddisfacente alla ridotta d'ordine $n-2$ qualora $X=0$, e posto $\gamma=\gamma_1\int\varepsilon\,dx$, si passerà alla ridotta d'ordine $n-3$

$$E_0\frac{d^{n-3}\varepsilon}{dx^{n-3}}+E_1\frac{d^{n-4}\varepsilon}{dx^{n-4}}+\ldots+E_{n-3}\,\varepsilon=X,$$

e come dianzi avremo $\gamma_1=\dfrac{d\,\dfrac{\beta_2}{\beta_1}}{dx}$. Ma se si conosca un nuovo valore $y=y_3$ si avrà pure $\beta_2=\dfrac{d\,\dfrac{y_3}{y_1}}{dx}$ e quindi $\gamma_1=\dfrac{1}{dx}\,d\left\{\dfrac{d\,\dfrac{y_3}{y_1}}{d\,\dfrac{y_2}{y_1}}\right\}$. Dunque, analogamente procedendo col mezzo di m valori particolari di y ci ridurremo ad una equazione lineare del $(n-m)$esimo ordine; cosicchè si otterrà l'integrale finito completo della (A), se si conoscano n od anche $n-1$ integrali particolari di essa nell'ipotesi di $X=0$, ch'è appunto il Teorema di Lagrange. Col metodo esposto si può altresì determinare la ridotta d'ordine $n-m$, ed esprimere l'integrale completo richiesto per mezzo degli n od $n-1$ integrali particolari suddetti. Abbiamo a tal fine dalle stabilite posizioni il quadro seguente

(C) $y=\gamma_1\int\beta\,dx,\ \beta=\beta_1\int\gamma\,dx,\ \gamma=\gamma_1\int\varepsilon\,dx\ldots\ \rho=\rho_1\int\sigma\,dx,\ \sigma=\sigma_1\int\tau\,dx$

$$\beta_1=\frac{1}{dx}d\frac{y_2}{y_1}\qquad \beta_2=\frac{1}{dx}d\frac{y_3}{y_1}\qquad \beta_3=\frac{1}{dx}d\frac{y_4}{y_1}\ldots\ldots\ \beta_{n-1}=\frac{1}{dx}d\frac{y_n}{y_1}$$

$$\gamma_1=\frac{1}{dx}d\frac{\beta_2}{\beta_1}\qquad \gamma_2=\frac{1}{dx}d\frac{\beta_3}{\beta_1}\ldots\ldots\ldots\ \gamma_{n-2}=\frac{1}{dx}d\frac{\beta_{n-1}}{\beta_1}$$

$$\varepsilon_1=\frac{1}{dx}d\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\ldots\ldots\ldots\ \varepsilon_{n-3}=\frac{1}{dx}d\frac{\gamma_{n-2}}{\gamma_1}$$

. . . . . .

$$\sigma_1=\frac{1}{dx}d\frac{\xi_2}{\xi_1}$$

$$A_0y_1=B_0\qquad nA_0\frac{dy_1}{dx}+A_1y_1=B_1\ \ldots\ldots$$

$$B_0\beta_1=C_0\qquad (n-1)B_0\frac{d\beta_1}{dx}+B_1\beta_1=C_1\ \ldots\ldots$$

$$C_0\gamma_1=E_0\qquad (n-2)C_0\frac{d\gamma_1}{dx}+C_1\gamma_1=E_1\ \ldots\ldots$$

. . . . . .

$$R_0 \rho_1 = S_0 \quad 2 R_0 \frac{d\rho_1}{dx} + R_1 \rho_1 = S_1 \;\ldots\ldots$$

$$S_0 \sigma_1 = T_0 \quad S_0 \frac{d\sigma_1}{dx} + S_1 \sigma_1 = T_1 = 0 \;\ldots\ldots$$

da cui risulta

$$\text{(D)} \quad y = y_1 \int \beta_1 dx \int \gamma_1 dx \int \ldots\ldots \int \sigma_1 dx \int \tau dx,$$

ove $\beta_1 dx = d\frac{y_2}{y_1}$ $\gamma_1 dx = d\left\{\frac{d\frac{y_3}{y_1}}{d\frac{y_2}{y_1}}\right\} \ldots\ldots \tau = \frac{X}{T_0} = \frac{X}{A_0 y_1 \beta_1 \gamma_1 \ldots \sigma_1}$.

Questa formola è stata esibita dal Libri (17), e da Laplace (5).

Se si conoscono soltanto $n-1$ valori di y potremo determinare σ_1 che contiene l'ignoto valore y_n, col mezzo delle prime due colonne di equazioni fra $A_0, B_0, \ldots A_1, B_1, \ldots\ldots$ del Quadro (C), da cui abbiamo di mano in mano.

$$\frac{B_1}{B_0} = n\frac{dy_1}{y_1 dx} + \frac{A_1}{A_0}, \quad \frac{C_1}{C_0} = (n-1)\frac{d\beta_1}{\beta_1 dx} + \frac{B_1}{B_0} = (n-1)\frac{d\beta_1}{\beta_1 dx} + n\frac{dy_1}{y_1 dx} + \frac{A_1}{A_0}$$

$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ e infine

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{d\sigma_1}{\sigma_1 dx} + 2\frac{d\rho_1}{\rho_1 dx} + \ldots\ldots + (n-1)\frac{d\beta_1}{\beta_1 dx} + n\frac{dy_1}{y_1 dx} + \frac{A_1}{A_0} = 0.$$

Moltiplicando per dx e integrando si ha

$$\log. \sigma_1 \rho_1^2 \ldots\ldots \beta_1^{n-1} y_1^n + \int \frac{A_1}{A_0} dx = 0$$

donde

$$\text{(E)} \quad \sigma_1 = \frac{e^{-\int \frac{A_1}{A_0} dx}}{y_1^n \beta_1^{n-1} \gamma_1^{n-2} \ldots\ldots \rho_1^2}.$$

II.

Giova riferire a questo luogo come all'incirca il Laplace (5) svolga immediatamente in integrali semplici la formola (D).

Dividendo per y_1 e differenziando, abbiamo

$$d\frac{y}{y_1} = \beta_1 dx \int \gamma_1 dx \int \ldots\ldots \int \tau dx,$$

cioè nel primo membro una funzione lineare in y del primo ordine, e per

fattore del secondo membro una simile funzione $\beta_1 dx$ che si deduce dalla precedente mutando y in y_2.

Dividendo di nuovo per $\beta_1 dx$ e differenziando si ottiene

$$d\left\{\frac{d\frac{y}{y_1}}{d\frac{y_2}{y_1}}\right\}=\gamma_1 dx\int\epsilon_1 dx\int\ldots\int\tau dx.$$

Qui il primo membro è funzione lineare in y del second'ordine, e dall'altra parte $\gamma_1 dx$ si deduce pure dal primo membro col mutarvi y in y_3. Così procedendo si avrà dopo $n-1$ differenziazioni al primo membro una funzione lineare in y dell'ordine $n-1$, e nel secondo per fattore di $\int\tau dx$ una simile funzione lineare in y_n, cioè attesa l'omogeneità degli elementi

$$a\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+b\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}+\ldots\ldots+sy=\left(a\frac{d^{n-1}y_n}{dx^{n-1}}+b\frac{d^{n-2}y_n}{dx^{n-2}}+\ldots+sy_n\right)\int\tau dx,$$

essendo $a, b, \ldots s$ funzioni di $y_1, y_2, \ldots y_{n-1}$ e de' rispettivi coefficienti differenziali $\frac{dy_1}{dx}, \frac{dy_2}{dx}, \ldots \frac{d^{n-1}y_1}{dx^{n-1}}, \frac{d^{n-1}y_2}{dx^{n-1}}, \ldots$

Se invece di disporre i valori $y_1 y_2 \ldots y_n$ in questa serie si ordinassero in tutt'altro modo, ritenendo tuttavia per ultimo y_n, si avrebbe analogamente

$$\frac{a'\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+b'\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}+\ldots\ldots+s'y}{a'\frac{d^{n-1}y_n}{dx^{n-1}}+b'\frac{d^{n-2}y_n}{dx^{n-2}}+\ldots+s'y_n}=\int\tau' dx,$$

le quali due equazioni sussistono per qualunque forma di X. Ma per $X=0$ sono ambedue soddisfatte da $y=C_n y_n$ dunque $\int\tau dx, \int\tau' dx$ portano la stessa costante arbitraria C_n, e nella detta ipotesi risulta

$$\frac{a\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+b\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-1}}+\ldots+sy}{a\frac{d^{n-1}y_n}{dx^{n-1}}+\ldots\ldots\ldots+sy_n}=\frac{a'\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\ldots\ldots+s'y}{a'\frac{d^{n-1}y_n}{dx^{n-1}}+\ldots\ldots+s'y_n}.$$

Quest'equazione dell'ordine $n-1$ essendo soddisfatta da una espressione di y con n costanti arbitrarie deve essere identica. In conseguenza si ha pure identicamente $\tau'=\tau$ ch'è quanto dire τ è funzione simmetrica de' valori $y_1, y_2 \ldots y_{n-1}$.

Disponendo adesso i detti valori in modo che l'ultimo sia y_{n-1} avremo analogamente alla prima equazione

$$\frac{a_1 \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + b_1 \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \ldots\ldots + s_1 y}{a_1 \frac{d^{n-1}y_{n-1}}{dx^{n-1}} + b_1 \frac{d^{n-2}y_{n-1}}{dx^{n-2}} + \ldots + s_1 y_{n-1}} = \int \tau_1 \, dx,$$

e così via via, finchè lasciando l'ultimo luogo ad y_1 si avrà

$$\frac{a_{n-1} \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots\ldots + s_{n-1} y}{a_{n-1} \frac{d^{n-1}y_1}{dx^{n-1}} + \ldots\ldots + s_{n-1} y_1} = \int \tau_{n-1} \, dx.$$

Tutte queste n equazioni che hanno al secondo membro $\int \tau \, dx, \ldots \int \tau_{n-1} \, dx$ s'intendano rispettivamente moltiplicate per $y_n, y_{n-1} \ldots y_1$ e sommate insieme; avremo per risultato una funzione lineare in y d'ordine $n-1$ eguale ad $y_1 \int \tau_{n-1} \, dx + y_2 \int \tau_{n-2} \, dx + \ldots + y_n \int \tau \, dx$.

Nell'ipotesi di $X = 0$ la stessa funzione lineare ch'è indipendente da X diviene eguale a $C_1 y_1 + C_2 y_2 + \ldots + C_n y_n$ ossia eguale ad y, ed è questa una equazione identica poichè soddisfatta da una espressione di y con n costanti arbitrarie, mentre è dell'ordine $n-1$. Dunque i coefficienti di $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}, \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}, \ldots \frac{dy}{dx}$ in detta funzione si annullano, e quello di y eguaglia l'unità; cosicchè rimane

$$\text{(F)} \quad y = y_1 \int \tau_{n-1} \, dx + y_2 \int \tau_{n-2} \, dx + \ldots + y_n \int \tau \, dx.$$

$\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_{n-1}$ deducendosi da τ coll'alternare y_n con $y_{n-1}, y_{n-2}, \ldots y_1$.

III.

Se i coefficienti $A_0, A_1 \ldots A_n$ dell'equazione (A) sono costanti, fatto $y = e^{ax}$ si arriva nell'ipotesi di $X = 0$ all'equazione algebrica

(G) $A_0 a^n + A_1 a^{n-1} + A_2 a^{n-2} + \ldots + A_n = 0$, ossia per brevità $A = 0$ di cui rappresentando le radici con $a_1, a_2, \ldots a_n$, abbiamo $y_1 = e^{a_1 x}$, $y_2 = e^{a_2 x}$ $\ldots y^n = e^{a_n x}$. Pertanto se denotiamo con $B_1, B_2 \ldots C_1, C_2 \ldots E_1, E_2 \ldots$ nuove costanti determinate che non è mestieri di conoscere, si avrà (C)

$$\beta_1 = B_1 e^{(a_2 - a_1)x}, \quad \beta_2 = B_2 e^{(a_3 - a_1)x}, \quad \beta_3 = B_3 e^{(a_4 - a_1)x} \ldots\ldots$$

$$\gamma_1 = C_1 e^{(a_3 - a_2)x}, \quad \gamma_2 = C_2 e^{(a_4 - a_2)x} \ldots\ldots$$

$$\varepsilon_1 = E^1 e^{(a_4 - a_3)x} \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\sigma_1 = S^1 e^{(a_n - a_{n-1})x}.$$

Sostituite queste espressioni nella (D) risulta

$$\text{(H)} \quad y = e^{a_1 x} \int e^{(a_2 - a_1)x} dx \int \ldots\ldots \int e^{(a_n - a_{n-1})x} dx \int \frac{e^{-a_n x} X dx}{A_0},$$

formola dovuta all'Eulero (20). Applicandovi la conclusione (F) del §. II., o seguendo il metodo della variazione delle costanti arbitrarie, o per qualsivoglia altra via, si sviluppa il secondo membro della (H) in una serie di termini rappresentabile per

$$\sum_{p=1}^{p=n+1} \left(\frac{dA}{da_p}\right)^{-1} e^{a_p x} \int e^{-a_p x} X dx$$

indicando $\left(\frac{dA}{da_p}\right)$ ciò che si ottiene dal sostituire a_p ad a in $\left(\frac{dA}{da}\right)$ e il segno $\sum\limits_{p=1}^{p=n+1}$ l'ordinaria integrazione finita, nell'ipotesi di $\Delta p = 1$ fra i limiti $1, n+1$, che equivale alla somma de' varii termini dedotti dalla funzione ad integrarsi col sostituire a p i numeri $1, 2, 3 \ldots. n$, attesochè

$$\varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(3) + \ldots. + \varphi(n) = \sum_{p=1}^{p=n+1} \varphi(p).$$

Ma se alcune delle radici $a_1, a_2, \ldots. a_n$ sieno eguali fra loro, il precedente sviluppo cadrebbe in difetto. Si ricorra pertanto alla formola (H), e supponendo che fra le n radici di (G) si trovi n_1 volte la a_1, n_2 la a_2, ec. n_m volte la a_m, cosicchè $n_1 + n_2 + \ldots. + n_m = n$; si otterrà

$$\text{(I)} \quad A_0 y = e^{a_1 x} \int^{n_1} e^{(a_2 - a_1)x} dx^{n_1} \int^{n_2} e^{(a_3 - a_2)x} dx^{n_2} \int^{n_3} \ldots. \int^{n_m} e^{-a_m x} X dx^{n_m},$$

potendosi qui le radici $a_1, a_2, \ldots. a_m$ concatenare nell'ordine inverso come in altro modo qualunque.

IV.

Affine di sviluppare la (I) in integrali semplici, osserviamo che dall'integrazione per parti ricavasi

$$\int^{n_2} e^{(a_1-a_2)x} dx^{n_2} \int^{n_1} e^{-a_1 x} X dx^{n_1} = \int^{n_2-1} \frac{e^{(a_1-a_2)x} dx^{n_2-1}}{a_1-a_2} \int^{n_1} e^{-a_1 x} X dx^{n_1}$$

$$- \int^{n_2} \frac{e^{(a_1-a_2)x} dx^{n_2}}{a_1-a_2} \int^{n_1-1} e^{-a_1 x} X dx^{n_1-1};$$

di maniera che riducendo di mano in mano gli integrali del secondo membro ad altri integrali d'ordine inferiore, si arriverà infine ad una serie di termini compresi nella forma

$$B_{1,q}\, e^{(a_1-a_2)x} \int^q e^{-a_1 x} X dx^q,$$

essendo $B_{1,q}$ un coefficiente costante da determinarsi e q suscettibile di tutti i valori $1, 2, 3 \ldots n_1$, più ad un'altra serie di termini compresi in

$$B_{2,q} \int^q e^{-a_2 x} X dx^q$$

ove a q si attribuiscano i valori $1, 2, 3 \ldots n_2$. Quindi si avrebbe secondo le notazioni adottate

$$e^{a_2 x} \int^{n_2} e^{(a_1-a_2)x} dx^{n_2} \int^{n_1} e^{-a_1 x} X dx^{n_1} = \sum_{q=1}^{q=n_1+1} B_{1,q}\, e^{a_1 x} \int^q e^{-a_1 x} X dx^q$$

$$+ \sum_{q=1}^{q=n_2+1} B_{2,q}\, e^{a_2 x} \int^q e^{-a_2 x} X dx^q$$

cioè per analogia

$$= \sum_{p=1}^{p=3} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} B_{p,q}\, e^{a_p x} \int^q e^{-a_p x} X dx^q.$$

Dividendo per $e^{a_3 x}$, integrando n_3 volte, e poscia moltiplicando per $e^{a_3 x}$ si dedurrà lo sviluppo di

$$e^{a_3 x} \int^{n_3} e^{(a_2-a_3)x} dx^{n_3} \int^{n_2} e^{(a_1-a_2)x} dx^{n_2} \int^{n_1} e^{-a_1 x} X dx^{n_1}$$

da quello di

$$e^{a_3 x}\int^{n_3} e^{(a_p - a_3)x} dx^{n_3} \int^q e^{-a_p x} X dx^q$$

ma poichè p assume i soli valori 1, 2, e il supremo valore di q e n_p ne sorge oltre le due precedenti somme una terza serie di termini compresi nella stessa forma di prima qualora a p si attribuisca il valore 3. Sarà dunque il nuovo sviluppo

$$\sum_{p=1}^{p=4} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} B_{p,q} e^{a_p x} \int^q e^{-a_p x} X dx^q.$$

Così all'aggregazione d'ogni successiva radice a_4, a_5 .... si verrà ad attribuire a p il corrispondente valore 4, 5 .....: per lo che infine svolgeremo la (I) nella seguente doppia serie di termini

$$\text{(L)} \quad A_0 y = \sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} B_{p,q} e^{a_p x} \int^q e^{-a_p x} X dx^q.$$

Resta ora che si determini il valore d'ogni coefficiente $B_{p,q}$.

Perciò si osservi, che assegnato questo valore per una data forma di X varrà per ogni altra, essendo indipendente dalla medesima. Di più siccome le espressioni (I) (L) sono identiche è palese, che i due gruppi rispettivi de' termini affetti dalle costanti arbitrarie portate dall'integrazioni debbono fare equazione fra loro, e si separeranno dagli altri col supporre eguali a zero le dette costanti. Ciò premesso, si assuma $X = e^{ax}$, essendo a una nuova costante che potrà avere un dato valore ad arbitrio, ed eseguiamo le integrazioni in ambedue le (I) (L) senza giunta di costanti arbitrarie, poichè nel confronto queste si mandano a zero. Avremo evidentemente dal secondo membro della (I)

$$\frac{e^{ax}}{(a-a_1)^{n_1}(a-a_2)^{n_2}\ldots(a-a_m)^{n_m}} \quad \text{ossia} \quad \frac{A_0 e^{ax}}{A},$$

e dal secondo di (L)

$$\sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} \frac{B_{p,q} e^{ax}}{(a-a_p)^q}.$$

Dunque soppresso il fattor comune e^{ax}

$$\frac{A_0}{A} = \sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} \frac{B_{p,q}\, e^{ax}}{(a-a_p)^q}.$$

Per tal guisa il Problema è ridotto allo spezzamento della frazione $\frac{A_0}{A}$ nelle sue parziali; e poichè la presente equazione è identica, sussisterà con tutte le sue differenziali per qualsiasi valore di a. Si concepisca cadaun membro moltiplicato per $(a-a^p)^{n_p}$; la frazione parziale $\frac{B_{p,q}}{(a-a_p)^q}$ nel rango relativo al valore particolare di p diverrà $B_{p,q}\,(a-a_p)^{n_p-q}$, e le frazioni di tutti gli altri ranghi avranno per fattore $(a-a_p)^{n_p}$. Prendasi la differenziale $(n_p-q)^{ma}$ rapporto ad a; il termine suddetto darà $1.2.3\ldots\ldots(n_p-q)\,B_{p,q}\,d\,a^{n_p-q}$, gli altri termini dello stesso rango che contenevano potenze inferiori di $a-a_p$ spariranno, e quelli affetti da potestà più elevate di $a-a_p$ conserveranno questo fattore, le frazioni poi di tutti gli altri ranghi avranno per fattore $(a-a_p)^q$. Facciasi infine $a=a_p$, e si avrà l'equazione

$$1.2.3\ldots.(n_p-q)\,B_{p,q}\,d\,a^{n_p-q} = d^{n_p-q}.\ \frac{A_0\,(a-a_p)^{n_p}}{A}$$

purchè dopo le differenziazioni si ponga $a=a_p$. Siccome A ha per fattore $(a-a_p)^{n_p}$, si potrebbe sopprimere questo fattor comune, e scrivere allora a_p in luogo di a anche prima di differenziare, ma sarà più comodo il valutare $\frac{(a-a_p)^{n_p}}{A} = \frac{0}{0}$ secondo la nota regola che ci dà

$$1.2.3\ldots.n_p\left(\frac{d^{n_p}A}{d\,a_p^{\,n_p}}\right)^{-1}:$$

a_p al divisore serve a ricordare che ad a deesi sostituire a_p. Quindi risulta

$$\text{(M)}\quad B_{p,q} = n_p\,(n_p-1)\,(n_p-2)\ldots.(n_p-q+1)\,A_0\left\{\frac{d^{n_p-q}.\left(\frac{d^{n_p}A}{d\,a_p^{\,n_p}}\right)^{-1}}{d\,a^{n_p-q}}\right\}.$$

Questa è la formola accennata dall'Eulero (15) e dimostrata dal Plana, ed essa è pure l'espressione de' numeratori delle frazioni parziali in cui si spezza $\frac{A_0}{A}$, come abbiamo dianzi avvertito.

Ogni integrale poi come $\int^q e^{-a_p x} X dx^q$ della (L) si svolgerà in integrali semplici mediante il noto sviluppo

$$\int^q e^{-a_p x} X dx^q = \sum_{r=1}^{r=q+1} \frac{(-1)^{q-r}}{1.2.3\ldots(r-1).1.2.3\ldots(q-r)} x^{r-1} \int x^{q-r} e^{-a_p x} X dx.$$

Per applicare le (L) (M) a qualcuno de' casi più semplici suppongasi $A = A_0 (a-a_1)^n$, si avrà

$$y = \sum_{q=1}^{q=n+1} \frac{n(n-1)\ldots(n-q+1)}{1.2.3\ldots n} \left\{ \frac{d^{n-q} \cdot \frac{1}{A_0}}{da_1^{\,n-1}} \right\} e^{a_1 x} \int^q e^{-a_1 x} X dx^q$$

$$= \frac{e^{a_1 x}}{A_0} \int^n e^{-a_1 x} X dx^n,$$

poichè quando $q = n$ il segno d^0 indica che non si ha ad eseguire differenziazione sopra $\frac{1}{A_0}$.

Suppongasi in secondo luogo

$$A = A_0 (a-a_1)^{n-1} (a-a_2)$$

sarà

$$y = \sum_{q=1}^{q=n} (n-1)(n-2)\ldots(n-q) \left\{ \frac{d^{n-q-1} \cdot \left(\frac{d^{n-1} A}{da_1^{\,n-1}}\right)^{-1}}{da_1^{\,n-q-1}} \right\} e^{a_1 x} \int^q e^{-a_1 x} X dx^q$$

$$+ \left(\frac{dA}{da_2}\right)^{-1} e^{a_2 x} \int e^{-a_2 x} X dx$$

cioè

$$\text{(N)} \quad A_0 y = \sum_{q=1}^{q=n} \frac{(-1)^{n-q-1}}{(a_1-a_2)^{n-q}} e^{a_1 x} \int^q e^{-a_1 x} X dx^q + \frac{e^{a_2 x}}{(a_2-a_1)^{n-1}} \int e^{-a_2 x} X dx.$$

Se fosse in particolare $n = 3$, si avrebbe

$$A_0 y = \frac{-e^{a_1 x}}{(a_1 - a_2)^2} \int e^{-a_1 x} X dx + \frac{e^{a_1 x}}{a_1 - a_2} \int^2 e^{-a_1 x} X dx^2$$

$$+ \frac{e^{a_2 x}}{(a_2 - a_1)^2} \int e^{-a_2 x} X dx = \left(\frac{x}{a_1 - a_2} - \frac{1}{(a_1 - a_2)^2} \right) e^{a_1 x} \int e^{-a_1 x} X dx$$

$$- \frac{e^{a_1 x}}{a_1 - a_2} \int x e^{-a_1 x} X dx + \frac{e^{a_2 x}}{(a_2 - a_1)^2} \int e^{-a_2 x} X dx.$$

Consideriamo per ultimo il caso di $X = 0$. Allora si ha

$$\int^q e^{-a_p x} X dx^q = c_1 x^{q-1} + c_2 x^{q-2} + \ldots + c_{q-1} x + c_q .$$

La moltiplicazione delle costanti arbitrarie $c_1, c_2 \ldots$ per $B_{p,q}$ produce altrettante costanti, cosicchè si ottiene

$$(O) \quad y = \sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} C_{p,q} e^{a_p x} x^{q-1}$$

essendo $C_{p,q}$ rappresentatrice di n costanti arbitrarie. Questa nota espressione serve altresì a completare la (L) qualora le integrazioni ivi indicate si eseguissero senza aggiungere veruna costante. È inutile poi avvertire che la (L) vale per qualsivoglia caso di radici eguali o diseguali non solo reali ma altresì immaginarie.

V.

L'altra forma di equazioni lineari (4) di cui sappiamo esprimere l'integrale finito, si può rappresentare come segue

$$C_0 (a + bu)^r \frac{d^n y}{du^n} + C_1 (a + bu)^{r-1} \frac{d^{n-1} y}{du^{n-1}} + \ldots + C_n (a + bu)^{r-n} y = U,$$

essendo $C_0, C_1 \ldots C_n$ quantità costanti.

Se poniamo $a + bu = x$ e dividiamo per x^r, indicando $C_m b^{n-m}$ con A_m e con X il risultato della sostituzione di x ad $a + bu$ in $\frac{U}{(a+bu)^r}$, la detta

equazione diviene

$$(\mathrm{P})\quad A^{\circ}\frac{d^n y}{dx^n}+\frac{A_1}{x}\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}+\frac{A_2}{x^2}\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-1}}+\ldots\ldots+\frac{A_n}{x_n}y=X.$$

Stabilendo $x=e^z$, donde $dx=e^z dz$, e quindi avuto riguardo al cangiamento della variabile indipendente

$$\frac{dy}{dx}=e^{-z}\frac{dy}{dz},\ \frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d\frac{dy}{dx}}{dx}=e^{-2z}\left(\frac{d^2y}{dz^2}-\frac{dy}{dz}\right),\ \frac{d^3y}{dx^3}=\frac{d\frac{d^2y}{dx^2}}{dx}$$

$$=e^{-3z}\left(\frac{d^3y}{dz^3}-3\frac{d^2y}{dz^2}+2\frac{dy}{dz}\right)\text{ ec.}$$

si viene a trasformare la (P) in una equazione lineare a coefficienti costanti.

Ma per rendere l'integrazione della (P) indipendente dall'accennata trasformazione, cerchiamone l'integrale col metodo testè usato.

Assunta $y=x^a$ nell'ipotesi di $X=0$ la proposta riducesi all'equazione algebrica di grado n

$$A_0 a(a-1)(a-2)\ldots(a-n+1)+A_1 a(a-1)\ldots(a-n+2)+\ldots+A_{n-1}a+A_n=0$$

che indicheremo per brevità con $A=0$.

Rappresentando le sue radici con $a_1, a_2 \ldots. a_n$ abbiamo

$$y_1=x^{a_1},\quad y_2=x^{a_2}\ldots.\ y_n=x^{a_n},$$

e denotando con $B_1, B_2 \ldots. C_1, C_2 \ldots. E_1, E_2 \ldots.$ quantità costanti che non è d'uopo determinare, ricaviamo dal Quadro (C)

$$\beta_1=B_1 x^{a_2-a_1-1},\ \beta_2=B_2 x^{a_3-a_1-1},\ \beta_3=B_3 x^{a_4-a_1-1}\ \ldots..$$

$$\gamma_1=C_1 x^{a_3-a_2-1},\ \gamma_2=C_2 x^{a_4-a_2-1}\ \ldots..$$

$$\varepsilon_1=E_1 x^{a_4-a_3-1}\ \ldots..$$

. . . . . .

$$\sigma_1=S_1 x^{a_n-a_{n-1}-1}.$$

In conseguenza si ottiene per l'integrale richiesto

$$A_0 y = x^{a_1} \int x^{a_2 - a_1 - 1} dx \int x^{a_3 - a_2 - 1} dx \int \ldots \int x^{a_n - a_{n-1} - 1} dx \int x^{-a_n + n - 1} X dx,$$

e qualora l'equazione $A = 0$ abbia n_1 radici a_1, n_2 radici a_2 ...., n_m radici a_m, varrà l'espressione

$$A_0 y =$$

$$x^{a_1} \int \frac{dx}{x} \int \frac{dx}{x} \int \ldots \int \frac{dx}{x} \int x^{a_2 - a_1 - 1} dx \int \frac{dx}{x} \int \ldots \int x^{a_m - a_{m-1} - 1} dx \int \ldots \int x^{-a_m + n - 1} X dx,$$

in cui si incontrano n_1 segni di integrazione innanzi ad $x^{a_2 - a_1 - 1}$, n_2 segni tra $x^{a_2 - a_1 - 1} dx$ ed $x^{a_3 - a_2 - 1} dx$ ec.

Decomponendo questo integrale replicato come quello della (I), mediante l'integrazione per parti eseguita sugli integrali che immediatamente precedono $x^{a_m - a_{m-1} - 1}$, $x^{a_{m-1} - a_{m-2} - 1}$ ec., oppure col processo che siamo per indicare al §. VI. di questa Sezione, avremo del pari

$$A_0 y = \sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} B_{p,q}\, x^{a_p} \int \frac{dx}{x} \int \frac{dx}{x} \int \ldots \int \frac{dx}{x} \int x^{-a_p + n - 1} X dx$$

essendo q il numero de' segni d'integrazione.

Indi collo stesso ragionamento di pria §. IV., dedurremo dal confronto delle due formole precedenti, posta $X = x^{a-n}$, l'eguaglianza

$$\frac{1}{(a-a_1)^{n_1} (a-a_2)^{n_2} \ldots (a-a_m)^{n_m}} = \frac{A_0}{A} = \sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} \frac{B_{p,q}}{(a-a_p)^q}$$

per lo che $B_{p,q}$ essendo il numeratore della frazione parziale che ha per divisore $(a-a_p)^q$ nello spezzamento di $\frac{A_0}{A}$, avrà il valore (M) ricavato al §. IV.

Le formole ottenute coll'induzione dall'Eulero (14) pel caso delle radici eguali si riferiscono appunto all'equazione (P) del presente Articolo.

VI.

Una delle conseguenze che trar si possono dalla composizione del Quadro (C) §. I. è questa; che se alcuni de' valori particolari $y_1, y_2, \ldots y_n$ di y divenissero mai eguali fra loro per dati valori de' coefficienti $A_1, A_2, \ldots A_n$ della proposta (A), deesi allora necessariamente riprodurre un nuovo sistema di n valori di y tutti fra loro diseguali. Imperocchè dall'ultima equazione (C)

$$S_0 \frac{d\sigma_1}{dx} + S_1 \sigma_1 = 0,$$

ricavandosi sempre un valore di σ_1 diverso da zero, ne viene $\rho_2 = \rho_1 \int \sigma_1 dx$, cioè ρ_2 diverso da ρ_1 ch'è pur diverso da zero; e quindi

$$\pi_2 = \pi_1 \int \rho_1 dx, \quad \pi_3 = \pi_1 \int \rho_2 dx, \quad \text{cioè} \quad \pi_1, \pi_2, \pi_3$$

diseguali fra loro, e così via risalendo. Tale è il caso dell'equazione (A) a coefficienti costanti, qualora l'equazione algebrica (G) che ha i medesimi coefficienti sia dotata di radici eguali. Senza nemmeno passare per la schiera di tutte le ridotte, basterà riflettere che essendo $y_1 = e^{a_1 x}$, ed a_1 trovandosi n_1 volte fra le n radici di (G), sono identicamente nulli i coefficienti

$$B_{n-1}, B_{n-2}, B_{n-3} \ldots\ldots B_{n-n_1+1}$$

della ridotta (B), poichè questi null'altro sono che le derivate $1^a, 2^a, \ldots (n_1-1)^{ma}$ di A rapporto ad a moltiplicate per $e^{a_1 x}$. Ma la (B) priva degli ultimi n_1-1 suoi termini è soddisfatta nell'ipotesi di $X=0$ da un polinomio in x del grado n_1-2; dunque i valori $\beta_1, \beta_2 \ldots\ldots \beta_{n_1-1}$ di β saranno rispettivamente $1, x, x^2, \ldots\ldots x^{n_1-2}$, e quindi in cambio degli n_1 valori di y eguali ad $e^{a_1 x}$ troveremo questo nuovo sistema di valori diseguali

$$e^{a_1 x}, \; e^{a_1 x} x, \; e^{a_1 x} x^2 \ldots\ldots e^{a_1 x} x^{n_1-1}.$$

In simil guisa si troverà al gruppo degli n_2 valori di y, che riescono eguali

ad $e^{a_2 x}$, surrogato quest' altro $e^{a_2 x}$, $e^{a_2 x} x \ldots e^{a_2 x} x^{n_2 - 1}$ ec.: cosicchè nella supposizione di $X = 0$ avrebbesi per integrale completo la nota formola (O) già dedotta alla fine del §. IV.

Si è creduto opportuno d'inserire la precedente osservazione, per notare altresì che la formola (F) di Laplace §. II. non soggiace a veruna restrizione, e ch'essa può servire in mancanza della (L), sebbene induca in operazioni di calcolo meno spedite. Sarà mestieri per applicarla, disporre gli n valori diversi di y in modo che cadauno di essi alla sua volta sia l'ultimo della serie, avvertendo che gli altri si succedano nell'ordine più acconcio per agevolare le differenziazioni ad eseguirsi. Così pel caso di $n = 3$, ed $A = A_0 (a - a_1)^2 (a - a_2)$, avendo y i tre valori diversi $e^{a_1 x}$, $e^{a_1 x} x$, $e^{a_2 x}$, questi ordineremo ne' tre modi

$$e^{a_1 x},\ e^{a_1 x} x,\ e^{a_2 x}$$

$$e^{a_2 x},\ e^{a_1 x},\ e^{a_1 x} x$$

$$e^{a_2 x},\ e^{a_1 x} x,\ e^{a_1 x};$$

e per $\gamma_1, \beta_1, \gamma_1$ avremo rispettivamente queste espressioni

$$e^{a_1 x},\ 1,\ (a_2 - a_1)^2\, e^{(a_2 - a_1) x}$$

$$e^{a_2 x},\ (a_1 - a_2)\, e^{(a_1 - a_2) x},\ 1$$

$$e^{a_2 x},\ \{1 + (a_1 - a_2) x\}\, e^{(a_1 - a_2) x},\ \frac{-(a_1 - a_2)^2}{\{1 + (a_1 - a_2) x\}^2}.$$

Quindi si avrebbe

$$\tau = \frac{X}{A_0 (a_2 - a_1)^2 e^{a_2 x}},\quad \tau_1 = \frac{X}{A_0 (a_1 - a_2) e^{a_1 x}},\quad \tau_2 = \frac{-(1 + (a_1 - a_2) x) X}{A_0 (a_1 - a_2)^2 e^{a_1 x}},$$

e sostituendo queste funzioni nella (F), si otterrà quel medesimo risultamento che ci ha dato in particolare la (N) §. IV.

Chiuderemo coll'accennare in qual guisa lo sviluppo della (I) in integrali

semplici poteasi formare, senza mestieri di ricorrere al dettaglio dell'integrazione per parti come al §. IV.

Dividendo la (I) per $e^{a_1 x}$, differenziando n_1 volte e dividendo per $e^{(a_2-a_1)x}$, indi differenziando n_2 volte e dividendo per $e^{(a_3-a_2)x}$ ec., si arriverà ad una equazione il cui primo membro è una funzione lineare in y, a coefficienti costanti moltiplicata per $A_0 e^{-a_m x}$, ed il secondo membro $\int^{n_m} e^{-a_m x} X dx^{n_m}$. Se invece di concatenare le radici $a_1, a_2, \ldots a_m$ nel modo ivi indicato, si fossero ordinate altrimenti, conservando però ultima la a_m si avrebbe avuto del pari una funzione lineare in y eguale allo stesso secondo membro di prima. Ne segue l'eguaglianza delle due funzioni lineari anzidette, e poichè questa equazione dell'ordine $n-n_m$ è soddisfatta da un integrale finito con n costanti arbitrarie (I), essa sarà identica; e perciò l'equazione antecedente sara la stessa, in qualunque modo si succedano nella (I) le radici, purchè a_m rimanga l'ultima. Fissando l'ultimo posto ad a_{m-1}, ad a_{m-2}, ec. si otterranno equazioni corrispondenti, finchè attribuendo quel posto ad a_1, si abbia una funzione lineare in y dell'ordine $n-n_1$ moltiplicata per $A_0 e^{-a_1 x}$ eguale ad $\int^{n_1} e^{-a_1 x} X dx^{n_1}$. Si differenzii ora la prima di queste in equazioni $n_m - 1$ volte, la seconda $n_{m-1}-1$ volte ec., l'ultima $n_1 - 1$ volte di seguito. Avremo m gruppi di equazioni lineari in numero di $n_m + n_{m-1} + \ldots + n_1 = n$, fra cui eliminando $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, si otterrà la cercata espressione di y. Per eseguire questa eliminazione basta moltiplicare le n_m equazioni del primo gruppo per $e^{a_m x}$ e per rispettive costanti da determinarsi $B_{m,n_m} \ldots B_{m,1}$ ec., finalmente le n_1 equazioni del gruppo m^{esimo} per $e^{a_1 x}$ e per le indeterminate rispettive $B_{1,n_1} \ldots B_{1,1}$. Mandando a zero le somme de' termini affetti da $\frac{dy}{dx}$, da $\frac{d^2y}{dx^2}$, ... da $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, e uguagliando all'unità la somma de' fattori di $A_0 y$, risulterà manifestamente la formola (L) del §. IV.

Le n costanti rappresentate da $B_{p,q}$ si ricaverebbero in tal guisa da altrettante equazioni di primo grado, ma è facile mostrare che tutte quelle che hanno l'indice p comune si possono determinare separatamente mediante n_p equazioni. Così le $B_{1,1}$, $B_{1,2}$ .... B_{1,n_1} si dedurranno da n_1 equazioni di primo grado nel modo seguente, che vale per ogni altro gruppo. Prendasi a considerare fra le equazioni soprammentovate quella il cui secondo membro è $\int^{n_1} e^{-a_1 x} X dx^{n_1}$, e si riduce quando $X = 0$ al polinomio $c_{1,1} + c_{1,2} x + \ldots + c_{1,n_1} x^{n_1 - 1}$ con n_1 costanti arbitrarie.

L'equazione suddetta essendo un integrale n_1^{esimo} della proposta sarà soddisfatta dal medesimo integrale finito, il quale nell'ipotesi di $X = 0$ viene espresso dalla (O). Si ricade evidentemente in quell'integrale n_1^{esimo} per $X = 0$ eliminando fra la (O) e le sue differenziali 1^a, 2^a, ... $(n - n_1)^{ma}$ le costanti rappresentate da $C_{p,q}$, tranne $C_{1,1}$ $C_{1,2}$ ... C_{1,n_1} che moltiplicano $e^{a_1 x}$; poichè in questa sola guisa si viene a conservare $e^{a_1 x}$, e ad escludere tutte le altre esponenziali $e^{a_2 x}$ $e^{a_3 x}$ .... $e^{a_m x}$. Pertanto si conosceranno le n_1 relazioni esistenti tra le $c_{1,1}$, $c_{1,2}$ .... c_{1,n_1} e le $C_{1,1}$, $C_{1,2}$ .... C_{1,n_1} col sostituire nel prefato integrale n_1^{esimo} in luogo di y

$$e^{a_1 x}\left(C_{1,1} + C_{1,2} x + \ldots + C_{1,n_1} x^{n_1 - 1}\right),$$

e stabilire i confronti. Osservando poscia che nell'espressione di y si contiene

$$B_{1,n_1} e^{a_1 x}\left(c_{1,1} + c_{1,2} x + \ldots + c_{1,n_1} x^{n_1 - 1}\right)$$

più le derivate di questo polinomio in x moltiplicate rispettivamente per $B_{1,n_1 - 1} e^{a_1 x}$, ... $B_{1,1} e^{a_1 x}$, e che questo cumulo di termini dee coincidere con

$$e^{a_1 x}\left(C_{1,1} + C_{1,2} x + \ldots + C_{1,n_1} x^{n_1 - 1}\right),$$

come apparisce quando $X = 0$; avremo da' nuovi confronti n_1 equazioni che serviranno a determinare i valori di $B_{1,1}$, $B_{1,2}$ .... B_{1,n_1}. Basti aver addi-

tato questo metodo utile forse soltanto per le equazioni lineari a coefficienti numerici, o pe' casi di poche radici eguali.

SEZIONE SECONDA

Equazioni lineari alle differenze.

I.

Le teorie stabilite nella Sezione I. per le equazioni differenziali valgono altresì per quelle a differenze finite. Pertanto senza ripetere gli stessi ragionamenti verrò esponendo le formole relative con que' soli sviluppi che saranno richiesti dalla diversità de' due calcoli. Come nella precedente Sezione le cifre $A_0, A_1, A_2 \ldots$ dinoteranno quantità diverse, e per indicare i successivi valori variati d'una medesima quantità y farò uso della notazione $y^{(1)} y^{(2)} y^{(3)} \ldots$.

Abbiasi l'equazione lineare alle differenze in generale

$$(\mathrm{AA}) \quad A_0 y^{(n)} + A_1 y^{(n-1)} + A_2 y^{(n-2)} + \ldots + A_n y = X$$

in cui si considera Δx comunque variabile, supponendosi soddisfatte le condizioni d'integrabilità (7).

Posta $y = y^1 \Sigma \beta$ donde

$$y^{(1)} = y_1^{(1)} (\Sigma \beta + \beta)$$
$$y^{(2)} = y_1^{(2)} (\Sigma \beta + \beta + \beta^{(1)})$$
$$y^{(3)} = y_1^{(3)} (\Sigma \beta + \beta + \beta^{(1)} + \beta^{(2)}) \text{ ec.}$$

se $y = y_1$ è un'integrale particolare della proposta quando $X = 0$ si avrà la trasformata

$$(\mathrm{BB}) \quad B_0 \beta^{(n-1)} + B_1 \beta^{(n-2)} + \ldots + B_{n-1} \beta = X.$$

Sia $\beta = \beta_1$ un'integrale particolare di questa equazione nell'ipotesi di $X = 0$, avremo del pari posto $\beta = \beta_1 \Sigma \gamma$ la ridotta

$$C_0 \gamma^{(n-2)} + C_1 \gamma^{(n-3)} + \ldots + C_{n-2} \gamma = X.$$

Ma per $X = 0$, conoscendo un altro integrale particolare della (AA) $y = y_2$,

abbiamo $y_2 = y_1 \Sigma \beta_1$, donde $\beta_1 = \Delta \frac{y_2}{y_1}$, e allo stesso modo conoscendo un terzo valore $y = y_3$ si avrebbe $\beta_2 = \Delta \frac{y_3}{y_1}$, $\gamma_1 = \Delta \frac{\beta_2}{\beta_1}$ ec. Dunque con n valori di y ci riduciamo ad una equazione finita, e con $n-1$ valori ad una equazione lineare del primo ordine. Nell'uno e nell'altro caso otteniamo l'integrale completo della proposta, e il Teorema Lagrangiano si estende alle equazioni a differenze finite.

Questo integrale si dedurrà dal Quadro seguente

$$(\mathrm{CC})\quad y = y_1 \Sigma \beta \quad \beta = \beta_1 \Sigma \gamma \quad \gamma = \gamma_1 \Sigma \varepsilon \ldots\ldots \sigma = \sigma_1 \Sigma \tau$$

$$\beta_1 = \Delta \frac{y_2}{y_1} \quad \beta_2 = \Delta \frac{y_3}{y_1} \quad \beta_3 = \Delta \frac{y_4}{y_1} \ldots\ldots \beta_{n-1} = \Delta \frac{y_n}{y_1}$$

$$\gamma_1 = \Delta \frac{\beta_2}{\beta_1} \quad \gamma^2 = \Delta \frac{\beta_3}{\beta_1} \ldots\ldots$$

$$\varepsilon_1 = \Delta \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\sigma_1 = \Delta \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

$$A_0 y_1^{(n)} = B_0 \qquad A_0 y_1^{(n)} + A_1 y_1^{(n-1)} = B_1 \ldots\ldots$$

$$B_0 \beta_1^{(n-1)} = C_0 \qquad B_0 \beta_1^{(n-1)} + B_1 \beta_1^{(n-2)} = C_1 \ldots\ldots$$

$$C_0 \gamma_1^{(n-2)} = E_0 \qquad C_0 \gamma_1^{(n-2)} + C_1 \gamma_1^{(n-3)} = E_1 \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$S_0 \sigma_1^{(1)} = T_0 \qquad S_0 \sigma_1^{(1)} + S_1 \sigma_1 = T_1 = 0.$$

cioè si avrà

$$(\mathrm{DD})\quad y = y_1 \Sigma \beta_1 \Sigma \gamma_1 \Sigma \ldots\ldots \Sigma \sigma_1 \Sigma \tau$$

ove

$$\gamma_1 = \Delta \left\{ \frac{\Delta \frac{y_3}{y_1}}{\Delta \frac{y_2}{y_1}} \right\} \quad \text{ec.}$$

$$\tau = \frac{X}{T_0} = \frac{X}{A_0 y_1^{(n)} \beta_1^{(n-1)} \ldots \sigma_1^{(1)}}$$

la qual formola si deve a Laplace.

Se si conoscono i valori di y ad eccezione di un solo y_n, avremo per determinare σ_1 che lo contiene la seguente equazione del primo ordine

$$(\mathrm{EE})\quad \frac{A_1}{A_0}+\frac{y_1^{(n)}}{y_1^{(n-1)}}+\frac{y_1^{(n)}\beta_1^{(n-1)}}{y_1^{(n-1)}\beta_1^{(n-2)}}+\ldots+\frac{y_1^{(n)}\beta_1^{(n-1)}\ldots\rho_1^{(2)}\sigma_1^{(1)}}{y_1^{(n-1)}\beta_1^{(n-2)}\ldots\rho_1^{(1)}\sigma_1}=0.$$

II.

La formola (DD) è stata pure sviluppata in integrali semplici da Laplace (8).

Dividendo per y_1 e prendendo la differenza finita abbiamo

$$\Delta\frac{y}{y_1}=\Delta\frac{y_2}{y_1}\Sigma\gamma_1\Sigma\varepsilon_1\Sigma\ldots\Sigma\tau.$$

Dividendo di nuovo per $\Delta\frac{y_2}{y_1}$, e differenziando si ottiene

$$\Delta\left\{\frac{\Delta\frac{y}{y_1}}{\Delta\frac{y_2}{y_1}}\right\}=\Delta\left\{\frac{\Delta\frac{y_3}{y_1}}{\Delta\frac{y_2}{y_1}}\right\}\Sigma\varepsilon_1\Sigma\ldots\Sigma\tau.$$

Così procedendo, si arriva dopo $n-1$ differenziazioni ad una funzione lineare in y d'ordine $n-1$ cioè

$$ay^{(n-1)}+by^{(n-2)}+cy^{(n-3)}+\ldots+sy=(ay_n^{(n-1)}+by_n^{(n-2)}+\ldots+sy_n)\Sigma\tau,$$

e si proverà come al §. II. Sezione I. che questa equazione, e la funzione τ rimane la stessa in qualunque serie sieno disposti i valori $y_1, y_2 \ldots$, purchè y_n sia l'ultimo. Se poi attribuiamo l'ultimo luogo ad y_{n-1}, la funzione τ diviene τ_1, e così di mano in mano, tenendo per ultimo il valore $y_{n-2}, y_{n-3} \ldots y_1$ la τ diverrà rispettivamente $\tau_2, \tau_3 \ldots \tau_{n-1}$, e si avranno n equazioni, i cui primi membri sono funzioni lineari in y d'ordine $n-1$, e i secondi membri

$$\Sigma\tau,\ \Sigma\tau_1,\ \Sigma\tau_2\ldots,\ \Sigma\tau_{n-1}.$$

Concepiamo moltiplicate queste equazioni rispettivamente per $y_n, y_{n-1}, y_{n-2} \ldots y_1$ e sommate insieme: si avrà per primo membro della nuova equazione una funzione pur lineare in y dello stesso ordine $n-1$, e per secondo membro

$$y_n\Sigma\tau+y_{n-1}\Sigma\tau_1+y_{n-2}\Sigma\tau_2+\ldots+y_1\Sigma\tau_{n-1}.$$

Ora è palese che in quest'ultima funzione lineare tutti i fattori delle variate $y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \ldots y^{(1)}$ debbono annullarsi, e quello di y essere l'unità. Imperocchè questi fattori sono indipendenti da X e ponendo $X = 0$ troviamo, come è d'uopo,

$$y = C_n y_n + C_{n-1} y_{n-1} + \ldots + C_1 y_1 .$$

Risulta dunque

$$(\mathrm{FF}) \quad y = y_1 \Sigma \tau_{n-1} + y_2 \Sigma \tau_{n-2} + \ldots + y_n \Sigma \tau .$$

Retrovariando le precedenti n equazioni $n-1$ volte di seguito, cioè assumendo le equazioni di cui le suddette sono le variate $1^a, 2^a \ldots (n-1)^{esima}$, Laplace ricava altre $n-1$ espressioni di vario aspetto, la cui coincidenza colla (FF) dà luogo ad alcune relazioni di identità che reputo soverchio di riferire.

III.

Data ad integrarsi l'equazione (AA) co' coefficienti costanti, ponendo $y = a^{\Sigma 1}$, si trova nell'ipotesi di $X = 0$

$$(\mathrm{GG}) \quad A_0 a^n + A_1 a^{n-1} + A_2 a^{n-2} + \ldots + A_n = 0, \text{ ossia } A = 0.$$

Sieno $a_1, a_2 \ldots a_n$ le n radici di questa equazione, si avrà

$$y_1 = a_1^{\Sigma 1} \quad y_2 = a_2^{\Sigma 1} \ldots y_n = a_n^{\Sigma 1}$$

e rappresentando con $B_1, B_2, \ldots C_1, C_2 \ldots E_1, E_2 \ldots$ nuove costanti che non è d'uopo determinare, otterremo dal Quadro (CC)

$$\beta_1 = B_1 \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{\Sigma 1} \quad \beta_2 = B_2 \left(\frac{a_3}{a_1}\right)^{\Sigma 1} \quad \beta_3 = B_3 \left(\frac{a_4}{a_1}\right)^{\Sigma 1} \ldots$$

$$\gamma_1 = C_1 \left(\frac{a_3}{a_2}\right)^{\Sigma 1} \quad \gamma_2 = C_2 \left(\frac{a_4}{a_2}\right)^{\Sigma 1} \ldots$$

$$\varepsilon_1 = E_1 \left(\frac{a_4}{a_3}\right)^{\Sigma 1} \ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\sigma_1 = S_1 \left(\frac{a_n}{a_{n-1}}\right)^{\Sigma 1} .$$

In conseguenza la (DD) ci somministra

$$\text{(HH)}\quad y = a_1^{\Sigma 1}\,\Sigma\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{\Sigma 1}\Sigma\left(\frac{a_3}{a_2}\right)^{\Sigma 1}\Sigma\ldots\Sigma\left(\frac{a_n}{a_{n-1}}\right)^{\Sigma 1}\Sigma\,\frac{a_n^{-\Sigma 1}X}{A_0 a_1 a_2 \ldots a_n}.$$

Se alcune delle radici di (GG) fossero uguali fra loro, cosicchè ve ne avesse un numero n_1 di eguali ad a_1 ec., finalmente n_m di eguali ad a_m; si avrebbe

$$\text{(II)}\quad A_0 a_1^{n_1} a_2^{n_2} a_3^{n_3} \ldots a_m^{n_m} y = a_1^{\Sigma 1}\Sigma^{n_1}\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{\Sigma 1}\Sigma^{n_2}\left(\frac{a_3}{a_2}\right)^{\Sigma 1}\Sigma^{n_3}\ldots\Sigma^{n_m} a_m^{-\Sigma 1}X,$$

formola in cui le radici $a_1, a_2 \ldots a_m$ si ponno concatenare nell'ordine opposto, come in qualunque altra permutazione.

IV.

Venendo a sviluppare la (II) in integrali semplici osserviamo che dalla formola dell'integrazione per parti

$$\Sigma\, u\,\Delta z = u z - \Sigma\, z\,\Delta u - \Sigma\,\Delta u\,\Delta z$$

risulta

$$\Sigma^{n_2}\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\Sigma 1}\Sigma^{n_1} a_1^{-\Sigma 1}X = \frac{a_2}{a_1 - a_2}\,\Sigma^{n_2 - 1}\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\Sigma 1}\Sigma^{n_1} a_1^{-\Sigma 1}X$$
$$- \frac{a_1}{a_1 - a_2}\,\Sigma^{n_2}\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\Sigma 1}\Sigma^{n_1 - 1} a_1^{-\Sigma 1}X.$$

Proseguendo a svolgere gli integrali del secondo membro coll'integrazione per parti, e moltiplicando infine per $a_2^{\Sigma 1}$, si arriverà ad una doppia serie di termini rappresentabile, secondo la notazione adottata al §. IV. Sezione I., colla somma replicata

$$\sum_{p=1}^{p=3}\ \sum_{q=1}^{q=n_p+1} B_{p,q}\, a_p^{\Sigma 1}\Sigma^q a_p^{-\Sigma 1}X.$$

Quindi rilevasi come al citato §. IV. corrispondente che lo sviluppo del secondo membro della (II) ci condurrà alla

$$\text{(LL)}\quad A_0 a_1^{n_1} a_2^{n_2} \ldots a_m^{n_m} y = \sum_{p=1}^{p=m+1}\ \sum_{q=1}^{q=n_p+1} B_{p,q}\, a_p^{\Sigma 1}\Sigma^q a_p^{-\Sigma 1}X.$$

Qui vuolsi ricordare il peculiare significato de' due integrali definiti relativi a p, q §. IV. Sezione I.

Per determinare $B_{p,q}$ ch'è indipendente da X, si attribuirà a questa funzione la forma $a^{\Sigma 1}$, ed eseguendo le integrazioni ne' secondi membri delle (II) (LL) senza aggiungere costanti arbitrarie, poichè nel paragone de' medesimi i termini che ne sono affetti deggiono fare equazione da sè, avremo, togliendo il fattor comune $a^{\Sigma 1}$,

$$\frac{a_1^{n_1} a_2^{n_2} \ldots a_m^{n_m}}{(a-a_1)^{n_1}(a-a_2)^{n_2}\ldots(a-a_m)^{n_m}} = \frac{A_0 a_1^{n_1} a_2^{n_2} \ldots a_m^{n_m}}{A} = \sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} \frac{B_{p,q}\, a_p^q}{(a-a_p)^q}.$$

Dunque $B_{p,q}\, a_p^q$ è il numeratore della frazione parziale che ha per divisore $(a-a_p)^q$ nello spezzamento della frazione

$$\frac{A_0 a_1^{n_1} a_2^{n_2} \ldots a_m^{n_m}}{A}.$$

Si avrà pertanto

$$\text{(MM)} \quad B_{p,q}\, a_p^q$$

$$= n_p(n_p-1)(n_p-2)\ldots(n_p-q+1) A_0 a_1^{n_1} a_2^{n_2} \ldots a_m^{n_m} \left\{ \frac{d^{n_p-q}\left(\frac{d^{n_p} A}{d a_p^{n_p}}\right)^{-1}}{d a_p^{n_p-q}} \right\}.$$

Onde svolgere infine in integrali semplici $\Sigma^q a_p^{-\Sigma 1} X$, varranno le seguenti formole che si riferiscono a qualunque funzione T da integrarsi

$$\Sigma^2 T = (\Sigma 1 - 1)\Sigma T - \Sigma T \Sigma 1,$$

$$\Sigma^3 T = (\tfrac{1}{2}\overline{\Sigma 1}^2 - \tfrac{3}{2}\Sigma 1 + 1)\Sigma T - (\Sigma 1 - \tfrac{3}{2})\Sigma T \Sigma 1 + \tfrac{1}{2}\Sigma T \overline{\Sigma 1}^2,$$

$$\Sigma^4 T = (\tfrac{1}{6}\overline{\Sigma 1}^3 - \overline{\Sigma 1}^2 + \tfrac{11}{6}\Sigma 1 - 1)\Sigma T - (\tfrac{1}{2}\overline{\Sigma 1}^2 - 2\Sigma 1 + \tfrac{11}{6})\Sigma T \Sigma 1$$
$$+ (\tfrac{1}{2}\Sigma 1 - 1)\Sigma T \overline{\Sigma 1}^2 - \tfrac{1}{6}\Sigma T \overline{\Sigma 1}^3, \quad \text{ec.}$$

le quali si possono protrarre fino ad un ordine qualunque n, poichè la forma loro è evidente, e quanto a' coefficienti numerici essi si determinano per $\Sigma^n T$ col prendere la differenza finita e paragonarla identicamente coll'espressione di $\Sigma^{n-1} T$ già ottenuta, avvertendo che $\Sigma 1$ è indeterminato. Il valore di $\Sigma 1$ dipende poi dall'ipotesi stabilita riguardo a Δx, e sarebbe x se $\Delta x = 1$.

Dalle (LL) (MM) ricaviamo, qualora tutte le radici della (GG) sieno diseguali,

$$y = \sum_{p=1}^{p=n+1} \frac{1}{a_p} \left(\frac{dA}{da_p}\right)^{-1} a_p^{\Sigma 1} \Sigma a_p^{-\Sigma 1} X$$

siccome è noto.

Se $n-1$ radici sono eguali ad a_1 e la superstite eguale ad a_2, si ottiene

$$\text{(NN)} \quad A_0 y = \sum_{q=1}^{q=n} \frac{(-1)^{n-q-1}}{a_1^q (a_1-a_2)^{n-q}} a_1^{\Sigma 1} \Sigma^q a_1^{-\Sigma 1} X + \frac{1}{a_2 (a_2-a_1)^{n-1}} a_2^{\Sigma 1} \Sigma a_2^{-\Sigma 1} X.$$

Se infine $X = 0$, abbiamo

$$\Sigma^q a_p^{-\Sigma 1} X = \Sigma^q 0 = c_1 \overline{\Sigma 1}^{q-1} + c_2 \overline{\Sigma 1}^{q-2} + \ldots + c_{n-1} \Sigma 1 + c_n,$$

e quindi

$$\text{(OO)} \quad y = \sum_{p=1}^{p=m+1} \sum_{q=1}^{q=n_p+1} C_{p,q}\, a_p^{\Sigma 1}\, \overline{\Sigma 1}^{q-1},$$

con $C_{p,q}$ rappresentandosi n costanti arbitrarie. Quest'ultima espressione è appunto il gruppo de' termini affetti dalle costanti portate dall'integrazione nella formola (LL). Si sa che queste costanti ponno tramutarsi in altrettante funzioni arbitrarie di *sen* $2m\pi\Sigma 1$, *cos* $2m\pi\Sigma 1$, essendo m un numero intero qualunque, e π il rapporto della circonferenza al diametro: laonde per costruirle (21) è pur d'uopo integrare l'equazione che esprime l'ipotesi assunta riguardo a Δx. Rammentiamo infine che il Poisson ha dimostrato (22), non potere le equazioni lineari alle differenze ammettere la pluralità di integrali osservata la prima volta dal Charles.

V.

Anche l'equazione di questa forma

$$\text{(PP)} \quad A_0 y^{(n)} + A_1 \varphi^{(n-1)} y^{(n-1)} + A_2 \varphi^{(n-2)} \varphi^{(n-1)} y^{(n-2)} + \ldots + A_n \varphi \varphi^{(1)} \varphi^{(2)} \ldots \varphi^{(n-1)} y = X,$$

in cui $A_0, A_1 \ldots A_n$ sono costanti, e φ una funzione qualunque di x, è suscettibile di effettiva integrazione, come ha osservato Laplace. Se φ fosse co-

stante, si avrebbe in essa l'equazione del §. III. Sezione presente. Ma qualunque sia φ, possiamo ricondurla ad una equazione lineare a coefficienti costanti, col porre $y = e^{\Sigma \log \varphi} u$; poichè avendosi quindi

$$y^{(1)} = e^{\Sigma \log \varphi} \varphi u^{(1)},\ y^{(2)} = e^{\Sigma \log \varphi} \varphi \varphi^{(1)} u^{(2)}, \ldots y^{(n)} = e^{\Sigma \log \varphi} \varphi \varphi^{(1)} \varphi^{(2)} \ldots \varphi^{(n-1)} u^{(n)},$$

si giunge alla trasformata

$$A_0 u^{(n)} + A_1 u^{(n-1)} + A_2 u^{(n-2)} + \ldots + A_n u = \frac{X e^{-\Sigma \log \varphi}}{\varphi \varphi^{(1)} \varphi^{(2)} \ldots \varphi^{(n-1)}}.$$

VI.

L'inspezione del Quadro (C C) fa conoscere, che se mai alcuni de' valori $y_1, y_2 \ldots y_n$ riuscissero eguali fra loro, si dovrà sempre passare in tal caso ad uno speciale sistema di n valori di y tutti disuguali. Così nel caso in cui, data ad integrarsi la (A A) a coefficienti costanti, si trovi l'equazione (G G) dotata di n_1 radici a_1 ec., un gruppo di n_1 valori particolari di y si ridurrebbe al valor comune $a_1^{\Sigma 1}$. Ma a cagione delle equazioni identiche

$$B_{n-1} = 0,\ B_{n-2} = 0, \ldots B_{n-n_1+1} = 0,$$

questi n_1 valori si cangiano in

$$a_1^{\Sigma 1},\ a_1^{\Sigma 1} \Sigma 1,\ a_1^{\Sigma 1} \overline{\Sigma 1}^2, \ldots a_1^{\Sigma 1} \overline{\Sigma 1}^{n_1-1}.$$

Del pari a' valori eguali ad $a_p^{\Sigma 1}$ d'ogni altro gruppo consimile verranno surrogati

$$a_p^{\Sigma 1},\ a_p^{\Sigma 1} \Sigma 1 \ldots a_p^{\Sigma 1} \overline{\Sigma 1}^{n_p-1}.$$

Per lo che se fosse $X = 0$, si ha immediatamente l'integrale completo espresso dalla (O O).

Da ciò rilevasi che la formola (F F) di Laplace non va soggetta a veruna eccezione. Vediamone l'uso per l'equazione lineare a coefficienti costanti, nel caso semplicissimo in cui $n = 3$, $A = A_0 (a - a_1)^2 (a - a_2)$.

I tre valori particolari di y diversi l'uno dall'altro sono

$$a_1^{\Sigma 1},\ a_1^{\Sigma 1} \Sigma 1,\ a_2^{\Sigma 1}.$$

Attribuendo a ciascuno di essi l'ultimo posto, li disporremo in questi tre modi

$$a_1^{\Sigma 1},\ a_1^{\Sigma 1}\Sigma 1,\ a_2^{\Sigma 1}$$

$$a_2^{\Sigma 1},\ a_1^{\Sigma 1},\ a_1^{\Sigma 1}\Sigma 1$$

$$a_2^{\Sigma 1},\ a_1^{\Sigma 1}\Sigma 1,\ a_1^{\Sigma 1}$$

e per γ_1, β_1, γ_1 avremo rispettivamente le espressioni seguenti

$$a_1^{\Sigma 1},\ 1,\ \left(\frac{a_2-a_1}{a_1}\right)^2\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^{\Sigma 1}$$

$$a_2^{\Sigma 1},\ \left(\frac{a_1-a_2}{a_2}\right)\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\Sigma 1},\ 1$$

$$a_2^{\Sigma 1},\ \left(\frac{(a_1-a_2)\Sigma 1+a_1}{a_2}\right)\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^{\Sigma 1},\ \frac{-(a_1-a_2)^2}{((a_1-a_2)\Sigma 1+a_1)\,((a_1-a_2)\Sigma 1+2a_1-a_2)}.$$

In conseguenza risulta

$$\tau=\frac{X}{A_0\gamma_1^{(3)}\beta_1^{(2)}\gamma_1^{(1)}}=\frac{a_2^{-\Sigma 1}X}{A_0\,(a_2-a_1)^2\,a_2},$$

$$\tau_1=\frac{a_1^{-\Sigma 1}X}{A_0\,(a_1-a_2)a_1^2},\quad \tau_2=\frac{-\big((a_1-a_2)\Sigma 1+2a_1-a_2\big)a_1^{-\Sigma 1}X}{A_0\,a_1^2\,(a_1-a_2)^2},$$

e quindi

$$A_0\gamma=\frac{1}{(a_2-a_1)^2a_2}a_2^{\Sigma 1}\Sigma a_2^{-\Sigma 1}X+\frac{\Sigma 1}{(a_1-a_2)a_1^2}a_1^{\Sigma 1}\Sigma a_1^{-\Sigma 1}X$$

$$-\frac{1}{a_1^2(a_1-a_2)}a_1^{\Sigma 1}\Sigma a_1^{-\Sigma 1}X\Sigma 1-\frac{(2a_1-a_2)}{a_1^2(a_1-a_2)^2}a_1^{\Sigma 1}\Sigma a_1^{-\Sigma 1}X;$$

come pur si ottiene dalla (N N) quando vi si faccia $n=3$, e in luogo di $\Sigma^2 a_1^{-\Sigma 1}X$ si sostituisca

$$(\Sigma 1-1)\Sigma a_1^{-\Sigma 1}X-\Sigma a_1^{-\Sigma 1}X\Sigma 1.$$

Procedendo come si è indicato alla fine del §. VI. Sezione I., si avrebbe un altro modo del tutto analogo di ridurre l'integrale replicato della (H H) alla forma (L L), e di determinare gli n_1 coefficienti $B_{1,q}$, gli n_2 ec....., gli n_m coefficienti $B_{m,q}$ di quest'ultima, mediante $n_1, n_2, \ldots n_m$ equazioni di primo grado.

CITAZIONI

(1) L'integrazione delle equazioni differenziali lineari del primo ordine si suole ascrivere a Giovanni Bernoulli (Enciclopedia del secolo 18.°, Dizionario delle Matematiche, articolo Linéaire del Condorcet). Ma negli Atti di Lipsia, Marzo 1696, p. 147, leggo il passo seguente d'una Nota di Leibnitz. *Problema de eo praestando circa aequationem differentialem* $ady = ypdx + by^n gdx$ *solvere possum, et reduco ad aequationem cujus forma est* .... $dv +$ .... $vdz +$ .... $dz = 0$, *ubi per punctata intelliguntur quantitates utcumque datae per* z. *Talis autem aequatio generaliter per me reducta est ad quadraturas, ratione jamdudum amicis communicata, quam hic exponere necessarium non puto etc.*

(2) Veggasi una Memoria di Lagrange, sur l'intégration d'une équation á différences finies, qui contient la théorie des suites recurrentes (Miscellanea Soc. Taurinensis T. 1. pag. 33).

(3) L'Eulero (Miscellanea Berolinensia T. 7. p. 193), avea trovato le proprietà principali delle equazioni lineari col secondo membro nullo, e integrato le medesime co' coefficienti costanti, per qualsivoglia caso di radici eguali dell'equazione algebrica ausiliaria. Poscia (Novi Commentarii Academiae Petropolitanae. T. 3. p. 13), espose il metodo di integrare le equazioni suddette a coefficienti costanti, qualunque ne sia il secondo membro. Perciò Daniele Bernoulli in un brano di lettera all'Eulero (Commentarii Acad. Petrop. T. 13. p. 9) ebbe a scrivere: *nunc vero tibi, vir eruditissime, hanc observationem debemus, quod ista aequatio plane ad quantitates finitas reduci possit.* Ma dal suo canto anche il D'Alembert avea già insegnato ad integrare quest'equazione in più luoghi delle sue Opere. Veggasi il Trattato di Calcolo Integrale del Bougainville. Parigi 1756, Parte 2. Sez. 1. Cap. 15.; e Sez. 2. Cap. 6., 7., 8.; e la citata Memoria (2) di Lagrange alla pag. 36.

(4) Euleri Instit. Calculi integralis, Editio altera. Petropoli 1792, Vol. 2. p. 399.

Lagrange, Solution de différens problèmes de calcul intégral, p. 190 (Miscellanea Taurinensia. T. 3. p. 179). — Giovanni Bernoulli s'era occupato dell'integrazione di questa forma di equazioni col secondo membro nullo. (Commentarii Acad. Petrop. T. 13. p. 61.)

(5) Si consulti una Memoria di Laplace (Miscellanea Taurinensia. T. 4. p. 273) riprodotta in parte nelle ricerche sull'integrazione delle equazioni a differenze finite di questo grande geometra, inserite nel T. 7. p. 37. delle Memorie di Matematica e Fisica presentate all'Accademia delle Scienze di Parigi, anno 1773.

(6) Vedi la cit. Mem. (4) di Lagrange alla pag. 183.

(7) Histoire de l'Acad. des Sciences de Paris, année 1770, p. 108. Sur les équations aux différences finies, p. 135.

(8) Opuscolo analitico sull'integrazione delle equazioni lineari alle differenze, Livorno 1792; ovvero il corso di Matematica sublime. T. 1. pag. 84, 88.

Anche Laplace esprime in frazione continua l' integrale d'una equazione lineare alle differenze del second'ordine in due luoghi della Meccanica celeste. T. 2. Lib. 4. p. 197, e T. 4. L. 10. p. 254.

(9) Quest' importante conclusione deducesi da una Memoria del Libri letta il 28 Ottobre 1833 all'Accad. delle Scienze di Parigi, e inserita nel T. 14. delle Mem. di detta Accad., come pure nella Raccolta delle Memorie di Matematica di quell' illustre Analista pubblicata in Berlino, anno 1835.

(10) Elementi d'Algebra. Ediz. terza. T. 2. p. 267, e originalmente la Memoria sulle equazioni a differenze finite di questo insigne geometra, Nestore de' Matematici Italiani viventi, nel T. 4. degli Atti della Soc. Ital. p. 455.

(11) Histoire de l'Acad. des Sciences de Berlin année 1748. Suite des recherches sur le Calcul intégral, par M. d'Alembert, p. 284 e seg.

Bougainville, Traité du Calc. int., 1756. Seconde Partie, p. 199. — Di questo metodo fece pur uso l'Eulero nella cit. Mem. (Novi Comm. Acad. Petrop. T. 3.) alla pag. 23. Esso viene altresì suggerito dall'osservare, che il gruppo degli integrali semplici relativi alle radici che divengono eguali, si riduce in tal caso a $\frac{0}{0}$. Vedi Lacroix Traité du Calcul différentiel et intégral. Seconde édition. T. 2. p 334.

(12) I luoghi del Calcolo integrale di Eulero (Ediz. seconda. T. 2. p. 354 e 366) in cui quel sommo Analista cade in errore, e riconosciutolo, dichiara di conservarlo nella stampa, per avviso al lettore, sono riportati nella stessa Memoria qui appresso citata (15) dell' illustre Matematico ed Astronomo Cav. Plana. Ivi è pure avvertito lo sbaglio commesso da Lagrange alla p. 198 della cit. Mem. (4): al qual proposito osservo, che nel medesimo sbaglio era già incorso l'Eulero nella mentovata Memoria (Novi Comment. Acad. Petrop. T. 3.) alle pag. 24, 27, 32; e che forse Lagrange vi sarà stato indotto dalla fede che dovea porre nell'esattezza delle conclusioni stabilite dall' Eulero, sebbene questi trattasse l'equazione a coefficienti costanti, e l'altro la forma (P) §. V. Sez. Prima.

(13) Lexell (Novi Commentarii Acad. Petrop. T. 14. Pars prior) così scrive alla p. 232, §. 11. *Casus in §. praecedenti commemorati satis illustrare videntur, qualis forma sit tribuenda quantitati* y, *pro quacumque aequatione differentiali, in qua valores ipsius* m *aequales non unius sunt generis; adeoque eo magis supervacaneum duco hisce diutius immorari, quod generales formulae pro illis casibus non videntur tradi posse satis expeditae.*

(14) Euleri, Institut. Calculi integr., Editio altera, 1792, Vol. 2. p. 432.

(15) Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino. T. 31. p. 377.

(16) Miscellanea Taurinensia. T. 3. p. 381. Extrait de différentes lettres de M. d'Alembert á M. de la Grange.

(17) Mémoire .... sur l'intégration des équations linéaires nel Giornale di Matematiche pure ed applicate del Crelle. T. 10. p. 167, ovvero nella menzionata Raccolta (9).

(18) Fra i tanti metodi immaginati per integrare le equazioni lineari, mi accontenterò di accennare i più notabili. Quello del moltiplicatore che si incontra nella maggior parte dei Trattati; il metodo di Lagrange fondato sulla variazione delle costanti arbitrarie (Nouveaux Mém. de Berlin, année 1775, p. 183); l'altro del D'Alembert, per integrare il sistema di

più equazioni a più variabili, oggimai renduto comune; quello di Laplace esposto nella cit. Mem. (5); le ricerche del Lorgna consegnate ne' Vol. 1. e 2. degli Atti della Soc. Ital.; l'ingegnosa decomposizione ideata dall'Eulero, per le equazioni a coefficienti costanti, col secondo membro nullo o qualunque (Miscellanea Berolinensia, T. 7. p. 203; Calcolo integrale, ediz. seconda, T. 2. p. 369); una nota del medesimo (Observatio singularis circa aequationes differentiales lineares. Nova Acta Acad. Petrop. T. 14. p. 52); infine l'applicazione del calcolo de' residui fatta a queste equazioni dal Cauchy in parecchi luoghi della sua Opera periodica Exercices de Mathématiques, etc.

(19) Questa formola si trova in una lettera del Lagrange al Fagnano. Torino 1754, ch'è il primo saggio scientifico di quel sommo Analista, e il solo opuscolo da lui pubblicato in italiano, secondo il Redattore dell'articolo *Lagrange* nella Biografia Universale di Parigi. Però Leibnitz avea già proposto la stessa formola in una Memoria intitolata, Symbolismus memorabilis calculi algebrici et infinitesimalis in comparatione potentiarum et differentiarum. Miscellanea Berolinensia. T. 1. p. 160. (Veggasi ancora il suo Commercio epistolare con Gio. Bernoulli. T. 1. pag. 46, 52, 65, 75, 99).

Ma Lagrange seppe rincarare l'argomento, col mettere in piena luce l'analogia delle potenze positive e negative co' differenziali ed integrali (Nouveaux Mém. de Berlin, 1772, p. 185); mediante le celebri sue formole dimostrate poi da Laplace (Mém. de Math. et de Phys. presentés á l'Acad. de Paris. T. 7. p. 534; Hist. de l'Acad. de Paris, 1777, p. 99).

(20) Euleri Instit. Calculi integralis, Edit. altera, Vol. 2. p. 348. Non mi venne fatto di riscontrare la presente formola in verun'altra Opera anteriore alla prima edizione del Calcolo integrale di Eulero.

(21) Veggasene l'elegante descrizione data da Monge. Mém. de Math. et de Phys. presentés á l'Acad. de Paris. T. 9. p. 345. Sur les functions arbitraires continues ou discontinues qui entrent dans les intégrales des équations aux différences finies.

(22) Così alla p. 180 d'una Memoria di questo celebre Analista, sur la pluralité des intégrales dans le calcul des différences (Journal de l'Ecole Polytechnique. Cahier XI. p. 173).

CENNI ISTORICI

SULLA

INVENZIONE DELL'ARTE CAMBIARIA

MEMORIA

LETTA ALL'ACCADEMIA DI PADOVA LI XIII MARZO MDCCCXXXVIII

DAL SOCIO ATTIVO

CO. ANDREA CITTADELLA VIGODARZERE

È utile effetto certamente della odierna perfezionata civiltà che almeno in fatto di scienze, di lettere e d'arti gli uomini si risguardino adesso come membri di una vasta comune famiglia, affrenando gli orgogli e quasi dissi gli egoismi nazionali. I monti, i fiumi ed i mari, segnano, ora soltanto, un confine agli Imperii, ma la luce che diffonde l'astro fulgido del sapere è una proprietà universale, e simiglia i raggi del sole benefico a tutti i viventi. Ma pur fu tempo in cui i dotti di alcuna nazione vaghi di accrescere i vanti, si diedero sfacciatamente a predare i fasti delle altre, e per gratificarsi alla patria non guardadarono alla turpitudine del furto. Non è meraviglia che questa guisa di Pirateria si esercitasse a' danni d'Italia. Solo i poveri vanno sicuri dalle rapine; essa è ricca di molti beni, e vollero i fati che d'ogni sua dovizia mal suo grado agli altri popoli facesse copia. Contro i rubamenti scientifici e letterarii, contro la nazione che più arricchì per siffatte prede, e contro gl'Italiani stessi torpidi e fiacchi difensori d'ogni loro gloria, acuti strali avventava dalle cattedre del Ticino il sommo cantor di Basville, e segnava in fronte con marchio d'infamia gli scoperti predoni (1).

Non poche utili invenzioni sono già ricuperate all'Italia, ma pur altre molte ne rimangono a falso onore degli stranieri che le usurparono giovati dal-

(1) Monti. *Dell'obbligo di onorare i primi scopritori del vero in fatto di scienze e di lettere.*

l'oscurità de' tempi, non meno che dal nostro inerte silenzio. Tra queste è da porsi per mio avviso l'arte del cambio; e imprendo a mostrarlo con parecchie concorrenti istoriche prove, le quali mi sembra conducano assai dappresso alla morale certezza.

Non è mestieri che io mi faccia a sporre i vantaggi, che derivano dalle cambiali al commercio, ai commercianti e alle nazioni. Chi non vede che senza questo mezzo rappresentativo mal si potrebbe esteso commercio esterno stabilire, nè florido traffico interno mantenere? Quale che sia il commercio o tra stati e stati, o tra provincie e provincie del medesimo stato, e si faccia o per via di permutazione o per compera, è giuocoforza che segua il conguaglio tra le cose date e le avute, tra la importazione e la esportazione la mercè del danaro. Pericoli di terra e di mare, spese di trasporti, calcoli intricati di paraggio per diversità di monete, per continue mutazioni di bontà, di valore, la consegna effettiva della moneta sogliono bene spesso difficultare, impedire. Le cambiali togliere di mezzo i pericoli, gli ostacoli, la variabilità dei valori nel contante, la malagevolezza indefinibile de' ragguagli. Di più chi non sa, lo incessante movimento e il pronto giro essere elemento principalissimo di florido commercio? E sono appunto le lettere di cambio, che spianano il cammino al traffico, e gl'imprimono celere il movimento: esse rappresentano le mille volte i valori delle cose, fanno passaggio velocissimo per tante mani, percorrono immensi spazii, ravvicinano i popoli; moneta universale, sacro vincolo, fede delle nazioni. E che non si dirà di quella artificiale ricchezza, che s'aggiugne per le cambiali alla ricchezza reale de' negozianti? Un solo giro di penna fa le veci di milioni e milioni, n'è garante la buona fede, la probità; e il commerciante d'incolpata fama ottiene con piccoli *capitali* importanti risultamenti. Dal che si conosce, essere il cambio motore possentissimo del traffico, fondamento delle relazioni commerciali. E se certo è, dal commercio, come da fonte più copiosa, la nazionale ricchezza scaturire, abbiamo per legittima illazione, il trovamento dell'arte cambiaria toccare assai dentro la prosperità degli stati, e andar connumerato tra quelle eccellenti invenzioni che più onorano l'ingegno umano; anzi pur vantaggiarsi da molte e per la utilità di cui è ministra, e perchè fu condotta all'ultima perfezione. Onore quindi, gratitudine, laude ai solerti ritrovatori! Ma a cui quest'onore, questa gratitudine, questa laude?

Che le prische nazioni versassero nella ignoranza assoluta di questa maniera di operazioni commerciali i più autorevoli degli scrittori s'accordano nell'affermarlo, e le istorie lo comprovano col silenzio. Ristretti erano i commer-

cii delle vetuste genti, perchè imperfetti i navigli, bambina la nautica, sola guida sugli abissi del mare l'incerto lume degli astri, ignoti i mezzi più acconci a' lunghi viaggi. Perciò non intesero forse alla scoperta del cambio il quale nel suo uso essenziale suppone corrispondenze commerciali estese e lontane.

La Storia di Roma non ci offre traccia alcuna del cambio. Nè meraviglia: sappiamo che i Romani non furono giammai commercianti, e che per l'agricoltura e per l'armi cresciuti ad immane potenza, ogni altra arte dalle due in fuori reputavano servile, e men che degna del nome romano. Il perchè andarono errati coloro che avvisarono simiglianza tra le *tesserae collybisticae* dei Romani e le nostre cambiali. Quelle non erano altro che assegnazioni fatte dal debitore al creditore sopra una somma di danaro depositata tra le mani di un terzo, lo che fu dimostrato per l'Eineccio delle romane cose eruditissimo.

E invano faremmo di rintracciarne qualche sembianza nella romana giurisprudenza; conciossiachè, anche in quelle leggi che risguardano i Nummularii, gli Argentarii, i Trapeziti, i Collibisti, nulla menzione è fatta mai di simili lettere (1). La romana legislazione, nonchè somministrare argomenti che ne provino la conoscenza, ci porge indubitate le prove contrarie. Leggiamo ne' Digesti al tit. de *nautico faenore*, i prestatori di danaro ai mercadanti di mare inviar loro schiavi nelle piazze ove trattavano la vendita delle merci, onde ricevere la restituzione del prestito; del che certamente non sarebbe stato mestieri, se si fosse conosciuto l'industre artificio del cambio.

Ma nel mentre che possiamo asserire sicuramente quest'arte essersi dagli antichi ignorata, e per via di ragione, e per testimonianza concorde dei più eruditi interpreti dell'antichità, siamo poi condotti a contrarie sentenze dall'autorità degli scrittori più noti, quando ci facciamo a ricercare l'epoca certa dell'importante ritrovato, e gl'ingegnosi ritrovatori.

Gli autori della Enciclopedia portano opinione che debbasi attribuire agli Ebrei di Francia sbanditi per Dagoberto nel 640; poi per Filippo Augusto nel 1181; e finalmente per Filippo il Lungo nel 1316; i quali rifuggiti in Lombardia lasciassero fondi nelle mani dei loro amici, e traessero sopra di

(1) *De nummulariis, argentariis, trapezitis:*

L. 9. §. 2. ff. de edend.

L. 7. §. 2. ff. de Pos.

L. 2. §. 4. 6. 8. 9. 10. ff. de edend.

L. 50. ff. de admin. Int.

questi lettere di cambio, divenendo così scopritori del giro cambiario, e di esso alle nazioni maestri. Nella quale sentenza piega il chiarissimo autore dello spirito delle leggi (1); vi aderisce anche il Merlin nel suo repertorio universale (2), dicendo egli però che gli Ebrei davano solamente una prima spinta all'arte cambiaria, per gl'Italiani poscia avanzata ed a perfezione condotta, alla quale moderata opinione accedono il Genovesi ed il Pagnini nelle loro opere economiche. Tutti questi autori per altro, nonchè appoggiare a solidi argomenti la loro dottrina, ne fanno soltanto brevissimo un cenno, e lasciano perfino affatto dubbio in quale delle epoche accennate, tanto tra loro distanti, avvenisse la importante scoperta.

L'asserto dei Montesquieu e dei Genovesi fu allo stesso modo ripetuto e si ripete da que' molti presso cui i nomi tengono luogo delle cose, l'autorità della ragione. Ma la mancanza di storiche prove, e l'esame critico di quei tempi trasse alcuni non men chiari autori, che mi gioverà citarvi dappoi, ad altra e diversa sentenza, portando un'origine del cambio più concorde alla Storia e più filosofica.

E di vero avvenimenti attaccati allo sfratto e alla fuga di Francia degli Israeliti, i quali comprovino o confermino la invenzione dell'arte cambiaria loro attribuita, non sono. Non si trova storico documento della certa esistenza del cambio che alla fine dei tempi di mezzo; d'altra parte il primo bando decretato da Re Dagoberto avvenne nel 640. Come mai 7 secoli muti sulla felice invenzione? E in tanto trascorso di tempo niuna prova accessoria a far chiara la cosa? E niun progresso in sì lunga età verso la perfezione dell'arte novella? E niuna dilatazione del commercio, la quale doveva pur essere, se non causa, almeno compagna allo scoperto artifizio? Quand'anche poi si volesse dire, le epoche indicate non segnare già il momento della scoperta, ma sì la data dei diversi bandi contro gl'Israeliti, all'uno o all'altro de' quali dev'ella ascriversi; fermo è sempre, una tanta incertezza nel tempo produrre altrettanta incertezza sul fatto, e il silenzio de' contemporanei e de' posteri, e la mancanza di analoghe prove in sì lunghi spazii intermedii, togliere al fatto incerto ogni ombra eziandio di probabile.

Nè solo questo fatto è manchevole d'ogni storico fondamento, ma sembra eziandio far contrasto colle notizie storiche delle circostanze civili e religiose di quelle età. Non isfugga la vostra mente dalla rimembranza di un'epoca re-

(1) *Esprit des Lois.* T. I. pag. 474. 475. Londres 1772.

(2) *Repertoire universel.*

mota, in cui nelle tenebre dell'ignoranza surgevano larve infernali, superstizione e fanatismo, che agitando faci furibonde travisavano con maschera *spaventosa* i dolci sembianti della vera credenza. Lugubri pagine notava la storia di que' tempi: e Voi leggeste, quegli indomiti mostri correre le contrade, accendere roghi, inventar martori, raffinar torture, spopolare città, proscrivere intere nazioni; e quanto ardisce licenza, ira, vendetta, commettersi impunemente sotto l'ombra di un santo vessillo. Quelle prove, que' giudizii di Dio, que' processi d'Astrologia, di Magia, quegli uomini in una parola, que' tempi sono pascolo de' curiosi e compianto de' saggi. Non è da dire della oppressione dell'avvilimento dei figli di Giacobbe, i quali nonchè fermare corrispondenze, e lontani commercii stabilire, segno dovunque d'instancabile persecuzione, balestrati senza posa da suolo a suolo, sottraevano a stento le loro proprietà all'ingordigia, agli odii le loro vite. E questa appunto è l'epoca dei Dagoberti e dei Filippi nella quale venne fulminato il bando contro gl'Israeliti. E come mai supporre che gli sbanditi, con cui dopo il crudo decreto si sarà certamente cessata ogni consuetudine quando erano in Francia, serbassero lontani e raminghi tali amici, che disfidando la pubblica indignazione e mille pericoli politici e religiosi con loro corrispondessero; e di questi amici sì ardimentosi tanti avessero, che l'uso delle lettere di cambio si facesse frequente, e fermassersi corrispondenze stabili e sicure, e quelle tante e diverse regole e norme, e quelle moltiplici formule, e quelle sottili e complicate teorie che la scienza del cambio compongono? Come credere che gli Ebrei vinta la diffidenza figlia delle incessanti persecuzioni, e (a que' dì lontani) carattere di nazione, lasciassero fondi in Francia; e che i mercadanti francesi fidassero a vicenda i loro fra le mani di genti senza tetto, senza suolo, bersaglio di esigli e di confische? E per qual maniera immaginare d'altronde giro cambiario senza fondi e senza mutua fidanza?

Perciò n'è dato concludere: o che gli Ebrei di que' tempi non abbiano nè conosciuta, nè usata l'arte cambiaria, che suppone relazioni commerciali già fermate, giro di merci, importazioni infine ed esportazioni alternate e frequenti; o, se anche per caso in qualche giro simigliante ai cambiarii abbiano in qualche modo adoperato, questo sia stato infruttuoso di vantaggi al commercio e da essi non avvertito, cioè un mero accidente; e un accidente non è mai un'invenzione, quantunque possa darvi la spinta; nè certo chi fu causa dell'accidente può mai togliere, nè il nome, nè il merito d'inventore a chi sa disvilupparne un'arte, una scienza. Conviene credere in somma che se vi ebbe

anche una cambiale (lo che è concedere più assai che non pretendono gli stessi fautori della contraria opinione) ella fosse presso gli Ebrei come quei due pezzi di ghiaccio nelle mani de' fanciulli Olandesi, per cui poscia potè il Galilei spaziare primo per le vie del firmamento.

Che se vogliasi dar vanto agli Ebrei dell'artificioso trovamento a causa di qualche lettera per cui commettessero a' corrispondenti di consegnare una somma al presentatore, risponderò che ammettendo questo supposto, (concessione affatto gratuita) non agli Ebrei, ma sì agli antichi Romani si converrebbe tal vanto e quindi apparterrebbe sempre per diritto ereditario all'Italia. E di vero ci restano luoghi di latini autori, per cui è aperto che anche presso di loro disponevansi talvolta somme di danaro ch' esistevano nelle mani di qualche corrispondente in altro luogo. Vaglia per tutti il testimonio di M. Tullio: leggiamo due lettere ad Attico la 24.ª del lib. duodecimo, e la 25.ª del quindecimo, nelle quali addomanda Attico, se per cessare il disagio del trasporto del danaro, vi fosse modo di consegnare il contante ad alcuno in Roma, il quale si obbligasse di farlo rimettere al figlio Quinto da altri in Atene. Eppure nessuno sognò mai di travedere in questi documenti nemmeno un simulacro delle cambiali. È ben altro l'industre artifizio del cambio, quel giro così complicato, così ragionato, così sottile, quel complesso di pratiche di leggi che formano un'arte, un diritto. Sembrami dunque riunirsi notizie istoriche, idee religiose, opinioni di popoli, caratteri di nazioni a dimostrare improbabile che gli Ebrei della scienza del cambio siano stati i ritrovatori.

Convinti di questa verità luminosa, altra e diversa dottrina propongono alcuni scrittori di materie commerciali ed economiche, i quali vogliono dell'ingegnoso ritrovamento onorati i Fiorentini sul cominciare della italiana restaurazione. Odii municipali, guerre civili dilaceravano la Toscana, comecchè tra il fragore dell'armi passeggiassero tranquille le Muse e sulle ruine delle città surgessero ad avventurosi destini le scienze e le lettere. Nè fa d'uopo che vi ritorni alla mente le parti furianti de' Guelfi, de' Ghibellini, e il cacciarsi a vicenda, e il prendere e il togliersi alla loro volta la balía delle città, e il fiero e frequente battagliare, e il versare cittadino sangue, ed esigli, e proscrizioni, e stragi d'ogni maniera, per cui questa bella regione era fatta *ostello di dolore, e nave senza nocchiero* in tempesta. Ora i Ghibellini essere stati da *Alberto* imperatore *diserti* ed astretti ad abbandonare loro patria cacciati a furia da' Guelfi, ne fa testimonio eterno la Divina Commedia. Questi fuorusciti, stabiliti in Francia e in Olanda, per mezzo di lettere da loro inventate, alle

odierne cambiali del tutto simiglianti, ritraevano il prezzo delle terre vendute in Italia; quindi fatti accorti che questa novella maniera di giro tanto associato alle corrispondenze commerciali quanto preso isolatamente poteva tornare di utilità generale, si diedero a perfezionarla; e così figlia dell' ingegno italiano nacque e crebbe l'arte del cambio. Nè v' ha certo animo gentile che non tributi una laude riconoscente a que' sommi ingegni che oppressati dalle sventure ed in istranie terre raminghi il possente intelletto volgeano al ben fare; e gli oltraggi della ingrata patria rimeritavan coi beni; e negli amari passi dell'esilio i germi di universale civiltà a larga mano spargevano.

Può taluno avvisare simiglianza di accidenti tra la origine da prima posta e la testè accennata del cambio, e perciò sembrargli dagli stessi obbietti oppugnata. Ma chi oserà pareggiare il secolo dell'incivilimento con quelli della barbarie, la morte delle scienze e delle arti col felice loro risorgimento, il sonno del commercio col suo celere movimento, e quegli esuli illustri, quei compagni di sventure di un Petrarca, di un Dante, onore d' Italia, per chiare geste famosi, allo Israelita di quelle remote età sol per frode ingegnoso, noto sol per infamia, balestrato da un angolo all'altro del globo da fato inevitabile e misterioso?

Oltre a ciò, se la storia e la critica si oppongono alla prima opinione favoriscono invece la seconda. Il Rubis, che gli annali della città di Lione ed i suoi commercii descrisse, viene a mostrare quivi il traffico cambiario, non prima noto, essersi stabilito pei Fiorentini, e la piazza dove si patteggiano simili affari con voce italiana, piazza del cambio addomandarsi (1). Il du Puy nel suo trattato delle lettere di cambio, rigetta le contrarie opinioni e tiene assolutamente italiana la invenzione (2). Il tesoro de' negozianti porta la stessa origine delle cambiali (3). Narra il Merlin già citato, il giro cambiario aver cominciato in Amsterdam pei Ghibellini di Firenze, ed appellarsi piazza dei Lombardi il luogo dove convenivano i commercianti per le cambiarie negoziazioni. Riferisce il Galliani, strade de' Lombardi venire inscritte in Londra ed in Parigi fino dal secolo XIV. le vie abitate da cambisti, giacchè, aggiunge, i Veneziani, i Genovesi ed i Fiorentini denotavansi dagli stranieri con tal nome. Mostra altresì che all'epoca della restaurazione del commercio dovuta all' Italia si sparsero per tutta Europa Italiani, i quali esercitando le operazioni cambiarie col

(1) *Historia civitatis lugdunensis.*

(2) *Tractatus de arte litterarum cambii.* Cap. II. §. 1. 2. 3. e 4.

(3) *Tesoro de' Negozianti.* Ipsia.

titolo di banchieri, erano gli arbitri del traffico. Ed è appunto, dice l'Economista Broggia, il soverchio amore di sofisticare cotanto ne' cambii, ne' quali sono stati gl'Italiani a tutte genti maestri, che fece loro perdere la preminenza nel commercio. Le storie di Francia ci apprendono che nel secolo XIV. cominciò a spargersi in quel regno gran copia di fiorini, prova non dubbia del commercio di moneta che gl'Italiani vi esercitavano. Documento irrefragabile dell'uso delle cambiali fatto per gl'Italiani in quel tempo lo abbiamo in un frammento di copia lettere di mercadante di lana fiorentino che si trovò legato in un codice Gaddiano, ed ecci somministrato dal Targioni Tozzetti nelle notizie di Leonardo Pisano. Altro documento portoci dal De-Passeri consiste in una legge veneta dell'epoca mentovata, che dà norme alle cambiali (1). Finalmente l'eruditissimo Eineccio ci fornisce acconcia prova etimologica, e sa ognuno quanto giovi l'etimologia ad ajutare la storia e a toglierne assai spesso di mezzo le oscurità e le dubbiezze. Osservò quest'oracolo delle antiche cose, aversi le lingue siccome uno dei caratteri distintivi dei popoli, e dal linguaggio nativo la nazionalità e le origini determinarsi; il perchè anche le scienze e le arti doversi riguardare come figlie legittime di quel secolo, che dava loro la favella; ora certo è, le voci di cui usa l'arte cambiaria presso tutte nazioni essere tutte da principio ed alcune tuttora italiane; dunque egli inferisce con sicurezza, l'Italia è madre legittima e vera del cambio. Di qual forza indestruttibile sia questa prova e di qual peso l'autorità dell'Eineccio non fa mestieri che mi soffermi a dimostrarlo.

Nè soltanto gli argomenti tratti dall'autorità dell'etimologia, ma anche la ricerca della origine filosofica del cambio conferma agl'Italiani l'onore della invenzione. Infatti sogliono d'ordinario gli scoprimenti accompagnare i bisogni od esserne figli; e qualora nel silenzio della storia si prenda a rintracciare l'origine di alcuno di essi non può immaginarsi anteriore al bisogno stesso cui fu quasi mezzo al fine, ed al quale trovasi come effetto a sua causa congiunto. Ora indubitata cosa è, il cambio servire precipuamente all'esterno commercio. E perciò il *solerte* trovato deve riferirsi al tempo ed al luogo in cui si manifestava il relativo bisogno per la estensione del traffico. Porre quindi la scienza del cambio ne' secoli dei Dagoberti è lo stesso che effetto senza causa immaginare ed invertere l'ordine naturale. In que' secoli di barbarie e d'ignoranza le nazioni non sentivano ancora il desiderio di avvicinarsi, e vivevano tra loro

(1) Nicolai de Grasseribus. *Tractatus novus de scriptura privata.* Venetiis 1611, lib. 3.

disgiunte come enti di mondi diversi. Fu solo ne' tempi di mezzo che rischiarato mano a mano l'universale tenebrìo dalla luce nascente delle scienze e spinte le arti a felice avviamento, gli uomini accrebbero il numero de' bisogni, cercarono mezzi per soddisfarli, sentirono più acuto lo stimolo della perfettibilità, ne secondaron l'impulso, e crescea allora a grandi passi il commercio, formava intrecciati vincoli, affratellava gli uomini, faceva di tutto il mondo un paese, di tutti i viventi una famiglia. Quest' aurora felice, che tutta Europa inalbava, surgeva luminosa in Italia, e cominciavano viaggi e commercii. I viaggiatori Italiani trionfarono primi de' mari. Marco Polo penetrava incognite regioni e percorrea tale un cammino che desta una quasi incredula meraviglia. I Genovesi tentarono primi la via marittima delle Indie; e se ai soli Portoghesi fu dato padroneggiare le terre de' Lusiadi, furono certo al grande imprendimento secondi. Ed io taccio di que' molti Italiani viaggiatori, che fermarono relazioni coi popoli più lontani, e precedettero a Lui il quale colla forza del vasto ingegno pria scorse e contro le ripugnanti credenze provò; poi colla forza dell' animo vittorioso dei venti e degli uomini toccò primo la terra di un nuovo mondo.

Frutto de' viaggi furono i commercii. Come fiorenti, in quell' epoca le nostre marine, come ricche le nostre Repubbliche, come temuto e rispettato dovunque il nome italiano!... Venezia, Genova, Pisa teneano il Tridente, mille vele scioglievano da quelle prode a solcare mari lontani, l'Asia ne tributava sue preziose produzioni, tutte genti accorrevano in folla alle nostre piazze, Italia era porto universale, emporio d'ogni merce, fondaco d' Europa, centro ed arbitra del commercio di tutta la terra.

Rinato a nuova vita il traffico, ampliate le relazioni commerciali facea pur mestieri di un mezzo, per cui senza l'effettivo trasporto del danaro, spesso difficile e pericoloso avvenisse il conguaglio tra creditori e debitori. Allora quindi e non prima, in Italia e non altrove si manifestava il bisogno del cambio; non prima, perchè ostava barbarie; e non altrove, perchè innanzi la Portoghese scoperta della via alle Indie, ristrettissimi erano i commercii delle altre genti; ma sappiamo per documenti fededegni che il cambio preesisteva; dunque non poteva essere che in Italia, dov' era addomandato dal prosperoso ed esteso traffico, in Italia agevolato dai progressi delle scienze e delle arti, in Italia diretto dalle norme di quel Jus Universale per la maggior parte frutto prezioso dell' italiana sapienza ne' bei giorni di Roma, che tolto all' obblio segnava allora di nuovo i limiti del giusto e dell'equo.

Fatto aperto che l'arte del cambio gli antichi non conoscevano; poste le contrarie opinioni sull'origine più vicìna; dimostrata la improbabilità che gli Ebrei fossero fra i primi ritrovatori; ricercata per ultimo un'origine filosofica anzi che istorica, sembrami fra la notte dei tempi e la caligine dell'obblìo, scorgersi abbastanza chiaro l'italico vanto dell'utile trovamento.

FINE.

INDICE DELLE MATERIE

CONTENUTE IN QUESTO QUARTO VOLUME

Statuto dell'Imperiale Regia Accademia. . . . . . Pag. v
Catalogo dei Membri componenti la medesima. . . . . . » XIII

MEMORIE

Sopra alcune conchiglie fossili del calcare jurese che si eleva presso il lago di Santa Croce nel territorio di Belluno. Del Prof. Tommaso Antonio Catullo. . . . . » 1
Continuazione e fine di una storia ragionata di paraplegia antica, con fenomeni straordinarii. Del Prof. Giuseppe Montesanto. . » 21
Dei soccorsi reclamati dalla scienza e dalla umanità a salvamento dei sommersi in Padova. Del Prof. Giuseppe Luigi Gianelli . . . . » 43
Osservazioni delle comete apparse negli anni 1830–1831–1832, *fatte all'I. R. Specola di Padova, precedute da brevi cenni storici sulla loro scoperta e sulle loro orbite.* Del Prof. Giovanni Santini. » 67
Ricerche intorno alle perturbazioni prodotte dall'azione dei pianeti nei movimenti della cometa periodica detta di Biela nella rivoluzione compiutasi fra il 1826 *ed il* 1832, *e che si produrranno fino al suo ritorno nel* 1839, *seguite da una effemeride per ricercarla in quell'epoca.* Dello stesso . . . . . » 88
Di un polipajo non descritto ritrovato nella calcaria dei contorni di Teolo negli Euganei. Del Co. Dott. Niccolò Da Rio. . . . . » 117
Sulla architettura padovana nel secolo decimoquarto. Del March. Pietro Estense Selvatico . . . . . » 125
Osservazioni intorno alla epigrafia italiana sepolcrale. Del Co. Giovanni Cittadella . . . . . » 151
Sopra le acque termali del territorio padovano. Del Prof. Tommaso Antonio Catullo . . . . . » 161
*Intorno a Cajo Valerio Flacco Padovano, autore del poema intitolato l'*Argonautica. Dell'Ab. Antonio Mons. Nodari . . . . . » 182

Osservazioni della cometa periodica di Halley fatte nell'I. R. Osservatorio di Padova nell'anno 1835 nelle vicinanze del Perielio, seguite da alcune ricerche sulla sua orbita, e precedute da brevi notizie istoriche intorno alla sua teoria. Del Prof. Giovanni Cav. Santini. . . . . Pag. 215

Saggio di Geometria derivata. Del sig. Giusto Bellavitis di Bassano. » 243

Dell' idealismo in Medicina, e dei segni tolti dalla ispezione della lingua per la diagnosi delle malattie del cervello, dei polmoni, dello stomaco e dei vasi sanguigni. Del Prof. Giacomandrea Giacomini. . . . . » 289

Cenni storici dell'antica Città di Este e de' suoi primi abitatori. Dell'Ab. Nicolò Mons. Scarabello . . . . . » 305

Cenni sulla organografia e fisiologia delle Alghe. Del Dott. Giuseppe Meneghini. . . . . » 325

Sopra le proprietà dei perimetri dei due metalli costituenti gli elementi Voltiani. Dell'Ab. Prof. Salvatore Dal Negro. . . . . » 389

Dell' integrazione delle equazioni lineari fra due variazioni a coefficienti costanti. Del Prof. Serafino Raffaele Minich. . . . . » 402

Cenni istorici della invenzione dell' arte cambiaria. Del Co. Andrea Cittadella Vigodarzere . . . . . » 433